

**UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
DIRETORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**



**O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA ANÁLISE
COMBINATÓRIA: UMA VISÃO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DE
FLORIANO/PI**

KATIA AIRES BRAGA

ORIENTADOR: DR. ARNO BAYER

COORIENTADORA: DRA. MARIA CONCEIÇÃO DE PRADO OLIVEIRA

Abril, 2009

**UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
DIRETORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**



**O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA ANÁLISE
COMBINATÓRIA: UMA VISÃO DOS PROFESSORES MATEMÁTICA DE
FLORIANO/PI**

KATIA AIRES BRAGA

ORIENTADOR: DR. ARNO BAYER

COORIENTADORA: DRA. MARIA CONCEIÇÃO DE PRADO OLIVEIRA

Abril, 2009

Catálogo da Publicação na Fonte. IFPI/Campus Floriano.

Braga, Kátia Aires

O processo ensino-aprendizagem da análise combinatória: uma visão dos professores de matemática de Floriano/PI. / Kátia Aires Braga. -- Canoas, RS, 2009.

73 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Arno Bayer

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)–
Universidade Luterana do Brasil, 2009.

1. Matemática - Ensino. 2. Matemática – Ensino Médio. 3.
Análise combinatória - Ensino. 4. Livros didáticos - Análise. I. Título.

CDD 510.7

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Senhor Deus que desde o início me deu força pra lutar por mais esse projeto da minha vida, sem ele não conseguiria. Tudo é graça DELE!

À minha mãe que mais uma vez me apoiou e onde sempre encontro um amor que me faz vencer qualquer barreira.

Ao meu pai, pois mesmo longe, sei que sempre esteve na torcida por mim. E por saber que a cada degrau que subo, para ele é motivo de grande satisfação.

À minha co-orientadora Dr^a. Maria Conceição, pela força, apoio e ensinamento no desenvolvimento desse trabalho.

Ao meu orientador Dr. Arno Bayer, que mesmo longe, fez-se presente de forma atenciosa durante todo esse período.

Aos meus colegas de Mestrado, principalmente, à Edenise, Geraldo e Jeane pelo companheirismo e palavras amigas nas horas de desespero!

E, finalmente, ao meu marido Fernando pela sua compreensão e paciência nas vezes em que fui ausente na minha missão de mãe e de esposa. Às minhas filhas Larissa e Letícia, simplesmente por existirem, serem minha motivação maior.

DEDICATÓRIA

A Deus e à Nossa Senhora por tudo que sou. Aos meus pais, irmãos, marido e filhas por mais essa conquista.

RESUMO

Esta dissertação apresenta o resultado da pesquisa, cujo objetivo foi investigar o desenvolvimento do processo ensino e aprendizagem do conteúdo Análise Combinatória, na visão dos professores de Ensino Médio do município de Floriano/Piauí. Para tanto, foram investigadas sete escolas, sendo duas da rede privada e cinco da rede públicas (das esferas: federal e estadual) e aplicado um questionário a dezenove professores que trabalham ou trabalharam esse conteúdo em sala de aula. O questionário buscou identificar a importância dada por esses profissionais a esse assunto do Ensino Médio, as dificuldades de aprendizagem dos alunos identificadas pelos professores e de que forma eles desenvolvem o ensino da Análise Combinatória em sala de aula. Além disso, foram realizadas entrevistas com os docentes e análises dos livros didáticos adotados pelas escolas, procurando colher informações sobre como esses livros desenvolvem o conteúdo de Análise Combinatória. A análise desses livros mostrou que se trata de material com as seguintes características: presença de questões bastante contextualizadas; os materiais pouco utilizam fatos históricos para expor o conteúdo; não relacionam os tipos de agrupamentos, deixando de destacar, muitas vezes, as diferenças entre eles; abordam de forma detalhada o conteúdo, porém considera-se que pouco estimulam o raciocínio do aluno e pouco favorecem ao professor desenvolver no aluno essa capacidade. Na visão dos professores, as maiores dificuldades no ensino e aprendizagem estão na interpretação dos problemas, na diferenciação dos tipos de agrupamentos e na capacidade dos alunos em raciocinar nas questões de Análise Combinatória.

Palavras-chave: Ensino da Matemática, Matemática do Ensino Médio, Ensino e aprendizagem de Análise Combinatória, livros didáticos.

ABSTRACT

This dissertation presents the results of the research whose objective was to investigate the development of teaching and learning process of the Combinatorial Analysis contents in the High School based, it is based on teachers' thought from the city of Floriano, state of Piauí. Thus, seven schools were inspected: Two of the Private School and five of the Public School. Besides, a questionnaire was applied to nineteen teachers that teach or taught that theme in the classroom. The questionnaire aimed to identify the importance given by those teachers towards that issue in High School, the students' learning difficulties and the way by which teachers develop that theme. In addition, surveys were conducted and didactic books were analyzed in order to obtain information about how those didactic books put forth the Combinatorial Analysis topic. The analysis stated that those books have the following features: they have sufficient contextualized questions; the materials within the books little state historical facts to expose the content; they do not relate the types of groups; they lack the difference among those groups; they state the content in a detailed form but neither stimulate the students' reasoning little favour the teacher to evolve the student's competence.

According to the teachers' opinion, the extreme difficulties in the learning and teaching process are related in the interpretation of the problems, in the differentiation of the types of the groups and the students' capacity to think reasonably on Combinatorial Analysis.

Keywords: Teaching of Mathematics, Mathematics of high school, teaching and learning of Combinatorial Analysis, didactics books.

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1. Percentual de docentes com formação específica, por disciplina. | 13 |
| Fonte: Relatório do INEP 2007, p.16 publicado pelo CNE em 2007. | |
| Tabela 2. Material didático mais utilizado pelos sujeitos da pesquisa nas aulas de Análise Combinatória | 33 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1. Grau de instrução de professores | 28 |
| Figura 2. Valores da Matemática do Ensino Médio | 30 |
| Figura 3. O ensino da Análise Combinatória e currículo do Ensino Médio | 33 |
| Figura 4. Dificuldade em ensinar a Análise Combinatória. | 35 |
| Figura 5. Observação referente ao PFC | 37 |
| Figura 6. Questão contextualizada | 38 |
| Figura 7. Introdução da fórmula de combinação | 39 |
| Figura 8. Resolução usando subconjuntos de um determinado conjunto | 40 |
| Figura 9. Exemplo envolvendo conjuntos para determinar combinações | 40 |
| Figura 10. Box “Para Refletir” | 41 |
| Figura 11. Box “Para Refletir” | 42 |
| Figura 12. Exemplo que introduz o agrupamento combinação. | 44 |
| Figura 13. Questão que utiliza a árvore de possibilidades. | 44 |
| Figura 14. Situação-problema contextualizada. | 46 |
| Figura 15. Exemplo usando permutação com elementos repetidos. | 47 |
| Figura 16. Momento Organizando as idéias. | 48 |
| Figura 17. Momento Atenção. | 49 |
| Figura 18. Texto que introduz Fatorial. | 50 |
| Figura 19. Situação-problema que envolve arranjos | 51 |
| Figura 20. Resolução da questão da Figura 19 | 52 |

SUMÁRIO

| | |
|--|----|
| RESUMO | 5 |
| ABSTRACT | 6 |
| LISTA DE TABELAS | 7 |
| LISTA DE FIGURAS | 7 |
| INTRODUÇÃO | 9 |
| CAPÍTULO I | 11 |
| 1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 11 |
| 1.1. O professor de matemática e a sala de aula | 11 |
| 1.2. Matemática do Ensino Médio | 15 |
| 1.2.1. Ensino e aprendizagem da Análise Combinatória | 17 |
| 1.3. Livro Didático | 20 |
| 1.3.1. O livro didático nas escolas | 20 |
| CAPÍTULO II | 25 |
| 2. A PESQUISA | 25 |
| 2.1. Problemática | 25 |
| 2.2. Objetivos | 25 |
| 2.3. METODOLOGIA | 26 |
| 2.3. 1 Levantamento bibliográfico | 26 |
| 2.3. 2. Coleta de dados | 26 |
| 2.4. ANÁLISE DOS DADOS | 28 |
| 2. 4. 1. Perfil dos professores | 28 |
| 2.4. 2. Relevância da Análise Combinatória para os professores e seus valores formativo e instrumental | 30 |
| 2.4.3. Recursos Didáticos | 32 |
| 2.4.4. Ensino e aprendizagem da Análise Combinatória | 34 |
| 2.4.4.1. Ensino da Análise Combinatória | 34 |
| 2.4.4.2. A aprendizagem da Análise Combinatória | 36 |
| 2.4.5. Análise dos livros didáticos | 37 |
| 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS | 56 |
| 4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 59 |
| 5. ANEXOS | 63 |

INTRODUÇÃO

O processo de ensino e aprendizagem da Matemática conta hoje com alguns recursos para tornar as aulas mais interessantes e mais motivadas, mesmo assim, o educando brasileiro ainda apresenta certa dificuldade para aprender certos conteúdos de Matemática.

Alguns temas da Matemática aparecem sempre entre os primeiros colocados no “ranking” de dificuldades de aprendizagem. Estudos têm mostrado que o conteúdo Análise Combinatória tem se destacado nesse “ranking”.

Segundo os autores, as dificuldades enfrentadas pelos alunos do Ensino Médio e seus professores, com relação ao conteúdo Análise Combinatória, estão diretamente ligadas ao processo ensino aprendizagem e, conseqüentemente, na formação de seu campo conceitual (STURM, 1999; ESTEVES, 2001; REHFELDT; FLÔRES; BERCHT, 2005).

Dentre essas dificuldades Esteves (2001) e Rehfeltd; Flôres; Bercht (2005) destacam aquelas relativas à interpretação e distinção entre arranjo e combinação. Para esses autores, essas dificuldades fazem com que os alunos não consigam desenvolver os problemas ou se os desenvolvem, fazem de maneira equivocada. Eles acrescentam ainda, outra causa de muitas dúvidas do aluno, ao responderem questões sobre esses temas, é que nem sempre as questões estão absolutamente claras e isso proporciona confusão no raciocínio do aluno.

Muitas vezes, alunos que tiram notas boas em matemática e têm facilidade para resolver exercícios, não se sentem à vontade para responder questões de Análise Combinatória (STURM, 1999).

Essas dúvidas e erros conceituais sobre arranjo e combinações quando não constatados e sanados pelos professores de Matemática, durante o tempo em que os alunos estão cursando o Ensino Médio, podem persistir até que eles cheguem à universidade. Um exemplo disso foi detectado por Rocha (2006) ao analisar a construção do conhecimento de Análise Combinatória simples por parte de licenciandos em matemática. Esse autor constatou que a maioria dos sujeitos pesquisados

apresentava dificuldades em definir ou mesmo exemplificar por escrito, noções básicas sobre princípios multiplicativos, noções de arranjo e combinação.

Outro ponto que precisa ser enfatizado e que muito contribui para o insucesso no processo ensino aprendizagem é o mau uso e escolha do livro didático. Frequentemente, as obras didáticas se constituem como único recurso disponível para o trabalho docente e exercem forte influência sobre a atuação do professor, norteando suas ações em sala de aula. Desse modo, o livro didático acaba sendo a diretriz básica do professor, e não apenas um suporte, um apoio. Além disso, muitas vezes, o livro didático é também o único material de estudo que o professor tem disponível para a sua formação continuada.

Devido à importância que o livro didático exerce na prática de ensino em sala de aula, torna-se necessário o desenvolvimento de pesquisas que analisem como este recurso tem sido produzido e em particular, a análise das situações-problema propostas.

Como visto, o conteúdo Análise Combinatória traz dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da disciplina de Matemática para os alunos do Ensino Médio. Isso tem provocado inquietações por parte dos professores e pesquisadores da Educação Matemática. Trabalhos já foram elaborados para constatar esse fato, mas ainda são poucas as publicações. No Piauí, pesquisas bibliográficas mostraram que pouco se sabe sobre o desenvolvimento do processo ensino aprendizagem do tema de Análise Combinatória, nas escolas do Estado.

Por essa razão, foi motivador a realização desta pesquisa, conhecer a opinião dos professores do Ensino Médio em relação ao desenvolvimento do ensino e aprendizagem de Análise Combinatória. Foi direcionada aos professores do município de Floriano, no Piauí, Estado da região Nordeste brasileira. Como complementação do estudo, foi efetuada análise da abordagem do conteúdo Análise combinatória nos livros didáticos utilizados por esses professores em sala de aula.

CAPITULO I

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1. O professor de matemática e a sala de aula

Alguns professores ainda estão muito ligados às aulas puramente expositivas e na transcrição dos livros didáticos, deixando de utilizar outros recursos para tornar as aulas de Matemática mais interessantes. Figueiredo (2005 p. 1) afirma que “[...] um dos motivos do fracasso do ensino da Matemática está tradicionalmente pautado em manipulações mecânicas de técnicas operatórias, resoluções de exercício [...]”.

Recursos para que as aulas fiquem mais dinâmicas existem, mas os professores muitas vezes não estão preparados para tratar o ensino da Matemática de forma diferente da tradicional. D’ Ambrósio apud Durval (2002, p.87, 88) alerta para esse fato ao afirmar que “o professor que insistir no seu papel de fonte e transmissor de conhecimento está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral”.

Esses problemas se evidenciam em meio aos professores de Matemática, muitas vezes, devido à formação universitária que esses profissionais tiveram. Muitos dos professores que estão em sala de aula atualmente, pouco viram de conteúdos na área pedagógica em seus cursos de graduação em Matemática, em geral, pouca importância foi dada para tais conteúdos.

Além disso, há o problema referente às disciplinas pedagógicas, como também, as deficiências com relação aos conteúdos específicos. Garnica e Sousa (2004, p.31) chamam a atenção para o fato de que os cursos de Licenciatura em Matemática “têm-se voltado mais para os conteúdos específicos de terceiro grau do que propriamente, para os conteúdos elementares que têm espaço nas salas de aula reais”.

Reis (2003, p.10,11) diz que:

[...] o ciclo vicioso em que se encontra a atual formação inicial do professor de Matemática [...] só pode ser interrompido por um redirecionamento da prática pedagógica de Matemática, começando pela universidade formadora de professores que irão atuar nos Ensino Fundamental e Médio e que por sua vez contribuirão fundamentalmente para a formação dos alunos que ingressarão naquela mesma universidade.

É certo que cada área tem suas especificidades, o professor de Matemática difere de um professor de Biologia na forma como ele precisa trabalhar o conteúdo com o aluno, mas essas particularidades não são vistas, de um modo geral, nos cursos de Formação de Professores. Os cursos de formação para professores, salvo raras exceções, ou se dá grande ênfase ao *pedagogismo* ou, ao *conteudismo*, sem levar muito em consideração a sua relevância e sua relação com os conteúdos que ele deverá ensinar nas diferentes etapas da educação básica (BRASIL, 2001, p.21).

