

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



**REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E A FORMAÇÃO
DE PROFESSORES EM MATEMÁTICA**

LUÍSA SILVA ANDRADE

Canoas

2008

LUÍSA SILVA ANDRADE

**REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E A FORMAÇÃO
DE PROFESSORES EM MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Carmen Teresa Kaiber

Canoas

2008

LUÍSA SILVA ANDRADE

**REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E A FORMAÇÃO
DE PROFESSORES EM MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada como pré-requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Arno Bayer

Prof^ª. Dr^ª. Helena Noronha Cury

Prof^ª. Dr^ª. Patrícia Rosana Linardi

AGRADECIMENTOS

À professora Doutora Carmen Teresa Kaiber, orientadora da dissertação, pela compreensão, sabedoria, amizade e paciência.

Aos professores-doutores Arno Bayer, Helena Noronha Cury e Patrícia Linardi, pela participação na Banca Examinadora e pelas sugestões que foram pertinentes e proveitosas para a evolução do trabalho.

Aos acadêmicos e aos dois professores das disciplinas investigadas no curso de Licenciatura em Matemática da ULBRA, pela cooperação e apoio solidário no desenvolvimento desta pesquisa.

RESUMO

O presente estudo busca investigar evidências da utilização da teoria dos registros de representação semiótica em um curso de formação de professores em Matemática, a partir da análise da produção dos acadêmicos das disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I, que fazem parte do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil. Acredita-se que as representações, dentro da ação educativa, são essenciais para o processo de elaboração e compreensão do conhecimento matemático e devem ser fonte de exploração de novas idéias e novas estratégias. A investigação abrangeu vinte e quatro acadêmicos da disciplina de Matemática Aplicada I e trinta e sete estudantes da disciplina de Matemática Avançada I. Como técnicas de investigação foram utilizados um questionário, análise da produção dos alunos, observações e uma entrevista semi-estruturada, com a intenção de compreender o uso das representações no ambiente escolar e sua importância na formação do futuro professor de Matemática. As respostas apresentadas na produção dos acadêmicos foram analisadas, tendo como referência a teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval (2004). A partir da análise e discussão dos dados obtidos pelos instrumentos aplicados, foi possível constatar que os acadêmicos não percebem o ensino da Matemática dissociado da utilização de representações e as utilizam, de forma intuitiva, no processo de ensino e aprendizagem da disciplina. Os resultados mostram, ainda, que os acadêmicos fazem uso dos registros de representação semiótica, por meio de tratamentos e conversões na resolução de suas atividades e/ou explicação de um conhecimento, mas o fazem isoladamente. Não utilizam os diferentes tipos de registros e não promovem a articulação entre os mesmos, para expressar seu pensamento matemático sobre um determinado conhecimento. Além disso, a utilização das representações semióticas está atrelada a concepção teórica dos alunos com relação à ação educativa, suas experiências pedagógicas e, principalmente, ao engajamento em qualificar o processo de ensino e aprendizagem acerca dos conhecimentos matemáticos. O estudo fundamenta-se na importância dos registros de representação semiótica para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática e busca contribuir para reflexão e discussão da importância dessa teoria nos cursos de formação de professores.

Palavras-chave: registros de representação semiótica; formação de professores.

ABSTRACT

The present study aims to investigate evidences of the use of the theory of semiotic representation registers in a graduation course for Mathematics Teachers, from the analysis of the production of the undergraduates in the disciplines Applied Mathematics I and Advanced Mathematics I, which are part of the Course of Graduation in Mathematics at Universidade Luterana do Brasil (Lutheran University of Brazil). It is believed that the representations in the educational action are essential for the process of elaboration and understanding of the mathematical knowledge and must be the source for exploration of new ideas and new strategies. The investigation included twenty four undergraduates of the discipline Applied Mathematics I and thirty seven undergraduates of the discipline Advanced Mathematics I. As investigation techniques, it was used a questionnaire, the analysis of the undergraduate's production, observations and a partly-structured interview, aiming to understand the usage of the representations in the school environment and its importance for the formation of the new Mathematics teacher. The answers presented in the production of the undergraduate were analysed, having as reference Raymond Duval's theory of Semiotic Representation Registers (2004). From the analysis and discussion on the data obtained by the instruments applied, it was possible to conclude that the undergraduate do not realize the teaching of Mathematics dissociated from the use of representations and they use them, in an intuitive form, in the process of teaching and learning of the discipline. The results still show that the undergraduate use the registers of semiotic representation, by means of treatments and conversions in the resolution of their activities and the explanation of an specific knowledge, but they do that in an isolated manner. They do not use the different types of registers and do not promote the articulation among them to express their mathematical idea about some specific knowledge. Moreover, the use of the semiotic representations is linked to the theoretical conception of the undergraduate in relation to the educational action, their pedagogical experiences and, mainly, to the engagement in qualifying the teaching and learning process on the mathematical knowledge. The study is based on the importance of the semiotic representation registers for the process of teaching and learning in Mathematics and tries to contribute for reflection and discussion about the importance of this theory in the graduation courses for teachers.

Key-words: semiotic representation registers; teachers formation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Quadro dos tipos de representações	22
Figura 2: Quadro da classificação dos registros	27
Figura 3: Descrição do paradoxo cognitivo	37
Figura 4: Gráfico da idade dos acadêmicos da disciplina de Matemática Aplicada I	70
Figura 5: Gráfico da idade dos estudantes da disciplina de Matemática Avançada I	71
Figura 6: Gráfico dos procedimentos adotados nas aulas de Matemática	73
Figura 7: Gráfico dos procedimentos utilizados para introduzir um conceito	76
Figura 8: Produção de um acadêmico de Matemática Aplicada I	81
Figura 9: Produção do acadêmico A1	81
Figura 10: Produção do acadêmico B1	81
Figura 11: Produção do acadêmico C1	81
Figura 12: Produção de um acadêmico de Matemática Aplicada I	82
Figura 13: Produção do acadêmico D1	83
Figura 14: Produção do acadêmico E1	83
Figura 15: Produção do acadêmico F1	83
Figura 16: Produção do acadêmico G1	84
Figura 17: Produção de um acadêmico de Matemática Aplicada I	84
Figura 18: Produção do acadêmico H1	85
Figura 19: Produção de um acadêmico de Matemática Avançada I	85

Figura 20: Produção do acadêmico A2	86
Figura 21: Produção do acadêmico B2	86
Figura 22: Produção do acadêmico C2	86
Figura 23: Produção do acadêmico D2	87
Figura 24: Produção do acadêmico E2	87
Figura 25: Produção do acadêmico F2	87
Figura 26: Produção do acadêmico G2	87
Figura 27: Produção do acadêmico H2	88
Figura 28: Produção do acadêmico I2	88
Figura 29: Produção do acadêmico J2	88
Figura 30: Produção do acadêmico B2	89
Figura 31: Produção do acadêmico L2	89
Figura 32: Produção do acadêmico I1	92
Figura 33: Produção do acadêmico J1	92
Figura 34: Produção do acadêmico L1	92
Figura 35: Produção do acadêmico M1	92
Figura 36: Produção do acadêmico M2	94
Figura 37: Produção do acadêmico N2	94
Figura 38: Produção do acadêmico O2	94
Figura 39: Produção do acadêmico P2	94
Figura 40: Produção de um acadêmico de Matemática Aplicada I	97
Figura 41: Produção do acadêmico N1	98
Figura 42: Produção do acadêmico O1	98
Figura 43: Produção do acadêmico Q2	100
Figura 44: Produção do acadêmico R2	100

Figura 45: Produção do acadêmico S2	100
Figura 46: Produção de um acadêmico de Matemática Avançada I	101
Figura 47: Produção do acadêmico T2	103
Figura 48: Produção do acadêmico U2	103
Figura 49: Produção do acadêmico V2	103
Figura 50: Produção do acadêmico X2	104

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Distribuição do número de transformações realizadas pelos discentes na primeira questão	90
Tabela 2: Distribuição do número de transformações realizadas pelos discentes na segunda questão	95
Tabela 3: Distribuição do número de transformações realizadas pelos discentes na terceira questão	101

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
1 SEMIÓTICA: UM POUCO DE HISTÓRIA	16
2 ASPECTOS DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA	21
2.1 TIPOS DE REPRESENTAÇÃO: MENTAL, COMPUTACIONAL E SEMIÓTICA	22
2.2 AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS	26
2.3 A SEMIÓTICA E O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA	35
3 A FORMAÇÃO DE PROFESSORES	43
4 OS LIVROS DIDÁTICOS UTILIZADOS NAS DISCIPLINAS INVESTIGADAS	51
5 A INVESTIGAÇÃO REALIZADA	58
5.1 OBJETIVOS	58
5.2 ASPECTOS METODOLÓGICOS	59
5.2.1 O cenário da pesquisa	60
5.2.2 Os instrumentos de pesquisa	62
6 RESULTADOS: ANÁLISE E DISCUSSÃO	69
6.1 PERFIL DOS ACADÊMICOS	69
6.2 CONSIDERAÇÕES ACERCA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS	72
6.2.1 A visão dos acadêmicos	73
6.2.2 A produção discente sobre as transformações semióticas: tratamentos e conversões	78
6.2.3 Considerações sobre os registros e as transformações semióticas realizadas pelo grupo investigado	104
6.2.4 Erros detectados a partir da produção dos acadêmicos	106
6.2.5 Concepção e prática docente	109
6.2.6 Perspectivas acerca da utilização da teoria dos registros de representação semiótica	116
CONCLUSÃO	119

REFERÊNCIAS 122

APÊNDICES 126

INTRODUÇÃO

Entende-se que, no contexto atual, o ensino deve possibilitar uma inserção social a todos os envolvidos no processo educativo, sendo essa uma responsabilidade da comunidade escolar. A Matemática, vista como uma disciplina calcada na memorização de informações, não se adapta a esse contexto. Sugere-se uma valorização dos esforços de construção e compreensão do processo de aprendizagem, privilegiando a ação do discente, a aquisição do conhecimento e a interação entre estudantes e professores, como forma de qualificar o ensino e a aprendizagem em Matemática.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para a área da Matemática (1997), a disciplina está centrada, atualmente, no desenvolvimento cognitivo do educando, buscando utilizar o conhecimento matemático adquirido em situações do seu cotidiano e no mundo do trabalho. Assim, a escola e o educador desempenham bem o seu papel na medida em que, partindo daquilo que o estudante já sabe, são capazes de expandir e desafiar a aquisição de novos conhecimentos, propiciando-lhe, envolver-se com problemas de sua realidade e possibilitando a construção de soluções próprias.

Entretanto, Buriasco, Cyrino e Soares (2003) mencionam que o ensino da Matemática, na escola, ainda é incompreensível para muitos alunos, pois se limita à transmissão de regras e procedimentos-padrão, sem preocupar-se com o entendimento e a compreensão do educando. De acordo com as autoras, as principais dificuldades dos estudantes na disciplina são a linguagem e o simbolismo, elementos denominados como formas de representação e que servem de base para a construção do objeto matemático dentro da teoria de Raymond Duval (2004).

Segundo Duval (2004), a teoria dos registros de representação semiótica pode ser vista pelo docente, como uma opção para organização de situações de aprendizagem em Matemática. Esclarece, ainda, que a apropriação de conhecimentos na disciplina necessita da noção de representação, a qual possibilita a interação entre o indivíduo e as atividades

cognitivas de pensamento, permitindo registros de representação diversificados acerca de um mesmo objeto matemático.

D'Amore (2005), em consonância com Duval (2004), também acredita que a Matemática é uma disciplina peculiar, uma vez que possui linguagem própria e trabalha com objetos abstratos, os quais não são diretamente acessíveis à percepção. Portanto, para o autor, um determinado objeto matemático, para ser compreensível, necessita ser representado.

Cada conceito matemático necessita de representações, uma vez que não existem “objetos” para serem exibidos em seu lugar ou para evocá-lo; assim a conceitualização deve, necessariamente, passar por registros representativos que, por diferentes motivos, sobretudo se forem registros de caráter lingüístico, não podem ser unívocos [...] (D'AMORE, 2005, p. 48).

Dessa forma, compreende-se que Buriasco, Cyrino e Soares (2003), em seu estudo sobre a produção dos alunos em Matemática no Ensino Fundamental percebem as dificuldades representativas dos estudantes, visto que seus entraves podem estar relacionados à transposição de uma representação a outra. Justifica-se essa afirmação, fazendo uso das palavras de Damm:

[...] o discente possui dificuldade para passar de uma representação para outra. Ele consegue fazer tratamentos em diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático, porém é incapaz de fazer as conversões necessárias para a apreensão deste objeto (DAMM, 2002, p. 136).

De acordo com Duval (2004), as representações, especificamente as semióticas, servem de suporte para que exista comunicação na disciplina de Matemática, mencionando que, para compreender um determinado objeto, faz-se necessário considerá-lo através de suas diversas formas de representação semiótica. Para o autor,

[...] elas são relativas a um sistema particular de signos, linguagem natural, língua formal, escrita algébrica ou gráficos cartesianos, figuras, de um objeto matemático [...]. De onde a diversidade de um mesmo objeto representado ou ainda a dualidade das representações semióticas: forma (o representante) e conteúdo (o representado) (DUVAL apud DAMM, 2002, p. 140).

Assim, a partir desses pressupostos, conjectura-se que as dificuldades dos estudantes em Matemática se assentam sobre o fato de que os mesmos não conseguem coordenar sobre um determinado objeto matemático os diversos registros de representação, ou seja, eles possuem o domínio isolado de uma determinada representação e o tratamento específico que a mesma requer, mas tornam-se incapazes de articular essas representações para estabelecer uma apreensão do objeto matemático que está sendo trabalhado.

Esses entraves se prolongam aos cursos de Licenciatura em Matemática, nos quais também se encontram acadêmicos com dificuldades ao depararem-se com a Matemática formalizada. Isso é compreensível pois, ao ingressar em um curso de Licenciatura em

Matemática, o estudante encontra disciplinas como Álgebra, Análise, Cálculo e Geometria, no qual é necessário que o mesmo justifique ou valide, de forma intuitiva ou através de provas e demonstrações, fórmulas, proposições, axiomas e teoremas. Verifica-se assim, a necessidade do desenvolvimento de competências e habilidades que o discente deve possuir para articular seu raciocínio, visualizar o que deve fazer e executar, através de caminhos próprios, a solução necessária. Contudo, esse posicionamento, na maioria das vezes, não é desenvolvido ao longo da Educação Básica.

Nesse contexto, considera-se importante desenvolver investigações baseadas nos estudos realizados sobre os registros de representação semiótica, de Raymond Duval (2004), visto que:

De maneira mais global, se pode constatar que o progresso dos conhecimentos está sempre acompanhado da criação e do desenvolvimento de sistemas semióticos novos e específicos que mais ou menos coexistem com o primeiro deles, o da língua natural. Assim, a formação do pensamento científico é inseparável do desenvolvimento de simbolismos específicos para representar os objetos e suas relações (GRANGER apud DUVAL, 2004, p. 15).

Duval (2004), ainda, acrescenta que a Matemática necessita de representações para se fazer compreensível e que o seu desenvolvimento está associado à ampliação de uma diversidade de símbolos para representar os objetos matemáticos.

Em consonância com a afirmação do autor, percebe-se que a disciplina de Matemática é organizada a partir de um sistema de representações e expressões, que contém números, reproduções simbólicas e sistemas algébricos que norteiam as relações entre operações, figuras. Dessa forma, compreende-se que as representações semióticas, além de serem importantes para o desenvolvimento da atividade matemática, são intrínsecas a ela.

Assim, justificando a importância da utilização dos registros de representação semiótica para a disciplina de Matemática, a presente pesquisa busca investigar evidências da utilização da teoria dos registros de representação semiótica em um curso de formação de professores em Matemática.

Considera-se que registros de representação semiótica são essenciais para a aquisição dos conhecimentos matemáticos e que conduzir um processo de ensino e aprendizagem levando em conta essa teoria só é possível, se o futuro docente for orientado, em seu curso de formação sobre sua importância. Além disso, é necessário que ele saiba utilizá-la e que se posicione como um mediador entre o objeto matemático e o estudante, inserindo em sua prática o trabalho com as representações semióticas.

Buscando colaborar para o aprofundamento teórico do tema em questão, apresenta-se, inicialmente, uma síntese sobre os diversos tratamentos dados ao termo semiótica, seguida de

considerações para ampliar a compreensão sobre a teoria dos registros de representação, a partir de diferentes perspectivas que abordam sua classificação, importância para a disciplina de Matemática e para o processo de ensino e aprendizagem. Faz-se, ainda, referência à influência dos livros didáticos e à qualificação docente dentro da disciplina, organizando, assim, um corpo de conhecimentos sobre o tema.

Na seqüência, caracteriza-se a investigação, através de seus objetivos e opção metodológica utilizada, descrevendo instrumentos, procedimentos, local da investigação e o contexto no qual a mesma está inserida. Por fim, apresentam-se os dados coletados na investigação, a análise e a interpretação dos mesmos.

Espera-se que este estudo possa contribuir para uma reflexão sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática e/ou reformular a prática docente, através de discussões sobre esta teoria, que ampliem e qualifiquem a formação de professores em Matemática.

1 SEMIÓTICA: UM POUCO DE HISTÓRIA

O processo que leva o educando a compreender uma determinada situação-problema ou um determinado conceito, segundo Duval (2004), requer dois momentos: *semiosis* e *noesis*, que foram e, ainda continuam sendo, objetos de estudo e reflexão por parte de pesquisadores preocupados com a aquisição do conhecimento.

O autor afirma que não existe *noesis* sem *semiosis*. D'Amore (2005), em consonância com Duval, as define, respectivamente, como sendo “*semiosis* - a representação realizada por meio de signos e *noesis* – a aquisição conceitual de um objeto” (D'AMORE, 2005, p. 58).

De acordo com D'Amore (2005), para Aristóteles, a *noesis* representa a ação de compreensão conceitual, mas para Platão a *noesis* é vista como o ato de conceber por meio do pensamento. Mariano (2004) ainda complementa, mencionando que Platão se referia a *noesis* como sendo sinônimo de inteligência, ou seja, sentir através dos cinco sentidos.

Segundo Mariano (2004), que realizou uma investigação sobre as causas do baixo índice de desempenho dos alunos no Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM, especificamente em Geometria, utilizando os registros de representação semiótica para entender essas causas, a “semiótica ou semiologia (do francês *sémiotique* ou *semiologie*) é a ciência geral de todos os sistemas de signos” (JUPIASSÚ apud MARIANO, 2004, p. 41). Direcionando essa definição para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, pode-se dizer que tais signos estão relacionados à simbologia, aos sinais característicos da disciplina.

Para Santaella (1999), que pesquisa teorias e aplicações no domínio da semiótica para as mais diversas áreas do conhecimento, a semiótica pode ser vista como a ciência que trata das linguagens existentes, investigando elementos em seu significado e sentido. Ela está intrinsecamente associada as demais ciências, descobrindo sua essência como linguagem, ou seja, sua ação em termos de signo.

De acordo com Mariano (2004), para o suíço Ferdinand de Saussure (1857/1913), a semiótica pesquisa a vida dos signos no interior da vida social. Entretanto, na medicina clássica, de acordo com o autor, a semiótica era a técnica de observação dos sintomas que permitiam diagnosticar uma doença.

Mariano ainda postula que John Locke (1632/1704), em sua obra ‘Ensaio sobre o entendimento humano’ (1690), diz que a semiótica é o “estudo das relações entre as palavras como signos das idéias e das idéias como signos das coisas” (JOHN LOCKE apud MARIANO, 2004, p. 42).

Mas, para Viel (2006), que realizou um estudo sobre a evolução histórica da semiótica e sua função em diferentes áreas do conhecimento, esse termo é de origem grega, *semeion-signos*, caracterizado, também, como ciência dos signos. O autor ainda menciona que a semiótica se formou a partir de três locais: Estados Unidos, União Soviética e Europa Ocidental, construindo, assim, “o início de uma ‘consciência semiótica’, ou seja, consciência da linguagem” (VIEL, 2006, p. 02).

Nos Estados Unidos, no século XIX, através do filósofo, físico e matemático, Charles S. Peirce emergiu uma doutrina dos signos ligada à Lógica. Ele era um estudioso da Lógica e a considerava como uma doutrina geral dos signos, percebendo-a como uma teoria lógica, filosófica e científica da linguagem, denominada semiótica. Assim, para o autor, lógica é apenas um outro nome para semiótica e vice-versa. O mesmo descrevia a doutrina como:

‘quase-necessária’, ou formal, quero dizer que observamos os caracteres de tais signos e, a partir dessa observação, por um processo a que não objetarei denominar abstração, somos levados a afirmações eminentemente falíveis e por isso, num certo sentido, de modo algum necessárias, a respeito do que devem ser os caracteres de todos os signos utilizados por uma ‘inteligência científica’, isto é, por uma inteligência capaz de aprender através da experiência (PEIRCE, 2000, p. 45).

De acordo com Duval (2004), Peirce foi o pioneiro no reconhecimento da importância dos diversos tipos de signos, distinguindo-os em três tipos: os ícones, os índices e os símbolos. Para Peirce (2000), um ícone é um signo que faz referência a um objeto, denotando apenas seus caracteres próprios. Já um índice estabelece condições em comum com o objeto, sofrendo modificações, a partir do momento em que entra em contato com ele. Já o símbolo é um signo que se relaciona a um objeto através de uma associação de idéias que busca fazer com que o mesmo seja interpretado como se referindo àquele objeto. Assim, Peirce postula: “os ícones podem ser termos; índices só podem ser termos ou proposições, enquanto os símbolos podem ser todos os três” (PEIRCE, 2000, p. 29).

Segundo Viel (2006), na União Soviética, no século XX, os filósofos A.N. Viesselovski e A.A. Potiebniá aprofundaram as pesquisas do estruturalismo lingüístico, juntamente com N.I. Marr que, devido a desentendimentos com Stalim, não deu continuidade aos estudos. Entretanto, sua investigação serviu de base para L.S. Vygotsky, que resgatou “o inter-relacionamento da linguagem, dos ritos antigos, da linguagem dos gestos e da língua articulada” (VIEL, 2006, p. 02).

Já na Europa Ocidental, Viel (2006) postula que Saussure definiu a língua como uma estrutura organizada por leis e regras autônomas e específicas. Isto ocorreu, ao ministrar um curso de Lingüística Geral, na Universidade de Genebra, no final da primeira década do século XX. Para o autor, “a língua e a fala, inseparáveis, deveriam ter uma ciência de estudo

abrangente e vasta que denominou semiologia, o estudo de todos os sistemas de signos na vida social” (SAUSSURE apud VIEL, 2006, p. 02).

Santaella (1999) comenta que essa ciência ainda está se desenvolvendo, ou seja, em fase de sedimentação e que, por isso, ainda existem muitas indagações a serem esclarecidas. Este novo campo do saber possui dificuldades, como mostra a autora:

Quando alguma coisa se apresenta em estado nascente, ela costuma ser frágil e delicada, campo aberto a muitas possibilidades, ainda não inteiramente consumadas e consumidas. Este é justamente o caso da Semiótica, algo nascendo e em processo de crescimento. Esse algo é uma ciência, um território do saber e do conhecimento ainda não sedimentado, indagações e investigações em progresso (SANTAELLA, 1999, p. 08).

Assim, articulando essas concepções sobre semiótica e relacionando-as com a aquisição de conhecimentos em Matemática, percebe-se que a interpretação dos signos matemáticos e sua contextualização com a realidade favorecem a interação do educando com o seu objeto de estudo.

Em alusão a esse foco, faz-se referência ao pesquisador francês Raymond Duval o qual, através de sua obra “Semiosis y Pensamiento Humano: Registros semióticos y Aprendizajes Intelectuales” (2004), ressalta a complexidade existente na articulação entre os sinais e a realidade, afirmando, ainda, que isso ocorre mais fortemente na aprendizagem da Matemática. O autor justifica essa afirmação, dizendo que:

[...] particularmente, na aprendizagem das matemáticas, há uma forte tendência às atividades cognitivas, as quais requerem a utilização de um sistema de expressões e representações outras que a das linguagens naturais ou das imagens. Vários sistemas descritos por números, notações simbólicas para os objetos, sistemas de escritas algébricas, ou lógicas chegam a adquirir, para poder exprimir ‘status’ de uma linguagem própria, paralela à linguagem natural, para poder exprimir as relações entre as operações, as figuras geométricas, diagramas, esquemas etc (DUVAL, 2004, p. 13).

Assim, entende-se que Duval (2003) preconiza, na aprendizagem em Matemática, a utilização dos registros de representação semiótica, acreditando que os mesmos são necessários para o desenvolvimento cognitivo do discente. Para ele, “a originalidade da abordagem cognitiva está em procurar descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio à diversidade dos processos matemáticos que lhes são propostos em situação de ensino” (DUVAL, 2003, p. 12).

Buehring e Moretti (2006), que realizaram uma investigação sobre o uso das noções básicas de Análise de Dados na primeira série do Ensino Fundamental, sob a ótica dos registros de representação semiótica, reforçam essa perspectiva, postulando que um mesmo objeto pode ser representado através de vários registros de representação sem perder a

referência, ou seja, sem que seu sentido seja alterado. Os autores, em consonância com Duval, afirmam que o mesmo pode acontecer na disciplina de Matemática:

Isso ocorre na Matemática porque ela permite uma grande variedade de representações: sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, representações gráficas e língua natural. As representações semióticas são conscientes e externas, permitem ver o objeto através da percepção de estímulos (pontos, traços, caracteres, etc) que têm o valor de 'significantes' (DUVAL, 2004, p. 35).

Assim, especificamente na disciplina de Matemática, Duval (2004) expressa a necessidade de entender semiótica, a linguagem matemática e, principalmente, os problemas que lhe são intrínsecos pois, segundo o autor, eles têm como uma das principais características a diversidade de registros de representação semiótica.

O autor ainda menciona a contribuição de alguns estudiosos com relação aos registros de representação semiótica. O primeiro deles, é Chomsky (1971), que tratava das possíveis relações entre os diversos sistemas semióticos e suas conversões. Suas idéias foram expostas através da modelagem da linguagem. Benveniste (1974) também acentua a importância das relações entre os sistemas de representação semiótica. Entretanto, sua investigação limitou-se à comparação de sistemas semióticos e à linguagem natural, através de produções culturais independentes umas das outras.

Duval (2004) também considera que após os estudos de Descartes e de Kant, a noção de representação passou a ser central para fins de reflexão sobre a elaboração de um determinado conhecimento, pois “não existe conhecimento que possa ser mobilizado por um indivíduo sem ser uma atividade de representação” (DUVAL, 2004, p. 25).

Conforme Duval (2004), Jean Piaget já fazia relação entre o surgimento da representação e o desenvolvimento da função semiótica, pois percebia que a linguagem natural não era o único sistema semiótico correspondente a essa função. Para elucidar, Viel (2006, p. 04) entende como função semiótica, “a capacidade que o sujeito tem de gerar imagens mentais de objetos ou ações, (e, por meio dela, chegar à representação da ação ou do objeto)”.

Viel (2006) tece alguns comentários acerca dos períodos de desenvolvimento cognitivo que Piaget estabeleceu, com o intuito de ressaltar a presença, ou não, da função semiótica neles. No período Sensório-Motor (01-02 anos), o autor descarta a possibilidade existencial da função semiótica, visto que, a criança está em fase de adaptação de suas funções.

Entretanto, segundo Viel (2006), no período Pré-Operatório (02-07 anos), a função semiótica aparece através da fala e do desenho, quando o objeto é substituído por uma

representação. Piaget ainda enfatiza, dizendo que “esta é a novidade específica do período pré-operatório: poder representar; ter que substituir objetos ou acontecimentos por seus equivalentes simbólicos; agir agora ‘como se’, ou seja, por simulação” (PIAGET apud MACEDO, 1994, p. 127).

Já no período Operatório Concreto (07-11/12 anos), a autora observa a presença da reversibilidade, ou seja, capacidade de representar uma ação inversa da anterior, anulando a construção realizada anteriormente. Com relação às transformações reversíveis Piaget, comenta:

A esse respeito, o período pré-operatório é, não apenas um período de transição, mas também preparatório, uma vez que graças a ele que a criança se prepara para operar com símbolos, ou seja, constrói os recursos que lhe possibilitarão compreender, isto é, realizar operações mentais (operações reversíveis) (PIAGET apud MACEDO, 1994, p. 129).

E, por último, o período Operatório-Formal (12-16 em diante), o qual Macedo (1994) considera o pensamento hipotético-dedutivo. Para Viel, é o nível em que “a representação não é imediata e não está ligada apenas às relações pré-existentes, possibilitando uma abstração total que externa a capacidade de pensar logicamente e buscar soluções sem depender somente da observação da realidade” (2006, p. 04). Assim, o sujeito passa a ser capaz de utilizar raciocínios experimentais e de lidar com noções como as de velocidade, permutação, etc.

Viel (2006) ainda sintetiza os níveis de organização dos períodos referentes ao desenvolvimento cognitivo, mencionando que:

As etapas de desenvolvimento diferem de um sujeito a outro quanto ao tempo que ocorrem, mas, obedecem a uma ordem: a maturidade do sistema nervoso, a interação social (linguagem e educação), o contato e a experiência física com o objeto e o equilíbrio (VIEL, 2006, p. 05).

Assim, compreende-se que o estudo das atividades cognitivas fundamentais como o raciocínio, a conceitualização e a visualização precisam da utilização de outros sistemas de representação, além da linguagem natural.

Dessa forma, destaca-se a importância e necessidade de um ensino pautado nos registros de representação semiótica, especificamente o da disciplina de Matemática, visto que um trabalho realizado a partir da utilização desses registros favorece o desenvolvimento cognitivo do discente e o torna capaz de compreender os objetos matemáticos apresentados no ensino dessa disciplina.

2 ASPECTOS DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

De acordo com Duval (2004), na disciplina de Matemática, a comunicação só é estabelecida a partir do momento em que existem representações, pois os objetos a serem estudados - como, por exemplo, um conceito - podem expressar diferentes situações.

Segundo Flores (2006), Jean Ladrière complementa essa idéia, mencionando que a compreensão do conhecimento está associada à representação, embasando sua concepção no fundamento da ciência moderna.

Assim, diante dessas afirmações, percebe-se que as representações são essenciais para a aquisição de conhecimentos, pois, “para conhecer, é preciso ter acesso aos objetos do conhecimento; [...] a representação será o modo pelo qual se torna possível a visibilidade, a transparência e, assim, a ordenação desses objetos” (FLORES, 2006, p. 88).

A autora ainda menciona que a representação visa a dois aspectos: o do sujeito e o do objeto. O sujeito é o elemento para o qual existe representação e o objeto é a realidade, a informação a ser assimilada.

Flores (2006) também especifica a noção de objeto matemático, fazendo referência a três dimensões: a do objeto material (representação), a conceitual e a de uma idealidade matemática (entidade). A autora exemplifica sua idéia através do que postula o pesquisador Lefebvre:

[...] o conceito de ‘círculo’, (...), pode ser resumido ‘por uma curva fechada na qual todos os pontos estão situados a uma distância igual a um ponto interior chamado centro’. A entidade matemática é, para o filósofo Desanti, ‘o que está apreendido pela consciência na forma de unidade’. Enfim, as representações de um círculo são múltiplas, elas podem ser simbólicas (sob a forma, por exemplo, de uma equação: $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 / x^2 + y^2 = 1\}$), lingüística (a palavra ‘círculo’), ou ainda visual (desenho de um círculo) (LEFEBVRE apud FLORES, 2006, p. 90).

Dessa forma, novamente em consonância com Duval (2004), percebe-se que um objeto matemático passa, necessariamente, por diferentes representações que lhe possibilitam conhecê-lo, materializá-lo. Além disso, somente por meio de diversas representações de um objeto matemático é que se pode apreendê-lo. Assim, para que se efetive o processo de ensino em Matemática, é preciso considerar a variedade de representações acerca de um mesmo objeto matemático.

2.1 TIPOS DE REPRESENTAÇÃO: MENTAL, COMPUTACIONAL E SEMIÓTICA

Para possibilitar um maior entendimento sobre as representações, faz-se necessário estabelecer a distinção entre o objeto matemático tratado e sua representação. Duval (2004) menciona que, “os números, as funções, as retas, etc, são objetos matemáticos; já as escritas decimal ou fracionária, os símbolos, os gráficos, etc, são algumas de suas representações” (DUVAL, 2004, p. 14).

O autor também estabelece três aproximações à noção de representação: “as representações mentais; as representações internas ou computacionais e as representações semióticas” (DUVAL, 2004, p. 25-7). Além disso, classifica essas representações respectivamente, em: internas e conscientes, internas e não-conscientes e externas conscientes. O quadro da figura 1 apresenta os tipos e as funções de cada representação.

TIPOS DE REPRESENTAÇÃO	INTERNA	EXTERNA
CONSCIENTE	<i>Mental</i> Função de objetivação	<i>Semiótica</i> Função de objetivação, expressão e tratamento intencional
NÃO-CONSCIENTE	<i>Computacional</i> Função de tratamento automático ou quase instantâneo	

Figura 1: Quadro dos tipos de representação (DUVAL, 2004, p. 35)

Assim, as representações mentais, classificadas como internas e conscientes, possuem a função de objetivação. Geralmente, são representações semióticas interiorizadas e resultados de processos conscientes. Essa noção de representação surgiu, segundo Duval (2004), através de estudos realizados por Piaget (1924-1926), em sua obra ‘ A representação do mundo na infância’. Volta-se para o estudo das concepções, explicações, fantasias das crianças sobre fenômenos físicos e naturais, como por exemplo, as concepções sobre ar, fogo, entre outras.

As representações computacionais (internas e não-conscientes) são de tratamento automático, quase instantâneo. De acordo com o autor, os primeiros estudos sobre elas foram realizados a partir de 1955-1960, em conjunto com o desenvolvimento das teorias que privilegiam o Tratamento da Informação. Estão relacionadas a uma codificação da informação

na qual o sujeito realiza determinada atividade sem pensar em todos os passos necessários para sua concretização. Ilustra-se como exemplo, os algoritmos computacionais ou os algoritmos das operações. Duval (2004) complementa essa afirmação, mencionando que:

A representação é então a forma sob a qual uma informação pode ser descrita e levada em conta em um sistema de tratamento. Isto não tem, pois, nada a ver com uma “crença” e nem com uma “evocação de objetos ausentes”, os quais enviam de novo para a consciência viva de um sujeito. Pelo contrário, trata-se de um a codificação da informação (DUVAL, 2004, p. 26).

Já as representações semióticas, denominadas como externas conscientes, possuem a função de objetivação, expressão e de tratamento intencional. São aquelas que possibilitam o contato do sujeito com os símbolos, levando-o de forma consciente e objetiva, a elaborar a representação a partir dos estímulos (pontos, traçados, caracteres, letras, outros símbolos matemáticos). Segundo o autor, existe uma grande variedade de representações semióticas possíveis, como, por exemplo: gráficos, figuras, esquemas, expressões simbólicas.

Duval (2004) diz que essa noção de representação semiótica vista sob a ótica de pesquisas sobre a aquisição dos conhecimentos matemáticos e sobre os problemas de aprendizagem apareceu em meados de 1985. A mesma pressupõe “a consideração de sistemas semióticos diferentes e uma operação cognitiva de conversão das representações de um sistema semiótico a outro” (DUVAL, 2004, p. 27).

Segundo Damm (2002), as representações mentais, computacionais e semióticas não são espécies diferentes de representação, mas sim, representações que realizam funções diferentes.

As representações mentais têm uma função de objetivação; as representações computacionais realizam uma função de tratamento e as representações semióticas realizam uma função de objetivação e de expressão. Elas realizam de alguma forma uma função de tratamento, porém este tratamento é intencional, função fundamental para a aprendizagem humana. Podemos citar como exemplo as representações gráficas, que são representações semióticas, como o são as figuras geométricas, a escrita algébrica, as línguas. Isto significa dizer que o representante visível (que no caso das representações gráficas são os traços retos ou curvos traçados sobre o plano) tem lei de organização própria que permite a representação de outras coisas (funções ou outros objetos matemáticos) (DAMM, 2002, p. 141).

Percebe-se, assim, a partir das funções que essas noções de representação desempenham, que as representações mentais e as semióticas possuem, em comum, a função de objetivação. Isso, de acordo com Duval (2004), deve-se ao fato de ambas serem representações conscientes. Com relação às mesmas, o autor faz uma importante afirmação:

O caráter intencional das representações conscientes é essencial do ponto de vista cognitivo, pois permite levar em conta o papel fundamental da significação em função dos objetos que podem ser observados por um sujeito. Para efeito, é sempre através de uma significação que existe a apreensão perceptiva ou conceitual de um objeto (DUVAL, 2004, p. 33).

Nesse sentido, conforme Duval (2004), surge um grande problema em relação a esses dois tipos de representação, pois, dentro da Psicologia, admite-se que as representações semióticas teriam apenas a função de comunicar as representações mentais, ou seja, seriam apenas um suporte para as representações mentais. Ratifica-se essa afirmação através da seguinte citação: “Desta maneira se chega a postular uma continuidade, uma correspondência ou uma quase equivalência entre esses dois tipos de representação. Admite-se, assim, que as representações semióticas seriam expressões fieis das representações mentais” (LARKIN e SIMON apud DUVAL, 2004, p. 36).

Entretanto, Duval (2004) adverte que esse ponto de vista é superficial, visto que as representações semióticas possuem um grau de liberdade, necessário a todo tratamento da informação que as representações mentais não têm. Assim, as representações semióticas podem ser apreendidas através de aspectos que envolvem o representante e/ou aspectos daquilo que está representado, podendo o indivíduo passar livremente de um aspecto para outro, enquanto que as representações mentais limitam-se apenas àquilo que está representado. O autor ainda menciona a diferença que pode existir entre as representações mentais de um sujeito e as representações semióticas que ele produz para expressá-las.

Damm (2002) sintetiza esse ponto de vista, utilizando as palavras de Duval: “[...] as representações semióticas não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais para as atividades cognitivas de pensamento” (DUVAL apud DAMM, 2002, p. 143).

Por isso, Duval (2004) considera que as representações mentais não podem ser consideradas independentes das representações semióticas, pois necessitam da mobilização de um determinado registro semiótico e da prática cognitiva desse registro.

O autor ainda faz referência aos trabalhos de Vygotsky (1985), Piaget (1968) e Denis (1989), considerando diante da perspectiva genética, que as representações mentais e as semióticas não são domínios totalmente distintos, pois “o desenvolvimento das representações mentais depende da interiorização das representações semióticas, assim como, as imagens mentais são à percepção” (Duval, 2004, p. 16). Isso, também está em consonância com o que postula Vygotsky (apud Viel, 2006, p. 06), o qual associa as representações mentais à

aquisição e interiorização de sistemas de registros de representação semiótica através da linguagem.

Os signos são ferramentas que auxiliam os processos psicológicos diferentemente dos instrumentos em ações concretas. Sendo o signo uma marca externa na suas concepção mais elementar, auxilia o sujeito em atividades que necessitem memória ou atenção. Porém no processo de desenvolvimento, o sujeito deixa as marcas externas e passa a utilizar signos internos, ou seja, representações mentais que substituem os objetos do mundo real (VIEL, 2006, p. 06).

Assim, compreende-se que o desenvolvimento das representações mentais necessita de funções cognitivas que podem ser preenchidas pelas representações semióticas.

Com relação à confusão que pode ser feita entre as representações computacionais e as representações semióticas por ambas realizarem a função de tratamento, Duval (2004) diz que as mesmas distinguem-se por terem naturezas diferentes, pois a primeira é uma representação inconsciente e “[...] interna a um determinado sistema e independente de toda visão do objeto [...]”, enquanto que, a outra é externa e “[...] consciente, inseparável da visão de alguma coisa que toma o status de objeto” (DUVAL, 2004, p. 40). Dessa forma, essa separação remete a dois tipos de tratamento, em decorrência de sua natureza, uma vez que, ao se completarem, proporcionam o desenvolvimento cognitivo do pensamento humano: os tratamentos quase instantâneos e os tratamentos intencionais.

O autor resume a função dos tratamentos quase instantâneos e dos tratamentos intencionais, através da seguinte explanação:

A função desses tratamentos é, em efeito, subministrar à “percepção imediata” da consciência unidades informais mais ou menos ricas, para que, se possa aspirar a objetos mais complexos ou mais gerais. A aquisição de novos tratamentos quase instantâneos aparece, pois como a condição de todo o progresso qualitativo na aprendizagem. Mas, essa aquisição passa necessariamente por uma fase de tratamentos intencionais. Isto se pode observar, por exemplo, nas aquisições numéricas elementares ou nas operações aritméticas com os inteiros. [...] As crianças passam progressivamente de uma atividade intencional (contagem, realização de um algoritmo) com representações semióticas (verbais ou outras) a apreensões imediatas que resultam das representações computacionais. Mas, isso, não ocorre de maneira regular e homogênea para todos os números e para as quatro operações (DUVAL, 2004, p. 41).

A partir desse contexto, ressaltam-se as representações semióticas, externas e conscientes que, através da ligação entre *semiosis* e *noesis*, possibilitam a realização de determinadas funções cognitivas fundamentais do pensamento humano, ou seja, a construção do conhecimento pelo educando.

Duval (2004) chama “*semiosis* a apreensão ou a produção de uma representação semiótica e *noesis* a apreensão conceitual de um objeto” (p. 14). Assim, para que se

estabeleça a apreensão de um objeto matemático, é necessário que a *noesis* (conceitualização) seja trabalhada através de significativas *semiosis* (representações).

Dessa forma, entende-se que a disciplina de Matemática necessita da utilização dos registros de representação para dar significado ao conhecimento e torná-lo significativo para o sujeito que busca conhecê-lo, qualificando, assim, o processo de aprendizagem na disciplina.

2.2 AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Duval (2004) postula que “a formação de uma representação semiótica é um recurso a um(s) signo(s) para atualizar ou substituir a visão de um objeto” (DUVAL, 2004, p. 43). O autor também afirma que as representações semióticas são “produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento” (DUVAL apud DAMM, 2002, p. 143).

Para Duval (2004), os registros de representação semiótica são essenciais nas atividades cognitivas e atendem funções de: comunicação, tratamento, objetivação e identificação. A função de comunicação seria a de transmitir informações entre os sujeitos; a de tratamento visa à modificação de uma representação em outra dentro de um mesmo sistema semiótico; a de objetivação busca conhecer algo que, até então, não se sabia; finalmente, a de identificação permite encontrar ou reencontrar um dado ou informação, entre outras, para recuperar a memória. As três primeiras funções são indispensáveis para o funcionamento cognitivo e a última, para o tratamento da informação, sendo que todas auxiliam no processo de evolução cognitiva.

Damm (2002) complementa o autor, mencionando que as representações semióticas possuem dois aspectos importantes: sua forma (representante), que se modifica de acordo com o sistema semiótico adotado e seu conteúdo (representado). A forma muda, segundo Damm, pois “existem vários registros de representação para o mesmo objeto, correspondendo a cada um deles um tipo diferente de tratamento” (2002, p. 142). A autora ainda ressalta que as representações semióticas podem ser transformadas em representações “equivalentes” em um outro sistema semiótico, diferenciando-se apenas pelo significado, que é subjetivo.

Já com relação aos diversos tipos de representação semiótica, o autor, menciona “as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural” (DUVAL, 2003, p. 14), que servem de suporte para a visualização e compreensão dos objetos matemáticos.

Piaget (1973) também faz alusão à importância dos diversos registros de representação, em especial, o da língua natural. “A linguagem tem na função semiótica sua condição de possibilidade e é como seres simbólicos que nos tornamos capazes de compreender nossa própria capacidade de conhecer” (PIAGET, 1973, p. 139). Desse modo, agir e falar sobre os objetos constituem-se fatores imprescindíveis para a construção e apreensão dos conceitos matemáticos.

Duval (2003) também chama a atenção para a diferença que pode existir entre os registros de representação semiótica, classificando-os em multifuncionais e monofuncionais, sendo que ambos possuem representações discursivas e representações não-discursivas.

Segundo ele, os registros multifuncionais que tratam de representações discursivas envolvem linguagem natural, associações verbais (conceituais), formas de raciocinar a partir de observações, crenças e deduções que apresentam validade através do uso de definições, teoremas. Já os registros multifuncionais, que abordam representações não-discursivas, envolvem figuras geométricas planas e espaciais com apreensões que são operatórias (não somente perceptivas) e construções através de instrumentos. Os registros monofuncionais que utilizam representações discursivas tratam dos sistemas de escritas algébricas, numéricas, simbólicas e do cálculo. Já os registros monofuncionais que fazem uso de representações não-discursivas tratam de gráficos cartesianos: mudanças de sistema de coordenadas, interpolação, extrapolação.

Com isso, percebe-se que a grande diferença entre os registros multifuncionais e os monofuncionais são os tipos de tratamento, visto que o primeiro envolve tratamentos que não algoritmizáveis e o segundo, tratamentos que são, principalmente, algoritmizáveis. O quadro da figura 2 apresenta uma síntese da classificação desses diferentes registros:

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS	Língua natural, associações verbais (conceituais), formas de raciocinar	Figuras geométricas planas ou espaciais
REGISTROS MONOFUNCIONAIS	Sistemas de escritas (numérica, algébrica, simbólica)	Gráficos cartesianos

Figura 2: Quadro da classificação dos registros (adaptado de DUVAL, 2003, p. 14)

Duval (2004) ainda ressalta que a formação das representações semióticas deve respeitar determinadas regras, as quais são próprias do sistema semiótico empregado, para que facilite a comunicação e possibilite o uso dos meios de tratamento oferecidos por esse sistema. Assim, o autor denomina essas regras, como regras de conformidade. “As regras de conformidade são aquelas que definem um sistema de representação e, em conseqüência, os tipos de unidades constituídas de todas as representações possíveis em um registro” (DUVAL, 2004, p. 43).

Dessa forma, percebe-se que os registros de representação semiótica necessitam ser identificáveis, o que pode ser estabelecido através de, por exemplo, um enunciado em língua natural. Mas, para que essa identificação seja efetivada, faz-se uso de regras, as quais selecionam informações, dados acerca do objeto a ser representado. Assim, as regras de conformidade asseguram o reconhecimento dessas representações e a possibilidade de utilização das mesmas para tratamento.