Muitas vezes o aluno não tem contato nos cursos de formação com os conteúdos que vão de fato trabalhar em sala de aula. “É preciso indicar com clareza para o aluno qual a relação entre o que ele está aprendendo na licenciatura e o currículo que ele desenvolverá no segundo segmento do ensino fundamental e no ensino médio”, alerta o Conselho Nacional de Educação (BRASIL, 2001, p.21).

Os profissionais que se encontram em sala de aula hoje refletem a sua formação acadêmica, isso quando possuem formação específica. Foi apresentado o percentual de docentes com formação específica (dados de 1990 e 2005) no relatório do INEP sobre Escassez de professores do Ensino Médio (Tabela 1), publicado em 2007 pelo Conselho Nacional de Educação (RUIZ; RAMOS; HINGEL, 2007). Nesses dados percebe-se um baixo percentual de professores com formação inicial específica na disciplina que lecionam. Entretanto, a pesquisa chama a atenção para o fato de “que isso não quer dizer que o professor não seja habilitado- ele o é, desde que tenha feito alguma qualificação fora da formação inicial, por meio do processo de formação continuada” (BRASIL, 2007, p.16).

Os dados apresentados na Tabela 1 revelam também que apenas 27% dos professores de Matemática têm formação específica na disciplina. Isso mostra que o Ensino da Matemática no Brasil está na mão de professores sem a formação específica

adequada. Diante desse fato questiona-se: será que hoje está sendo oferecido um ensino de matemática de qualidade nas escolas brasileiras?

Tabela 1 - Percentual de docentes com formação específica, por disciplina
Dados de 1990 e 2005

| Disciplina | Docentes em Formação Específica |
|--------------------|--|
| Língua Portuguesa | 56% |
| Matemática | 27% |
| Biologia | 57% |
| Física | 9% |
| Química | 13% |
| Língua Estrangeira | 29% |
| Educação Física | 50% |
| Educação Artística | 20% |
| História | 31% |
| Geografia | 26% |

Fonte: Dados do INEP (RUIZ; RAMOS; HINGEL, 2007,p.16).

O relatório, publicado pelo Ruiz; Ramos; Hingel (2007, p.17), divulgou ainda que o número de jovens interessados em ingressar na carreira do magistério é cada vez menor em decorrência dos baixos salários, das condições inadequadas de ensino, da violência nas escolas e da ausência de uma perspectiva motivadora de formação continuada associada a um plano de carreira atraente.

Além da falta de atrativos pela profissão de magistério, o ensino da Matemática esbarra com o problema decorrente da falta de vivência da prática escolar dos alunos em alguns cursos. E isso é fator importante para a formação do professor como bem enfatizado por Azambuja (1999).

A prática escolar vivenciada pelo estudante desde os primeiros semestres do curso, além de lhe oportunizar o conhecimento de diversas metodologias de ensino, promove integração entre a teoria e a prática e também leva à necessidade de reflexão sobre a prática realizada na busca de teorias que a justifiquem (AZAMBUJA, 1999, p.9).

Os cursos de formação de professores necessitam de uma nova visão com relação à prática escolar. Saul apud Pavão (2006, p. 162) alerta que as práticas de

formação de professores têm sido construídas segundo a lógica da racionalidade técnica, ou seja, o professor como técnico que aplica com rigor as regras que derivam do conhecimento científico.

De acordo com Pavão (2006, p.163) o estabelecimento de uma proposta de formação do professor reflexivo supõe uma formação centrada na prática, sendo esta entendida como um processo de investigação e articulação permanente na relação com a teoria e ocupando o eixo central do currículo dos cursos de formação de professores

Lemos (2005, p. 40) afirma que “as atividades realizadas no contexto escolar, nos programas de formação de professores e na investigação científica são interdependentes e voltadas para uma mesma finalidade, a aprendizagem do aluno.” Para esse mesmo autor, o contexto de Formação de professores não deve estar desvinculado da investigação científica e nem do contexto escolar.

Segundo Soares (2003, p.6) “nas últimas décadas, no que concerne a formação inicial de professores, a discussão tem se concentrado em dois enfoques sobre a formação e a atividade dos professores: a do técnico-especialista e a do prático-reflexivo”. Nessa perspectiva, entende-se que o professor técnico-especialista seria aquele que se julga profissionalmente pronto para prática em sala de aula, dispensando muitas vezes oportunidades de renovar seus conhecimentos; enquanto que o prático-reflexivo procura rever sua prática e busca uma visão mais crítica do que faz na sua vida docente. “Dentro dessa visão do papel do professor, a análise de sua prática vai levá-lo à compreensão do modo como utiliza os conhecimentos, resolver situações imprevisíveis, tomar decisões, como criar situações de ensino, melhorando assim sua atuação profissional” (AZAMBUJA, 1999, p.23).

De acordo com as Orientações Curriculares do Ensino Médio, essa nova visão do professor se faz importante, visto que, encontram-se nas salas de aulas de Matemática, duas correntes (BRASIL, 2006, p.80, 81):

A primeira corrente, historicamente, mais presente em sala de aula, consiste num processo de ensino e aprendizagem que se caracteriza pela simples transmissão de conhecimentos, em que o professor exerce o papel de transmissor e o aluno fica com o papel de mero receptor de informações. Essa concepção “dá origem ao padrão de ensino ‘definição, exemplos e exercícios’, ou seja, a introdução de um novo conceito dar-se-ia pela sua apresentação direta [...]” Esta corrente tem dado indícios de não ser mais tão forte, diante de tantas informações e motivações que hoje são oferecidas.

Na segunda corrente, ainda não tão comum nas escolas, o aluno participa mais do processo, pois, ele seria responsável por obter o conhecimento, sendo o professor apenas um mediador do processo ensino-aprendizagem.

Como já apresentado acima, o conteúdo de Matemática de Análise Combinatória foi o objeto de estudo desse trabalho. Considerando-se que esse conteúdo é mais detalhadamente abordado no Ensino Médio foi realizado um estudo da Matemática vivenciada nessa modalidade de ensino, para melhor contextualização da real problemática do processo ensino-aprendizagem em sala de aula.

1.2. Matemática do Ensino Médio

Os Parâmetros Curriculares Nacionais tratam dos níveis da Educação Básica de forma particular, em cada um, respeitando o tipo de alunado encontrado, levando em consideração a sua vivência escolar e faixa etária (BRASIL, 1999).

Os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão do mundo (BRASIL, 1999).

A Matemática do Ensino Médio enfrenta problemas que prejudicam o seu avanço, tornando muitas vezes difícil para o docente apresentar para o aluno um valor formativo e instrumental. De acordo com os PCNs (BRASIL, 1999, p.82), “a Matemática do Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas.” Acerca do valor instrumental da Matemática do Ensino Médio, ela “deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento, assim como para a atividade profissional” (BRASIL, 1999, p.82).

Acredita-se que a Matemática deve ser vista de forma mais acessível e concreta, o aluno deve ser capaz de identificar na aula de Matemática os conhecimentos que devem ser aplicados em sua vida cotidiana e na sua prática profissional.

Para Figueiredo (2005, p. 3) “a Educação Matemática deve visar à construção de um saber que capacite nossos alunos a pensar e refletir sobre a realidade, assim como agir e transformá-la. Dessa forma, será possível que eles encontrem a razão e o motivo para aprender Matemática.”

Sabe-se que o professor de Matemática exerce um papel fundamental nesse processo e que também depende dele fazer o diferencial nas aulas de Matemática, considerando que conhece bem as necessidades dos alunos e as dificuldades deles em alcançar o conhecimento matemático.

Segundo D’Ambrosio (2004, p.5) “se os Educadores Matemáticos não assumirem seu ensino, este será feito por outros e a Matemática será incorporada a outras disciplinas e perderá seu caráter de disciplina autônoma no currículo do futuro.”

O processo de ensino e aprendizagem da Matemática no nível médio com certeza é delicado por isso deve ser considerado e tomado com muito cuidado. Nos PCNs (Brasil, 1999) a Matemática no nível médio tem como objetivos levar o aluno a:

- compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitem a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em matemática;
- estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e conhecimento de outras áreas do currículo;
- reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação. (BRASIL, 1999: 84,85)

Nesse nível da Educação Básica verificam-se dificuldades, principalmente, na motivação para aprender os conteúdos de Matemática. O aluno se sente mais motivado quando os professores conseguem relacionar as situações da aula com o cotidiano e com a realidade vista e vivida por eles. Para Mandarino (2004, p.7) “[...] resolver problemas não é apenas aplicar uma fórmula tal para encontrar um resultado. Não é simplesmente memorizar e resolver um algoritmo, sem que se saiba muito bem por quê e para quê [...]”

Maia apud Almeida (2004, p.11) fala da contextualização como “uma estratégia para encontrar os elos que permitem ao aluno dar significado ao que está aprendendo o que depende em grande parte, da sensibilidade do professor.”

Na Matemática, a contextualização é uma das ferramentas para facilitar o processo de ensino-aprendizagem. As Orientações Curriculares do Ensino Médio (BRASIL, 2006, p.83) diz que a contextualização pode ser feita por meio da resolução de problemas, mas aqui é preciso estar atento aos problemas ‘fechados’, porque esses poucos incentivam o desenvolvimento de habilidades.

De acordo ainda com essas orientações (BRASIL, 2006, p.83, 84) os problemas fechados não facilitam a utilização do raciocínio matemático, pois o aluno é capaz de identificar o conteúdo a ser utilizado, sem maiores provocações à construção do conhecimento. Enquanto que, o “problema aberto” e a situação-problema vêm para suprir as deficiências do problema fechado. O problema aberto pode ser compreendido como aquele que estimula o aluno a buscar novos procedimentos para resolver certos problemas, enquanto que a situação-problema propicia ao aluno a aquisição de um conceito que o aluno ainda não possui.

Cabe ao professor de Matemática criar condições para que o aluno desenvolva conhecimentos e habilidades matemáticas para a resolução de problemas, acompanhando esse desenvolvimento com uma avaliação compatível com essa metodologia de ensino (MACIEL, 2003, p.75).

1.3. Ensino e Aprendizagem da Análise Combinatória

Os levantamentos bibliográficos, os periódicos e sites de busca realizados pela autora sobre o assunto “Ensino e aprendizagem do conteúdo de Análise Combinatória” em 2007 e 2008 mostraram que são poucos os trabalhos que tratam do

tema. Os estudos encontrados foram os de Morgado et al. (1991), Batanero et al. (1996), Batanero et al. (1997), Sturm (1999), Esteves (2001), Lima (2001) e Refhfeldt et al (2005).

Morgado e colaboradores publicaram em 1991 o trabalho *Análise Combinatória e Probabilidade* pela Sociedade Brasileira de Matemática para auxiliar no trabalho do professor de Matemática .

Batanero et al. (1996) fizeram um estudo sobre o raciocínio combinatório de alunos do ensino médio. No trabalho de Batanero (1997) foram investigadas as estratégias usadas por estudantes, com preparo matemático avançados, para resolver problemas combinatórios.

Sturm (1999) estudou as possibilidades de um ensino da *Análise Combinatória* sob uma abordagem alternativa em sala do 2º ano do Ensino Médio. Esse autor, também fez análises de livros didáticos que trazem o conteúdo de *Análise Combinatória*.

No trabalho de Esteves (2001) foram investigados os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos na 8ª série do Ensino Fundamental. Nele, Esteves aborda muito bem o tema a *Aprendizagem da Análise Combinatória*. Além disso, ela fez análises de livros didáticos que tratam sobre o assunto no Ensino Fundamental.

Lima (2001) fez exames de livros de Matemática para o Ensino Médio e Refhfeldt; Flôres; Bercht (2005) idealizaram um modelo afetivo de aprendizagem para o estudo de *Análise Combinatória*.

Todos os autores citados, que publicaram trabalhos sobre *Análise Combinatória*, fazem referência às dificuldades na aprendizagem desse conteúdo pelos alunos. Alguns afirmam que os alunos erram muito ao tentar resolver questões de *Análise Combinatória*.

Batanero (1996) constatou, em sua pesquisa, que os erros mais comuns dos alunos ao responder questões de *Análise combinatória* são: trocar o tipo de modelo matemático no enunciado do problema, erro de ordem, erro de repetição, confusão dos tipos de objetos, contagem não sistemática, não lembrarem a fórmula correta da operação combinatória e erro na interpretação do diagrama de árvore.

Sturm (1999, p.83, 84) relata em seu trabalho sobre o ensino da *Análise Combinatória* que:

Uma questão que vem me causando inquietação é porque alguns alunos bons em matemática (com boas notas, que têm facilidade para resolver exercícios, que participam/contribuem), às vezes não se dão bem em Análise Combinatória, não se sentem à vontade. Outros ficam ainda mais incomodados, pois percebem, pela primeira vez, alguma dificuldade para entender algo em Matemática. Parece que Análise Combinatória é um caso à parte, dentro da Matemática, em relação aos outros conteúdos.

Esteves (2001, p.190) também apresentou, em sua dissertação, algumas dificuldades de aprendizagem por parte dos alunos:

- A falta de um procedimento recursivo que o levasse à formulação de todas as possibilidades. Isso acontecia quando os alunos resolviam problemas por enumeração, mediante tentativa e erro, principalmente nos casos em que a formação de todas as possibilidades se tornava exaustivo.
- A resposta injustificada errônea. Algumas vezes os alunos apresentavam uma solução numérica errônea sem explicar de onde veio tal número ou ainda sem indicar o caminho percorrido para encontrá-lo.
- O não uso da árvore de possibilidades, ou sua construção inadequada, a qual levava a uma interpretação errônea.
- Nos problemas de permutação e arranjo, apareceu a interpretação da palavra distribuir como dividir.
- Nos problemas de combinação e arranjo, os alunos confundiam os critérios que deviam ser usados em cada situação e algumas vezes decidiam considerar a ordem importante quando esta não era ou vice-versa.

Rehfeldt; Flôres; Bercht (2005) relataram que “o tema gera muitas dúvidas e nem sempre as questões estão absolutamente claras, o que causa mais confusão no raciocínio do aluno”. Por outro lado, o conteúdo mostra-se interessante porque pode auxiliar no ensino da Matemática, por se tratar de “um excelente meio de ensinar os alunos a tomarem decisões acertadas, a usarem disciplinadamente seu raciocínio” (LIMA, 2001, p.66).