Segundo Catto (2000), que realizou uma investigação sobre os livros didáticos, à luz da teoria dos registros de representação semiótica, a formação de um representante identificável pode ser estabelecida através de uma frase, da elaboração de um texto, desenhos, esquemas. Já com relação a essas regras no tratamento de uma representação, a autora salienta que “existem regras de tratamento próprias a cada registro; sua natureza e o número de tratamentos variam consideravelmente de um registro para outro” (CATTO, 2000, p. 28).

Damm (2002) complementa a idéia acima, afirmando que essas regras já fazem parte do cotidiano e as exemplifica, através de um conhecimento matemático:

Em geral, são regras de conformidade que já estão estabelecidas pela sociedade, não sendo competência do sujeito criá-las, mas sim usá-las para reconhecer as representações. Podemos exemplificar com a escrita de numeração decimal, que possui duas regras de conformidade básicas que são o sistema posicional e a base dez. Estas regras são fundamentais para a construção das operações fundamentais (DAMM, 2002, p. 145).

Assim, através das palavras da autora, percebe-se a intrínseca ligação existente entre os registros de representação semiótica e a disciplina de Matemática.

D’Amore (2005) também ressalta a importância do uso de diferentes registros de representação semiótica, principalmente na construção de conhecimentos matemáticos. Para ele, os conhecimentos matemáticos devem ser representados e tratados (internamente) em um dado registro e, posteriormente, convertidos desse registro para outro, pois “o conjunto desses três elementos e as considerações dos dois itens precedentes evidenciam a profunda ligação existente entre *noesis* e construtivismo” [...]. O autor ainda reforça sua afirmação sobre a necessidade do uso dos registros de representação semiótica através das ações de representar,

tratar e converter, mencionando que “é como se estivessem sendo especificadas as operações de base as quais, no seu conjunto, definem aquela ‘construção’ que, caso contrário, permanece um termo misterioso e ambíguo, sujeito a todo o tipo de interpretação, inclusive metafísica” (D’AMORE, 2005, p. 62-3).

Duval (2003) também relaciona os registros de representação semiótica com a Matemática, ressaltando sua importância na evolução do pensamento matemático. “A importância primordial das representações semióticas - é suficiente observar a história do desenvolvimento da matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição para a evolução do pensamento matemático” (DUVAL, 2003, p. 13).

As transformações e as coordenações dos registros de representação, de acordo com o autor, são indispensáveis na atividade matemática. Assim, ressaltam-se as relações existentes entre os sistemas semióticos que produzem as representações. Essas relações podem ser observadas, através da análise das transformações de registros.

A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação. Certamente, segundo os domínios ou as fases de pesquisa, em uma resolução de problemas um registro pode aparecer explicitamente privilegiado, mas deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro ao outro (DUVAL, 2003, p. 13-4).

Segundo Duval (2003), as transformações de registros de representação semiótica podem ser classificadas em dois tipos: os tratamentos e as conversões. Enfatiza que a distinção entre esses dois tipos de registro possibilita analisar como funciona o sistema cognitivo da compreensão do sujeito. Dessa forma, menciona que “a transformação de uma representação semiótica em uma outra representação pode ocorrer de duas maneiras: permanecendo no mesmo sistema - tratamento e mudando de sistema, mas conservando a referência aos mesmos objetos - conversão” (DUVAL, 2003, p. 15).

Damm (2002) sintetiza as palavras de Duval, mencionando que o tratamento está diretamente relacionado à forma e não ao conteúdo do objeto matemático em estudo. Por exemplo, o cálculo é uma forma de tratamento próprio às escritas simbólicas (cálculo numérico, cálculo algébrico). E a conversão de uma representação ocorre entre registros diferentes. Ela é a modificação de uma representação para outra, em um outro registro, porém, conservando o mesmo objeto matemático. Ilustra-se a atividade de conversão, através da passagem de uma representação lingüística para uma representação figural acerca de um determinado objeto matemático.

Duval (2004) também diz que um tratamento é uma transformação da representação interna em um registro ou sistema de representação. Ele ainda esclarece que,

Frege foi o primeiro a analisar o funcionamento da transformação interna a um registro de representação distinguindo-o, de acordo com seu interesse, o sentido e a referência. De maneira mais geral, se pode dizer que o tratamento de uma representação semiótica corresponde a sua expansão informacional (DUVAL, 2004, p. 45).

Entretanto, Duval (2004) afirma que a conversão é mais importante do que o tratamento. D'Amore (2005) justifica-se essa afirmação do autor, apresentando três motivos distintos:

- (1) A conversão esbarra em fenômenos de não-congruência que, de maneira alguma são conceituais (enquanto relacionados ao próprio sentido da conversão) [...].
- (2) A conversão permite definir variáveis cognitivas independentes, o que torna possível construir observações e experimentações relativamente precisas e delicadas [...].
- (3) A conversão, em casos de não-congruência, pressupõe uma coordenação dos dois registros de representação mobilizados, coordenação essa que não é dada de início e não é construída de modo instantâneo, baseando-se apenas no fato que sejam realizadas atividades matemáticas didaticamente interessantes. Aquilo que se denomina “conceitualização” começa somente quando se coloca em ação, mesmo que apenas num esboço, a coordenação de dois distintos registros de representação (D'AMORE, 2005, p. 61).

D'Amore (2005) sintetiza sua idéia com relação aos motivos que levam Duval a centrar sua teoria na conversão, mencionando que,

é cada indivíduo que apreende, ninguém pode apreender (ou compreender) pelo outro! Além disso, o sucesso de uma ação didática não pode ser imediatamente julgado, mas somente alguns anos depois: existem casos de sucesso imediato que se revelam insucessos algum tempo depois (D'AMORE, 2005, p. 62).

Assim, o autor acredita que “sob um ponto de vista cognitivo, deve-se atribuir maior importância à conversão do que ao tratamento, porque isso permite definir as variáveis independentes tanto para a observação como para o ensino” (D'AMORE, 2005, p. 63). Mas adverte que, sob o ponto de vista matemático, muitos autores valorizam mais o tratamento do que a conversão, justificando sua afirmação ao longo da história, quando os matemáticos realizaram registros específicos que possibilitaram diferentes formas de cálculo.

Duval (2003) também diz que, do ponto de vista matemático, o tratamento chama mais atenção do que a conversão.

A conversão intervém somente para escolher o registro no qual os tratamentos a serem efetuados são mais potentes, mais econômicos, ou para obter um segundo registro que serve de suporte ou de guia aos tratamentos que se efetuam em um outro registro. Em outros termos, a conversão não tem nenhum papel intrínseco nos processos matemáticos de justificação ou de prova, pois eles se fazem baseados num tratamento efetuado em um registro determinado, necessariamente discursivo (DUVAL, 2003, p. 16).

Contudo, segundo o autor, do ponto de vista cognitivo, a conversão posiciona-se como a atividade de transformação representacional essencial, pois está diretamente vinculada à compreensão. Ele também a considera uma transformação externa ao registro da representação de partida. Duval (2004) ainda diz que a conversão requer a percepção do que Frege denominava sentido e referência de signos, ou entre o conteúdo de uma representação e o que ela representa, pois “sem essa diferença a atividade de conversão resulta impossível ou incompreensível” (DUVAL, 2004, p. 46).

Assim, entende-se que o que realmente torna-se fundamental nas transformações de registros de representação semiótica é a conversão, através da mesma o indivíduo consegue estabelecer a diferença entre significante e significado.

A conversão de uma representação é a transformação desta em uma representação em um outro registro conservando a totalidade ou uma parte do objeto matemático em questão. A conversão não pode ser confundida com o tratamento. O tratamento se estabelece “dentro” do registro, já a conversão se dá entre registros diferentes (DAMM, 2002, p. 146).

Com isso, percebe-se que a conversão compreende uma operação cognitiva a qual pode ser descrita como uma mudança de forma da representação de um determinado objeto matemático, conservando-se a referência ao mesmo. Ilustra-se esse ponto de vista, através de um exemplo de Duval (2004) o qual, segundo o autor, ocorre com maior freqüência entre os alunos de Matemática, explicitando o fracasso dos mesmos na atividade de conversão:

Para a escrita do número, é preciso distinguir a significação operatória ligada ao significante e o número representado. Assim, a significação operatória não é a mesma para 0,25, para $1/4$ e para $25 \cdot 10^{-2}$, pois não são os mesmos procedimentos de tratamento que permitem efetuar as três adições: $0,25 + 0,25 + 0,5$; $1/4 + 1/4 = 1/2$; $25 \cdot 10^{-2} + 25 \cdot 10^{-2} = 50 \cdot 10^{-2}$. Cada um desses três significantes 0,25; $1/4$ e $25 \cdot 10^{-2}$ têm uma significação operatória diferente, mas representa o mesmo número (DUVAL, 2004, p. 46-7).

Todavia, de acordo com Catto (2000), observações realizadas em diferentes fases da aprendizagem da matemática têm mostrado que a conversão, realizada através da mudança de registro, não é uma tarefa fácil de ser conseguida em Matemática. Segundo a autora, para uma grande maioria dos alunos o conteúdo fica restrito a um único registro de representação, limitando assim, os tratamentos possíveis. Schoenfeld (apud CATTO, 2000) também

exterioriza seu pensamento, dessa forma, fazendo alusão às separações isoladas dos conteúdos existentes no ensino da disciplina de Matemática.

Estudantes podem, virtualmente, não fazer as conexões que esperaríamos deles entre os domínios de referências e os sistemas de símbolos, considerando-os como sendo quase idênticos... [...] a interação ocorre mais raramente que gostaríamos. Os estudantes não vêem conexão entre a Matemática dedutiva da prova de teoremas e a matemática indutiva de fazer construções... [...] eles não vêem as conexões ou abandonam as provas admitindo-as irrelevantes (SCHOENFELD apud CATTO, 2000, p. 31).

Assim, Duval (2004), menciona que a conversão das representações semióticas é uma das atividades cognitivas menos espontâneas e mais difíceis de ser adquirida pelos alunos. Para o autor, o grande problema da aprendizagem em Matemática é que o educando não consegue reconhecer o mesmo objeto através dos diversos sistemas semióticos de representação e o confunde com sua representação. “O ponto comum a grande maioria dos bloqueios dos alunos, quaisquer que sejam os domínios de atividade matemática e qualquer que seja o nível de currículo, é a incapacidade de converter a representação de um objeto em outra representação do mesmo objeto” (2004, p. 46).

Duval (2004), ainda referindo-se à atividade de conversão, diz que a mesma apresenta fenômenos característicos quando ocorre a transformação de uma representação de um registro para outro. Os mesmos envolvem os conceitos de congruência e de não-congruência e a importância do sentido da conversão.

O autor afirma que, para estabelecer a diferença entre esses fenômenos e analisar a atividade de conversão realizada, é necessário comparar a representação no registro de partida com a representação terminal no registro de chegada.

Esquemáticamente duas situações podem ocorrer. Ou a representação terminal transparece na representação de saída e a conversão está próxima de uma situação de simples codificação - diz então que há congruência -, ou ela não transparece absolutamente e se dirá que ocorre a não-congruência. Existem na verdade muitos fatores que estabelecem o caráter de congruência e não-congruência de uma conversão [...] (DUVAL, 2003, p. 19).

Dessa forma, entende-se que o autor considera que a atividade de conversão não é algo puramente conceitual, pois envolve o conceito de congruência e de não-congruência. Uma conversão é dita congruente, quando ocorre a passagem natural de um registro de representação (registro de partida) para outro registro de representação (registro de chegada). Utiliza-se, assim, um exemplo de Duval para exemplificar uma conversão congruente:

Tomemos por exemplo a seguinte expressão e sua conversão em escrita algébrica: “o conjunto de pontos cuja ordenada é superior a abscissa” - $y > x$. Prevê-se que para efetuar a conversão é suficiente uma correspondência término a término entre as unidades significantes respectivas. Neste caso, a conversão inversa permite voltar a encontrar a expressão inicial do registro de partida (p. 50).

Já a não-congruência se estabelece, quando o sujeito necessita de algum conhecimento prévio, o qual não está no registro de partida para chegar ao registro de chegada.

Seja agora a expressão: “o conjunto de pontos que tem uma abscissa positiva - $x > 0$. Na escritura algébrica não existe uma unidade significativa que corresponda a ‘positivo’; então para suprir essa carência é necessário recorrer a “ > 0 ”, que é a combinação de duas unidades significantes. Aqui não há correspondência término a término entre as unidades significantes respectivas da expressão: é necessário uma reorganização da expressão dada no registro de partida para obter a expressão correspondente no registro de chegada (DUVAL, 2004, p. 50).

Duval (2003) ainda elucida que o outro tipo de fenômeno característico da atividade de conversão está relacionado com o sentido da conversão, salientando sua importância para realizá-la. O autor menciona Kalliopi Pavlopoulou (1993), o qual realizou estudos sobre esses conceitos de congruência e não-congruência, envolvendo a atividade de conversão. Pavlopoulou (apud DUVAL, 2003) direcionou seus estudos para a aprendizagem da Álgebra Linear com estudantes do primeiro ano universitário e observou dois fatores que estariam relacionados a essa questão: a natureza dos registros de representação e o sentido da conversão.

A natureza dos registros de representação, segundo Duval (2003), requer que o sujeito faça a passagem de um registro de tabela (T), para o registro gráfico (G), entretanto, não permite fazer a passagem de um registro de tabela (T) para o registro de escrita simbólica (S). Assim, esquematicamente, tem-se: $T \rightarrow G$; $T \rightarrow S$.

Já o sentido da conversão, conforme o autor, precisa realizar a passagem do registro de escrita simbólica (S) ao registro de tabelas (T), mas não garante fazer o caminho inverso. Isso ocorre, de acordo com Duval (2003), pois existem graus de congruência distintos que dependem, necessariamente, do sentido da conversão. O autor ainda afirma que “as dificuldades devido a não-congruência são independentes da complexidade conceitual do conteúdo das representações que se deve converter, por isso, que dadas duas representações com o mesmo conteúdo, uma pode ser congruente com uma terceira representação sem que a segunda seja” (DUVAL, 2004, p. 61).

Diante desse contexto, entende-se que o autor justifica, de diversas maneiras, a utilidade dos registros de representação semióticas e garante sua importância para a atividade cognitiva, relacionada à *semiosis*.

Entretanto, Duval (2004) também se questiona acerca do nível de profundidade com que esses registros de representação intervêm no funcionamento do pensamento humano. A

fim de saber a necessidade do uso das representações para o funcionamento da cognição, o autor expõe posições sobre o assunto:

1) economia de tratamento: ao passo que o sujeito vai trabalhando com diferentes registros, ele aprende a ‘economizar’ tratamentos. De acordo com o autor, esta é uma economia de custo de memória ou de ordem heurística, como por exemplo, o recurso de usar uma figura para resolver problema de Geometria;

2) complementaridade de registros: quando se escolhe um registro semiótico para representar um determinado objeto, deve-se levar em conta o conteúdo que está sendo representado e os registros que serão utilizados. Damm (2002) ainda complementa, mencionando que alguns conhecimentos necessitam da “exigência de uma representação intermediária para a compreensão dos problemas, na passagem de um enunciado ao tratamento matemático” (DAMM, 2002, p. 149). Dessa forma, essa complementaridade está vinculada às condições que cada registro possui dos elementos informativos ou computacionais que a representação torna possível;

3) coordenação de registros de representação: para ocorrer a compreensão de um determinado objeto matemático, é necessário a coordenação de dois ou mais registros de representação, ou seja, é através da mesma que ocorre a conceitualização.

Assim, segundo Duval (2004), a coordenação de dois ou mais registros de representação semiótica não é natural e necessita ser estimulada, provocada, impedindo que a compreensão de um determinado objeto fique limitada um único registro de representação.

Com isso, entende-se que representar é um fator essencial para produzir conhecimento através das transformações entre registros e do caminho de ida e vinda entre eles, favorecendo, assim, o pensamento e permitindo a economia de tratamento, complementaridade de registros e a apreensão conceitual.

Diante dessa perspectiva, Duval (2004) afirma que é essencial a distinção entre as três atividades relacionadas à *semiosis*: representar, tratar e converter, pois elas favorecem a análise das condições de uma aprendizagem significativa. No entanto, segundo ele, o que garante a apreensão do objeto matemático, a conceitualização (*noesis*) é a coordenação entre esses vários registros de representação, a qual se estabelece, efetivamente, quando a conversão ocorre dessa forma.

O autor complementa a afirmação, dizendo que “uma aprendizagem especificamente centrada na troca e na coordenação dos diferentes registros de representação semiótica, produz efeitos espetaculares sobre as atividades de compreensão” (DUVAL, 2004, p. 49).

Dessa forma, compreende-se que a construção de um conhecimento só será alcançada de, fato, quando o sujeito conseguir mobilizar e identificar as diversas representações semióticas de um mesmo objeto matemático e a conversão tornar-se realmente essencial para a aprendizagem, pois é a única que pode favorecer a apreensão do objeto matemático.

2.3 A SEMIÓTICA E O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Duval (2004) enfatiza que o sujeito só se apropria de um determinado conhecimento se recorrer à noção de representação. O autor, também relaciona as representações com a disciplina de Matemática, afirmando que um objeto matemático, para ser apreendido, necessita de diversas representações semióticas.

Dessa forma, entende-se que os registros de representação semiótica são indispensáveis ao funcionamento e ao desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos. Entretanto, Duval (2004) afirma que há uma grande diferença entre os níveis de funcionamento cognitivo exigidos pela Matemática e aqueles que são necessários em outros domínios do conhecimento. Também diz que a explicação para essa diferença não está na complexidade de conceitos que são trabalhados em Matemática, pois todo domínio de conhecimento aborda conceitos mais ou menos complexos, mas sim, em duas características: a importância das representações semióticas na Matemática e, em segundo lugar, a grande variedade de representações semióticas utilizadas intrinsecamente pela disciplina.

Com relação à importância dessas representações para a disciplina de Matemática, Duval (2003) faz referência a duas razões fundamentais:

[...] ao tratamento matemático (operações de cálculo) que depende do sistema utilizado, por exemplo: o sistema de numeração decimal oferece mais possibilidades de cálculo que o sistema de numeração grego ou romano e aos objetos matemáticos, que não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos (DUVAL, 2003, p. 13).

Damm (2002), em consonância com Duval, também diz que “não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por uma pessoa, sem o auxílio de uma representação” (DAMM, 2002, p. 137). A autora justifica sua afirmação, garantindo que a Matemática trabalha com objetos abstratos (conceitos, propriedades, estruturas), que são compreensíveis somente por meio de representações.

De acordo com Duval (2004), a Matemática é um campo privilegiado para a utilização das representações, pois já as usa intrinsecamente através de símbolos, signos,

códigos, tabelas, gráficos, algoritmos, desenhos. Granger ainda afirma que “a elaboração do pensamento científico é inseparável do desenvolvimento de simbolismos específicos para representar os objetos e suas relações” (GRANGER apud DUVAL, 2004, p. 15). Dessa forma, percebe-se que os registros de representação semiótica desempenham no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, um papel fundamental, pois possibilitam o intercâmbio entre os sujeitos envolvidos e as atividades cognitivas do pensamento, proporcionando a construção dos conhecimentos matemáticos.

Segundo Catto (2000), na teoria dos registros de representação semiótica, duas aquisições funcionais devem ser levadas em consideração no processo de formação do indivíduo: a aquisição funcional do sistema orgânico e as relativas aos sistemas semióticos. A autora denomina aquisição funcional do sistema orgânico os sentidos utilizados desde o nascimento: audição (voz), memória, tato (escrita) e visão (percepção); as aquisições funcionais relativas aos sistemas semióticos são aquelas usadas dentro de um determinado contexto, de uma determinada cultura, como um dialeto próprio para tratar, através da comunicação, uma determinada informação.

Catto (2000) relaciona essas aquisições ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática, mencionando que:

No caso específico da aquisição do conhecimento matemático é, sobretudo, a aquisição funcional que é acionada, o que explica talvez as dificuldades que um grande número de pessoas têm em apreender Matemática. Como, por exemplo, as dificuldades concernentes à apropriação do sistema de numeração posicional ou ainda, as dificuldades relativas à utilização das operações aritméticas mais elementares, nos problemas verbais (CATTO, 2000, p. 26).

Entretanto, voltando-se para a apreensão de conhecimentos matemáticos, a estudiosa observa dois elementos básicos: o dos próprios conteúdos matemáticos, tendo em vista os processos, os caminhos metodológicos para descobrir e estabelecer respostas, e o cognitivo, que trata da observação dos processos através dos quais o sujeito possui acesso a esses conhecimentos.

Enfatizando o aspecto cognitivo, D’Amore (2005) ressalta o paradoxo cognitivo evidenciado por Duval em relação ao pensar matemático, que se estabelece através da confusão entre o objeto matemático e sua (s) representação (ões). Esse paradoxo é destacado por D’Amore (2005) através do esquema apresentado na figura 3.

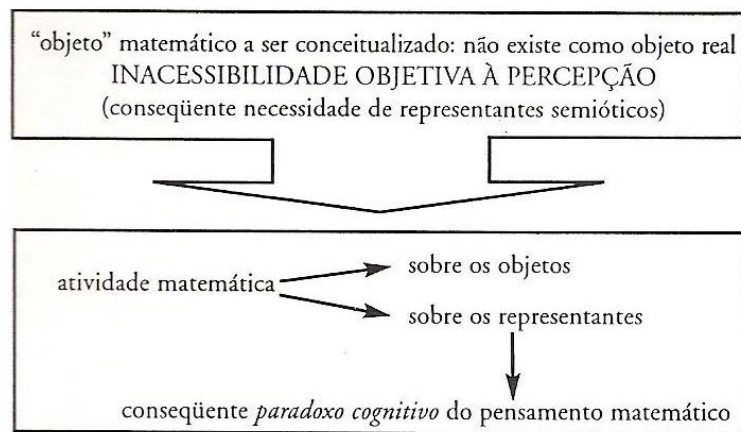


Figura 3: Descrição do paradoxo cognitivo (D'AMORE, 2005, p. 51)

Assim, de um lado, o autor percebe a necessidade de aquisição dos objetos matemáticos, entretanto, por outro, entende que eles somente se tornam acessíveis através das representações semióticas. Dessa forma, para ocorrer compreensão em Matemática, é importante que o estudante saiba a diferença entre os objetos matemáticos e as representações que se faz deles.

Diante desses aspectos, D'Amore (2005) diz que é preciso que o discente e, principalmente, o docente entenda como se processa a aprendizagem na disciplina, pois:

[...] de um lado, o estudante não sabe que está aprendendo signos que estão no lugar de conceitos e que deveria estar aprendendo conceitos; de outro lado, se o professor nunca refletiu sobre o assunto, acreditará que o estudante está aprendendo conceitos, enquanto ele está, na realidade, 'aprendendo' apenas a utilizar signos (D'AMORE, 2005, p. 52).

Para ele, deve-se relacionar esse processo de aprendizagem com a concepção construtivista, pois a aquisição de conhecimentos, a partir dessa concepção, é o resultado da construção que ocorre entre a experiência sensorial e o raciocínio. Esse processo de construção do conhecimento se dá por meio de situações-problema nas quais o indivíduo utiliza seu conhecimento para criar hipóteses, estratégias, refletir, cometer erros e acertos. D'Amore (2005) sintetiza essa visão, dizendo que:

O conhecimento, portanto, não é apenas uma representação banal da realidade externa; ele é o resultado da interação entre o sujeito-aprendiz (as suas estruturas cognitivas) e as suas "experiências sensoriais". Além disso, o aprendiz abandona a passividade típica (cartesiana ou lockiana) e constrói e estrutura as próprias experiências, participando ativamente do processo de aprendizagem, numa verdadeira e própria construção. Trata-se de uma transformação: um objeto de conhecimento ao entrar em contato com um aprendiz é transformado, reconstruído, graças aos instrumentos cognoscitivos que o aprendiz possui (D'AMORE, 2005, p. 53).

Assim, compreende-se que, dentro da concepção construtivista, o ensino da Matemática dever ser embasado por estratégias que estimulem a curiosidade dos alunos e os façam refletir, ajudando-os a constituir a base de um aprendizado sólido, através da real compreensão dos processos envolvidos nessa construção de conhecimentos, ou seja, o objeto do conhecimento e sua representação.

Entretanto, D'Amore (2005) adverte para o condicionamento dessa aprendizagem, levando em conta a especificidade do ambiente escolar, visto que a construção do conhecimento do discente está diretamente vinculada às condições proporcionadas pela instituição da qual o mesmo faz parte. Também afirma ser difícil dizer se essas construções realizadas pelo mesmo são satisfatórias, comparadas com as dos demais e se as mesmas estão condizentes com as expectativas da escola e do professor.

Para essa questão, o autor afirma que todo conhecimento reflete duas dimensões: uma social e outra pessoal e que a escola é o ambiente onde ambas estão institucionalizadas. Dessa forma, a construção escolar do conhecimento matemático é orientada por um processo onde,

[...] os estudantes são introduzidos em um novo mundo, conceitual e simbólico (sobretudo representativo). Esse mundo não é fruto de uma construção solitária, mas é fruto de uma verdadeira e complexa interação com os membros da micro-sociedade da qual o sujeito-aprendiz participa; os seus colegas e os professores (CHEVALLARD apud D'AMORE, 2005, p. 56).

Assim, D'Amore (2005) afirma que a aprendizagem se constrói, primeiramente, através de uma interação social estabelecida pela comunicação verbal entre o discente, o docente e o objeto do conhecimento, o qual nesse caso, necessita de um mediador simbólico, ou seja, de um registro de representação.

Com isso, entende-se que, para o autor, a elaboração dos conhecimentos matemáticos está atrelada à capacidade de o sujeito utilizar os diversos registros de representação semiótica sobre um determinado objeto matemático, sendo o professor é um mediador desse processo. Assim, o processo de ensino e aprendizagem da Matemática é visto como uma construção, a partir dos registros de representação semiótica, na qual é preciso, primeiro, representar; em seguida, tratar e, posteriormente, converter.

Essa visão de D'Amore (2005) entra em consonância com o que propõe Duval (2004) para o ensino da Matemática. Segundo o autor, a escolha de um registro de representação para o ensino depende de um sistema semiótico que não pode ser de qualquer natureza, pois deve permitir a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão.

Assim, com relação ao funcionamento da cognição em Matemática, deve-se levar em consideração que a mesma se revela inseparável da existência de diferentes registros de

representação semiótica, sendo necessário utilizar muitos desses registros, para que os objetos matemáticos não venham a ser confundidos com suas representações e possam ser reconhecidos em cada uma delas.

Dessa forma, segundo Duval (2004), para a formação de uma representação, pode-se lançar mão da língua materna, de desenhos, figuras, fórmulas, ou seja, signos próprios de uma ciência. Assim, cada um deles estará contido em um sistema ou registro semiótico que pode ser figural, simbólico, etc.

Duval (2003) também afirma que, na resolução de uma determinada atividade proposta, o nível de compreensão matemática e exploração que um discente é capaz de alcançar depende, necessariamente, de seu desenvolvimento cognitivo e do conjunto que ele pode reconhecer rapidamente. Com isso, as tarefas de reconhecimento (representação identificável) são tão importantes para sua aprendizagem quanto as de produção (tratamento) e as de compreensão (conversão).

Assim, ressalta-se que a importância do uso dos diversos registros de representação semiótica para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática está associada à economia de tratamentos, complementaridade de registros e coordenação. Porém, segundo Duval (2003), é através da coordenação entre os registros que ocorre a aquisição de conhecimentos. O autor elucida essa afirmação, dizendo que “a compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e essa coordenação se manifesta pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão” (DUVAL, 2004, p. 63).

Dessa forma, percebe-se que a ausência da coordenação entre os diferentes registros de representação impede a compreensão global de um determinado conhecimento e, quando essa compreensão fica restrita a um único registro de representação, ela não favorece a aprendizagem.

Além disso, na aprendizagem da Matemática, deve-se levar em consideração os fenômenos de congruência e de não-congruência entre as representações de um mesmo objeto, que se originam de sistemas semióticos diferentes, ou seja, quando se realiza a atividade de conversão. Isso porque, segundo Duval (2004), é através desses fenômenos que se podem explicar os sucessos ou os insucessos dos alunos frente às questões que implicam uma mudança de sistema semiótico de representação. Assim, quando há congruência entre os registros, a conversão torna-se trivial e pode ser considerada intuitivamente como um simples processo de codificação, mas, quando não há congruência, a conversão torna-se onerosa em termos de tratamento.

Duval (2004) ressalta, ainda, a necessidade de discriminação das unidades significantes em cada representação, que podem ser, conforme o autor, um enunciado, uma fórmula ou um texto. Para ele, as mesmas são importantes, pois servem de subsídio para a atividade de conversão. Dessa forma, para que dois sistemas semióticos de representação sejam congruentes, três condições devem ser satisfeitas: correspondência semântica entre unidades significantes que as constituem; a mesma ordem possível de apreensão dessas unidades nas duas representações; conversão de uma unidade significativa da representação de partida em uma só unidade significativa na representação de chegada.

Dentro desse contexto, entende-se que o autor ressalta, na aprendizagem da Matemática, a interdependência entre *noesis* e *semiosis*, ou seja, entre a “aquisição conceitual de um objeto e a representação realizada por meio de signos” (D’AMORE, 2005, p. 58). Duval (2004) ainda enfatiza que a apreensão conceitual (*noesis*) implica, necessariamente, a coordenação dos registros de representação semiótica, para que dessa forma, o sujeito possa distinguir o representante e o representado. O próprio autor ratifica esse comentário:

[...] o salto qualitativo ligado à coordenação dos registros dos alunos, conduz a pensar que o laço entre *semiosis* e *noesis* é muito mais estreito e mais profundo do que geralmente admite-se. A compreensão conceitual, a diferenciação e o domínio das diferentes formas de raciocínio, as interpretações dos enunciados, estão intimamente ligados a mobilização e a articulação de alguns registros de representação semióticos. A conversão dessas representações depende dessa coordenação [...] (DUVAL, 2004, p. 18).

Assim, o autor propõe que se estabeleçam situações de aprendizagem que favoreçam a coordenação dos registros de representação semiótica, desde que nas mesmas “estejam identificadas todas as variações cognitivamente pertinentes de uma representação em um registro, de modo que uma exploração possa ser colocada em ação pelos alunos [...]” (DUVAL, 2004, p.78). Ele, exemplifica essa exploração das unidades significantes próprias de cada registro, através da coordenação das representações gráfica cartesiana e da escrita algébrica, quando o objeto for, por exemplo, uma reta. Julga-se importante apresentar a descrição desse exemplo na íntegra, para que seu sentido não seja modificado e para que não surjam interpretações distorcidas e/ou equivocadas.

As unidades significantes no registro gráfico estão discriminadas por oito valores visuais que correspondem à associação de três variáveis visuais pertinentes para o registro dos gráficos cartesianos: o sentido de inclinação da reta, a posição se sua intersecção com o eixo das ordenadas e sua posição em relação com uma repartição simétrica dos dois quadrantes opostos. Esses oito valores qualitativos não são separáveis visualmente: assim, os valores relativos à intersecção com o eixo das ordenadas e os relativos ângulos desta reta com o eixo das abscissas, se fundamentam para cada ponto desta reta em um só valor visual, não pertinente na representação, de altura que está acima do eixo das abscissas. Para discriminar todos esses valores visuais, é necessário, pois, fazer variar uma das três variáveis visuais pertinentes mantendo constantes os valores das outras duas. A cada um dos valores qualitativos destas três variáveis corresponde uma variação na escrita da equação da reta graficamente representada: seja no sentido de presença ou ausência de certos símbolos, seja no sentido de uma substituição de dois símbolos antagônicos (- ou +), seja no sentido de uma troca de significado da expressão simbólica que expressa a pendência (pendência maior ou menor que 1). Por último, para cada variação no registro gráfico, obtemos uma variação concomitante de forma no registro da escrita algébrica. Evidentemente, no trabalho de exploração e de observação estão excluídos toda a consideração dos números e todo o recurso aos cálculos (DUVAL, 2004, p. 79).

A partir dessa explanação, entende-se que o autor considera necessário explorar todas as variações possíveis acerca de uma representação em um determinado registro, para que o educando possa se dar conta, quando realizar a conversão, de quais dessas variações foram ou podem ser modificadas, por variações concomitantes dessa mesma representação em um outro registro.

Diante dessas considerações, D'Amore (2005) ressalta que a aprendizagem da Matemática requer a interligação de três tipos de aprendizagem: a conceitual, a de estratégias (resolver, demonstrar) e a algorítmica (calcular). Para o autor, as considerações prévias acerca da *noesis* e *semiosis* garantem que a operacionalização utilizada nas atividades semióticas contempla esses três tipos de aprendizagem, pois envolve “questões relativas à resolução de problemas, demonstrações de teoremas, execuções de algoritmos, execuções de operações, etc” (D'AMORE, 2005, p. 67).

Mas, segundo Duval (2004), a aprendizagem só é possível através dos registros de representação semiótica, se o docente engajar-se como mediador entre o conhecimento e o estudante, esclarecendo o objeto matemático que será o foco de estudo, inserindo as representações semióticas nas atividades, trabalhando, assim, com dois ou mais tipos de transformações semióticas (tratamentos e conversões).

Assim, conjectura-se que os docentes devem primar pela construção de um conhecimento significativo, levando os estudantes a articularem seu pensamento, proporcionando o desenvolvimento das capacidades e habilidades cognitivas dos mesmos.

Dessa forma, entende-se que o objetivo do ensino da Matemática é contribuir para o desenvolvimento das capacidades de raciocínio, análise, interpretação, visualização, além da

própria construção do educando em relação ao saber que lhe é ensinado, para que essa construção o faça refletir, questionar, participar, desenvolver-se e evoluir emocional, social e cognitivamente.

Salienta-se, assim, a importância do papel docente na aquisição do objeto matemático e no trabalho com os diferentes sistemas semióticos, pois é através desse trabalho que a prática educativa pode ser modificada, fazendo uso de situações de aprendizagem voltadas para a compreensão e para o progresso conceitual desse objeto matemático.

3 A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Refletir sobre a formação de professores requer que se valorize a ação pedagógica, na tentativa de superar a relação linear e reprodutiva entre o conhecimento e a prática de sala de aula.

Macedo (1994) afirma que “a formação de professores é sempre fundamental porque corresponde a um dos eixos básicos da tarefa escolar, que é formar ou instrumentalizar os futuros cidadãos de uma sociedade” (MACEDO, 1994, p. 57). Dessa forma, o autor ressalta a importância da formação do docente, pois o mesmo é essencial na organização de situações que propiciem a aquisição de conhecimentos e por ser um dos principais agentes de uma mudança educacional.

Com isso, percebe-se que, o futuro professor necessita ter uma formação a qual lhe possibilite oferecer oportunidade para que o aluno “aprenda a aprender”, desenvolvendo situações de aprendizagens diferenciadas, estimulando a articulação entre saberes e competências. Reafirma-se, assim, que o docente deve se tornar “o elemento que desencadeia e (sacia) a curiosidade da turma, ao mesmo tempo em que aprende com ela” (PERRENOUD, 1999, p. 15).

Nessa perspectiva, a aprendizagem é vista como uma construção, cujo centro do processo ensino e aprendizagem é o próprio educando. Percebe-se, então, que o processo de formação do professor deve estar centrado em um foco diferente do tradicional transmissor de informações, como afirma Nóvoa (1992):

A formação deve estimular uma perspectiva crítico-reflexiva que forneça aos professores os meios de um pensamento autônomo e que facilite as dinâmicas de autoformação participada. Estar em formação implica um investimento pessoal, um trabalho livre e criativo sobre os percursos e projetos próprios, com vistas à construção de uma identidade, que é também uma identidade profissional (NÓVOA, 1992, p. 23).

Assim, segundo o autor, valorizar paradigmas de formação os quais busquem autonomia e desenvolvimento da profissão docente é promover a preparação de professores reflexivos, que tomem suas práticas como situações a serem estudadas e refletidas criticamente, instituindo novas relações entre o saber pedagógico e o conhecimento. Isso, para Nóvoa (1992), significa que a formação passa por um processo de experimentação, inovação e investigação, ao qual está articulado com a prática educativa.

Nesse sentido, Macedo (1994) refere-se à formação docente, afirmando que a mesma é longa e complexa. Assim, o autor, sugere quatro pontos fundamentais a serem considerados neste processo. O primeiro diz respeito à tomada de consciência por parte do docente, com

relação ao que faz ou pensa a respeito de sua prática pedagógica, seguido da visão crítica sobre as atividades e procedimentos que o mesmo desenvolve na sala de aula e dos valores culturais de sua função docente.

O terceiro ponto fundamental baseia-se na incorporação de uma postura de investigador e não de transmissor de conhecimentos e, por último, o autor salienta a necessidade do professor ter um melhor conhecimento dos conteúdos escolares e das características de desenvolvimento e aprendizagem dos alunos.

Macedo (1994) ainda comenta que, embora o docente mantenha-se atualizado, sua tendência natural é ficar dominado pelos problemas práticos e pelo cotidiano da sala de aula. Entende-se que a superação dessa tendência pelo professor é importante, mas acredita-se ser difícil, pois envolve sua exposição para sistematizar estratégias, compartilhar com os colegas os problemas que enfrenta e discutir sobre os temas os quais fazem parte do ambiente escolar.

Entende-se, assim que, embora o professor possua compromissos pedagógicos relacionados com suas concepções e tradições, é necessário estar aberto para buscar novas estratégias de ensino, empenhando-se nas possibilidades de promover, com maior qualidade, o desenvolvimento de seus alunos. Dessa forma, o educador deixa de ser o dono absoluto do saber, tornando-se um intermediário entre o conhecimento e a necessidade do aluno.

Essa necessidade discente, para ser contemplada, de acordo com Perrenoud (1999), requer o uso do processo de desenvolvimento de habilidades através dos conteúdos, em lugar de estar decorando, pois, assim, o estudante passará a executar essas habilidades e, através delas, alcançará a aquisição de grandes competências. O autor ainda complementa que:

Independente da idade e da faixa de escolaridade, competências se desenvolvem no enfrentamento de situações complexas, sem solução evidente. O desenvolvimento de competências exige oportunidades para que o indivíduo explicita suas forma de pensar, se conscientize de suas decisões, para que possa inferir, hesitar, tentar e errar, para depois gradativamente, constituir-se como aquisição pessoal, como um repertório que ele poderá recorrer sempre que precisar, para auxiliar no enfrentamento de novas situações, ou para se articular com outras habilidades e compor competências mais complexas (PERRENOUD, 1999, p. 57).

Para que a práxis docente seja competente, segundo Rios (2002), não basta, então, o domínio de alguns conhecimentos e o recurso de algumas técnicas para socializá-los. É preciso que a técnica seja incentivada pela determinação autônoma e consciente dos propósitos e finalidades, pelo compromisso com as necessidades concretas do coletivo e pela presença da sensibilidade, da criatividade.

O que conduz, segundo a autora, a definição de competência como sendo “o conjunto de saberes e fazeres de boa qualidade é a referência ao bem, como garantia da presença da ética, articulada aos elementos constitutivos da técnica, da estética e da política” (RIOS, 2002,

p. 45). Rios (2002) complementa que a competência, na verdade, se refere sempre a um fazer que requer um conjunto de saberes e implica um posicionamento diante daquilo que se apresenta como desejável e necessário, guardando o sentido de saber fazer bem o dever.

Dessa forma, segundo a autora, a competência se revela na ação, pois é na prática do profissional que se exteriorizam suas capacidades, se exercitam suas possibilidades, se atualizam suas potencialidades, onde a dimensão técnica é suporte da ação competente.

Um exemplo que Rios (2002) utiliza para o melhor elucidar o que afirma é que um professor, para ser competente, deve levar em conta a dimensão técnica. Também deve ter domínio dos conteúdos de sua área específica de conhecimento, além de dimensão estética, deve ter um movimento de compreensão, que articula o intelectual e o afetivo. Precisa conhecer a dimensão política, definir finalidades para sua ação e comprometer-se em caminhar para alcançá-las.

Para a autora, é por isso que não se fala em competência como algo abstrato ou um modelo, pois é necessário situá-la nas sociedades reais em que vivem os professores. A competência docente se revelará em cada uma de suas dimensões: técnica, que se refere à capacidade de lidar com os conteúdos, conceitos, comportamentos e atitudes, além da habilidade de reconstruí-los com os alunos; estética, a qual diz respeito à presença de sensibilidade e sua orientação numa perspectiva criadora; política, que diz respeito à participação na construção coletiva da sociedade e ao exercício de direitos e deveres; ética, que diz respeito à orientação da ação, fundada no princípio do respeito e da solidariedade, objetivando a realização de um bem coletivo.

Nesse âmbito, as Diretrizes Curriculares para os Cursos de Licenciatura em Matemática apontam, em sua fundamentação e orientações, as competências que os futuros profissionais da área de Matemática devem possuir. De acordo com Groenwald e Silva (2002),

os profissionais formados nos cursos de Matemática devem possuir uma visão abrangente do papel social do educador, abertura para aquisição e utilização de novas idéias e tecnologias, visão histórica e crítica da Matemática, capacidade de aprendizagem continuada e de trabalhar em equipes multidisciplinares, capacidade de comunicar-se matematicamente e compreender Matemática, de estabelecer relações com outras áreas do conhecimento, de utilizar os conhecimentos para compreensão do mundo que o cerca, capacidade de criação e adaptação de métodos pedagógicos ao seu ambiente de trabalho, de expressar-se com clareza, precisão e objetividade. Deve, também, ser capaz de despertar o hábito da leitura e do estudo independente e incentivar a criatividade de seus alunos (p. 64).

E dentre as habilidades que os docentes dos Cursos de Licenciatura devem buscar que seus discentes desenvolvam, Groenwald e Silva (2002) mencionam:

[...] integrar vários campos da matemática para elaborar modelos, resolver problemas e interpretar dados; compreender e elaborar argumentação matemática; trabalhar com conceitos abstratos na resolução de problemas; analisar criticamente textos matemáticos e redigir formas alternativas (p. 64).

Assim, percebe-se que o docente egresso deve ter constituído, ao longo do seu Curso, uma ampla formação que envolve vários aspectos, tais como: domínio do próprio conteúdo matemático, técnicas e procedimentos pedagógicos que possibilitem ao educando a compreensão do mundo além de elementos de outras áreas do conhecimento que sirvam de base para o exercício da atividade docente. Para isso, o educador necessita refletir sobre os conhecimentos matemáticos os quais precisa desenvolver e se preocupar com suas formas de apresentá-lo, utilizando e/ou criando procedimentos pedagógicos adequados a sua realidade de trabalho, pois o objetivo principal da ação docente é tornar significativo e útil o conhecimento que será apresentado ao discente.

De acordo com D'Ambrósio (2002), a formação de professores de Matemática está alicerçada, atualmente, no desenvolvimento de sujeitos que percebam a importância dos avanços científicos e tecnológicos e os insiram na elaboração de seus métodos pedagógicos, tornando sua área de conhecimento mais real e significativa. O autor, relacionando especificamente o uso dessas novas idéias e da tecnologia à disciplina de Matemática, afirma que,

se os educadores matemáticos não assumirem seu ensino, este será feito por outros e a matemática perderá seu caráter de disciplina autônoma no currículo do futuro. Isso é verdade na vida profissional. Aceitar que haja uma matemática essencial para o sistema de produção, mas inacessível para aqueles que produzem, é um dos principais fatores de desigualdade social (D'AMBRÓSIO, 2002, p. 29).

Assim, o autor salienta a necessidade da construção, ao longo da Educação Básica, de um conhecimento matemático aplicável, que possibilite a inserção do indivíduo no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para a área da Matemática, no Ensino Fundamental (1997, p. 29), a disciplina “comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico”. Já, conforme Diniz e Smole (2002), os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio ratificam essa idéia, ampliando-a para um ensino da Matemática que possui a função,

não apenas de levar o aluno a ter acesso à Matemática como ciência, com suas peculiaridades e conceitos específicos, bem como de possibilitar a ele se apropriar da linguagem que as ciências naturais e sociais utilizam para descrever fenômenos diversos e de aprofundar seu conhecimento sobre procedimentos matemáticos de enfrentamento e resolução de situações-problema (p. 39).

Dessa forma, entende-se que essas potencialidades do conhecimento matemático devem ser exploradas na escola preferencialmente ao longo do Ensino Fundamental e estendidas ao Ensino Médio, proporcionando meios para uma formação integral do educando e viabilizando uma educação útil e prazerosa. Nessa visão, compreender Matemática significa o desenvolvimento de competências e habilidades de pensamento para poder descobrir as razões das coisas, questionar, analisar, tomar decisões, estabelecer conclusões, generalizar.

Pietropaolo (2002) refere-se à resolução de problemas, na Matemática do Ensino Fundamental, como uma das competências que possibilita a evolução do pensar e do fazer matemático, pois oportuniza ao discente pensar por si próprio, construir caminhos e argumentos de resolução, enfim, articular diferentes conhecimentos em detrimento de uma determinada situação-problema.

Para o autor, o problema do ensino dessa competência está em desenvolvê-la somente através da fixação de técnicas e conceitos matemáticos, ou seja, através da memorização de passos que o discente necessita seguir para encontrar a solução da atividade proposta. Ele ainda evidencia que, durante uma atividade que exija que o estudante escolha um caminho para resolução, ou seja, que tome decisões, reflita, cometa erros, acertos, surgem fracassos. Pietropaolo (2002) ilustra essa afirmação, dizendo que:

[...] sabemos do fracasso dos alunos quando propomos uma situação na qual devem ser relacionados fatos diversos, ou quando é necessária a tomada de decisões entre diferentes e possíveis caminhos de resolução. Neste caso, percebemos que os alunos possuem as informações, mas não as mobilizam, não as combinam eficientemente, desanimam, esperam a explicação do professor, não se permitem errar, tentar, não confiam em suas próprias formas de pensar (PIETROPAOLO, 2002, p. 41).