Outro problema que influencia no insucesso do processo ensino aprendizagem é que, muitas vezes, o livro didático não procura alcançar os objetivos que cada conteúdo propõe. Esse é um ponto que precisa ser averiguado pelo professor ao escolher o livro didático a ser utilizado com seus alunos. Na maioria das vezes, esse é o único material de consulta do aluno e do próprio professor.

No Ensino Médio a Análise Combinatória tem como principal objetivo “[...] familiarizar os alunos com estratégias, métodos gerais para abordar os problemas de contagem de modo adequado, ensinando-os a evitar muitos erros comuns.” (LIMA, 2001, p.364). Embora se saiba que “contar” é a primeira técnica matemática aprendida por uma criança. Sabe-se ainda que, através de problemas de contagem e de sua

aplicação, as operações aritméticas são, também, aprendidas. (MORGADO, 1999, p.17).

Certas questões em Análise Combinatória são resolvidas pelo Princípio Fundamental de Contagem (PFC), dispensando muitas vezes as fórmulas introduzidas pelos livros.

Lima (2001 p.97) constatou em um livro de Matemática que o item: problemas que envolvem arranjos e combinações, poderia “induzir o aluno ao hábito de querer classificar qualquer problema de Análise Combinatória como um problema de arranjos, combinações e permutações, em vez de raciocinar e utilizar o princípio fundamental de contagem, sem a preocupação de memorizar fórmulas ou tipos de problemas”.

A aprendizagem da Análise Combinatória se torna difícil, pelo fato de mesmo ser exposto fundamentado nas fórmulas, existe ainda grande dificuldade dos alunos em saberem resolver as questões quando misturados todos os tipos de agrupamentos.

Nessa pesquisa, um dos objetivos é procurar identificar quais dificuldades seriam essas.

1.4. Livro didático

1.4.1. O livro didático nas escolas

O ensino no Brasil teve, ao longo dos tempos, recursos que colaboraram e ainda colaboram com a sua execução. O livro didático usado nas escolas continua sendo essencial no processo ensino e aprendizagem. Segundo Fernandes (2005, p.122) “[...] os educadores são unânimes em afirmar que o livro didático exerce um papel preponderante no desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem nas escolas brasileiras [...]”. Assim, o livro didático acaba sendo uma peça importante na sala de aula.

Na visão de Lopes (2000, p.39) mesmo sendo um bom livro, se estiver nas mãos de um professor que não tem o preparo para lidar com ele, pode ser

desastroso, assim, também, um livro de baixa qualidade, nas mãos de um professor competente, pode resultar num ótimo resultado na aprendizagem.

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), implantado desde 1996 pelo governo federal, tem por objetivo suprir as necessidades de obras didáticas de Matemática, Ciências, História, Geografia, Português, Alfabetização e dicionário da Língua Portuguesa no Ensino Fundamental no âmbito municipal, estadual e federal. O PNLD atende também as entidades que são vinculadas ao programa Brasil Alfabetizado (BRASIL, 2008).

Bianchi (p.15, 2006) faz um pequeno histórico das primeiras discussões sobre a necessidade de implantação de um PNLD pelo Ministério da Educação (MEC).

Foi no início dos anos 90 que o MEC passou a discutir mais ativamente os Livros Didáticos e os reflexos disso foram percebidos a partir de 1996. Entende-se que o PNLD começa a adquirir algum espaço no ambiente educacional passando a ser conhecido por alguns educadores (Bianchi, p.15, 2006).

Em 2006 o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) ampliou o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM). No projeto piloto, 2,7 milhões de livros de língua portuguesa e de matemática foram distribuídos para 1,3 milhões de alunos do Ensino Médio em 5.392 escolas públicas das regiões Norte e Nordeste em 2006. (ABTE, 2009)

O PNLEM surgiu com a Resolução nº 38 do FNDE de 2003 e tem por objetivo “prover as escolas do Ensino Médio das redes estadual, do Distrito federal e municipal de livros didáticos de qualidade, para uso dos alunos, abrangendo os componentes curriculares de Português e Matemática [...]” (BRASIL, 2003, p.1.).

Fez-se necessário um processo de avaliação desses livros didáticos que se iniciou com a implantação da resolução nº 21 de 25.11.98. O seu artigo 1º reza que:

Art. 1º O Ministério da Educação, por intermédio da Secretaria de Educação Fundamental – SEF fará realizar a cada três anos, a Avaliação Pedagógica do Livro Didático, como parte da execução do programa nacional do livro didático- PNLD obedecendo a princípios e critérios fixados em edital próprio, de comum acordo com o fundo nacional de Desenvolvimento da Educação FNDE.

§ 1º A Avaliação Pedagógica do Livro Didático terá como objetivo indicar os livros recomendados por aquisição e distribuição pelo PNLD, visando sua utilização nas escolas públicas do ensino fundamental do País.

§ 2º Os livros recomendados terão suas resenhas publicadas e divulgadas por meio de Livros Didáticos, colocados á disposição das escolas públicas.

(BRASIL, 1998, p.1)

O cuidado com a escolha do livro didático tem sido uma preocupação do governo, respeitado os níveis de ensino e todo o contexto escolar em que este esteja inserido. O Catálogo do PNLEM/2009 de Matemática traz alguns pontos que devem ser observados, por exemplo, o perfil dos professores, do aluno, as características gerais da escola pública e as situações mais comuns na relação professor-aluno, principalmente em sala de aula, que devem ser considerados pela obra didática escolhida.

O Catálogo do PNLEM/2009 traz também os critérios de avaliação das obras didáticas inscritas para o PNLEM e os classifica em critérios comuns e de qualificação. Os critérios comuns são subdivididos em:

- Critérios Eliminatórios
- Critérios Classificatórios

O PNLEM cita como critérios eliminatórios: a correção e adequação conceituais e correção das informações básicas; coerência e pertinência metodológicas e os preceitos éticos. (BRASIL, 2008, p.15)

- Correção e adequação conceituais e correção das informações básicas

Nesse critério será eliminada a obra que formular erroneamente os conceitos que veicule; fornecer informações básicas erradas e/ou desatualizadas; mobilizar de forma inadequada esses conceitos e informações, levando o aluno a construir erroneamente, conceitos e procedimentos (BRASIL,2008, p.14).

- Coerência e pertinência metodológicas

O PNLEM/2007 ainda destaca como fator determinante para exclusão da obra didática do processo de avaliação a não coerência quanto à escolha e uso dos recursos teórico-metodológicos.

- Preceitos éticos

Os critérios também orientam para a observação de princípios éticos.

Como instrumento a serviço da educação nacional, é de fundamental importância que as obras didáticas contribuam significativamente para a construção da ética necessária ao convívio social e ao exercício da cidadania; considerem a diversidade humana com equidade, respeito e interesse; respeitem a parcela juvenil do alunado a que se dirigem. (BRASIL, 2008, p.15).

Os critérios que classificam uma boa obra didática referem-se à construção de uma sociedade cidadã, ao uso de linguagem gramatical correta e o PNLEM ainda leva em consideração a estrutura do livro do professor (BRASIL, 2008, p.16).

Após a realização da avaliação dos livros, o PNLEM fez resenhas das obras didáticas aprovadas, e assim, os professores têm oportunidade de escolher, o que na sua visão, seja o mais adequado. Ao longo das resenhas, verificou-se que foram usadas categorias para análise de cada obra didática. A pesquisadora utilizou-se de algumas dessas categorias para análise dos livros didáticos.

Para Lima (2001, p. 1) existem três componentes que devem ser levados em conta na análise dos livros de matemática do Ensino Médio: conceituação, manipulação e aplicação. Segundo esse autor, “A conceituação compreende a formulação de definições, o enunciado de proposições, o estabelecimento de conexões entre os diversos conceitos, bem como à interpretação e a reformulação dos mesmos sob diferentes aspectos”.

Lima (2001, p.1) escreve ainda que a manipulação é “a habilidade no manuseio de equações, fórmulas, operações e construções geométricas elementares, [...] permitem ao usuário da matemática concentrar sua atenção consciente nos pontos realmente cruciais sem perder tempo e energia com detalhes.” E a aplicação refere-se a utilização dos conhecimentos matemáticos adquiridos em situações do cotidiano e em outras situações aplicadas a outras áreas.

Para Esteves (2001, p.193) na Análise Combinatória “as atividades diversificadas que venham a ser proposta para favorecer um comportamento de busca, de hipóteses e que despertem o raciocínio, ajudam o processo de aprendizagem do aluno.”

Esteves (2001 p.32) ao analisar os livros didáticos utilizou como parâmetro avaliativo a abordagem dos autores nos seguintes itens: Apresentação dos conceitos de arranjo e combinação; como o autor do livro didático de Matemática introduzia as fórmulas e a ênfase na resolução com o auxílio de representações. Ela em suas análises, também, verificou se havia a inclusão de fatos históricos na exposição do conteúdo.

- Categorias segundo Esteves(2001)

- **Apresentação dos conceitos de arranjo e combinação**

Analisamos como foi apresentado os conceitos de arranjos e combinações. Esteves (2001, p.32) observou se nos livros didáticos a abordagem do conteúdo começava com situações-problemas introdutórias que confrontavam os dois tipos de agrupamentos e que exigiam do aluno o exercício da interpretação.

- **Como e quando são introduzidas as fórmulas**

Esteves (2001) observou nesta categoria se as fórmulas eram introduzidas após a definição de cada agrupamento ou se elas eram mostradas no final da explanação do conteúdo. Nesse trabalho utilizou-se dos mesmos critérios, porém, verificou-se também, se as fórmulas eram demonstradas matematicamente.

- **Ênfase na resolução com o auxílio de representações**

Procuramos observar se há “incentivo do uso de diagramas, tabelas, árvores de possibilidades, antes da sistematização do princípio fundamental da contagem e de cada tipo de agrupamento.”

(ESTEVES,2001)

- **Inclusão de fatos históricos**

Esteves (2001) analisou se houve a ocorrência de fatos históricos na exposição do conteúdo.

Categorias do PNLEM/2007 e algumas categorias da pesquisa feita por Esteves (2001) foram usadas para analisar os livros didáticos e auxiliaram na construção de um estudo complementar, que procurou investigar como o conteúdo Análise Combinatória é abordado nas obras pesquisadas.

Capítulo II

2- A PESQUISA

2.1 - PROBLEMA

Como é desenvolvido o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de Análise Combinatória no Ensino Médio nas escolas públicas e particulares do município de Floriano-PI, e qual a importância deste conteúdo na visão dos professores de Matemática dessa região?

2.2- OBJETIVOS

2.2.1. Objetivo geral

Pesquisar como é desenvolvido o processo de ensino e aprendizagem da Análise Combinatória e qual a importância desse assunto do Ensino Médio nas escolas particulares e públicas do município de Floriano, na visão dos professores.

2.2.2. Objetivos específicos

- ✓ Investigar a importância dada ao conteúdo de Análise Combinatória pelos professores de Matemática do município de Floriano.
- ✓ Investigar as dificuldades dos alunos na aprendizagem desse conteúdo, na visão do professor de Matemática.
- ✓ Pesquisar como ocorre o processo de ensino e aprendizagem da Análise Combinatória, na visão do professor.

- ✓ Avaliar como ocorre o desenvolvimento do conteúdo de Análise Combinatória nos livros didáticos adotados nas escolas do município de Floriano-PI e a opinião dos professores acerca desse livro.

2.3. METODOLOGIA

A pesquisa, apresentada nessa dissertação, foi desenvolvida obedecendo às seguintes etapas: levantamento bibliográfico em periódicos e sites de busca; levantamento das escolas de Floriano - PI que ofereciam o Ensino Médio em 2007; visitas as escolas para escolha dos professores, aplicação de questionários e entrevistas com os professores envolvidos na pesquisa; avaliação do conteúdo de Análise Combinatória apresentado nos livros didáticos de Matemática adotados pelos professores envolvidos na pesquisa e a elaboração do texto dissertativo (a dissertação).

2.3.1. Levantamento bibliográfico

Para a construção do referencial teórico foram utilizados trabalhos que abordavam os seguintes temas: o perfil e comportamento do professor de Matemática na sala de aula, a Matemática do Ensino Médio e estudos sobre análise do livro didático de Matemática que tratam do conteúdo de Análise Combinatória. As buscas por livros e periódicos foram realizadas antes e depois da realização da pesquisa.

2.3.2. Coleta de dados

Floriano, município escolhido para realização da pesquisa, localiza-se ao sul do Piauí a 270 km da capital Teresina. Em 2007, na época da pesquisa, essa cidade contava com 11 escolas que ofereciam o Ensino Médio. Nesse ano, foram matriculados 4.656 alunos nessa modalidade de ensino e o corpo docente, somente do Ensino Médio, era formado por 241 professores (IBGE, 2008).

Para atingir os objetivos da pesquisa foram escolhidas sete escolas, sendo duas da rede privada e cinco da rede pública (esferas: federal e estadual). As outras quatro escolas foram excluídas, porque os professores trabalhavam em mais de uma escola e eles já haviam sido incluídos na amostra da pesquisa.

A coleta de dados ocorreu nos anos de 2007 e 2008 com aplicação de questionários, entrevistas gravadas e análise dos livros didáticos de matemática que abordavam o conteúdo Análise Combinatória, adotados por esses professores.

A pesquisa com os professores foi realizada em dois momentos, no primeiro foram aplicados questionários em 19 professores e no segundo momento foram realizadas entrevistas semi-estruturadas com 14 desses docentes.

O questionário aplicado teve como objetivos identificar a importância dada pelos professores ao conteúdo Análise Combinatória no Ensino Médio, as dificuldades de aprendizagem dos alunos identificadas pelos professores e como eles utilizam o material didático. Esse instrumento da pesquisa era composto de perguntas abertas e fechadas, procurando obter o máximo de informações possível que pudessem dar suporte ao estudo.

De acordo com Lüdke (1986, p.5) “o papel do pesquisador é justamente o de servir como veículo inteligente e ativo entre esse conhecimento acumulado na área e as novas evidências que serão estabelecidas através da pesquisa”.

Durante as entrevistas, inicialmente procurou-se interagir com os professores de forma a deixá-los à vontade para expressar seus pensamentos e idéias, a respeito do conteúdo Análise Combinatória. Posteriormente, foi perguntado ao professor, qual o livro didático de Matemática adotado por ele para vivenciar em sala de aula o conteúdo Análise Combinatória. As respostas desses docentes deram origem a uma lista de livros analisados nessa pesquisa.

Nas entrevistas semi-estruturadas buscou-se levantar opiniões dos professores a respeito desses livros utilizados para o ensino da Análise Combinatória, quais as críticas, as observações e também de alguns pontos identificados na análise dos questionários acerca do ensino da Análise Combinatória.

Para análise dos livros didáticos listados pelos professores investigados tomou-se como base alguns critérios adotados pelo PNLEM/2007 citados no Catálogo do PNLEM/2009 (abordagem, sistematização e contextualização do conteúdo). Vale ressaltar que esses critérios foram usados no Catálogo para análise de obras inteiras e nessa pesquisa analisou-se, especificamente, o conteúdo de Análise Combinatória.

- **Abordagem dos conteúdos**

Nesta categoria procurou-se analisar se a abordagem do conteúdo foi feita de forma sucinta ou não, e quais os recursos utilizados ao longo da explanação do conteúdo.

- **Sistematização dos conteúdos**

Observou-se neste item, a seqüência usada para elencar o PFC (Princípio Fundamental da Contagem), tipos de agrupamentos e outros conceitos específicos do conteúdo. Procurou-se observar também se houve ou não exclusão de alguns dos tipos de agrupamentos.

- **Contextualização dos conteúdos**

Avaliou-se nesse ponto se as obras fizeram uso de problemas contextualizados na explanação do conteúdo, nos exemplos resolvidos e nas demais questões.

Além desses critérios, foram utilizadas as categorias de análise estudadas por Esteves (2001) em livros do Ensino Fundamental (apresentação dos conceitos de arranjo e combinação, como e quando são introduzidas as fórmulas, ênfase na resolução com o auxílio de representações e a inclusão de fatos históricos). Verificou-se também se, nos livros didáticos, as fórmulas eram demonstradas matematicamente.

Considerando a visão de diversos autores que falam do livro didático de Matemática, procurou-se analisar o material coletado nas escolas pesquisadas, para observar o explanação do conteúdo Análise Combinatória.

2. 4. ANÁLISE DOS DADOS

Os resultados foram apresentados indicando o perfil dos professores investigados e o ensino e aprendizagem da Análise Combinatória segundo os docentes.

2. 4.1. Perfil dos professores

A pesquisa, aqui apresentada, realizada nas escolas do município de Floriano-PI, mostrou que dos 241 docentes registrados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística em 2007, foram identificados apenas 19 professores de Matemática que já trabalharam ou trabalham no Ensino Médio e vivenciaram o conteúdo de Análise Combinatória em sala de aula. Por isso, optou-se por incluir todos na amostra.

Desse grupo de docentes, 79% pertenciam à rede pública e 21% eram da rede privada. Constatou-se, também, que a maioria deles, aproximadamente 84%, é do sexo masculino.

Os dados obtidos revelaram que a maioria dos professores de Matemática, envolvidos na pesquisa tem pós-graduação (Figura 1). Dos professores que afirmaram ter somente graduação, encontram-se um formado em Licenciatura em Física e outro em Licenciatura Plena em Química, os demais têm Licenciatura em Matemática. Os graduandos todos cursam Licenciatura Plena em Matemática.

Como já apresentado no capítulo “fundamentação teórica”, os dados do INEP (RUIZ; RAMOS; HINGEL, 2007, p.16,17) revelam que somente 27% dos docentes que dão aula de Matemática têm formação inicial nessa disciplina. Na pesquisa realizada nas escolas de Floriano constatou-se que 85% dos professores têm Licenciatura em Matemática ou estão concluindo o curso. Comparando-se os resultados obtidos pelo INEP e os aqui apresentados observa-se que a realidade de Floriano não acompanha a realidade mostrada pelo Relatório de Escassez de professores no Ensino Médio (2007). Vale lembrar, também, que a maioria dos professores investigados tem pós-graduação o que pode influenciar de forma positiva o processo de ensino e aprendizagem no município em questão.

O fato de a maioria dos professores de Floriano ter concluído o curso de pós-graduação (Figura 1), provavelmente, deva-se ao investimento do Governo Estadual do Piauí oferecendo cursos de férias aos professores, através da Universidade Estadual do Piauí (UESPI).

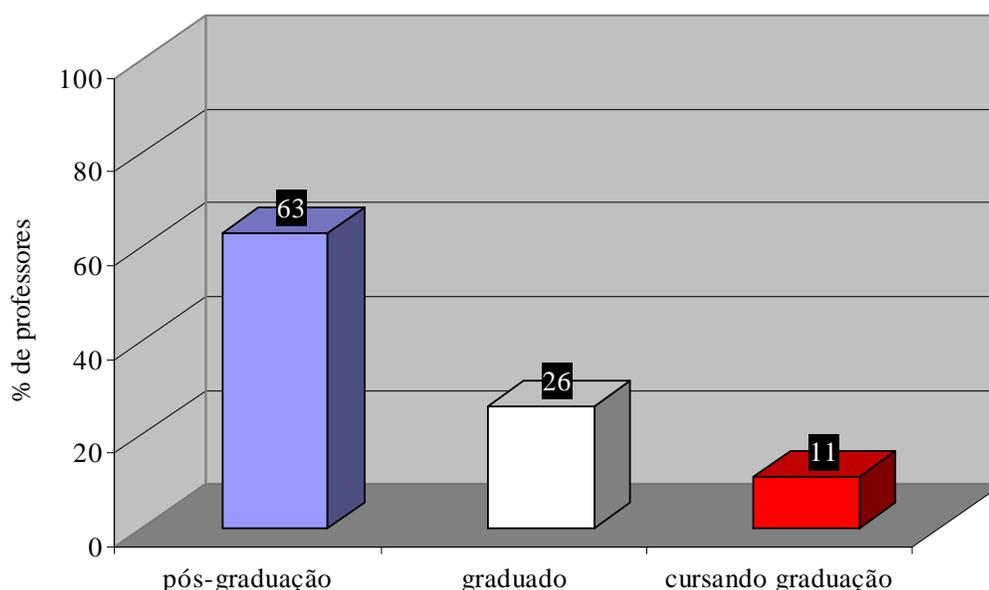


Figura 1: Grau de instrução de professores

2.4.2. Relevância da Análise Combinatória para os professores e seus valores formativo e instrumental

No questionário, os professores foram indagados quanto à importância do conteúdo de Análise Combinatória para o aluno do Ensino Médio. Todos os professores pesquisados afirmaram ser a Análise Combinatória um conteúdo importante para o aluno do Ensino Médio. E todas as justificativas dos docentes comungam com o que os PCNs do Ensino Médio propõem acerca do valor formativo e instrumental que a Matemática do Ensino Médio deve ter.

Quanto ao valor formativo, a Análise Combinatória, na opinião dos professores P.4 e P.14, respectivamente, “[...] é um dos conteúdos que desenvolve o raciocínio do aluno nos problemas de contagem.” e “[...] estimula o aluno a pensar, raciocinar, criar, relacionar idéias, descobrir, analisar e decidir pela melhor solução”. Nessas afirmações, os professores mostraram que o conteúdo pesquisado revela o caráter formativo, ratificando o que está escrito nos PCNs.

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamentos e aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação [...]. (BRASIL, 1999, P.82).

Sobre o valor instrumental, os professores pesquisados externaram esse valor, ao justificar a importância da Análise Combinatória, dando as seguintes respostas :

“[...] requer o uso da mente para cálculo de raciocínio lógico, que será usado no dia a dia.” (P.9)

“[...] é possível a contextualização em inúmeras situações do dia a dia.” (P.7)

“[...] se trata da abordagem de assuntos relacionados ao cotidiano dos alunos.” (P.13)

Essas afirmações estão em conformidade com os PCNs do Ensino Médio, em que está escrito que “não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim de desenvolverem a iniciativa e a segurança para adaptá-los a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno” (BRASIL, 1999).

Percebe-se o caráter instrumental que a Matemática do Ensino Médio deve ter, quando os professores relacionam o assunto com o cotidiano e com outras situações contextualizadas. Na pesquisa, 47% dos docentes afirmaram que a Análise Combinatória é um conteúdo que favorece ao aluno desenvolver esse valor instrumental (Figura 2), que os PCNs recomendam para a Matemática do Ensino Médio.

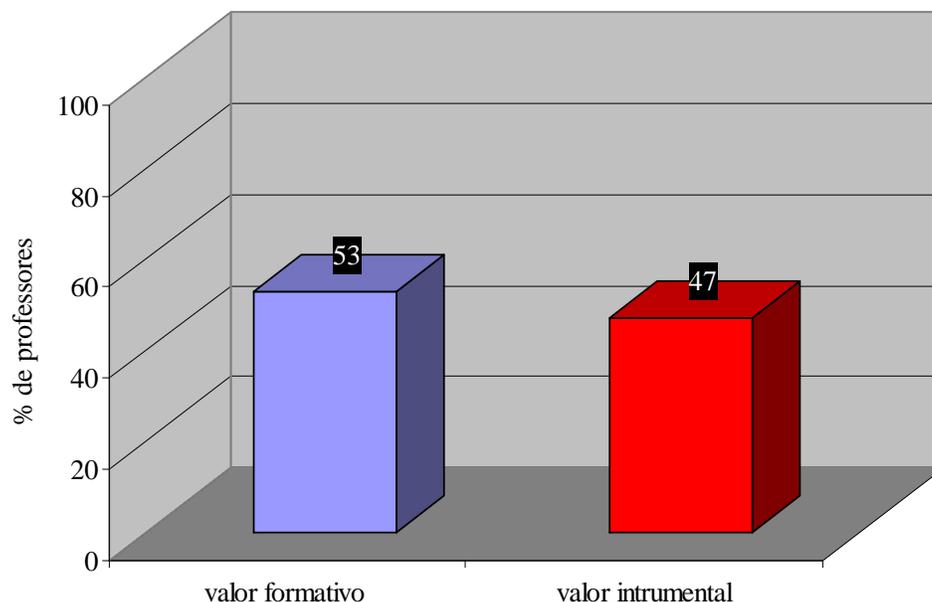


Figura 2: Valores da Matemática do Ensino Médio

2.4.3. Recursos Didáticos

Os professores foram questionados se usavam algum outro recurso como complemento do livro didático nas aulas de Análise Combinatória. Somente 10% dos docentes responderam dizendo que utilizavam somente o livro didático como ferramenta para o ensino do conteúdo. Os professores P.2 e P.18 responderam:

“Não, considero o conteúdo do livro suficiente.”

“Não, na escola não temos recursos a não ser o livro didático”

As Orientações Curriculares do Ensino Médio (BRASIL, 2006, p.86) afirmam que “o livro didático vem assumindo a algum tempo, o papel de única referência sobre o saber a ser ensinado, gerando, muitas vezes, a concepção de que o mais importante no ensino da matemática na escola é trabalhar o livro de capa a capa” .

Os resultados obtidos na pesquisa realizada com os professores de Floriano revelaram que eles têm outra visão, sobre esse assunto. Para 90% dos professores o livro didático não é a única referência utilizada no ensino da Análise Combinatória.

Os professores que afirmaram usar recursos complementares ao livro didático citaram uma diversidade de sugestões acerca do material utilizado para o ensino da Análise Combinatória, por esse motivo, serão mostradas abaixo algumas das respostas que chamaram mais a atenção da pesquisadora.

“Materiais concretos como bolas coloridas, e figuras como bandeiras e imagens de parede.”

“Outros autores e sites que trazem informações didáticas sobre o assunto.”

“Material lúdico, cubo, baralho, etc.”

“Calculadora, jornais, revistas, folhetos, régua, compasso, transferidor, metro, canudinhos, palitos, vídeos, computadores (às vezes), etc.”

Para Figueiredo (2005), “um dos motivos do fracasso da matemática está tradicionalmente pautado em manipulações mecânicas de técnicas operatórias, resoluções de exercícios que são facilmente esquecidos”.

Nesta pesquisa, foi apresentada aos professores entrevistados uma lista de materiais didáticos que podem tornar as aulas de Análise Combinatória mais dinâmicas e, dessa forma, o professor possa fugir das “manipulações mecânicas” citadas por Figueiredo. Em seguida, solicitou-se aos professores que marcassem os materiais didáticos mais usados por eles, em suas aulas de Análise Combinatória. As respostas obtidas desse questionamento foram apresentadas na tabela 2.

Tabela 2

Material didático mais utilizado pelos sujeitos da pesquisa nas aulas de Análise Combinatória.

| Materiais | Frequência das respostas dadas pelos professores |
|------------------|---|
| Vídeos | 26% |
| Concretos | 52% |
| Softwares | 16% |
| Outros | 6% |

42% dos professores afirmaram usar dois ou mais recursos para auxiliar nas aulas de Análise Combinatória. Dos sujeitos entrevistados, 52% indicaram o material concreto para dinamizar o ensino e somente 16% optaram por usar softwares (Tabela 2). Segundo os PCNs “O impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com máquinas” [...] e uso da tecnologia implica numa renovação de competências, onde “o trabalho ganha então uma nova exigência, que é o de aprender continuamente em um processo não mais solitário” (BRASIL, 1999, p.83). Acredita-se que por não estarem ainda preparados para lidar de forma coerente com essa tecnologia, o uso de softwares foi tão pouco citado pelos professores entrevistados (Tabela 2).

2.4.4. Ensino e aprendizagem da Análise Combinatória

2.4.4.1. Ensino da Análise Combinatória

Os professores foram questionados quanto à relação entre o ensino da Análise Combinatória e o currículo do Ensino Médio. Ao responder a esse questionamento 63 % disseram que o currículo do Ensino Médio favorece o ensino da Análise Combinatória (Figura 3).

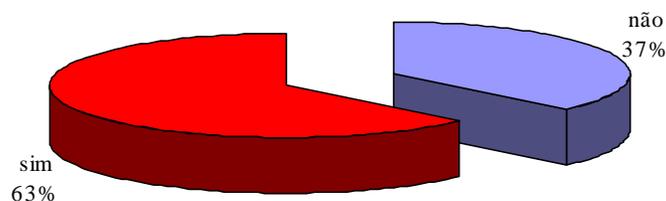


Figura 3: O ensino da Análise Combinatória e currículo do Ensino Médio.

Nas entrevistadas semi-estruturadas os docentes, envolvidos na pesquisa, complementaram os depoimentos feitos ao responderem os questionários e os professores P.16 e P.12 ressaltaram ainda a importância do ensino da Análise Combinatória, não só para o currículo do Ensino Médio, como também para o Ensino Fundamental.

“ [...] Se ele começasse a ser trabalhado lá na 5ª série, seria mais fácil no Ensino Médio”.

“ [...] Porque Teoria de Contagem é importante na formação básica de qualquer indivíduo [...], como também é importante no Ensino Fundamental [...]”