Com isso, compreende-se que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática precisa sofrer mudanças, que sinalizem um rompimento dos elos formativos tradicionais. Zeichner (1993) afirma que “o movimento de reforma do ensino e de formação de professores, instaurado atualmente em âmbito internacional, tem-se utilizado da reflexão como uma reação contra a visão do professor como um técnico que transmite conteúdos vindos de ‘cima e de fora’” (1993, p. 15). Essa reflexão, mencionada pelo autor, significa o reconhecimento de que os professores representam um papel ativo e que o ensino deve a eles retornar, pois, como sujeitos de sua práxis.

Tendo em vista que a formação de professores é uma questão importante a qual necessita ser discutida, repensada e transformada, ressalta-se, através de Niss (2006), o destaque que é dado para as competências na formação de professores na Dinamarca. O autor exemplifica, através de um problema aplicado de Matemática (modelagem), no Ensino Médio, que competências são necessárias ao docente para promover um processo de ensino e aprendizagem significativo, reflexivo, rico em possibilidades. Assim, segundo o autor, para realizar a tarefa proposta, com sucesso, são necessários os seguintes componentes:

- estar apto, a modelar matematicamente, uma situação pseudoprática como meio de fazer perguntas e resolver problemas pertinentes àquela situação;
- possuir um senso para os tipos de perguntas que fazemos em Matemática e para os tipos de respostas que podemos esperar, elementos, aliás, fundamentais do pensamento matemático;
- estar apto a propor, especificar e resolver problemas matemáticos;
- formular e justificar proposições, soluções e conclusões, isto é, raciocinar matematicamente;
- fazer uso de representações matemáticas diferentes e transitar de maneira significativa entre elas;
- estar apto a lidar com o simbolismo e o formalismo matemático;
- estar apto a formular assuntos matemáticos;
- fazer uso de ferramentas e assistentes matemáticos (NISS, 2006, p. 31).

Nesse âmbito, entende que o professor necessita, antes de efetivar seu ensino, compreender de diferentes modos o conhecimento o qual irá ensinar. Por isso, é necessário que já tenha construído suas competências, para que possa desenvolver habilidades em seus alunos os quais por sua vez, elaboraram por intermédio da ação docente, as próprias competências.

Assim, para engajar-se nessa concepção, a educação deve ser entendida como um processo ativo, pelo qual o sistema educacional deve proporcionar meios para a formação do homem crítico e criativo, independente e competente, que domine um corpo de conhecimentos, propiciando a assimilação crítica e consciente da ciência em estudo e relacionando-a com o contexto social e seus múltiplos conflitos e contradições.

Entende-se que, para melhoria da qualidade do ensino, é necessário construir algo mais consistente que a mera transmissão do conteúdo de ensino, geralmente elaborado com base na consulta do pensamento de um único autor o qual trata do assunto. Para tanto, deve-se buscar formas e estilos que possam auxiliar os educandos, futuros cidadãos, a conquistarem elementos teóricos para uma assimilação crítica e não reprodutiva dos conteúdos curriculares.

Em busca dessas formas diferenciadas de ensino que contribuam para a aquisição dos conhecimentos dos discentes, principalmente os de Matemática, é que Duval (2004) menciona a importância de o docente aprofundar-se, teoricamente, na teoria dos registros de

representação semiótica, significando, assim, o saber matemático que é ensinado. Isso porque, segundo Flores (2006):

Um dos objetivos do ensino é levar o aluno a construir sua própria relação com o saber que lhe é ensinado. Porém, antes de tudo, é preciso que o professor não só tome consciência da significação que ele mesmo dá ao saber que ensina, mas, sobretudo, que ele compreenda o que é o saber que é proposto ao ensino. Ou seja, é preciso retomar o sentido do saber. Se não é possível fazer matemática sem passar pelos registros de representação semiótica, é preciso então, saber como isso foi possível, como se constituiu esse método de representação, a epistemologia (FLORES, 2006, p. 98).

A autora recorre à história e à epistemologia dos registros de representação semiótica, para que seus fundamentos sejam compreensíveis a todos os que desejarem utilizá-los na aprendizagem da Matemática. E justifica esses fundamentos, dizendo que:

Logo, a questão da representação como modelização do conhecimento instaurado na Idade Clássica, que passa a reger toda a teoria do conhecimento ocidental; a definição de um sistema de representação que é fundado na razão e na dicotomia entre sujeito e objeto; a relação fundamental do signo com um significante e um significado, fundando a teoria binária dos signos e fazendo despontar estudos semióticos; sistemas semióticos de representação, criando uma diversidade de registros de representação, são os elementos que estão na base da teoria dos registros de representação semiótica, aplicada à aprendizagem da matemática (FLORES, 2006, p. 99).

Flores (2006) conclui seu pensamento, afirmando que essa reflexão epistemológica se une a uma reflexão da origem do saber, que propicia, assim, a reflexão pedagógica.

Assim, articulando os problemas evidenciados por Pietropaolo (2002) na resolução de situações-problema pelos estudantes de Ensino Médio, às competências que Niss (2006) considera essenciais para a formação do professor de Matemática e a reflexão epistemológica, a partir da teoria dos registros de representação semiótica que Flores (2006) diz ser necessária para o desenvolvimento profissional do docente, entende-se que o ensino por competências na disciplina de Matemática deve ser proporcionado na medida em que contemple orientações teóricas que sejam capazes de minimizar as defasagens dos estudantes na disciplina e que os desenvolva cognitivamente.

Por isso, Flores (2006), em consonância com Duval (2004), destaca o papel fundamental da teoria dos registros de representação semiótica para a disciplina de Matemática, pois, segundo a autora, as representações tornaram-se centrais para a evolução do pensamento matemático.

A base do pensamento matemático, durante a Antiguidade Grega e Idade Média, era a da indução geométrica, cuja retórica era a linguagem que se usava para demonstrar, explicar, representar o conhecimento. Já durante a Idade Clássica, uma nova forma de linguagem matemática, a escritura simbólica, ou seja, algébrica, possibilitou a fundação de um pensamento caracterizado como racional, organizado, moderno. A constituição dessa nova forma de representar os objetos da matemática tornou possível um ponto de vista formal, portanto, um pensamento matemático permeado por uma linguagem convencional, formalizada. Quanto às figuras geométricas, estas ganharam um novo modo de representação a partir da instauração de uma nova forma de olhar e representar o espaço, um espaço em perspectiva (FLORES, 2006, p. 93).

Ainda de acordo com Duval (2004), a teoria dos registros de representação semiótica possibilita um real funcionamento cognitivo do aluno, permitindo-lhe utilizar diversas representações acerca de um determinado conteúdo matemático, para que o estudante saiba como articular o conhecimento que dispõe em uma determinada atividade proposta. Isso, para Flores (2006), reforça a importância de se refletir sobre essa teoria para aprendizagem da Matemática, pois “tem como fundamento o pensamento moderno: um sujeito cognoscente, um objeto cognoscível e uma teoria dual de signos” (2006, p. 81).

Nesse contexto, entende-se que os novos rumos da educação indicam uma mudança de foco e, em consequência, de meios, na intervenção pedagógica. Essa proposta inovadora tem sugerido que, para desempenhar bem o papel de professor, nesse novo contexto, a postura frente à classe tem de mudar.

Dessa forma, repensar a formação docente implica qualificar o processo de formação da Educação Básica e do Ensino Superior, na tentativa de construir um profissional que seja investigativo, trabalhe com estratégias metodológicas inovadoras, provocando, nos discentes o desenvolvimento de capacidades e competências implícitas no conhecimento, na ação e na reflexão.

4 OS LIVROS DIDÁTICOS UTILIZADOS NAS DISCIPLINAS INVESTIGADAS

A ação educativa envolve, necessariamente, uma construção que mobiliza três elementos- chaves: o docente, o discente e o conhecimento envolvido nesse processo. Entretanto, para que o mesmo se torne significativo para o estudante, o professor necessita fazer uso de estratégias e recursos que orientem e qualifiquem sua intervenção pedagógica.

Partindo desse pressuposto, Perrenoud (2002) afirma que as noções de dispositivos e seqüências didáticas chamam a atenção para o fato de que uma situação de aprendizagem não ocorre ao acaso, sendo acionada por um dispositivo que coloca os alunos diante de uma tarefa a ser realizada, um projeto a fazer, um problema a resolver.

A concepção e a implantação de dispositivos e seqüências didáticas levam ao confronto de um dos dilemas de toda pedagogia ativa: ou investir em projetos que envolvam e apaixonem os alunos, com o risco de que professores e alunos tornem-se prisioneiros de uma lógica de produção e de êxito, ou implantar dispositivos e seqüências mais abertamente centralizadas em aprendizagens reencontrando os impasses das pedagogias da lição do exercício (PERRENOUD, 2002, p. 34).

Assim, entende-se que a estratégia de ensino utilizada pelo professor deve operar através de uma variedade de meios e procedimentos, técnicas e recursos que envolvam os discentes em um processo de descoberta, de crescimento e reflexão, diante da aquisição do conhecimento. Dentre esses dispositivos, destacam-se os livros didáticos, que são um dos recursos que dinamizam e qualificam o trabalho pedagógico do docente.

De acordo com Frasson (2006), que realizou um estudo sobre o significado da Aids nos livros didáticos de Ensino Médio, os manuais didáticos são percebidos pelos professores como instrumentos que normalizam os conhecimentos, tornando-os assuntos pedagógicos.

Frasson (2006) ainda salienta que até a década de 70 do século passado, os livros didáticos não eram tão presentes nas escolas como o são atualmente. Porém, desde meados da década de 80, século XX, esses livros tornaram-se o principal recurso para o trabalho docente. Do ponto de vista político, a modalidade livro didático retirou do professor a tarefa de elaborar suas aulas e o fez refém de conhecimentos preparados por equipes especializadas em “conteúdos” didáticos. Nessa perspectiva, para a autora:

[...] o livro didático é a partitura do professor; uma partitura que foi desenvolvida à medida que as relações capitalistas transformam os professores em trabalhadores manuais e o trabalho intelectual fica nas mãos dos elaboradores dos livros didáticos. O professor e os alunos ficaram subordinados aos livros adotados na escola para os quais os conhecimentos científicos são “conteúdos” que devem ser “repassados” ano a ano aos alunos (FRASSOM, 2006, p. 12).

Caraça (2000) comenta sobre essa diferença que existe entre um conhecimento em produção e o conhecimento já transposto para o livro didático. Ele aborda esse aspecto,

destacando que se costuma trabalhar somente o conteúdo conforme está no livro didático, esquecendo-se da forma ou dos problemas e etapas envolvidas na construção do conhecimento. Para ele:

Os conhecimentos estão encadeados nos livros de forma harmoniosa e quase sempre não são questionados. Deve-se estar atento, pois na construção da Ciência há toda uma influência na vida social, das condições de produção, e isto é que se faz dela um organismo vivo e interessante para ser estudado (CARAÇA, 2000, p. 34).

Entretanto, para Saviani (apud SILVA, 2004, p. 11), “a seqüência lógica da disciplina escolar não segue a da ciência, mas dela se aproxima, na medida em que permite ao aluno familiarizar-se com os fundamentos das ciências, sua lógica, seus conteúdos, suas teorias”. Assim, entende-se que, mesmo não sendo o único a garantir o saber apreendido pelos estudantes, o livro didático pode favorecer uma visão do real significado dos conhecimentos, evidenciando a dinâmica de sua estrutura e a história dos seus sujeitos e objetos.

Segundo Valente (2001), os livros didáticos de Matemática, tornam-se uma referência em muitos cursos e o aluno acaba sofrendo essa influência, quer seja na sala de aula, quer seja nas suas pesquisas ou trabalhos acadêmicos.

A dependência de um curso de Matemática aos livros didáticos, portanto, é algo que ocorreu desde as primeiras aulas que deram origem à Matemática hoje ensinada na escola básica [...]. Talvez seja possível dizer que a Matemática constituiu-se na disciplina que mais tenha sua trajetória histórica atrelada aos livros didáticos (VALENTE, 2001, p. 02).

Grande e Bianchini (2006), que realizaram uma pesquisa sobre os registros de representação semiótica utilizados nos livros didáticos de Álgebra Linear reforçam essa afirmação dizendo que as atividades propostas, as avaliações e as próprias aulas ministradas pelos professores de Matemática são baseadas, estruturadas e apoiadas nos livros didáticos. Araújo (2002) destaca as pesquisas de Aline Robert e Jacqueline Robinet (1989) a respeito da relação entre o professor, livro didático e o aluno:

Robert e Robinet afirmam que, freqüentemente, existe uma ligação estreita entre as representações metacognitivas dos professores de Matemática e as dos autores de livros didáticos de Matemática, embora, na prática, muitos professores façam ajustes nos exercícios apresentados nesses livros. As autoras ressaltam que os exercícios dos livros didáticos podem exercer influência sobre a aprendizagem da Matemática, pois, por exemplo, a freqüência com que certo tipo de exercício aparece pode fazer com que o aluno acredite que o que esses exercícios tratam indica o que é mais importante no tema estudado, o que pode ocorrer mesmo que os exercícios não sejam resolvidos em sua totalidade (ARAÚJO, 2002, p. 11).

Percebe-se, assim, que essa realidade é claramente vivenciada no Ensino Superior. Esse ponto de vista, vai ao encontro do que afirmam os Parâmetros Curriculares Nacionais

(1998, p. 22), “[...]: os professores apóiam-se quase que exclusivamente nos livros didáticos [...]”.

Ainda, com relação à forma de abordar pedagogicamente os conhecimentos matemáticos, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) explanam que:

[...] os conteúdos matemáticos são tratados isoladamente e são apresentados e exauridos em um único momento. Quando acontece de serem tomados, é apenas com a perspectiva de utilizá-los como ferramentas para a aprendizagem de novas noções. De modo geral, parece que não se leva em conta que, para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos (BRASIL, 1998, p. 22-3).

Diante dessas considerações, entende-se que essa visão convencional se configura, atualmente, como algo que está ultrapassado e conduz a uma nova, na qual os livros têm procurado ser mais úteis para o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos tratados, substituindo uma abordagem baseada em definições, propriedades, técnicas e exercícios, por outra na qual se privilegia a aquisição do conhecimento através de aplicações, de conexões com outras áreas do conhecimento e da utilização de diferentes registros de representação.

Assim, referindo-se novamente ao processo de aprendizagem dos conhecimentos matemáticos, diz-se que o mesmo está embasado, de acordo com Duval (2004), na utilização de múltiplas representações. O livro didático ratifica essa afirmação, pois traz consigo uma infinidade de representações simbólicas, gráficas e em língua natural, através das quais se entende que possuem o intuito de facilitar o entendimento por parte do estudante. Dessa forma, ele pode ser visto como um instrumento pedagógico que proporciona novas descobertas para os discentes e, para isso, as representações tornam-se necessárias, quase que imprescindíveis.

Silva (2004), que realizou um estudo sobre a noção de Integral nos livros didáticos, sob a luz dos registros de representação semiótica, em consonância com Duval, diz que o processo de compreensão de um texto está ligado ao grau de complexidade da forma lingüística e ao conteúdo cognitivo que ele traz. Assim:

Não se pode descartar o fato de que certas “apresentações” podem ser mais completas que outras, ou que elas podem ser mais adequadas aos procedimentos exigidos para apropriar o conteúdo tratado. Se a compreensão durante a leitura resulta da “interação entre um leitor e um texto” ela pode ser tão importante para suplantarmos o desnível entre o conteúdo cognitivo próprio ao texto, com aquilo que é “próprio do leitor” (DUVAL apud SILVA, 2004, p. 20).

Nesse sentido, Duval (2004) afirma que a estrutura de um texto pode facilitar ou dificultar a compreensão do leitor acerca de um determinado conhecimento. Dessa forma, faz-

se necessário distinguir o conteúdo cognitivo da apresentação ou organização redacional de um texto.

Segundo o autor, o conteúdo cognitivo está relacionando “ao conjunto de representações correspondente a uma compreensão que permita fazer associações ou inferências e controlar a pertinência ou a legitimidade”, enquanto que a organização redacional trata do “nível de organização do texto ao qual podem ser determinadas as representações relativas ao conteúdo cognitivo desenvolvidas pelo texto” (DUVAL apud SILVA, 2004, p. 20).

Para Silva (2004), a diferença entre esses termos está associada a dois tipos de procedimentos para avaliar a compreensão: “seja uma restituição de todo ou de parte do texto, seja uma produção diferente do mesmo, mas em relação direta com ele” (SILVA, 2004, p. 20). Assim, entende-se que a primeira remete à organização do conteúdo redacional apresentado no texto e a segunda leva à compreensão do conteúdo no campo cognitivo da situação.

A partir dessas considerações, julga-se importante destacar e fazer alguns comentários acerca dos livros didáticos que servem de suporte para as disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I, pois se entende que esses recursos pedagógicos influenciam diretamente o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, subsidiando os professores em sua ação pedagógica. Busca-se perceber se os mesmos favorecem a utilização de diferentes registros de representação semiótica, enfatizados por Raymond Duval (2004), pois estes estão diretamente relacionados a aspectos cognitivos voltados à aquisição dos conhecimentos matemáticos.

É importante salientar que essa análise nos livros didáticos que são indicados como bibliografia básica nas disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I tem o objetivo de captar elementos sobre a contribuição desses livros para as disciplinas, em termos de registros de representação semiótica, não tendo sido tomada como base para a análise dos dados obtidos na investigação.

A disciplina de Matemática Aplicada I possui como temáticas estruturantes seqüências e séries numéricas, séries de potências, equações diferenciais, equações a variáveis separáveis, equações redutíveis a variáveis separáveis, equações exatas e fatores integrantes, equações lineares de 1ª ordem, equações redutíveis às lineares de 1ª ordem e aplicações de equações diferenciais de 1ª ordem. Essa disciplina utiliza, como bibliografia básica, o livro Cálculo II, quarta edição, do autor James Stewart, professor da McMaster University. Foi traduzido por

professores do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo e publicado pela editora Pioneira Thomson Learning, no ano de 2002.

O livro foi elaborado para a sociedade americana, que possui uma tecnologia mais aperfeiçoada, que já está inserida nas escolas e universidades. Os conceitos são apresentados de forma a facilitar o entendimento e a visualização por meio de exemplos. Ele aborda exercícios conceituais, apresenta-os em nível gradativo de dificuldade, insere dados do mundo real, procura dar ênfase à tecnologia e explora a resolução de problemas propostos.

No prefácio, o autor menciona características da obra inclusive, fazendo comentários que, embora não use os termos da teoria de Duval (2004), indicam sua preocupação em utilizar diferentes representações e a mudança entre seus registros.

Tentei focalizar a compreensão conceitual implementando a regra de três: tópicos devem ser apresentados “geométrica, numérica e algebricamente”. Visualização, experimentação numérica e gráfica e outras abordagens mudaram radicalmente a forma de ensinar o raciocínio conceitual (STEWART, 2002, p. vii).

De modo geral, o autor utiliza, em sua obra, os exemplos para chegar aos conceitos dos conteúdos estudados. Esses são complementados, basicamente, por meio dos registros simbólico (numérico e algébrico) e gráfico. Assim, por meio desses registros, são realizados tratamentos e conversões.

As regras e propriedades são apresentadas paralelamente a uma grande quantidade de exercícios resolvidos. Em cada capítulo, são apresentadas notas históricas referentes ao tópico desenvolvido. O conteúdo é dividido em capítulos e esses em subseções, com a característica de uma abordagem compartimentada. Há uma certa variedade nos tipos de exercícios, inclusive, capítulos separados especialmente para aplicações de conteúdos.

Na disciplina de Matemática Avançada I são desenvolvidos conteúdos de Análise Matemática, tendo como temáticas estruturantes conjuntos numéricos, conjuntos finitos e infinitos, enumeráveis e não-enumeráveis, seqüências numéricas reais, topologia da reta e limite de funções. A disciplina utiliza o livro Análise Matemática para Licenciatura, do autor Geraldo Severo de Souza Ávila, cuja edição é a terceira, publicado pela editora Edgard Blücher, no ano de 2006. Esse livro difere dos demais livros de Análise, visto que não aborda tópicos de importância maior no Curso de Bacharelado e inclui outros assuntos de interesse na Licenciatura. Assim, ele não inclui as partes mais sofisticadas da continuidade uniforme, das teorias da derivada e da integral e a equicontinuidade, contudo destaca tópicos elementares de Lógica, Números Reais, entre outros. Existe uma preocupação na apresentação dos diferentes assuntos, com maior atenção ao desenvolvimento das idéias e dos aspectos históricos da disciplina. Além disso, alguns exercícios propostos apresentam sugestões para facilitar sua

resolução e respostas. Entretanto, os conhecimentos são abordados de forma mais técnica, com ênfase nos registros simbólico-algébrico e língua natural. Aspecto esse justificável, visto que a disciplina de Análise Matemática é abordada dentro de uma perspectiva mais formal dentro dos cursos de Licenciatura e/ou Bacharelado.

Em suma, os conteúdos são abordados, primeiramente, através de uma revisão de algumas definições e teoremas. Na mesma, são utilizados exemplos, fazendo uso do registro simbólico-algébrico. O conteúdo, desenvolvido posteriormente, é apresentado por meio de definições, teoremas, ilustrados através de exemplos baseados no registro simbólico. Os exemplos são dados como forma de motivação ou interpretação geométrica. São apresentados exercícios com uma grande valorização de mecanismos (algoritmos, definições) que servem de base para as resoluções. Não é mencionado o uso de tecnologias, tais como computador. Os conteúdos são divididos em capítulos e esses em seções, abordagem compartimentada. Os registros mais utilizados são língua natural e simbólico, através dos quais se realizam tratamentos e conversões.

A partir dessa caracterização das obras, à luz dos registros de representação destacados por Duval (2004), pode-se sintetizar que o livro de Matemática Avançada I apresenta os conceitos seguindo um padrão: definição, teorema, exemplo, exercício, enquanto que o livro de Matemática Aplicada I introduz o conteúdo através da apresentação de problemas e, somente após a resolução e discussão dos mesmos é que oficializa a definição. Além disso, o livro de Matemática Aplicada I sugere o uso de recursos tecnológicos, tais como computador e calculadora. Com relação ao uso dos registros de representação semiótica, percebe-se que o livro da disciplina de Aplicada I apresenta e proporciona a utilização de um número maior de registros de representação.

Diante desse contexto, salienta-se que, embora o livro didático não seja o único elemento responsável pelo saber adquirido pelos estudantes, ele possui um papel destacado no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, devido a sua importância como instrumento pedagógico para o professor, sugerindo conteúdo, atividade e, até mesmo, metodologia de ensino. É um manual que destaca a importância e a riqueza que existe por trás das representações, revelando a forma de pensar de seus escritores. Cada autor busca registrar a essência dos conhecimentos, através de diferentes recursos, seja mostrando aplicações, conceitos, curiosidades ou explorando os registros, que são de fundamental importância para o entendimento dos conteúdos.

Dessa forma, compreende-se que os livros abrangem um conteúdo vivo e o aluno é um ser ativo de sua aprendizagem, cabendo ao professor ser um facilitador e investigador de

elementos que enriqueçam esse processo, no qual a Matemática seja evidenciada e, por meio dela, despertado o gosto e a vontade de aprender.