Costa (2003, p.95) em sua pesquisa sobre a Análise Combinatória afirma que:

[...] tradicionalmente os conteúdos de Análise Combinatória e Probabilidade são trabalhados no Ensino Médio, junta-se a isto, o fato destes professores terem recebido uma formação que privilegiava o uso excessivo de fórmulas, esses fatos somados nos leva a deduzir que o professor produz uma visão formalizadora sobre os conteúdos de Combinatória e Probabilidade, ou seja, não concebem como tais conteúdos podem ser trabalhados a partir do primeiro ciclo do Ensino Fundamental. .

Com essa afirmação, Costa supõe que a formação dos professores pode influenciar na rejeição deles em trabalhar o conteúdo de Análise Combinatória desde o Ensino Fundamental, de forma coerente.

A maior parte (79%) dos professores envolvidos na pesquisa relatou que não tinha dificuldade em ensinar o conteúdo Análise Combinatória (Figura 4). Os que afirmaram ter dificuldades disseram que esse entrave estava na habilidade de:

“Desenvolver no aluno a capacidade de raciocinar e desenvolver no aluno a capacidade de interpretar o texto.”

“O alunado tem grande deficiência de informações, o não se interesse na leitura dos problemas com enunciados longos.”

“Na diferenciação entre, somar comissão ou multiplicar comissão.”

“Em estudar as definições, em transmiti-las, em resolver certas questões,

etc...

Para esses professores, talvez seja mesmo difícil trabalhar o conteúdo de Análise Combinatória a partir do primeiro ciclo do Ensino Fundamental. Porque eles

não conseguem levar os alunos a raciocinarem e interpretarem o texto para resolver problemas sobre o tema. Dessa forma, tentariam usar fórmulas na resolução de problemas, como é feito no Ensino Médio, confundindo o raciocínio dos alunos do Ensino Fundamental.

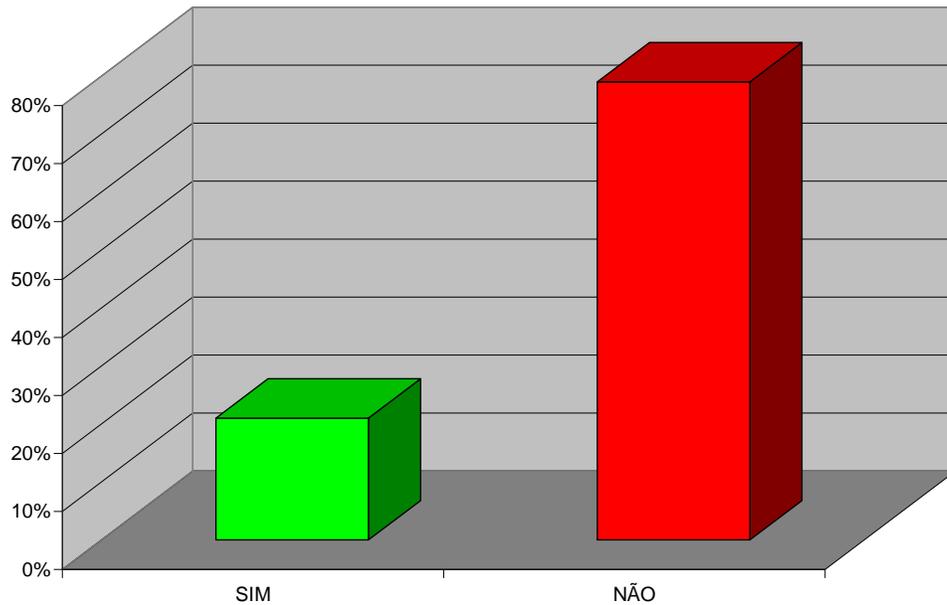


Figura 4: Dificuldade em ensinar a Análise Combinatória.

2.4.4.2. A aprendizagem da Análise Combinatória

Os professores foram questionados também sobre qual seria a maior dificuldade identificada por eles na aprendizagem do conteúdo de Análise Combinatória. Para 21% deles, o maior problema observado envolve a dificuldade do aluno em raciocinar. Abaixo, estão os relatos dos professores P.11, P.9, P.16 e P.2:

“O raciocínio, pois os alunos querem fórmulas e eu trabalho apenas com o princípio fundamental da contagem e o raciocínio.”

“Como é uma parte da matemática que envolve muito raciocínio, os alunos não gostam porque não estão preparados para tal situação.”

“O fato deles estarem muito apegados a trabalhos mecânicos sem trabalhar a questão do raciocínio mental e lógico”.

“A interpretação das questões e concatenação de idéias.”

Segundo os PCNs, os alunos devem ser capazes de:

[...] desenvolver de modo mais amplo capacidades tão importantes quanto as de abstração, raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problemas de qualquer tipo, investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade (BRASIL, 1999).

16% dos professores constataram dificuldades em diferenciar os conceitos essenciais da Análise Combinatória, como saber diferenciar os conceitos de arranjo e combinação que auxiliam na resolução de problemas de Análise Combinatória.

“Percebo que os alunos sentem muita dificuldade na interpretação dos problemas, não sabem se o mesmo é a permutação, arranjo ou combinação simples.”

“No primeiro momento, saber quando a resolução de problemas é arranjo ou combinação.”

“A diferenciação dos problemas envolvendo os problemas de contagem.”

Esteves relata que essa dificuldade tem relação com a fixação de conceitos fundamentais da Análise Combinatória.

Partindo da premissa que a apropriação do conceito de arranjo e combinação passa necessariamente pela interação de diversas situações cuidadosamente preparadas, no sentido de favorecer a diferenciação dos dois tipos básicos de agrupamento, essa prática pode gerar no aluno a segurança no momento de interpretação e resolução de problema (ESTEVES, 2001, p.32).

Segundo Polya (1995, p.98) “um passo importante na resolução de um problema é a escolha da notação. Ela deve ser feita cuidadosamente [...]. Assim, pela escolha de uma notação adequada podemos dar uma contribuição essencial à compreensão do próprio problema.”

Nos problemas de Análise Combinatória não é comum se ver notação diferente das que são freqüentemente usadas nos problemas tradicionais. Por isso, não foi identificado como sendo uma das causas da falta de interpretação dos alunos, pois, em nenhum momento os professores fizeram referência a elas.

Como foi visto acima, as dificuldades dos alunos de Floriano em aprender o conteúdo Análise Combinatória, segundo os relatos de seus professores, não são diferentes das já listadas na literatura consultada.

2.4.5. Análise dos livros didáticos

Ao serem indagados sobre qual o livro didático de Matemática, adotado pela escola para vivenciar, em sala de aula, o conteúdo Análise Combinatória os professores apresentaram quatro obras a seguir.

- IEZZI, Gelson et al. **Matemática: ciência e aplicações**, 2. ed.: São Paulo: Ática, 2004.
- DANTE, Luís Roberto. **Matemática**, 1. ed., São Paulo: Ática, , 2004.
- Gelson Iezzi et al. **Matemática**: volume único/- 3 ed. – São Paulo: Atual, 2005.
- POSITIVO, Apostila. **Livro da coordenação. Ensino Médio. 2ª série**. Curitiba-PR: Posigraf S/A, 2005.

2.4.5.1. Ciências e Aplicações de Iezzi et al. (2004, p. 306-342)

- Abordagem

O conteúdo é explanado de forma clara ao longo do capítulo. O livro utiliza diversas situações contextualizadas desde a introdução até os tipos de agrupamentos, e faz uso de muitos exercícios propostos e resolvidos. Ao longo da resolução dos exercícios resolvidos do agrupamento combinação, encontram-se observações referentes ao Princípio Fundamental de Contagem (PFC) enfatizando a relevância na ordem dos elementos (Figura 5). Batanero (1996) fala que o erro em analisar a ordem dos elementos é uma das principais dificuldades de aprendizagem dos alunos.

Observação

Se usássemos o PFC para contar o número de resultados possíveis para o sorteio das bicicletas, teríamos obtido:

$$\underbrace{5} \cdot \underbrace{4} \cdot \underbrace{3} = 60 \text{ possibilidades,}$$

o que *não* é correto. A explicação, como vimos em exemplos resolvidos anteriores, é que o PFC serve para contar o número de seqüências ordenadas que poderiam ser formadas. Nesse exemplo, cada resultado do sorteio é um conjunto *não* ordenado. Veremos, a seguir, como chegar ao resultado correto aplicando duas vezes o PFC.

Figura 5: Observação referente ao PFC (IEZZI et al, 2004,p.327)

- Sistematização

O capítulo inicia com o Princípio Fundamental de Contagem trabalhando muito bem o assunto nos exercícios resolvidos, em seguida traz uma breve explanação de Fatorial. Os tipos de agrupamentos seguem a seguinte seqüência: arranjos, permutações, combinações e permutação com elementos repetidos.

Lima (2001, p.298) realça a relação entre os três tipos de agrupamentos quando diz que “o arranjo nada mais é que uma combinação seguida de uma permutação.” Isso explica o por quê da permutação com elementos repetidos não vir após a definição de permutação, isso deve-se ao fato de a fórmula da permutação com repetição ser verificada com vários exemplos antes de ser introduzida, ficando claro através destes que ela depende do conceito de combinação. Por essa razão, a definição de combinações vem antes de permutações com repetições.

- Contextualização

As questões são muito contextualizadas, tanto na exposição do conteúdo, quanto nos exercícios propostos. As situações-problemas trabalham bem as questões do cotidiano (Figura 6) e o conteúdo favorece essa contextualização. Aproximadamente 74% dos professores afirmam relacionar as situações-problemas de Análise Combinatória com situações do cotidiano. 64% dizem que elas são bem elaboradas e de fácil interpretação. Acredita-se que as situações-problemas quando contextualizadas

facilitam a compreensão do aluno. Mas no ensino da Análise Combinatória 37 % dos professores relataram que o maior empecilho está justamente na dificuldade em raciocinar por parte dos alunos. O professor P.12 afirma que “[...] o erro está na forma como o livro quer que resolva.” Já outro professor revela, que na sua opinião, o problema está nos alunos porque “[...] eles não estão habituados a fazer uma leitura correta” (P.19). No entanto, Lima (2001, p.66) afirma que a Análise Combinatória é um conteúdo matemático que facilita a resolução de problemas intrigantes através de métodos simples. Lima afirma ainda que é um excelente tema para ensinar os alunos a organizarem a forma de raciocinar.

Exemplo 3

Oito pessoas, entre elas Antônio e Pedro, vão posar para uma fotografia. De quantas maneiras elas podem ser dispostas se Antônio e Pedro recusam-se a ficar lado a lado?

Sem levar em conta a restrição apresentada, o número total de possibilidades é $P_8 = 8! = 40\ 320$.

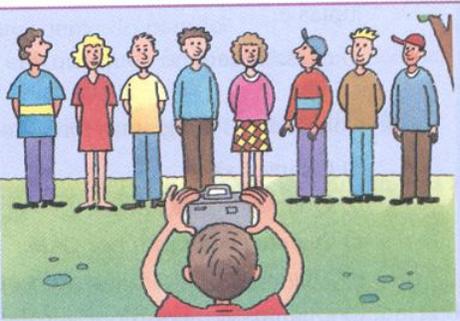


Figura 6: Questão contextualizada (IEZZI et al, 2004, p.323)

- Apresentação dos conceitos de arranjo e combinação

Os tipos de agrupamentos foram apresentados de forma separada, mas na introdução da fórmula de combinação fica clara a relação com os tipos de agrupamento permutação e arranjo (Figura7). Para Lima (2001) “o arranjo nada mais é que uma combinação seguida de uma permutação.” Nesse livro observou-se que a permutação foi apresentada como um caso particular de arranjo.

As questões incentivam o uso das fórmulas, pois, encontram-se poucas situações-problemas envolvendo mais de um tipo de agrupamento. Foi feita a exposição do tipo de agrupamento e depois foram introduzidos os exercícios específicos daquele tipo de agrupamento.

Suponhamos que A, B e C estejam entre os 10 alunos da classe. Essas 720 possibilidades incluem, entre outras, os seguintes arranjos:

$$(A, B, C), (A, C, B), (B, A, C), (B, C, A), (C, A, B) \text{ e } (C, B, A)$$

Em cada um desses casos — que diferem entre si apenas pela ordem dos elementos escolhidos — os alunos A, B e C farão parte da comissão. Assim, os seis arranjos acima passam a ser "equivalentes entre si", correspondendo a uma *única combinação* {A, B, C}, pois determinam sempre a mesma comissão.

Dessa forma, aos seis arranjos corresponde uma combinação; então, para os 720 arranjos, teremos x combinações:

$$\begin{cases} 6 \text{ arranjos} & \text{---} & 1 \text{ combinação} \\ 720 \text{ arranjos} & \text{---} & x \end{cases}$$

Resolvendo a proporção acima, vem:

$$x = \frac{720}{6}$$

isto é:

$$x = 120 \text{ comissões}$$

De modo geral, qualquer permutação de uma determinada seqüência ordenada dá origem a uma única combinação.

Genericamente, o número de combinações de n elementos distintos, tomados k a k , que se indica por $C_{n,k}$, é dado por:

$$C_{n,k} = \frac{A_{n,k}}{R} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, n \geq k$$

Figura 7: Introdução da fórmula de combinação (IEZZI et al, 2004,p.328)

- Como e quando são introduzidas as fórmulas

Após as definições dos agrupamentos, o livro traz sempre uma ou mais questões resolvidas, antes da introdução das fórmulas.

Para Lima (1999, p.123) os problemas onde se deve escolher subconjuntos de um conjunto dado são solucionados por combinações e permutações, e isso faz com que muitas obras não utilizem mais o conceito de arranjo. Na resolução desses exercícios fica bem clara a idéia de conjuntos e subconjuntos, mas como se observa na Figura 8 a obra ainda utiliza o agrupamento arranjo.

Exemplo 1

Dado o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$, vamos escrever todos os arranjos desses quatro elementos tomados dois a dois.

Devemos escrever todas as seqüências ordenadas de dois elementos distintos escolhidos entre os elementos de A. Assim, temos:

$$(1, 2); (1, 3); (1, 4); (2, 1); (2, 3); (2, 4);$$

$$(3, 1); (3, 2); (3, 4); (4, 1); (4, 2); (4, 3)$$

Notemos que $(2, 3) \neq (3, 2)$, isto é, a troca na ordem dos elementos de um possível agrupamento gera um agrupamento diferente.

Figura 8: Resolução usando subconjuntos de um determinado conjunto (IEZZI et al,2004,p.317)

Verificou-se que foi trabalhada a questão de conjuntos e subconjuntos para enfatizar a importância na ordem dos elementos para auxiliar no entendimento da definição de arranjos, antes mesmo de ser introduzida a fórmula. E isso foi observado, novamente, na explanação do conceito de combinação, como mostra a Figura 9.

A fórmula do agrupamento arranjo foi demonstrada. Em combinações e permutações simples elas foram deduzidas através de exemplos.

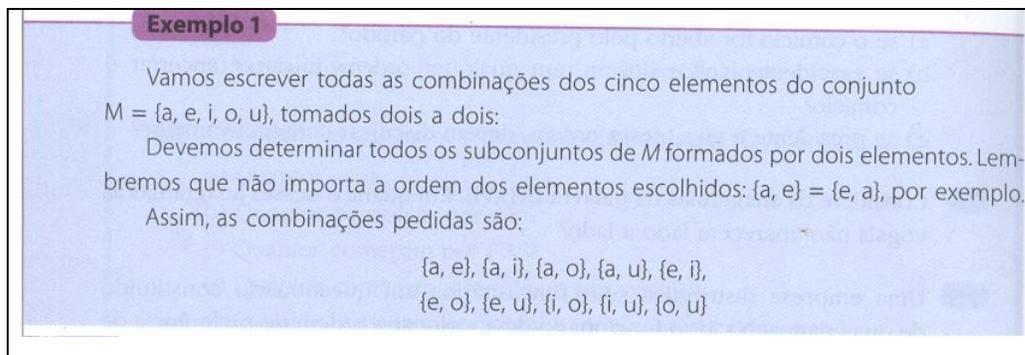


Figura 9: Exemplo envolvendo conjuntos para determinar combinações. (IEZZI et al, 2004,p.326)

- Ênfase na resolução com o auxílio de representações

O livro usa o diagrama de árvore somente na introdução do conteúdo e não utiliza tabelas durante a sua explanação. O diagrama foi apresentado como meio para encontrar todas as possibilidades numa determinada situação-problema, mas ao longo desse conteúdo esse recurso não foi muito valorizado.

- Inclusão de fatos históricos

O livro não usa fatos históricos da Análise Combinatória para expor o conteúdo. Além de poder ser usada como ferramenta didática, a História da Matemática deve auxiliar na relação professor-aluno. “A História da Matemática pode contribuir para que o próprio professor compreenda algumas dificuldades dos alunos, que, de certa maneira podem refletir dificuldades presentes também na construção do conhecimento matemático” (OCEM, 2008, p.86).

2.4.5.2. Dante, Luís Roberto (2004 p.87-116)

- Abordagem

O conteúdo é bem explorado, o autor tem uma preocupação maior com os exercícios resolvidos. Só no agrupamento arranjos simples observa-se doze questões resolvidas, detalhando bem esse tipo de agrupamento com situações-problemas que trazem duas opções de resoluções: *sem usar a fórmula* ou *usando a fórmula*.

O livro utiliza “boxes” que o autor chama de *Para Refletir* (Figura 10 e Figura 11) que procura estimular muitas vezes o raciocínio do aluno em determinada questão ou explicar melhor um item do conteúdo.

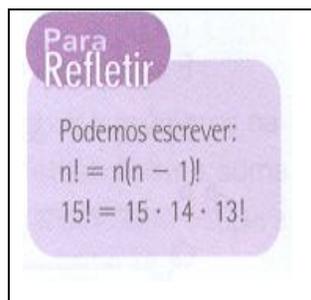


Figura10: Box “Para Refletir” (DANTE, 2004, p.93)

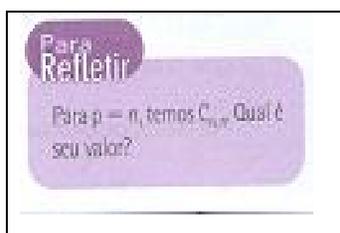


Figura. 11: Box “Para Refletir” (DANTE, 2004, p.103)

A maioria dos professores afirmou que os alunos têm dificuldade em raciocinar, quando eles relataram que “[..] é uma parte da Matemática que requer muito raciocínio, os alunos não gostam porque não estão preparados.” Os professores P.9 e

P.11 afirmaram que “os alunos querem fórmulas e eu trabalho apenas com os Princípio Fundamental de Contagem e o raciocínio.” O relato dos professores revela a dificuldade que os alunos têm em raciocinar e mostra que eles de certa forma acomodam-se com as fórmulas que são inseridas para expor o conteúdo Análise Combinatória.

- Sistematização

Para apresentar o conteúdo o livro seguiu a ordem: Princípio Fundamental da Contagem, permutações simples e fatorial de um número, arranjos simples, combinações simples e permutações com repetição e ainda traz ao final do capítulo o assunto de Binômio de Newton. Observa-se que fatorial é dado após a definição de permutação simples para que fosse mostrado que o número encontrado com as permutações simples é na verdade o fatorial de um número natural.

- Contextualização

As questões são bem contextualizadas, porém, em permutação simples e fatorial de um número natural acredita-se que poderia ter tido mais situações aplicadas ao cotidiano. Os exercícios são baseados na sua maioria em cálculo de anagramas, em encontrar números com Algarismos distintos ou não, e em aplicação da fórmula de fatorial.

- Apresentação dos conceitos de arranjo e combinação

Observou-se que a introdução do conceito de arranjo foi apresentado após o conceito de permutação. E antes de ser apresentada a fórmula de arranjo, a definição desse agrupamento deixou claro que para os autores a permutação é um caso particular de arranjo.

Após a definição de combinação simples verificou-se que o autor fez duas observações, uma com relação à ordem dos elementos e outra detalhando a relação da fórmula de combinação com arranjos e permutações.

Observações:

1º) Como são subconjuntos de um conjunto, a ordem dos elementos não importa. Só consideramos subconjuntos distintos os que diferem pela natureza dos seus elementos.

2º) Como foi observado acima, do mesmo modo que se obtém a fórmula da combinação por meio da divisão de um arranjo pela permutação, podemos obter a combinação **sem usar a fórmula**, calculando o arranjo **sem a fórmula** e dividindo o resultado pela permutação dos elementos escolhidos. (Dante, p.102)

Na segunda observação o aluno é estimulado a desprender-se do uso de fórmulas.

- Como e quando são introduzidas as fórmulas

Todas as fórmulas foram apresentadas com demonstração matemáticas. A definição de cada agrupamento é dada após as demonstrações. Antes da introdução da fórmula de arranjo simples foram introduzidas questões destacando a ordem dos elementos, usando o PFC e o diagrama de árvore. Já em combinações os exercícios que iniciam o assunto realçam muito bem a idéia da escolha de subconjuntos de um conjunto. (Figura 12). Morgado et al (1991,p.1) revelam que “os arranjos, combinações e permutações são conceitos dentro da Análise Combinatória que permitem resolver somente os tipos de problemas de contagem de certos tipos de um conjunto finito, sem que seja necessário enumerar seus elementos.”

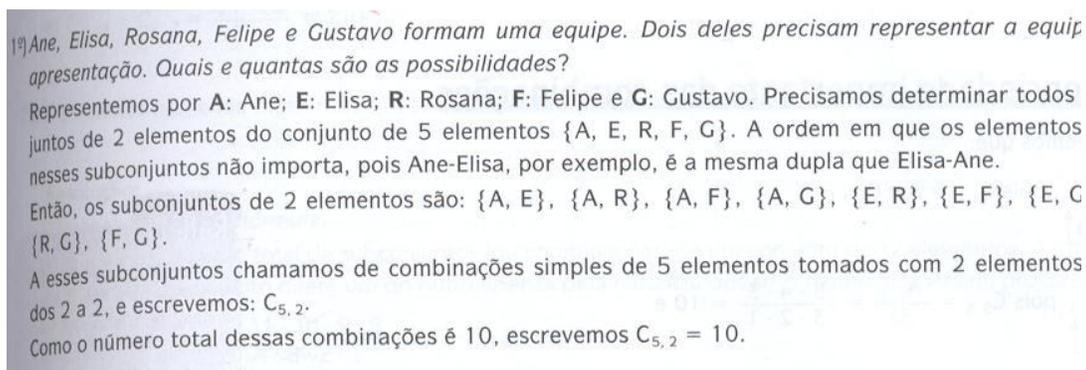


Figura 12: Exemplo que introduz o agrupamento combinação (DANTE, 2004,p.101)

- Ênfase na resolução com o auxílio de representações

Nessa obra didática os diagramas de árvore foram muito utilizados desde o Princípio Fundamental de Contagem aos tipos de agrupamentos, com exceção do agrupamento combinação. Os exercícios que introduziram o PFC e os demais tipos de

agrupamentos sempre utilizavam a árvore de possibilidades, incentivando o aluno ao uso de tal representação como mostra a Figura 13. Também foram apresentados diagramas para explicar melhor a questão da ordem e da natureza dos elementos.

5. De quantas maneiras podem ser arrumados de forma horizontal três selos: 1 da Argentina, 1 do Brasil e 1 do Chile?

Resolução:
Temos três tipos de selo que indicaremos por **A**: Argentina; **B**: Brasil; **C**: Chile. Para saber de quantas maneiras eles podem ser arrumados horizontalmente, podemos construir a árvore de possibilidades:

3 possibilidades 2 possibilidades 1 possibilidade

Usando o princípio fundamental da contagem, temos $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ possibilidades.
Os agrupamentos ordenados são: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.

Observação: Podemos calcular diretamente o número de permutações simples de 3 elementos:
 $P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.
Logo, é possível arrumar os três selos de 6 maneiras diferentes.

Figura 13: Questão que utiliza a árvore de possibilidades. (DANTE, 2004,p.93)

- Inclusão de fatos históricos

Nesse livro também não foi observado a história da Análise Combinatória ou, da Matemática no geral, como recurso didático para o ensino do conteúdo.

2.4.5.3. Matemática: Volume único Gelson Iezzi et al - 3 ed. - São Paulo: Atual, 2005. (p. 356-374)

- Abordagem

O conteúdo de Análise Combinatória nesse livro não se apresenta de forma muito detalhada por tratar-se de uma obra de volume único onde se procura expor todos os conteúdos que fazem parte da matriz curricular do Ensino Médio. Apresenta poucas questões resolvidas, porém bastante contextualizadas e muitos exercícios propostos. Ao final do capítulo tem-se os *Desafios* com duas questões como recurso para estimular o raciocínio do aluno.

- Sistematização

A seqüência usada para expor o conteúdo foi: PFC, Fatorial de um número natural, arranjos, permutações, combinações e permutações com elementos repetidos.

Observou-se que Fatorial foi dado antes de qualquer tipo de agrupamento, incentivando o uso dessa fórmula nos exercícios que vêm na seqüência. Ao contrário da obra anterior, quando Permutação simples é apresentada não se destaca a relação entre Fatorial de um número natural e permutação simples de n elementos.

- Contextualização

Como se verificou nas obras analisadas anteriormente, as questões são muito contextualizadas (Figura 14), com exceção, do tópico Fatorial, em cuja abordagem, há um incentivo ao uso somente da definição para o cálculo de Fatorial. Isso foi verificado desde a introdução até permutações com elementos repetidos, concluindo com os Testes de Vestibulares em que, aproximadamente, 73% das questões eram bastante contextualizadas.



Figura 14: Situação-problema contextualizada. (IEZZI et al,2005, p.358)

- Apresentação dos conceitos de arranjos e combinação

No tipo de agrupamento arranjo a explanação iniciou-se com uma situação contextualizada, mostrando o que é um arranjo dentro dessa situação, e resolvendo através do PFC. Para ser demonstrada a fórmula de arranjos, o autor usa o PFC, logo após a demonstração, é introduzida a fórmula. Em combinações é destacada novamente a questão dos subconjuntos numa situação-problema que inicia o agrupamento e logo em seguida, explica o por quê de não ter sido usado o PFC, falando novamente da ordem dos elementos. Para Lima (2001, p.123) “as combinações e permutações resolvem o problema onde devem escolher subconjuntos de um conjunto dado e,

eventualmente formam listas ordenadas de seus elementos.” Na situação-problema mostrada abaixo, a relevância da ordem dos elementos também é mencionada, fazendo-se um comparativo entre arranjos e combinações.

- Situação-problema 1:

Para organizar um coquetel de lançamento de um produto, o departamento de eventos de uma empresa terá que escolher três entre cinco salgadinhos que um bufê oferece: coxinha(C) empadinha (E), rissole (R), quibe(Q) e minibauru (B). Como poderão ser escolhidos os três salgadinhos que serão oferecidos no coquetel?

(IEZZI et al,2005,

p.366)

- Comentário:

Num primeiro momento, são dadas 10 opções de escolha dos três salgadinhos, realçando a questão dos subconjuntos, afirmando que aquelas opções são combinações dos cinco salgadinhos tomados três a três, antes de mostrar a definição de combinação.

No segundo momento, é usado também o PFC, mostrando que não seria correta a utilização do mesmo, levando-se em consideração a ordem dos elementos. Depois, mostra-se outra forma de resolução, calculando na mesma situação o número de arranjos (o mesmo cálculo do PFC). E antes de mostrar a fórmula de combinação, é mostrada uma proporção entre arranjos e combinações. O mesmo acontece no livro Matemática: ciências e aplicações analisado anteriormente (Figura 7).

- Como e quando são introduzidas as fórmulas

Como no livro Matemática: Ciências e Aplicações, as fórmulas foram introduzidas após a definição. A demonstração do tipo de agrupamento arranjo foi feita de maneira formal, partindo do PFC. Na combinação foi dada a situação-problema 1, e então, através da resolução descrita no comentário da situação-problema 1, a fórmula foi deduzida.

Na permutação com elementos repetidos, antes do livro apresentar a fórmula, os autores dividiram as situações em dois casos: *quando apenas um elemento se repete* e *quando dois elementos diferentes se repetem*. Esses casos foram mostrados através de exercícios diferentes. Acredita-se que a fórmula desse tipo de permutação poderia ter sido explanada de forma mais clara, visto que, ela é apresentada, nos dois casos, como forma de um produto entre combinação e permutação simples não ficando

visível o por quê desse produto (Figura 15). A Análise Combinatória pode ser confundida com mera manipulação de fórmulas quando o aluno não é estimulado a raciocinar diante das diferentes situações apresentadas, fazendo com que a aprendizagem ocorra de forma mecânica, alerta Morgado (1991, p.2).

1º) *Apenas um elemento se repete*
 Seja a palavra PARAÍBA; vamos determinar seu número de anagramas.
 Vamos escolher, de início, as posições que as letras P, R, I, B podem ocupar no anagrama. Trata-se de escolher 4 entre 7 lacunas (ao todo são 7 letras). Isso pode ser feito de $C_{7,4} = 35$ maneiras. Para fixar idéias, acompanhe o esquema, em que é apresentada *uma* possível escolha de lugares:

| | | | | | | |
|--|---|--|---|--|---|---|
| | P | | R | | B | I |
|--|---|--|---|--|---|---|

(É claro que nas posições vazias devem figurar as letras A.)