5 A INVESTIGAÇÃO REALIZADA

Após destacar o importante papel das representações semióticas para o desenvolvimento cognitivo do sujeito e, conseqüentemente, para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, apresentam-se os objetivos que nortearam esta investigação. Através dos mesmos, justifica-se a escolha dos pressupostos teóricos desenvolvidos anteriormente, visto que eles orientaram as ações e serviram de base para as interpretações e reflexões realizadas.

5.1 OBJETIVOS

Segundo Duval (2004), a aprendizagem da Matemática é constituída por um campo de estudo privilegiado para a análise das atividades cognitivas de pensamento, as quais necessitam, para seu desenvolvimento, da utilização de diversos sistemas de expressão e de representação sobre um determinado objeto que, quando coordenados pelo indivíduo, propiciam a aquisição do objeto matemático em estudo. Assim, a presente pesquisa tem por objetivo investigar evidências da utilização da teoria dos registros de representação semiótica em um curso de formação de professores em Matemática, através da análise da produção dos acadêmicos, nas disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I.

Para concretizar esse objetivo, estabeleceram-se os seguintes objetivos específicos:

- investigar a concepção dos discentes sobre aspectos do desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática e da teoria dos registros de representação semiótica;
- investigar o ambiente pedagógico em que se encontram os acadêmicos, a fim de perceber como é realizado o trabalho em sala de aula e se o mesmo favorece o uso dos registros de representação semiótica;
- verificar se são utilizadas conversões no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem sobre as noções de Função, Limite e Seqüência entre os registros linguagem natural, gráfico e simbólico;

Após o estabelecimento dos objetivos que norteiam essa investigação, faz-se necessário mencionar os procedimentos metodológicos utilizados na busca das informações necessárias para a composição do conhecimento que se escolheu investigar. Essas orientações metodológicas são descritas a seguir.

5.2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A metodologia utilizada na realização dessa investigação assume um caráter qualitativo. A perspectiva qualitativa é ressaltada, pois enfatiza “a compreensão, em um nível pessoal, dos motivos e crenças que estão por trás da ação dos indivíduos” (TAYLOR E BOGDAN apud CURY, 1994, p. 99).

Chizzotti (1991) diz que, na abordagem qualitativa, há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma dependência viva entre o sujeito e o objeto, um vínculo entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito.

Enfoca-se esse tipo de pesquisa, por considerar que o objeto em estudo busca, através da subjetividade do ambiente escolar, expor como se desenvolve e se concretiza a construção dos conhecimentos, onde se encontram suas dificuldades, lacunas e como essas influenciam seu desenvolvimento escolar.

Bogdan e Biklen (1982), citados por Ludke e André (1986, p. 12-3), indicam algumas características a serem tomadas como básicas, para uma pesquisa qualitativa. Entre essas, salientam-se as que norteiam este estudo:

- a preocupação com o processo - o pesquisador percebe os indivíduos e as situações como um todo, sem preocupar-se em quantificar dados e diminuir as variáveis.
- abordagem indutiva - o pesquisador não possui um modelo pronto, onde pode testar previamente as informações coletadas. Ele tenta entender os focos de interesse que existem, para fazer categorias de análise, que são predominantemente descritivas.

O método a ser utilizado no desenvolvimento desse trabalho é o estudo de caso. Para Yin (2005, p.32), “um estudo de caso é uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo dentro do seu contexto de vida real, especialmente quando os limites entre os fenômenos e o contexto não estão claramente definidos”.

Goode e Hatt (apud LUDKE E ANDRÉ, 1986, p. 17), complementam a explanação, dizendo que, “o interesse, portanto, incide naquilo que ele tem de único, de particular, mesmo que posteriormente venham a ficar evidentes certas semelhanças com outros casos ou situações”.

Ainda, segundo Ludke e André (1986), os estudos de casos possuem características fundamentais que se assemelham à pesquisa naturalística. Entre essas, destacam-se as que: visam à descoberta; ressaltam a interpretação, de acordo com a realidade envolvida; enfatizam o ambiente na complexidade natural; usam uma variedade de dados; revelam experiências e

permitem generalizações; representam diferentes pontos de vista sob uma mesma situação; utilizam uma linguagem de fácil entendimento.

Além disso, de acordo com Yin (2005, p. 33), o estudo de caso percebido como estratégia de pesquisa, compreende “um método que abrange tudo: tratamento da lógica de planejamento, das técnicas de coletas de dados e das abordagens específicas à análise dos mesmos”. Por isso, para o desenvolvimento da investigação, foram estabelecidas as seguintes estratégias de ação:

- levantamento bibliográfico;
- escolha das turmas, objetos de investigação;
- participação dos professores de Matemática das turmas envolvidas na pesquisa, como colaboradores no desenvolvimento da mesma;
- observação das aulas das turmas envolvidas na pesquisa;
- utilização de instrumentos de pesquisa que permitam perceber evidências do uso dos registros de representação semiótica sobre a temática de Funções, Limites e Seqüências;
- análise dos dados coletados;
- apresentação dos resultados.

5.2.1 O Cenário da pesquisa

A Universidade Luterana do Brasil – ULBRA localiza-se, na cidade de Canoas, estado do Rio Grande do Sul, região metropolitana de Porto Alegre.

Segundo o Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática (2006), desde sua fundação, a Universidade Luterana do Brasil procura apresentar-se como Instituição de identidade e características próprias, buscando atender as especificidades da região na qual está inserida. Nessa perspectiva, a Universidade se apresenta e atua como centro de estudo de nível superior que promove: a busca da verdade, através do ensino, da pesquisa e da extensão; a formação de profissionais; o diálogo entre as culturas; a inserção efetiva em seu meio, assumindo a responsabilidade pelo seu desenvolvimento.

O Curso de Licenciatura em Matemática da ULBRA, oferecido semestralmente, está em funcionamento há dezenove anos no campus de Canoas e tem por objetivo:

Preparar profissionais para atuarem como docentes nas disciplinas de Matemática de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental e Ensino Médio, com formação sólida de conhecimentos matemáticos integrados a outras áreas do conhecimento e com formação pedagógica compatível com as necessidades atuais da escola e da sociedade, incentivando a pesquisa como caminho para uma formação profissional continuada (ULBRA, 2006, p. 22).

Dessa forma, o Curso apresenta-se em consonância com as Diretrizes Curriculares para os Cursos de Licenciatura em Matemática, porque possui uma preocupação com a formação geral, específica e pedagógica de seus acadêmicos. Conta com a participação de um corpo docente qualificado e mantém em funcionamento um Laboratório de Matemática e Estatística. Destaca-se que a base teórica do Curso de Matemática, apresentada no seu Projeto Pedagógico, não faz alusão à teoria dos registros de representação semiótica.

De acordo com o Projeto Pedagógico do Curso (2006), o Laboratório de Matemática é um espaço físico dimensionado para a prática de uma proposta pedagógica centrada na ação do aluno, com princípios definidos sobre o ensinar e o aprender. Ele está em funcionamento há mais de quinze anos, desenvolve pesquisa em Educação Matemática, dispendo de materiais instrucionais, softwares educativos, uma biblioteca própria e toda infra-estrutura necessária às aulas teórico-práticas, que possibilitam ao aluno agir, pensar e construir sua aprendizagem.

Já o Núcleo de Apoio Estatístico da ULBRA, segundo o Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática (2006), oferece ao público universitário da Instituição a possibilidade de elaborar instrumentos de pesquisa, efetuar cálculos, testar hipóteses, confrontar objetivos, esboçar gráficos e, enfim, viabilizar os métodos mais adequados à descrição e compreensão dos problemas com que se defrontam nas respectivas pesquisas e estudos desenvolvidos em suas especialidades. Caracteriza-se, também, pelo desenvolvimento de pesquisa na área do ensino e aprendizagem da Estatística.

O Curso de Licenciatura em Matemática é estruturado em sete semestres e conta com um currículo mínimo, entendido como núcleo de conhecimentos essenciais e indispensáveis à adequada formação profissional. Esse currículo foi elaborado, de acordo com o Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática (2006), segundo as Diretrizes Curriculares apontadas pelo MEC, que pressupõe a formação de um profissional apto às necessidades atuais. Dentre as disciplinas que fazem parte do currículo do Curso, destacam-se para a investigação, as disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I, os quais compõem o ciclo de formação profissional específico e possuem abordagens distintas dentro do Curso.

A disciplina de Matemática Aplicada I, oferecida no quinto semestre, visa investigar a convergência de séries e utilizar técnicas básicas para solução de equações diferenciais de primeira ordem. Ela é mais algorítmica e trabalha diretamente com noções desenvolvidas no Cálculo.

A disciplina de Matemática Avançada I (Análise Matemática), ocorre no sexto semestre e tem por objetivo desenvolver a formalização e interpretação de conjuntos numéricos, seqüências e funções reais de uma variável real sob o enfoque da Análise Matemática. É mais axiomática, baseada em demonstrações, necessitando de todas as noções construídas ao longo do Curso pelo acadêmico.

Dessa forma, justifica-se a escolha das duas disciplinas, visto que possuem enfoques diferentes e ocorrem do meio para o fim do curso, período em que o aluno já está consciente de como necessita elaborar e desenvolver sua formação. Relacionando-as com os registros de representação semiótica, pode-se inferir que, na disciplina de Aplicada I, o acadêmico constrói naturalmente diversas representações que são trabalhadas na resolução dos exercícios propostos e/ou no desenvolvimento da parte teórica, enquanto que, na disciplina de Avançada I, necessita já ter o domínio dessas diferentes representações sobre os conhecimentos, o que lhe possibilita interpretá-los e demonstrá-los.

Esse estudo conta com a participação dos vinte e quatro acadêmicos da disciplina de Matemática Aplicada I do primeiro semestre do ano de 2007 e dos trinta e sete estudantes da disciplina de Matemática Avançada I do segundo semestre do ano de 2007, pertencentes ao Curso de Licenciatura em Matemática da ULBRA, com o propósito de captar evidências da utilização da teoria dos registros de representação semiótica em um curso de formação de professores.

Salienta-se, ainda, que solicitou-se a participação, como colaboradores, de dois professores das disciplinas investigadas, a fim de contribuir para maior visão do fenômeno estudado.

5.2.2 Os instrumentos de pesquisa

Pode-se considerar as técnicas de investigação como mecanismos que correspondem a uma tradução dos problemas e/ou objetivos mencionados na pesquisa, tendo em vista as questões que a norteiam.

Este estudo baseia-se na utilização de quatro formas de coletas de dados: questionário, produção dos acadêmicos, observações e entrevista, todos articulados entre si e realizados em

sessões diferentes ao longo do ano de 2007. Assim, essas técnicas foram aplicadas no primeiro semestre deste ano, na disciplina de Aplicada I (2007/1), e no segundo semestre na disciplina de Avançada I (2007/2).

Como instrumento inicial de coleta de dados, foi aplicado um questionário (Apêndice A), objetivando traçar um perfil dos acadêmicos das disciplinas envolvidas na pesquisa. Para Costa e Costa:

[...] questionário é um instrumento de coleta de dados, aplicado quando se quer atingir um grande número de indivíduos. Pode ser estruturado com perguntas abertas e /ou fechadas. A grande vantagem do questionário, como instrumento de coleta de dados, é a sua capacidade de atingir um grande número de pessoas. (COSTA; COSTA, 2001, p. 38).

O instrumento de pesquisa mencionado acima está organizado em duas partes. Na primeira, sob o título de Dados de Identificação, foram elaboradas cinco questões fechadas com o objetivo de caracterizar o estudante, conhecendo dessa forma, aspectos importantes de sua vida profissional e acadêmica.

A segunda parte, com o título de Prática Docente, consta de três questões, sendo uma fechada, de escolha múltipla, e duas abertas. Na sua elaboração buscou-se realizar uma abordagem qualitativa, sem excluir o componente quantitativo, em que nas questões abertas, objetivou-se uma indicação e/ou posição pessoal e, na questão de caráter múltiplo, foi solicitado que os itens marcados fossem ordenados de acordo com importância e/ou utilização, com o intuito de conhecer melhor as concepções pedagógicas dos acadêmicos.

As questões 06 e 07, em conjunto, visam identificar os procedimentos metodológicos elegidos pelos futuros professores para direcionar sua prática docente, identificando, assim, sua postura prática. Já a questão 08 tem o propósito de conhecer o posicionamento dos acadêmicos com relação à teoria de Raymond Duval para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Também, foram elaboradas e aplicadas três atividades na turma de Aplicada I (Apêndice B) e quatro na turma de Avançada I (Apêndice C), sendo que as três atividades desenvolvidas na disciplina de Aplicada I também foram utilizadas na turma de Avançada I, envolvendo as idéias de Função, Limite e Seqüência. As mesmas objetivaram identificar, através da produção dos acadêmicos, a utilização dos diversos registros de representação semiótica com relação a tratamentos e conversões elaborados na solução das questões propostas. Utilizaram-se as noções de Função, Limite e Seqüência, visto que as mesmas são construídas, desenvolvidas e ampliadas ao longo do Curso de Matemática através de diferentes enfoques em mais de uma disciplina.

A aplicação dessas atividades nas turmas ocorreu de forma pontual e aleatória, sem intervenção pedagógica e sem preocupação se essas noções já tinham sido desenvolvidas nas disciplinas envolvidas na pesquisa. Optou-se pelas disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I, pois ambas trabalham diretamente ou indiretamente com essas noções e são disciplinas do meio para o fim do curso que possuem objetivos matemáticos diferentes, na qual a disciplina de Matemática Aplicada I é mais algorítmica e a de Matemática Avançada I é mais axiomática.

Ainda, a elaboração das atividades foi baseada nos exercícios desenvolvidos em sala de aula pelos docentes das duas disciplinas e nos livros didáticos que servem de bibliografia básica para ambas, sendo que, estas foram modificadas e ampliadas para captar aspectos que favorecessem a utilização de uma diversidade de registros de representação.

Para analisar a produção dos acadêmicos, especificamente nesse instrumento, empregou-se o método de análise proposto por Duval (2004). Segundo o autor é necessário ter um método específico que permita observar a mobilização de vários registros de representação semiótica e a conversão dessas representações na produção dos estudantes. Pondera, ainda, que não se deve analisar as produções dos estudantes unicamente através de critérios matemáticos, reconstituindo hipoteticamente os caminhos construídos por eles, pois “os mecanismos de compreensão não ressaltam somente justificativas feitas pelos alunos - eles dependem de um funcionamento cognitivo que se deve poder descrever” (DUVAL, 2003, p. 24).

Com isso, entende-se que esse método pode subsidiar condições que favoreçam a análise do instrumento e o desenvolvimento da investigação, visto que os dados coletados são constituídos dos desempenhos ou procedimentos adotados pelos acadêmicos na solução de atividades acerca da temática de Funções, Limites e Seqüências.

Ainda foram realizadas observações, em sala de aula (Apêndice D), no período de dois meses, com intuito de captar elementos que enriquecessem e direcionassem a pesquisa, tornando-a mais autêntica, visto que elas permitem um contato direto do investigador com o fenômeno pesquisado. Segundo Patton (apud LUDKE e ANDRÉ, 1986, p. 26), “as observações necessitam de preparo material, físico, intelectual e psicológico”.

Dessa forma, entende-se que o observador precisa ter claro consigo que aspectos serão captados com aquela realidade, saber distinguir informações relevantes das triviais, concentrar-se para fazer essas observações, além de realizar registros descritivos. Permite, ainda, que “acompanhe *in loco* as experiências diárias dos sujeitos, tentando apreender a sua visão de mundo, isto é, o significado que eles atribuem à realidade que os cerca e às suas

próprias ações” (LUDKE e ANDRÉ, 1986, p. 26). Especificamente, objetivou-se ressaltar, sob a ótica dos registros de representação semiótica, as manifestações docentes em sala de aula, buscando perceber estratégias de ensino e atividades que favorecessem a utilização e a articulação de diferentes registros de representação semiótica.

Além disso, com a intenção de complementar os dados levantados com as atividades propostas e as observações, elaborou-se uma entrevista semi-estruturada (Apêndice E) com os docentes das turmas envolvidas na pesquisa. Através da mesma, buscou-se identificar como os professores percebem a importância do uso dos registros de representação semiótica e se os utilizam no processo de ensino e aprendizagem da sua disciplina.

Optou-se pela entrevista, pois ela é vista por Ludke e André como um dos principais instrumentos de coleta de dados, possibilitando esmiuçar aspectos que as respostas do questionário não proporcionariam.

Esta é, aliás, uma das principais técnicas de trabalho em quase todos os tipos de pesquisa utilizados nas ciências sociais. Ela desempenha importante papel não apenas nas atividades científicas como em muitas outras atividades humanas (LUDKE e ANDRÉ, 1986, p. 33).

Propicia, ainda, o debate entre o entrevistador e o entrevistado e “permite captação imediata e corrente das informações desejadas” (LUDKE e ANDRÉ, 1986, p. 34).

Cardoso (apud CURY, 1994) menciona a ligação que existe entre entrevistador e entrevistado, na realização de uma entrevista:

Uma entrevista enquanto está sendo realizada é uma forma de comunicação entre duas pessoas que estão procurando entendimento. Ambas aprendem, se aborrecem, se divertem e o discurso é modulado por tudo isto (p. 102).

Assim, de acordo com o autor, deve-se ter consciência que, ao realizar a entrevista, pode-se obter informações alteradas por exageros e/ou omissões, características que podem ocorrer quando se estabelece uma conversa. Complementando esse viés, Ludke e André salientam:

Não é possível aceitar plena e simplesmente o discurso verbalizado como expressão da verdade ou mesmo do que pensa e sente o entrevistado. É preciso analisar e interpretar esse discurso à luz de toda linguagem mais geral (LUDKE e ANDRÉ, 1986, p. 36).

Entende-se que ao longo da interação estabelecida, além dos depoimentos verbais, existe a comunicação expressa por gestos, sinais, enfim, características que podem ser úteis para validar o que foi falado, cruzando com outras informações e dados já obtidos sobre o entrevistado.

Para compor a amostra deste instrumento, contou-se com a colaboração dos dois docentes responsáveis pelas disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I, que atuam no curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Luterana do Brasil.

A entrevista seguiu um roteiro não-rigoroso de perguntas, permitindo que o entrevistador realizasse alterações na estrutura do mesmo, conforme julgasse necessário. O roteiro foi organizado de acordo com itens que se desejava abordar, desenvolvendo questões referentes a cada item, possibilitando a variação da seqüência das questões.

Essa técnica de pesquisa foi aplicada na tentativa de buscar uma maior aproximação do objeto de estudo, utilizando a descrição e a análise das concepções e ação pedagógica docente, acerca do possível uso da teoria dos registros de representação semiótica no processo de aprendizagem da Matemática. As informações obtidas foram gravadas em período de curta duração (20 minutos).

Objetivou-se identificar, especificamente, a visão dos professores sobre a teoria dos registros de representação semiótica e verificar como eles a consideram dentro do processo de aquisição do conhecimento, aprofundando aspectos que merecem uma investigação mais detalhada.

Assim, os dados fornecidos pelos instrumentos serão estudados e analisados, buscando maior validade e fidedignidade, de modo que os comentários ou relatórios resultantes sejam um reflexo da realidade.

5.2.2.1 Método de análise da produção dos acadêmicos

Para analisar a solução das questões propostas aos acadêmicos nas disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I sobre a temática de Funções, Limites e Seqüências, foram utilizados como método de análise da produção, o proposto por Raymond Duval (2004). De acordo com o autor, ao abordar a questão da aprendizagem Matemática deve-se levar em conta os conteúdos matemáticos e o funcionamento cognitivo do estudante, observando suas produções e buscando “um modelo” que seja pertinente para analisar e interpretar tais produções.

Assim, Duval (2003) propõe que se desenvolva um método o qual permita observar esses fenômenos nas produções dos discentes, esboçando:

Inicialmente, em toda análise de tarefas como em toda resolução de problemas, é necessário distinguir cuidadosamente o que sobressalta no tratamento de um registro e aquilo que sobressalta em uma conversão, esta consistindo em uma simples mudança de registros ou em uma mobilização em paralelo de dois registros diferentes (DUVAL, 2003, p. 24).

Dessa forma, conforme o autor, a análise dos tratamentos é totalmente distinta das conversões, pois remete a dois domínios cognitivamente diferentes, ou seja, os tratamentos são internos a um determinado registro, são tarefas de produção, enquanto as conversões ocorrem entre os registros, são tarefas de compreensão.

Em seguida, segundo Duval (2003), é necessário considerar a natureza dos registros de representação, podendo os mesmos ser nonofuncionais ou multifuncionais. Os primeiros tratam de elementos que são algoritmizáveis e os segundos, de elementos que não são algoritmizáveis. O autor ainda afirma que as dificuldades levantadas na aprendizagem da Matemática diferem, de acordo com a natureza dos registros, exemplificando-as através das transformações de registros (tratamentos e conversões).

No que se refere aos tratamentos, as dificuldades mais sérias concernem aos registros multifuncionais, como se pode ver em geometria com as demonstrações feitas em língua natural e com a utilização heurística das figuras. O mesmo ocorre para atividade de conversão: ela pode ser mais complexa se houver a necessidade ou não de passagens entre os registros monofuncional e multifuncional (DUVAL, 2003, p. 25).

Duval (2003) ainda afirma que esse método possibilita discriminar as variações estruturais que são cognitivamente importantes em um dado registro e evidenciar fenômenos de congruência e não-congruência. Esses são analisados na atividade de conversão, envolvendo representações sobre um mesmo objeto em registros distintos (partida e chegada). Assim, através das palavras de Duval (2003), elucida-se que:

A representação terminal no registro de chegada transparece na representação do registro de partida e a conversão está próxima de uma situação de simples codificação – diz então que há congruência –, ou ela não transparece absolutamente e se dirá que ocorre a não-congruência (DUVAL, 2003, p. 19).

Duval sintetiza, dizendo que quando se almeja analisar as dificuldades dos estudantes, deve-se focar a investigação na conversão das representações. Também afirma que, existem vários registros de representação de um mesmo objeto, entretanto, a articulação desses diferentes registros é que possibilita a compreensão em Matemática.

Ainda, segundo o autor, para categorizar os dados coletados, é necessário ter em mente que aquilo que, do ponto de vista matemático, pode ser considerado um erro ou um acerto, pode não ter relevância do ponto de vista cognitivo. Assim:

Do ponto de vista cognitivo, os acertos elementares não são determinados para cada item separadamente, mas por reagrupamentos de itens, porque esses acertos só podem ser definidos em termos de discriminação: é necessário ser capaz de reconhecer no que diferem duas representações cujas componentes significantes, salvo uma, são as mesmas, ou que superficialmente parecem diferir somente por uma única componente, a qual na realidade combina duas diferenças. Assim, um aluno que consiga reconhecer em um gráfico somente uma de duas retas correspondentes às equações $y = x$ e $y = -x$, ou às equações $y = 2x$ e $y = x+2$ não está ainda no ponto de discriminar o que elas representam. (DUVAL, 2003, p. 27).

Duval (2003) afirma que um modelo pertinente para explicar as condições de aquisição de conhecimentos matemáticos pelos estudantes deve estar centrado nas condições específicas de acesso aos objetos matemáticos. Nessa perspectiva, quatro idéias são essenciais: o desenvolvimento da capacidade mental de representação; o progresso da aquisição de conhecimentos matemáticos, que precisa da coordenação de registros de representação semiótica; certas variáveis cognitivas podem ser retomadas como variáveis didáticas e, na medida que a Matemática diversifica os registros de representação, sua aprendizagem específica pode contribuir para ampliar as capacidades cognitivas globais dos indivíduos.