Para a escolha acima (2º, 4º, 6º e 7º lugares), as letras P, R, B, I podem ser permutadas entre si, num total de $P_4 = 4! = 24$ maneiras.

Os raciocínios anteriores sugerem que o número de anagramas que podem ser formados é dado por:

$$C_{7,4} \cdot P_4 = \frac{7!}{4!3!} \cdot 4! = \frac{7!}{3!} \leftarrow \begin{array}{l} 7 \text{ é o número total de letras} \\ 3 \text{ é o número de vezes que a letra A aparece} \end{array}$$

Indicaremos esse número por $P_7^{(3)}$.

Figura 15: Exemplo usando permutação com elementos repetidos. (IEZZI et al,2005, p.370)

- Ênfase na resolução com o auxílio de representações

A matemática trabalha com objetos abstratos. Ou seja, os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção, necessitando para sua apreensão o uso de uma representação. (ESTEVES, 2001, p.72). A obra apresenta o diagrama de árvore apenas quando faz a exposição do PFC, depois não o utiliza mais em nenhum dos exercícios como opção de resolução. Nenhuma outra forma de representações como tabelas ou gráficos são verificadas. Entende-se que dessa forma os alunos são estimulados, praticamente, a usarem as fórmulas como única opção para encontrar a solução das questões apresentadas.

- Inclusão de fatos históricos

Como nas obras analisadas anteriormente, ela também não traz a história da Análise Combinatória para expor o conteúdo.

2.4.5.4. Apostila Positivo (2005)

- Abordagem

Esse material didático é uma apostila usada, geralmente, em cursinhos pré-vestibulares e que é adotado em uma das escolas pesquisadas. Geralmente, essas apostilas têm uma linguagem mais voltada para os Vestibulares. Esse material analisado é uma apostila para uso do professor, portanto, com orientações metodológicas sobre os assuntos abordados. Os recursos usados para expor o conteúdo foram ‘momentos’ (POSITIVO, 2005, p.13) como traz a apostila, que objetivam esclarecer melhor o assunto. Alguns deles são mostrados na Figura16 e Figura17.

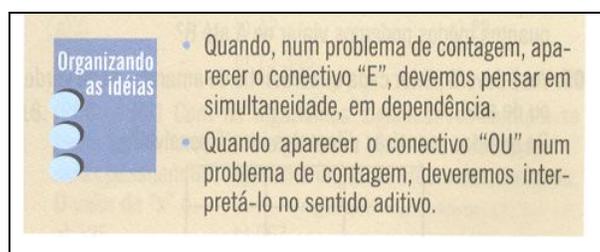


Figura 16: Momento Organizando as idéias. (POSITIVO 2005, 1º Bimestre, p.23)

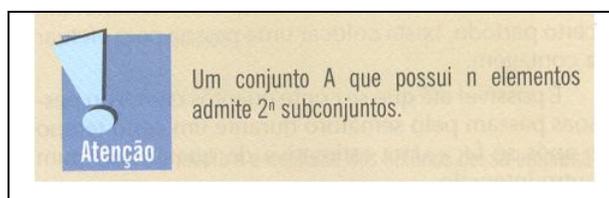


Figura 17: Momento Atenção. (POSITIVO, 2005, 1º Bimestre, p.22)

O *Organizando as idéias* objetivou fixar nos alunos alguns conceitos que precisam ficar bem esclarecidos (Figura 16). O momento *Atenção* (Figura 17) foi “usado para destacar alguma idéia ou até mesmo retomar algum conhecimento [...]” (POSITIVO p.18)

- Sistematização

O material do 2º ano do Ensino Médio é dividido por bimestres e, portanto, o conteúdo de Análise Combinatória é dado ao longo dos dois primeiros bimestres. A divisão do conteúdo foi feita como mostrado abaixo:

1º BIMESTRE:

- Processos básicos de contagem

- Princípio Fundamental de Contagem
- Princípio Aditivo de Contagem

2º BIMESTRE:

- Efetuando permutações

- Permutações
- Arranjos simples
- Combinação simples e permutação com repetição

Percebe-se que essa foi a única obra que se preocupou com o Princípio Aditivo de Contagem (PAC). Sabe-se que o PAC e o PFC são importantes para um melhor entendimento da Análise Combinatória, bem como de outros conteúdos que são dados posteriormente como o conteúdo de Probabilidade. Todos os professores afirmaram que os alunos têm dificuldade no aprendizado da Probabilidade. Acredita-se que isso está relacionado à dificuldade encontrada, também em assimilar a Análise Combinatória. Para Morgado et al (1991, p.6) “ o desenvolvimento da Análise Combinatória deve-se em grande parte à necessidade de resolver problemas de contagem originados na teoria de probabilidades.

- Contextualização

Embora existam poucas questões resolvidas, a maioria delas são bem contextualizadas. Nas *Atividades*, referentes às questões propostas, também se tem grande parte de situações aplicadas ao cotidiano. No tópico que explica Fatorial de um número natural, embora a obra inicie com uma situação contextualizada, a exposição foi feita de forma mecânica estimulando tão somente o uso da fórmula e sem preocupar-se com a definição.

Observa-se no trecho, a seguir, a forma como é iniciada a introdução de Fatorial, sem nenhum tipo de contextualização:

Nos problemas de contagem é muito comum um tipo de problema em que, para se obter o resultado referente ao total de possibilidades, deve-se multiplicar um determinado número natural pelos seus antecedentes até chegar à unidade.

Figura 18: Texto que introduz Fatorial (POSITIVO, 2005, 2º Bimestre, p.2)

Mesmo tendo verificado isso em Fatorial, ocorre uma boa contextualização em todos os tipos de agrupamentos.

- Apresentação dos conceitos de arranjo e combinação

O material destaca bem que o agrupamento arranjos pode ser resolvido pelo Princípio Multiplicativo. “É importante observar que tanto os problemas relacionados ao que aqui se denomina permutação quanto arranjos simples são resolvidos pelo Princípio Multiplicativo” (POSITIVO, 2005, p.6).

Para exposição do agrupamento combinação simples, a obra usou as idéias de conjuntos e subconjuntos, realçando a questão da ordem dos elementos dos subconjuntos. Referiu-se somente às permutações simples e ao Princípio Multiplicativo, usando esses subconjuntos, e não mencionando o agrupamento arranjos.

- Como foram introduzidas as fórmulas

De uma forma clara, a apostila mostra através de um exercício resolvido envolvendo conjuntos, a origem da fórmula da combinação simples.

- Situação-problema 2

Assim, por exemplo, as combinações simples (subconjuntos) com 3 elementos do conjunto $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ são: (POSITIVO, 2º Bimestre, p.8)

-Comentário:

Na resolução, inicialmente é usado o Princípio Multiplicativo para calcular o total de subconjuntos de 3 elementos. Depois é utilizada a permutação simples para mostrar quantas vezes cada combinação foi contada. Por fim, é apresentado como ficaria o cálculo das combinações antes de fornecer a fórmula. No final do agrupamento é feita a demonstração da fórmula.

Já na situação-problema abaixo que ilustra o agrupamento arranjo, a apostila mostra como ela seria resolvida usando o Princípio Multiplicativo, logo depois ela mostra os arranjos formados. A fórmula de arranjos é primeiramente introduzida, sendo depois demonstrada.

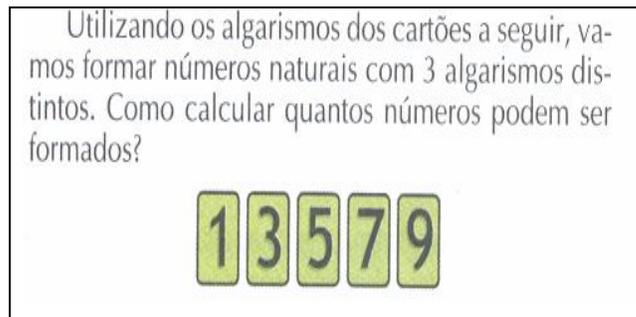


Figura19: Situação-problema que envolve arranjos.

(POSITIVO, 2005, 2º Bimestre, p.5)



Assim, pelo princípio multiplicativo, podemos formar $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ números com 3 algarismos distintos. Dizemos que fizemos 60 arranjos desses 5 algarismos tomados 3 a 3, isto é:

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 135 | 315 | 513 | 713 | 913 |
| 137 | 317 | 517 | 715 | 915 |
| 139 | 319 | 519 | 719 | 917 |
| 153 | 351 | 531 | 731 | 931 |
| 157 | 357 | 537 | 735 | 935 |
| 159 | 359 | 539 | 739 | 937 |
| 173 | 371 | 571 | 751 | 951 |
| 175 | 375 | 573 | 753 | 953 |
| 179 | 379 | 579 | 759 | 957 |
| 193 | 391 | 591 | 791 | 971 |
| 195 | 395 | 593 | 793 | 973 |
| 197 | 397 | 597 | 795 | 975 |

Essa quantidade de arranjos simples poderia ser indicada por

$$A_{5,3} \text{ ou } A_5^3$$

lê-se: arranjo de 5 elementos tomados 3 a 3.

Observação:

Podemos calcular o número de arranjos de 5 elementos tomados 3 a 3, utilizando fatorial, ou seja:

$$A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \quad \therefore A_5^3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!}$$

$$A_5^3 = \frac{5!}{2!} \rightarrow A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!}$$

Figura 20: Resolução da questão da Figura 19(POSITIVO, 2005, 2º Bimestre, p.2)

Foram feitas as demonstrações matemáticas dos tipos de agrupamentos usando os momentos *Organizando as idéias*.

- Ênfase na resolução com o auxílio de representações

A obra didática usou a árvore de possibilidades como opção de resolução, somente, para uma das questões que ilustravam o Princípio Fundamental de Contagem.

- Inclusão de fatores históricos

No material também não se verificou fato histórico. Acredita-se que o uso da história da Análise Combinatória ajudaria a entender melhor o conteúdo, bem como os tipos de agrupamentos.

Considerando-se os critérios usados na pesquisa e os estudos complementares apresentados dos quatro livros didáticos de Matemática adotados nas escolas de Ensino Médio do município de Floriano/PI (Iezzi et al (2004); Dante (2004); Iezzi (2005) e a Apostila Positivo (2005)), o livro do autor Dante (2004) destacou-se por expor o conteúdo Análise Combinatória de uma forma mais acessível ao aluno e ao professor. Embora, haja semelhança na contextualização e no uso de fórmulas do livro de Dante (2004) com os outros livros didáticos avaliados o destaque se encontra no incentivo do autor, de muitas vezes, não utilizar somente fórmulas na resolução dos problemas.

Dante (2004) se destacou, também, pelo fato de incentivar muito a resolução de problemas de Análise Combinatória pelo Princípio Fundamental de Contagem e uso de recursos como o diagrama de árvore. Além disso, utilizou “boxes” que são recursos usados pelo autor para estimular o raciocínio dos alunos, e fez várias observações auxiliando, também, o professor em pontos que precisavam ser enfatizados.

3. Considerações Finais

Os professores de Matemática de Floriano-PI que trabalham o conteúdo de Análise Combinatória têm, na sua maioria, a formação inicial na área específica. Todos acham relevante o conteúdo para o currículo do Ensino Médio e destacam seu valor formativo e instrumental. Eles consideram salutar o conteúdo por citar, justamente, esse caráter formativo e instrumental.

Noventa por cento dos docentes usam outros recursos didáticos como complemento ao livro didático no ensino do conteúdo. Dentre os recursos mais citados pelos professores para o ensino do conteúdo estão os materiais concretos como bolas coloridas, a material lúdico, baralho, jornais, revistas. Compasso, transferidor, metro e figuras com bandeiras também foram apontados como materiais para as aulas de Análise Combinatória, porém, os professores não explicaram como usariam esses recursos ao ensinar o conteúdo.

Quando investigados, os professores falaram da aprendizagem dos alunos e ressaltaram como principais barreiras para o sucesso do processo: a dificuldade dos alunos em raciocinar, em interpretar os problemas sugeridos nas obras e em trabalhar com conceitos específicos do conteúdo como arranjos, combinações e permutações.

Constatou-se também, que essas dificuldades não estão relacionadas com as questões contidas no livro didático, pois, no relato dos professores eles afirmam que estas são muito bem formuladas e há bastante contextualização nas situações-problemas. Postula-se que o problema está no fato de os professores estarem, de certa forma, acomodados com as aulas de Matemática que, por muitas vezes, não incentivam o aluno a raciocinar e a interpretar os problemas sem que necessitem resolver mecanicamente tais questões.

O ensino e aprendizagem da Análise Combinatória chama atenção porque os professores citaram formas de inovação nas aulas de Matemática usando recursos didáticos, apontaram muitos pontos positivos acerca do livro didático, como exemplo, a presença de muitas questões contextualizadas. Mas, mesmo assim, além de identificar a falta de capacidade dos alunos em interpretar, os professores ressaltaram também, que não conseguem desenvolver no aluno essa competência.

Durante a pesquisa onze por cento dos docentes destacaram a importância de iniciar a expor o conteúdo de Análise Combinatória no Ensino Fundamental para facilitar o ensino do conteúdo quando esses alunos chegarem ao Ensino Médio.

Concorda-se com essa idéia de introduzir o conteúdo Análise Combinatória desde os ciclos iniciais no Ensino Fundamental, desde que, o aluno possa entender esse conteúdo sem o uso de fórmula, ou seja, visualizando o conteúdo pelo Princípio Fundamental de Contagem (PFC), como já é feito, só que fixando mais tais conceitos. Podendo, falar, por exemplo, da relevância da ordem dos elementos de um agrupamento.

A análise dos livros citados pelos professores de Floriano mostrou que eles trazem uma boa explanação do conteúdo. Percebe-se que existiu um cuidado na introdução das fórmulas, pois, a sua maioria foi demonstrada e eram acompanhadas de situações-problemas que quase sempre apresentavam outra forma de resolução que dispensava o uso dessas fórmulas, fazendo uso, muitas vezes, do Princípio Multiplicativo. Mesmo assim, os livros analisados muitas vezes induziram ao uso somente de fórmulas, o que seria uma dificuldade para desenvolver o raciocínio nos alunos.

Os livros têm procurado trabalhar mais o PFC e destacam a escolha dos subconjuntos de um determinado conjunto para o cálculo de combinações. Contudo, ainda não deixaram de falar do agrupamento arranjo que se torna desnecessário quando se usa o PFC. Acredita-se que se o PFC fosse bem explorado, o aluno seria capaz de fixar melhor conceitos essenciais da Análise Combinatória e assim, facilitaria a aprendizagem do conteúdo.