Diante dessas considerações, busca-se analisar, no âmbito dessa investigação, a produção dos discentes em relação às atividades propostas. Tenta-se captar elementos que constatem a realização de transformações pelos acadêmicos, no mesmo registro semiótico (tratamento) e/ou em registros distintos (conversão) sobre as noções de Função, Limite e Seqüência e, ainda, identificar a variedade de registros de representação que os mesmos conseguem articular acerca desses objetos matemáticos.

6 RESULTADOS: ANÁLISE E DISCUSSÃO

A partir das técnicas de investigação utilizadas na pesquisa, os dados coletados são apresentados, analisados e discutidos de forma descritiva, em consonância com os aspectos metodológicos da investigação.

Busca-se utilizar, em conjunto as informações obtidas no questionário, nas atividades, nas observações e nas entrevistas, com intuito de buscar evidências da utilização da teoria dos registros de representação semiótica em um curso de formação de professores em Matemática, sob a ótica de três elementos essenciais para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática: o docente, o discente e o conhecimento envolvido na pesquisa.

Para estabelecer uma visão global acerca das questões a serem investigadas neste estudo, julgou-se conveniente organizar as informações e/ou dados coletados com os instrumentos de pesquisa, em categorias relativas ao perfil dos acadêmicos e às concepções acerca das representações semióticas. Salienta-se que a categoria referente às representações semióticas é subdividida em elementos que abordam a visão dos acadêmicos, suas possíveis transformações (tratamentos e conversões), os erros apresentados na produção e o ponto de vista docente.

Também menciona-se que serão evidenciados, separadamente, os dados referentes às disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I, pois as mesmas possuem enfoques distintos dentro do curso, sendo a primeira mais algorítmica e a segunda mais axiomática.

Por fim, apresentam-se as discussões e os resultados obtidos com a triangulação das categorias, direcionando conclusões acerca do uso da teoria dos registros de representação semiótica em um curso de formação de professores.

6.1 PERFIL DOS ACADÊMICOS

O perfil do grupo investigado, pertencente ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil, é apresentado, a partir das cinco questões fechadas do questionário, baseado em aspectos que visam conhecer sua vida pessoal e profissional. Os dados referem-se a gênero, idade, profissão, participação em cursos de extensão na área da Matemática e reprovação na disciplina.

Essas questões foram respondidas pelos vinte e quatro alunos da disciplina de Matemática Aplicada I e trinta e sete da disciplina de Matemática Avançada I, totalizando sessenta e um acadêmicos.

A partir das respostas, verificou-se que a turma de Matemática Aplicada I é formada predominantemente pelo sexo feminino, totalizando 75% estudantes, contando apenas com a presença de 25% acadêmicos do sexo masculino.

Já com relação à faixa etária dos estudantes percebe-se, a partir da figura 4, que não há predominância de uma faixa etária.

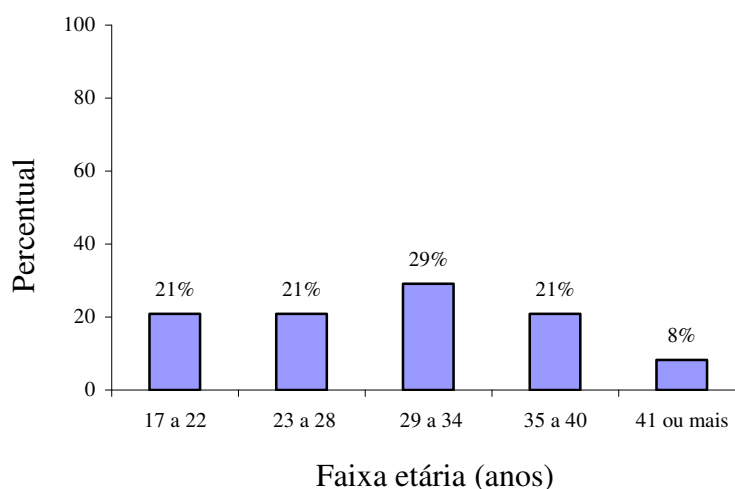


Figura 4 – Gráfico da idade dos acadêmicos da disciplina de Matemática Aplicada I

Ainda com esse instrumento constatou-se que 79% dos entrevistados possuem alguma atuação profissional e 21% não trabalham, ou seja, são somente estudantes. Dos 19 acadêmicos que possuem alguma atuação profissional, 08 deles não trabalham como professores do Ensino Fundamental e/ou Médio e possuem profissões diversas, tais como comerciante, operário de indústria metalúrgica, agente educacional, professor da Educação Infantil, entre outras.

Em relação aos 11 acadêmicos que já atuam como docentes, 02 trabalham no Ensino Fundamental Séries Iniciais e 09 são professores de Matemática do Ensino Fundamental e/ou Médio.

Uma parte significativa desses acadêmicos, 75%, não participa de cursos de extensão atualização/capacitação na área de formação docente em Matemática, sendo apenas 25% o percentual de estudantes engajados em participar desses cursos. Em parte essa postura se justifica, pois os acadêmicos estão priorizando e preocupados com sua formação inicial.

Por fim, quando questionados sobre a reprovação na disciplina, 83% dos acadêmicos responderam que estão cursando a disciplina de Matemática Aplicada I pela primeira vez, sendo 17% o percentual de repetentes. Dessa forma, percebe-se que a disciplina não representa um obstáculo cognitivo para a maioria dos estudantes.

Logo, verifica-se que a maioria dos discentes da turma de Matemática Aplicada I é do sexo feminino e que atuam na área na qual buscam qualificação profissional.

Já com relação à turma de Matemática Avançada I, pode-se dizer que a mesma é composta por 59% de acadêmicos do sexo feminino e 41% de estudantes do sexo masculino.

Conforme a figura 5, esses estudantes possuem idades bem variadas, onde não se destaca nenhuma faixa etária.

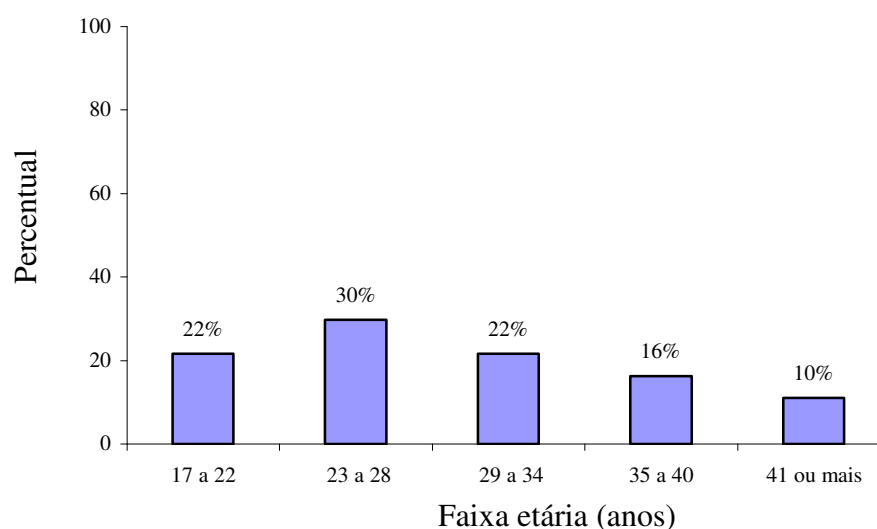


FIGURA 5 – Gráfico da idade dos estudantes da disciplina de Matemática Avançada I

Referindo-se à atuação profissional, constata-se que todos os acadêmicos possuem alguma atividade profissional. Assim, 81% atuam em funções distintas das de docente e 19% são professores. Dos 07 acadêmicos que são docentes, 04 atuam somente no Ensino Fundamental - Séries Iniciais, 02 são professores de Matemática do Ensino Fundamental e do Ensino Médio e 01 trabalha somente com Matemática no Ensino Fundamental - Séries Finais. Os demais estudantes (30), que não trabalham no magistério, exercem atividades diversificadas, tais como bancária, militar, estagiária (setor administrativo), assistente de vendas, coordenador de logística, programador, consultora de vendas, secretária executiva, analista de sistema, auxiliar administrativo, estagiária (escritório), técnico em telecomunicações, entre outras.

Quando questionados com relação à participação em cursos de extensão e/ou atualização voltados à disciplina de Matemática, 73% dos estudantes responderam que não os fazem, sendo o percentual de 27% dos acadêmicos que realizam esses cursos de aprimoramento profissional. Os encontros listados pelos estudantes que participam desses cursos referem-se a: semana acadêmica do curso, oficinas realizadas na própria Instituição, Encontro Regional de Educação Matemática, Jornada Pedagógica, III Congresso de Ensino da Matemática, entre outros.

Constatou-se que 32% dos estudantes são repetentes e 68% dos acadêmicos estão cursando a disciplina de Avançada I pela primeira vez. Esse aspecto foi considerado positivo, pois a disciplina de Avançada I é vista, pela maioria dos discentes, como um entrave durante a realização do curso, devido à necessidade de o aluno ter que abstrair e trabalhar formalmente com idéias e definições.

Assim a turma de Avançada I é formada, em sua maioria, por estudantes do sexo feminino, que exercem atividades paralelas ao curso no qual estão buscando formação superior.

Dessa forma, pode-se sintetizar o perfil do grupo investigado, dizendo que predomina o sexo feminino nas turmas investigadas desse curso de formação de professores em Matemática, onde não há predominância de uma faixa etária e, que, mesmo não atuando diretamente no magistério, muitos exercem atividades próximas ou que possuem alguma relação com a disciplina de Matemática. Percebe-se, ainda, que os discentes estão focados em sua formação inicial e que, nas duas turmas, o índice de repetência é baixo, fator positivo para o Curso e para instigar a evolução do discente ao longo do mesmo.

6.2 CONSIDERAÇÕES ACERCA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

A partir da necessidade de aprofundar a investigação sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, sob a ótica da teoria dos registros de representação semiótica, julgou-se necessário organizar os dados levantados com os instrumentos de pesquisa aplicados, destacando a produção, os entraves dos acadêmicos e algumas considerações acerca da teoria dos registros de representação semiótica no desenvolvimento das idéias de Função, Limite e Seqüência.

Essa análise foi elaborada baseada em informações do questionário, das atividades propostas, das observações e da entrevista. A mesma contou com a colaboração dos vinte e quatro acadêmicos da disciplina de Matemática Aplicada I, trinta e sete alunos da disciplina

de Matemática Avançada I e com os dois professores responsáveis pelas respectivas disciplinas.

Salienta-se que o questionário e as atividades propostas foram aplicados ao longo dos dois meses de observações realizadas nas turmas durante o primeiro e segundo semestre do ano de 2007. Enfatiza-se que, com relação a esses instrumentos, foi feita uma coleta de dados pontual, sem nenhuma intervenção pedagógica por parte da pesquisadora.

6.2.1 A visão dos acadêmicos

O ponto de vista discente é traçado, a partir das questões abertas do questionário, baseado em aspectos que permitiram identificar a postura prática dos estudantes sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática e suas concepções sobre a teoria dos registros de representação semiótica. Dessa forma, apresentam-se separados de acordo com as disciplinas, os dados obtidos com relação aos elementos mencionados anteriormente.

As questões 06 e 07, especificamente, fazem referência aos procedimentos metodológicos utilizados pelos acadêmicos para direcionar sua prática como futuros professores. Já a questão 08 busca delinear a opinião dos estudantes sobre a importância da teoria de Raymond Duval para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Assim, foi possível perceber que os acadêmicos da disciplina de Matemática Aplicada I consideram importante utilizar uma diversidade de técnicas e procedimentos metodológicos para efetivar a prática docente. Essa afirmação é embasada, a partir dos dados da figura 6, que apresenta os procedimentos metodológicos mais destacados pelos futuros professores.

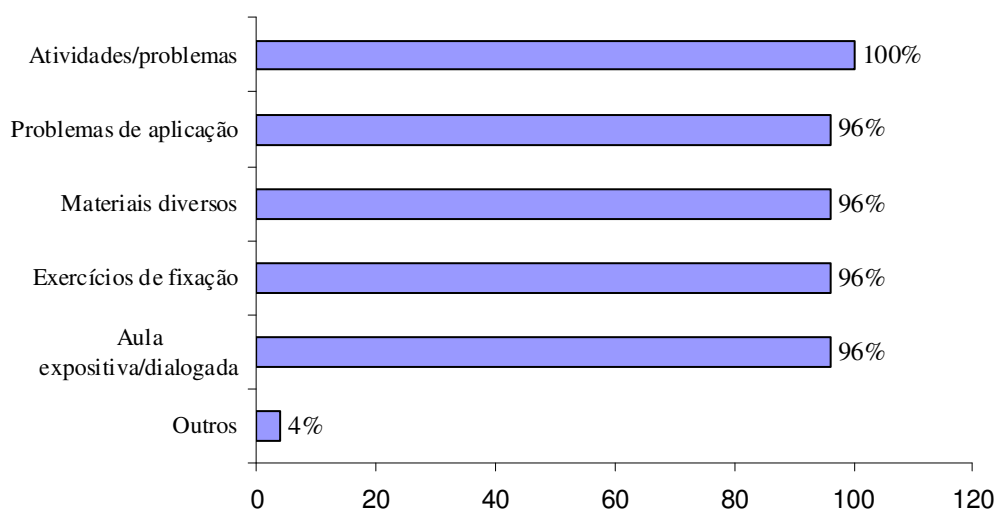


Figura 6 – Gráfico dos procedimentos adotados nas aulas de Matemática

Obs.: Resposta múltipla, um mesmo acadêmico pode utilizar mais de um procedimento

Observa-se, a partir da representação gráfica, que 100% dos estudantes entrevistados de Matemática Aplicada I utilizariam essencialmente como procedimento, em suas aulas de Matemática, para introduzir um determinado conhecimento matemático, as atividades/problemas que possibilitem ao aluno a construção de um determinado conceito e diferentes formas de representá-lo através de figuras, gráficos, tabelas, entre outras. Esse procedimento também foi mencionado como o mais importante para os acadêmicos.

O percentual de 4% corresponde aos discentes que optaram por destacar outro procedimento, além dos expostos acima, citando as pesquisas e trabalhos extra-classe. Nessa questão, os acadêmicos apresentaram mais de uma resposta, ultrapassando o percentual de 100%.

Com isso, percebe-se que o futuro profissional considera importante desenvolver uma aula que desperte a curiosidade do aluno, seja rica em oportunidades e em formas diferentes de se adquirir conhecimento, na tentativa de distanciar-se do ensino tradicional.

Esse perfil pedagógico ratifica-se quando os acadêmicos são questionados objetivamente sobre como elaborariam uma aula para desenvolver/construir a idéia de Função. Essa questão, particularmente, foi respondida por 23 acadêmicos.

Assim, 74% dos estudantes de Matemática Aplicada I que responderam esse item afirmaram que desenvolveriam o conceito de Função através de procedimentos que evidenciam uma ação pedagógica construtivista, baseada em atividades práticas, jogos, desafios, problemas de aplicação, entre outras. Sintetiza-se essa afirmação por meio da fala de um acadêmico: “o importante é fazer com que o aluno perceba que função é uma relação de dependência entre duas grandezas, que variam uma em função da outra. Por isso, deve-se relacionar a construção desse conceito a situações reais e práticas”.

O percentual restante, ou seja, 26% dos acadêmicos, dividiram-se entre os seguintes procedimentos: aula expositiva dialogada e uso de diagramas (02), desenvolvimento da teoria dos conjuntos e conjuntos numéricos (02), história do conceito de funções (01) e aplicação das funções em gráficos (01). Entende-se que esses estudantes ainda possuem uma concepção mais tradicional do ensino, pautada na transmissão de informações, limitando-se a explanar o conceito e fixá-lo através de exercícios.

O questionário ainda possibilitou inferir que todos os acadêmicos da disciplina de Matemática Aplicada I os quais responderam a questão sobre as representações semióticas (22) concordam com a teoria de Raymond Duval acerca da aprendizagem em Matemática.

Dessa forma, 100% dos discentes acreditam que um determinado objeto matemático necessita ser explorado e trabalhado através de suas diferentes representações.

Entretanto, dos 22 estudantes que responderam à questão, apenas 17 apresentaram alguma justificativa para expressar seu ponto de vista. A mesma pode ser sintetizada através da fala de alguns dos acadêmicos: “considero importante trabalhar com um objeto matemático através de suas diversas representações, pois entendo que possibilita um maior entendimento por parte do aluno, ou seja, são maneiras diferentes de facilitar sua compreensão sobre um determinado assunto”; “contribui para a formação do conceito”; “facilita o domínio amplo do conhecimento”, “concordo, pois para aprender Matemática é necessário ter o domínio das suas diversas representações”.

A partir desse contexto, é possível mencionar que os acadêmicos da disciplina de Matemática Aplicada I estão preocupados com o desenvolvimento integral de seus futuros alunos, visualizando uma ação e um ambiente pedagógico que os leve à construção de seus conhecimentos.

Fazendo alusão à teoria dos registros de representação semiótica, pode-se afirmar que, embora os estudantes não possuam conhecimento sobre a teoria, eles consideram importante utilizar diferentes registros de representação no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Não obstante essa perspectiva, os estudantes da disciplina de Matemática Avançada I, quando questionados sobre os tipos de procedimentos que utilizariam no seu trabalho como docentes para introduzir um novo conceito, responderam que usariam, prioritariamente, materiais adaptados aos conteúdos (100%), tais como: jogos, materiais concretos, softwares, livros didáticos, entre outros. Além disso, 95% dos estudantes, mencionaram que usariam atividades e/ou problemas que favorecem ao discente a construção desse novo conhecimento através de diferentes registros, como, por exemplo: tabelas, gráficos, figuras, entre outros.

Salienta-se que essa questão possibilitou aos estudantes marcarem mais de uma resposta, portanto, o percentual de 100% foi ultrapassado. Os demais itens, listados nessa atividade proposta, tiveram percentuais menores e encontram-se ilustrados através da figura 7.

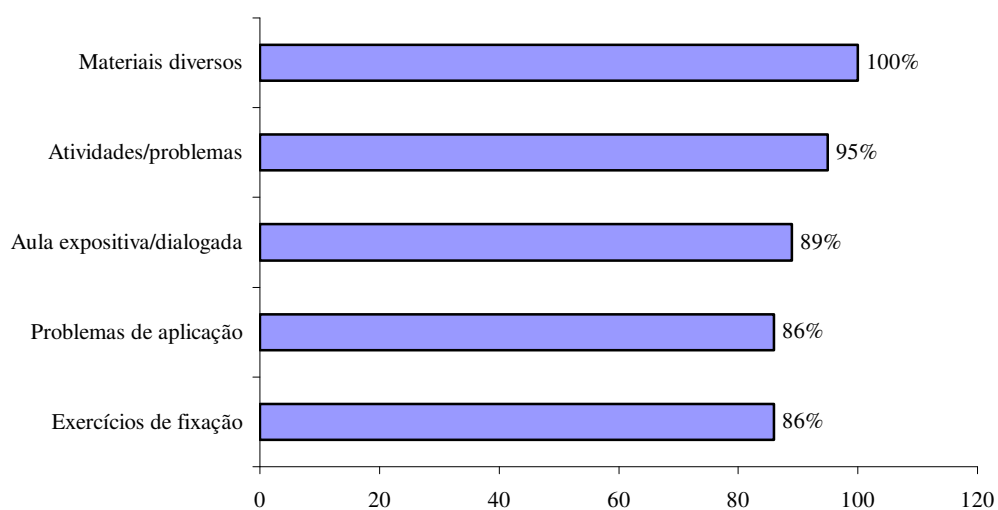


Figura 7 – Gráfico dos procedimentos utilizados para introduzir um conceito

Obs.: Resposta múltipla, um mesmo acadêmico pode utilizar mais de um procedimento

Esses procedimentos mencionados pelos acadêmicos voltam a ser evidenciados, quando os mesmos são questionados, especificamente, sobre como desenvolveriam uma aula para construir o conceito de Função. Dessa forma, pode-se inferir que, dos trinta e quatro acadêmicos os quais responderam a esse item, 56% afirmaram que trabalhariam a noção de função através do reconhecimento da dependência entre variáveis, estabelecendo a construção e interpretação das mesmas por meio de tabelas, gráficos, entre outras. Esses procedimentos são exemplificados através da explanação de três acadêmicos:

Acadêmico A: “Poderia relacionar o conteúdo de funções com a venda de aparelhos de TV em uma loja, ou seja, uma TV pequena (14 polegadas) custa 100 reais, uma TV um pouco maior, 20 polegadas custa 200 reais, e assim sucessivamente. Dessa forma, quanto maior o tamanho da TV maior o seu preço, estabelecendo a dependência entre o tamanho do aparelho e seu custo. Depois trabalharia com tabelas, gráficos”.

Acadêmico B: “Para introduzir esse assunto, acredito que se deve usar uma situação real, por exemplo, o cálculo da área de uma sala comercial com um banheiro. Pedimos aos alunos que calculem a área do quadrado que corresponde ao banheiro a área do retângulo que corresponde a sala, assim, pedimos pra que calculem a área total (AT), que é a soma das duas. Encontramos assim, AT em função de ‘x’, pois conforme mudamos o valor de ‘x’ a AT, também se altera. Após isso, fazer outra atividade, com recorte. Pegar uma folha retangular e calcular sua área total, após recortar quatro quadrados (cantos), de medidas que cada aluno escolhe, após calcular a área que sobrou. Assim, descobre-se que a área que sobrou fica em função da medida ‘x’ retirada”.

Acadêmico C: “Colocaria no quadro um problema que trabalhasse a relação de dependência, como por exemplo, o perímetro da sala de aula em função do tamanho do lado da sala”.

Com isso, percebe-se que esses estudantes de Matemática Avançada I propõem o desenvolvimento desse conceito por meio de uma situação real, ou seja, através da exploração e construção da idéia intuitiva do conceito de função, fazendo uso do reconhecimento de dependência entre variáveis. Posteriormente, o expandem através de jogos, softwares e problemas de aplicação até conseguirem formalizá-lo.

O percentual restante, 44% dos acadêmicos que responderam a esse item, disseram que usariam técnicas para introduzir o assunto, depois apresentariam o conteúdo e fariam atividades propostas. As técnicas mencionadas referem-se a atividades com revistas, jornais, desafios, jogos, situação-problema, entre outras. Eles ressaltaram como recurso básico os livros didáticos, que dispõem de problemas de aplicação. Os procedimentos de alguns desses acadêmicos ratificam esse ponto de vista: “para introduzir o conceito de função, trabalharia alguns conceitos básicos: grandezas, variáveis, conjuntos, produto cartesiano e par ordenado. Depois trabalharia o conceito de funções através de atividades”; “seguiria os seguintes passos: definição, diagramas e jogos”; “atividades-problema, livro e exercícios de fixação”; “utilizaria polígrafo exercícios”; “desafio, conceito e atividades”; “partiria de uma situação real, conteúdo, problemas e exercícios”.