As obras analisadas trazem os tipos de agrupamentos separadamente, e não preocupam-se em relacionar esses agrupamentos. Não deixando claras as diferenças essenciais entre eles. Como as questões só trabalham um agrupamento de cada vez, fica mais difícil para o aluno e para o professor visualizar essas diferenças.

A partir dessas considerações, sugere-se que os livros didáticos procurem relacionar os tipos de agrupamentos não só na exposição do conteúdo, mas também na formulação das questões para que o aluno possa perceber as diferenças entre esses agrupamentos. O aluno deve perceber a importância do PFC e não sentir-se “pressionado” pelo livro a usar uma ou outra fórmula, ficando livre para pensar e decidir a melhor forma para resolver cada questão.

As questões em Análise Combinatória são muito contextualizadas, conclui-se que o problema está em como o livro quer que sejam resolvidas essas questões, levando o aluno a muitas vezes não tentar uma forma de resolução diferente da que o livro traz. Eles devem desenvolver no aluno a capacidade de interpretá-las. O professor

deve sentir-se à vontade para resolver uma situação-problema sem que o livro dite a forma de resolução, geralmente, usando fórmulas e incentivando a uma forma de resolução mecânica.

REFERÊNCIAS

ABTE. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE TECNOLOGIA EDUCACIONAL
http://www.abt-br.org.br/index.php?option=com_content&task=view&id=333&Itemid=2 Acesso em 12 de janeiro de 2009.

ALMEIDA, Adriana. **Trabalhando matemática financeira em uma sala de aula do Ensino Médio da escola pública**. Campinas-SP, 2004. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação.

AZAMBUJA, Carmem Regina Jardim de. **Oficinas pedagógicas de matemática da PURCS contribuições à prática de professores de matemática do ensino Fundamental e Médio**. Porto Alegre, 1999. Dissertação de Mestrado em Educação, PURCS.

BATANERO, M.C.; GODINO, J.D. y NAVARRO-PELAYO, V. Razonamiento Combinatorio En Alumnos de Secundaria. **Educación Matemática**, 8(1), pp.26-39, 1996.

BATANERO C. et al. Estratégias em La Resolución de Problemas Combinatórios por Estudiantes com Preparación Matemática Avanzada. **Epsilon** (36), .433-446, 1997.

BIANCHI, Maria Izabel Zanutto. **Uma reflexão sobre a presença da história da matemática nos livros didáticos**. Rio Claro-SP, 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista.

BRASIL. Ministério de Educação. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Conselho Deliberativo. Resolução Nº 21 de 25 de novembro de 1998.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/SEF, 1999.

_____. Parecer CNE/CP 9/2001 8 de maio de 2001. Diretrizes curriculares nacionais para a Formação de professores da Educação básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**, Brasília, seção 1, p.31, 18 jan. 2002.

_____. Ministério de Educação. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Conselho Deliberativo. Resolução Nº 38 de 15 de outubro de 2003.

_____. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. **Orientações Curriculares para o ensino médio**; volume 2.

_____. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008. **Matemática: Catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio: PNLEM/2009**. Fundo Nacional do livro para o Ensino Médio.

_____. Ministério de Educação e Cultura. Disponível em: < www.mec.gov.br > . Acesso em: 15 de agosto de 2008.

COSTA, Claudinei Aparecido da. **As concepções dos professores de matemática sobre o uso da modelagem no desenvolvimento do raciocínio combinatório no Ensino Fundamental**. São Paulo, 2003. Mestrado em Educação Matemática. PUC/SP.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Por que se ensina matemática?** Disciplina à distância da SBEM. Disponível em: < http://www.cidadeescola.com.br/eventos/reuniao2004/pos/por_que_se_ensina_matematica_natureza.htm > Acesso em: 05 de maio de 2008.

DANTE, Luís Roberto. **Matemática**, 1. ed., São Paulo: Ática, , 2004.

DURVAL, M.T.F. **O aprendizado da geometria no Ensino Médio- origens de dificuldades e propostas alternativas**. Florianópolis, 2002. Dissertação (Mestrado: Engenharia de Produção). Universidade Federal de Santa Catarina. Disponível em: < <http://www.biblioteca.universia.net.htm> > Acesso em :04 de junho de 2008.

ESTEVES, Inês. **Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos – 8ª série do Ensino Fundamental**. São Paulo, 2001. Dissertação (Mestrado:Educação Matemática). PUC-SP. Disponível em: < www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_ines_esteves.pdf > Acesso em: 01 abr 2007.

FERNANDES, J.R.O. O livro didático e a pedagogia do cidadão: o papel do instituto histórico e geográfico brasileiro no ensino de história. **Revista Saeculum**13, p.121-131, 2005. Disponível em: < http://www.cchla.ufpb.br/saeculum/saeculum13_art09_fernandes.pdf >

FIGUEIREDO, E.M.P. O que está sendo ensinado em nossas escolas é de fato, matemática? **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, v.36, p.1-5, 2005. Disponível em: < www.rieoei.org/deloslectores/944Paiva.pdf > . Acesso em 20 nov. 2006.

GARNICA, A.V. M; SOUZA, L.A. Formação de professores de Matemática: um estudo sobre a influência da formação pedagógica prévia em um curso de Licenciatura. **Revista Ciência & Educação**, v.10, n.1.p.23-39, 2004.

IBGE. **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística**. Disponível em: [http://<www.ibge.gov.br/cidades>](http://www.ibge.gov.br/cidades). Acesso em : 12 mar 2008.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática: ciência e aplicações**, 2. ed.: São Paulo: Ática, 2004.

_____. **Matemática: volume único/**- 3 ed. – São paulo: Atual, 2005.

LEMOS, E. S.. (Re) situando a Teoria de Aprendizagem Significativa na Prática Docente, na Formação de Professores e nas Investigações Educativas em Ciências. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 5, p. 38-51, 2005.

LIMA, Elon Lages. **Exame de textos: Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio** .Coleção de professores de matemática. Rio de janeiro: SBM, 2001.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E.D.A.**Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

LOPES, **Livro didático de matemática: concepções, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em Educação Matemática** Campinas, 2000. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

MACIEL, Domicio Magalhães. **A avaliação no processo ensino-aprendizagem de matemática, no Ensino Médio: uma abordagem formativa sócio-cognitivista**. Campinas, 2003. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

MANDARINO, Mônica Cerbella Freire; 2004 . **Os professores e a arte de formular problemas contextualizados**. Disponível em : < www.bienasbm.ufba.br/OF12.pdf. >. Acesso em : 06 mar 2007.

MORGADO, Augusto César de Oliveira et al. **Análise Combinatória e Probabilidade**. Coleção do professor de matemática. 7 ed. Rio de janeiro: SBM,1991.

PAVÃO, Zélia Milléo. Formação do professor-educador matemático em cursos de Licenciatura. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v.6, n.18, p.161-168, maio/ago. 2006.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. 2 ed. Rio de Janeiro: Interciência Ltda, 1995.

POSITIVO, Apostila: **livro da coordenação. Ensino Médio. 2ª série**. Curitiba-PR: Posigraf S/A, 2005.

REIS, F.S.. A Formação do Professor de Matemática do Ensino Superior. **Escritos sobre Educação**, Ibirité-MG, v.2, n.2., p.15-22, 2003.

REHFELDT, Márcia J.H; FLÔRES, Maria L.P; BERCHT, Magda. Um modelo afetivo de aprendizagem para o estudo de Análise Combinatória. **In CITED-UFRGS. Novas Tecnologias da Educação**. v.3 Nº 2, novembro, 2005. Acesso em : 06 mar. 2007.

ROCHA, J. A. **Investigando a aprendizagem de análise combinatória simples em uma turma de licenciandos em matemática submetida a uma prática de ensino tradicional**. Recife, 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco. Disponível em:
http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicacao_Cientifica/Trabalhos/CC06616658449T.doc. > acesso em 29 de setembro de 2008.

RUIZ, A.B; RAMOS, M.N; HINGEL, M. **Escassez de professores no Ensino Médio: propostas estruturais e emergenciais**. CNE/CEB, 2007.

SOARES, F. G. E. P. As atitudes de alunos do ensino básico em relação à matemática e o papel do professor. **In: VI epeco**, 2003, Campo Grande. Anais do VI EPECO. Campo Grande : ed UCDB/UFMS, 2003. v. 01.

STURM, Wilton. **As possibilidades de um ensino da análise combinatória sob uma abordagem alternativa**. Campinas, SP, 1999. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

ANEXOS

**UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**



Prezado(a) Colega

Solicito tua colaboração para esta pesquisa, respondendo as questões propostas. Trata-se da pesquisa relativa à minha dissertação de mestrado.

Obrigada

Kátia

- Problema de pesquisa: Como é desenvolvido o ensino da Análise Combinatória no Ensino Médio nas escolas públicas estaduais e particulares do Município de Floriano-PI e qual a importância desse conteúdo na visão dos professores de Matemática dessa região?
- Questionário aplicado aos professores de Matemática do Ensino Médio
- Pesquisadora: Kátia Aires Braga
- Orientador: Prof. Dr. Arno Bayer

1. Você considera a Análise Combinatória um assunto relevante no currículo de matemática do Ensino Médio? Por que?
2. Você identifica dificuldades dos alunos relacionados a esse tema?
3. Quais as principais dificuldades dos alunos identificadas por você na aprendizagem do conteúdo?
4. Que pontos positivos e negativos você apontaria acerca da abordagem da Análise Combinatória no livro didático adotado?
5. Nas aulas de Análise Combinatória, qual a metodologia mais adequada?
6. O livro didático apresenta problemas na introdução das fórmulas da análise combinatória?
7. As questões de Análise Combinatória apresentam uma boa contextualização? Elas são bem elaboradas e de fácil interpretação?
8. Os livros incluem os fatos históricos na explanação do conteúdo?



UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Prezado(a) Colega

Solicito tua colaboração para esta pesquisa, respondendo as questões propostas. Trata-se da pesquisa relativa à minha dissertação de mestrado.

Obrigada

Kátia

- **Problema de pesquisa:** Como é desenvolvido o ensino da Análise Combinatória no Ensino Médio nas escolas públicas estaduais e particulares do Município de Floriano-PI e qual a importância desse conteúdo na visão dos professores de Matemática dessa região?
- **Questionário aplicado aos professores de Matemática do Ensino Médio**
- **Pesquisadora:** Kátia Aires Martins Braga
- **Orientador:** Prof. Dr. Arno Bayer

Nome: Claudio de Sousa Góes
Escola em que leciona: U.E. D. J. A. NUNES e Unidade de Ensino Docentes João de Fleivono.

1. Qual é o seu grau de instrução?
 graduado
 cursando graduação
 graduado com pós-graduação
 nenhuma das opções
2. Qual o sexo?
 Feminino
 Masculino
3. Qual é a sua graduação ou curso que está cursando?
Lic. Plena em Matemática.
4. A Análise Combinatória é um conteúdo importante para o aluno do Ensino Médio? Por que?
Sim.
5. Você tem alguma dificuldade em ensinar o assunto de análise combinatória?
 SIM NÃO
6. Se tem, aponte quais seriam essas dificuldades.

7. Como você classificaria o tempo disponível para desenvolver o conteúdo de Análise Combinatória na sala de aula do Ensino Médio?

() Pouco tempo
 Tempo suficiente
 () Muito tempo

8. Você utiliza livro didático?

SIM () NÃO

9. Você utiliza alguns outros recursos didático como complemento ao livro utilizado? Quais?

Sim. Materiais concretos e também as construções dos mesmos pelos alunos.

10. Os alunos, em geral, demonstram interesse pelo estudo da Análise Combinatória?

() Demonstram muito interesse
 Demonstram pouco interesse
 () Demonstram nenhum interesse

11. Você costuma relacionar as situações-problema da Análise Combinatória com situações do cotidiano?

sempre () às vezes () nunca

12. Quais sugestões você daria para dinamizar as aulas de Análise Combinatória?

() Uso de softwares Uso de vídeos Uso de materiais concretos
 () Uso de outros materiais

13. Qual a maior dificuldade identificada por você na aprendizagem da Análise Combinatória?

O raciocínio. Pois os alunos querem fórmulas e eu trabalho apenas com os princípios fundamentais da contagem e o raciocínio.

14. Você identifica que os alunos têm dificuldade no aprendizado de Probabilidade?

SIM () NÃO

15. O currículo do Ensino Médio favorece que o ensino da Análise Combinatória seja feito de forma que facilite o aprendizado do aluno?

() SIM NÃO

16. Comente a questão anterior.

Pois na forma como está nos livros didáticos com fórmulas para permutação, simples, círculo, com repetição, o ensino da combinação, isso dificulta a aprendizagem, tira o brilho que o assunto dá a situação.

17. A forma como a Análise Combinatória é desenvolvida pode estar interferindo no aprendizado de Probabilidade? Comente.

Sim. Pois para resolver uma questão de probabilidade muitos alunos não a fazem por não saber calcular o número de possibilidades (A.C)

18. Qual sua opinião sobre os livros que apresentam este conteúdo?

Não incentivam o raciocínio e fazem uma apologia ao uso de fórmulas.



UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Prezado(a) Colega

Solicito tua colaboração para esta pesquisa, respondendo as questões propostas. Trata-se da pesquisa relativa à minha dissertação de mestrado.

Obrigada

Kátia

- Problema de pesquisa: Como é desenvolvido o ensino da Análise Combinatória no Ensino Médio nas escolas públicas estaduais e particulares do Município de Floriano-PI e qual a importância desse conteúdo na visão dos professores de Matemática dessa região?
- Questionário aplicado aos professores de Matemática do Ensino Médio
- Pesquisadora: Kátia Aires Martins Braga
- Orientador: Prof. Dr. Arno Bayer

Nome: ANTO MACHO NUNCI DE CARVALHO

Escola em que leciona: PREMEN

1. Qual é o seu grau de instrução?
 - graduado
 - cursando graduação
 - graduado com pós-graduação
 - nenhuma das opções
2. Qual o sexo?
 - Feminino
 - Masculino
3. Qual é a sua graduação ou curso que está cursando?

LIC. PLENA EM FÍSICA
4. A Análise Combinatória é um conteúdo importante para o aluno do Ensino Médio? Por que?

SIM, POIS DESENVOLVE O RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO TENDO EM VISTA A FAMILIARIZAÇÃO DO ALUNO COM PROBLEMAS QUE ENVOLVEM CONTAGEM
5. Você tem alguma dificuldade em ensinar o assunto de análise combinatória?
 - SIM
 - NÃO
6. Se tem, aponte quais seriam essas dificuldades.