Dessa forma, entende-se que esses acadêmicos utilizam, basicamente, os mesmos procedimentos e não buscam construir com seus alunos o conceito de função, fazendo-os perceber e compreender a relação de dependência existente entre duas variáveis. Possuem apenas o intuito de diversificar o modo de apresentação do conhecimento, despreocupando-se em internalizá-lo dessa maneira. Assim, nessa ação pedagógica, são agregados elementos que tornam a Matemática mais real, não havendo indícios de uma postura que leve a uma construção mais formal dos conhecimentos.

Com relação à teoria dos registros de representação semiótica, as respostas dadas pelos estudantes de Matemática Avançada I indicam que a consideram importante para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática e mostram-se favoráveis ao uso de diferentes registros de representação, embora não haja evidências de que tenham conhecimento dessa teoria.

Dessa forma, dos trinta e um estudantes da disciplina de Matemática Avançada I que responderam a essa questão, 100% concordam que a apropriação de um determinado conhecimento matemático deve passar, necessariamente, pelo uso de diferentes registros de representação, tais como gráficos, exercícios, tabelas, entre outros. Ilustram-se algumas de

suas justificativas: “concordo, pois trabalhando o mesmo conteúdo de diversas formas, potencializasse a aprendizagem”; “facilita a compreensão do aluno”; “considero impossível ensinar Matemática sem essas representações, pois elas estão presentes desde a nossa infância”; “maneiras diferentes de facilitar a apropriação do conhecimento”; “trabalhando o conteúdo de diferentes maneiras podemos conhecê-lo plenamente”; “o aluno constrói o conhecimento através de diferentes representações, que auxiliam na apropriação do saber (conhecimento)”.

Assim, entende-se que esses acadêmicos percebem o processo de ensino e aprendizagem da Matemática como uma construção e acreditam que o mesmo deva ser potencializado através de técnicas e procedimentos pedagógicos. De certa forma, essa afirmação ratifica-se, quando os mesmos são questionados sobre a importância das representações semióticas pois, mesmo desconhecendo-a teoricamente, todos concordam que o conhecimento necessita trabalhado através do uso de representações, para ser apreendido.

Diante dessas considerações, pode-se dizer que as duas turmas estão engajadas na qualificação do processo de ensino e aprendizagem da Matemática e que suas concepções não aceitam mais um ensino baseado somente em aulas expositivas/dialogadas, distante de recursos e estratégias de ensino que enriqueçam e (re) signifiquem o ato pedagógico.

Com relação à teoria dos registros de representação semiótica, fica claro que os acadêmicos não possuem conhecimento científico sobre a mesma, mas, intuitivamente, concordam com ela, pois consideram que a disciplina de Matemática necessita de representações para se fazer compreensível ao aluno.

Também se pode inferir que essa teoria ainda não é um tema de discussão dentro do Curso de Licenciatura em Matemática ao qual pertencem esses estudantes e, por isso, eles não possuem uma concepção direcionada e argumentativa com relação a sua importância para a aprendizagem.

6.2.2 A produção discente sobre as transformações semióticas: tratamentos e conversões

A partir da aplicação das atividades acerca do desenvolvimento das idéias de Função, Limite e Seqüência, nas disciplinas de Matemática Aplicada I e de Matemática Avançada I, buscou-se analisar as respostas obtidas pelos estudantes sob a luz da teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval. Segundo o autor, essa teoria possibilita interpretar os fenômenos/procedimentos adotados pelos acadêmicos na solução de suas atividades.

Com esse instrumento, objetivou-se captar elementos que constatem a realização de transformações pelos acadêmicos, no mesmo registro semiótico (tratamento) e/ou em registros distintos (conversão) sobre a temática já mencionada, além de identificar a variedade de registros de representação que os mesmos conseguem articular acerca desses objetos matemáticos.

Optou-se por essas disciplinas, pois as mesmas possuem diferentes objetivos matemáticos, mas a disciplina de Aplicada I é trabalhada de forma mais prática, algorítmica e a disciplina de Avançada I é mais axiomática. Da mesma forma, foram eleitas as noções de Função, Limite e Seqüência, visto que as mesmas são elaboradas, aprofundadas e complementadas ao longo do Curso de Licenciatura em Matemática.

Assim, foram aplicadas três atividades na turma de Aplicada I e quatro na turma de Avançada I, sendo que as três atividades desenvolvidas na disciplina de Aplicada I também foram utilizadas na turma de Avançada I. Além disso, cada exercício foi elaborado com, no mínimo, dois itens para serem respondidos, abordando uma idéia específica, nesse caso, sobre Função, Limite e Seqüência. Com isso, os acadêmicos das duas disciplinas resolveram uma questão sobre Função, uma sobre Limite e uma sobre Seqüência. Apenas a turma de Avançada I respondeu a mais um exercício sobre Seqüência.

Ressalta-se que essas atividades englobam, basicamente, o registro simbólico (algébrico e numérico), gráfico e língua natural e que, na aplicação das mesmas, não houve nenhuma intervenção pedagógica por parte de pesquisadora.

As atividades foram aplicadas em vinte e quatro acadêmicos da disciplina de Matemática Aplicada I e trinta e sete estudantes da disciplina de Matemática Avançada I pertencentes ao Curso de Licenciatura em Matemática da ULBRA. Salienta-se que, dos trinta e sete estudantes da disciplina de Matemática Avançada I, apenas vinte e nove responderam a essas atividades. Assim, 08 alunos não responderam às questões por motivos distintos, 05 não tiveram interesse e 03 não compareceram na aula no dia em que o instrumento foi aplicado.

Destaca-se, ainda, que, em vários momentos, durante a análise dessas atividades, são mostradas as soluções elaboradas pelos acadêmicos das disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I. As mesmas são caracterizadas com notações diferenciadas com relação aos acadêmicos e à disciplina. Dessa forma, os acadêmicos são distinguidos pelas letras maiúsculas do alfabeto e as disciplinas por numerais, onde o numeral 1 serve como referência para a disciplina de Matemática Aplicada I e o numeral 2, para a disciplina de Matemática Avançada I.

A seguir, são descritas e apresentadas, com suas respectivas análises, todas as questões envolvidas nessa investigação, ressaltando em cada uma delas as transformações realizadas pelos acadêmicos das duas disciplinas.

6.2.2.1 Análise da primeira questão

Seja a função¹ $f(x) = x^2$

- a) Apresente os conjuntos domínio e imagem dessa função.
- b) Sabendo que, para um domínio conveniente, a função inversa à $f(x) = x^2$ é $g(x) = \sqrt{x}$, estabeleça esse domínio e, a seguir, o domínio e a imagem de $g(x)$, justificando-os.
- c) Esboce, em um único plano cartesiano, o gráfico das funções f e g e explicitamente, geometricamente, como se pode obter o gráfico de uma delas a partir da outra.

A atividade proposta apresenta-se descrita nos registros simbólico-algébrico e língua natural. Envolve, necessariamente, duas transformações de tratamento dentro do registro simbólico-algébrico (itens a e b) e uma de conversão a partir do registro simbólico-algébrico para o registro gráfico (item c).

O primeiro tratamento (item a), refere-se se a noção de domínio e imagem para uma função quadrática. Já o segundo tratamento (item b), aborda o estabelecimento do domínio de $f(x) = x^2$, a fim de que ela seja inversa de $g(x) = \sqrt{x}$ e o domínio e a imagem de $g(x) = \sqrt{x}$. O item c, que trata de uma atividade de conversão do registro simbólico-algébrico para o registro gráfico, diz respeito à noção de inversibilidade de funções a partir da reflexão em torno da reta $f(x) = x$.

Dessa forma, com relação aos acadêmicos da disciplina de **Matemática Aplicada I**, pode-se mencionar que o primeiro tratamento (item a), proposto na atividade, foi realizado corretamente por 14 (58%) estudantes que estabeleceram um domínio real e uma imagem real não negativa para a função $f(x) = x^2$. Desses, 09 (37%) também realizaram uma conversão ao esboçar o gráfico da função $f(x)$, passando do registro simbólico-algébrico para o registro gráfico. Essa conversão é apresentada, na figura 8, por meio da produção de um estudante.

¹ Fonte: MARIANI, Rita de Cássia P. O estudo de Funções: uma análise através dos registros de representação semiótica. In: **Educação Matemática em Revista**. Ano VI, n. 6. São Paulo: SBEM, 2004. p. 49-58

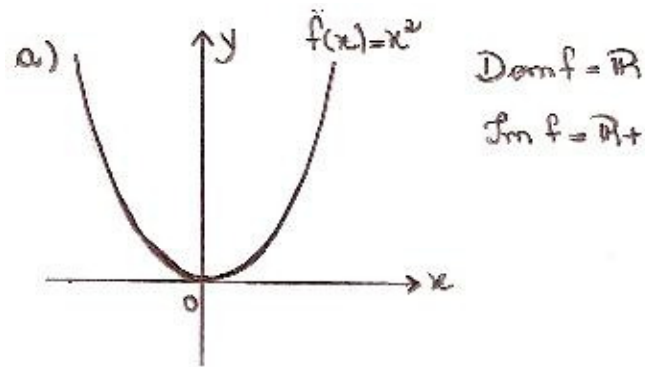


Figura 8: Produção de um acadêmico de Matemática Aplicada I

Considera-se que os demais discentes (10) não responderam satisfatoriamente a esse item, pois não definiram o domínio e a imagem para $f(x)$, cometendo erros de notação (2), limitando-se a trabalhar no domínio da função apenas com o conjunto dos números inteiros (04) ou naturais (04). Salienta-se que os acadêmicos os quais utilizaram somente o conjunto dos números inteiros ou naturais ilustraram o domínio e a imagem da função $f(x)$ através da representação de conjuntos (02), tabelas (02) e diagramas (04). Ilustra-se essa afirmação, que evidencia uma conversão do registro simbólico-algébrico para o registro diagrama ou tabela, através das soluções de três alunos apresentadas nas figuras 9, 10, 11.

a) $f(x) = x^2$

$1^2 = 1$
 $2^2 = 4$
 $3^2 = 9$
 $4^2 = 16$

$D = \mathbb{N}^*$
 $Im = \{1, 4, 9, 16, \dots\}$

x	$y = x^2$
-2	$(-2)^2 = 4$
-1	$(-1)^2 = 1$
0	$(0)^2 = 0$
1	$1^2 = 1$
2	$2^2 = 4$

Figura 9: Produção do acadêmico A1

Figura 10: Produção do acadêmico B1

a) $f(x) = x^2$

$f(1) = 1^2 = 1$
 $f(2) = 2^2 = 4$
 $f(3) = 3^2 = 9$
 $f(4) = 4^2 = 16$

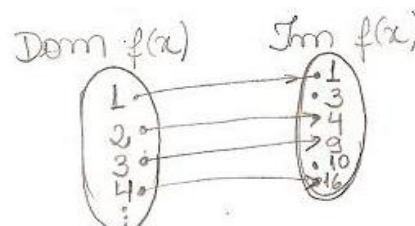


Figura 11: Produção do acadêmico C1

Conjectura-se que esses estudantes não consideraram os números reais para resolverem a questão, o que fica claro na figura 9. Esse fator evidencia a concepção dos mesmos sobre a noção de função em relação ao seu domínio. De acordo com Mariani (2004), que realizou um estudo sobre funções a partir da ótica dos registros de representação semiótica, várias pesquisas e experiências anteriores apontam que os alunos usam, em sua maioria, números inteiros, muito mais os positivos do que os negativos para a construção do conceito de função.

Já o segundo tratamento (item b), dentro do registro simbólico-algébrico, foi realizado corretamente por 08 (33%) acadêmicos que delimitaram um domínio real não negativo, para que $f(x)$ tenha inversa. Da mesma forma, esses estudantes estabeleceram, de forma satisfatória, o domínio e a imagem real não negativa para a função $g(x)$. Também salienta-se que, desses estudantes, 05 (21%) realizaram a atividade de conversão ao esboçar através do registro gráfico a função $g(x)$. A figura 12 mostra a atividade de conversão realizada por um desses acadêmicos:

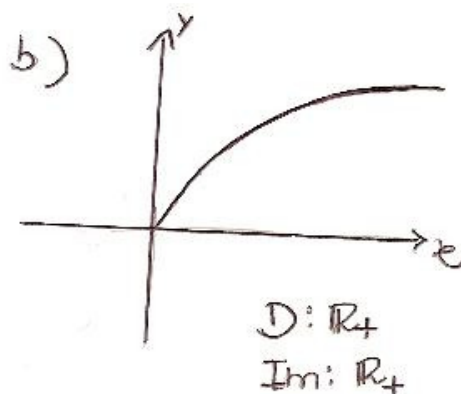


Figura 12: Produção de um acadêmico de Matemática Aplicada I

Verifica-se que, 04 discentes não responderam a esse item e 12 o efetuaram de forma incompleta ou incorreta. Desses, 05 acadêmicos estabeleceram somente o domínio e a imagem da função $g(x)$ e não a relacionaram com o domínio de $f(x)$, 04 estudantes apontaram-na como domínio e imagem da $g(x)$, somente os números inteiros positivos e 03 discentes estabeleceram o conjunto dos números complexos para a imagem da função $g(x)$.

Ratifica-se essa afirmação através das produções de dois alunos mostradas nas figuras 13 e 14 que, mesmo apresentando respostas incorretas, fizeram uso de representações e da atividade de conversão.

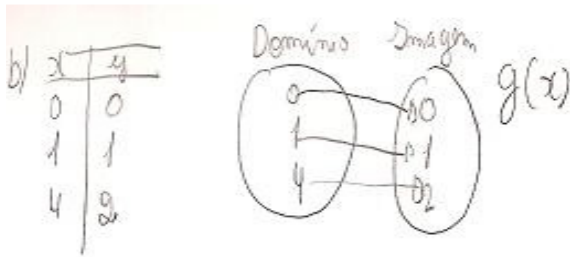


Figura 13: Produção do acadêmico D1

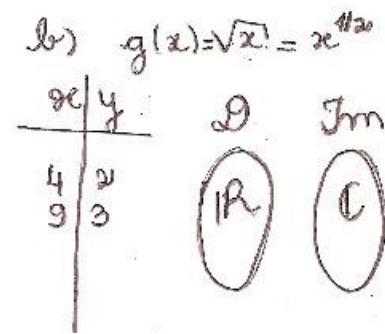


Figura 14: Produção do acadêmico E1

Percebe-se que, matematicamente, esse item amplia a discussão sobre domínio, pois se refere ao domínio e imagem de uma função que não possui inversa em todo domínio real, sendo necessário estabelecer uma restrição inversível.

Já a atividade de conversão proposta no item c foi realizada corretamente por 09 (37%) acadêmicos que fizeram o esboço de um gráfico contendo a função $f(x) = x^2$ e sua inversa $g(x) = \sqrt{x}$, ou seja, fizeram a restrição no domínio, para que $f(x)$ seja inversível. Desses, 01 estudante realizou outra conversão para o registro em língua natural, explicando geometricamente a situação proposta. As figuras 15, 16 exemplificam, respectivamente, essas conversões realizadas:

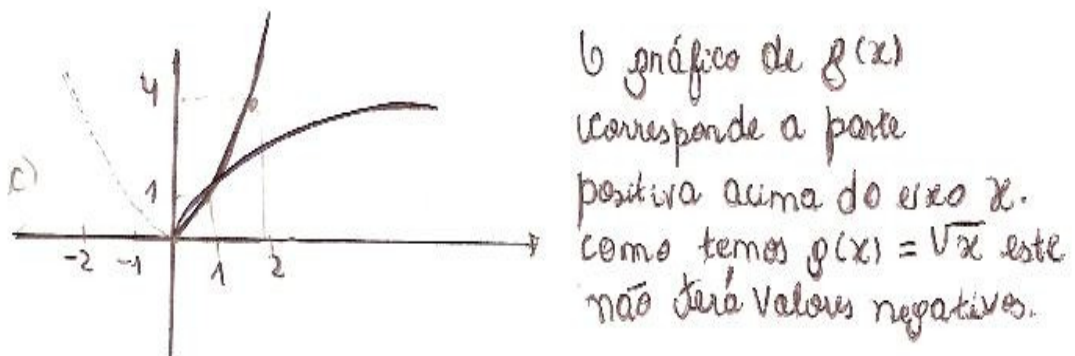


Figura 15: Produção do acadêmico F1

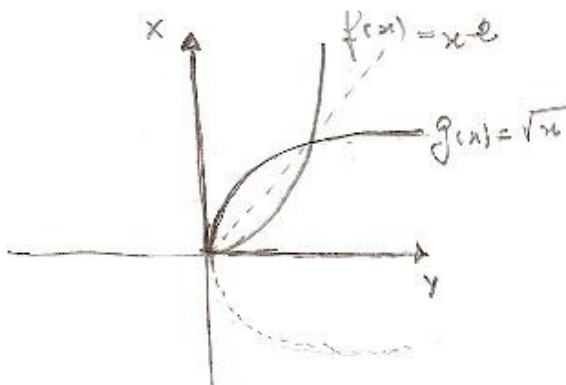


Figura 16: Produção do acadêmico G1

Dos estudantes analisados, 04 estudantes não responderam a esse item e os outros 11, que fizeram essa atividade de conversão, consideraram todo o domínio real para a função $f(x)$, logo não determinaram em que parte do domínio a mesma possui inversa. Desses, 06 realizaram uma conversão, utilizando o registro tabela para marcar os pontos no gráfico. A figura 17 mostra essa situação através do exemplo de um discente.

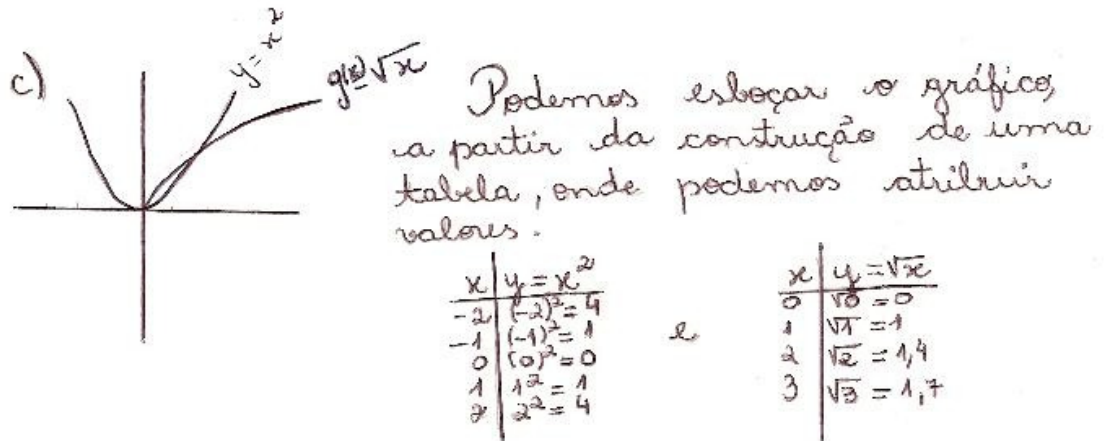


Figura 17: Produção de um acadêmico de Matemática Aplicada I

Salienta-se que esses acadêmicos possuem noção do que é ser função inversa, mas consideraram as funções $f(x)$ e $g(x)$ apenas dentro do conjunto dos números naturais. Ilustre essa afirmação com a fala de um estudante com relação a esse item: “quando trabalhamos com números naturais, o domínio de $g(x)$ vai e volta exatamente ao domínio de $f(x)$, então a função inversa é exatamente isso, ela trás de volta, ou seja, ela volta exatamente de onde partiu”. A figura 18 apresenta sua produção.

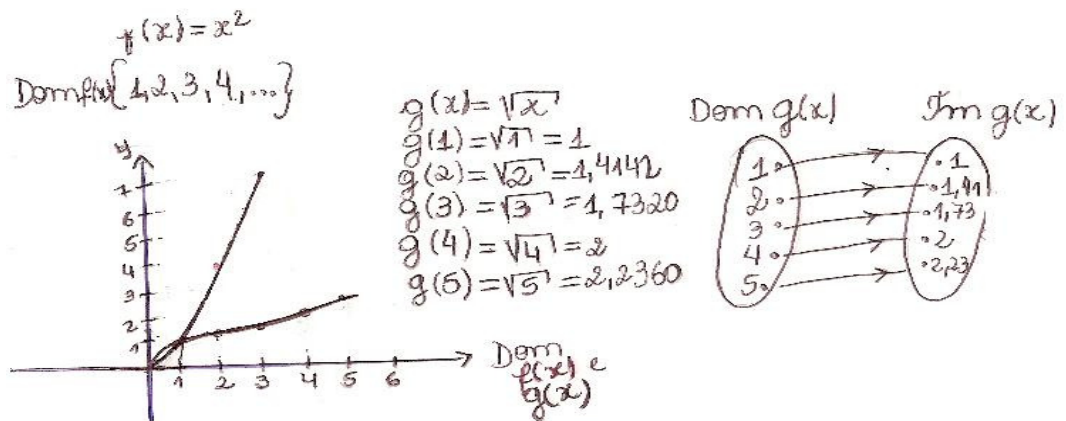


Figura 18: Produção do acadêmico H1

Dessa forma, pode-se constatar que, mesmo apresentando soluções de forma equivocada, contendo erros conceituais, os acadêmicos da disciplina de Matemática Aplicada I se utilizam fortemente de diversos tipos de representação para expressar seu pensamento acerca de um determinado conhecimento matemático.

Já, dos estudantes pertencentes à disciplina de **Matemática Avançada I**, pode-se inferir que, no tratamento dentro do registro simbólico-algébrico (item a), 18 (62%), estudantes estabeleceram um domínio real e uma imagem real não negativa para a função $f(x) = x^2$.

Verificou-se, ainda, que 08 (27%) desses realizaram uma conversão ao utilizar o registro gráfico e/ou tabela para complementar sua resposta. A figura 19 ilustra a produção de um acadêmico.

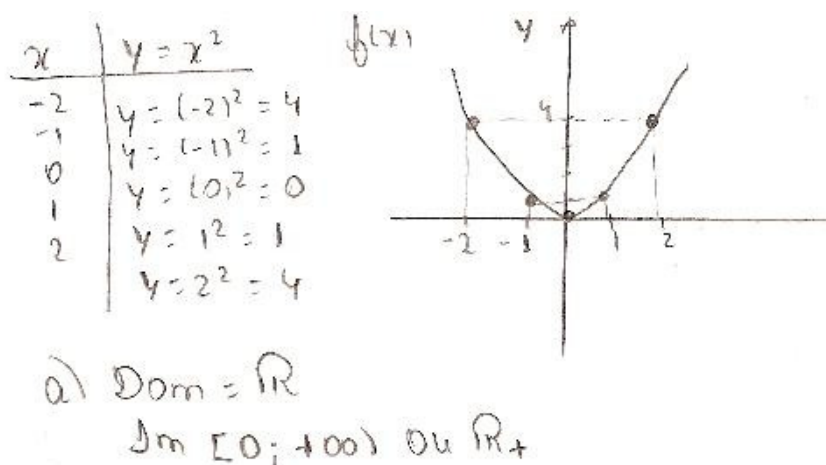


Figura 19: Produção de um acadêmico de Matemática Avançada I

Os outros 11 discentes que responderam a esse item o fizeram incorretamente. Desses, 05 estudantes consideraram o domínio e a imagem da função $f(x) = x^2$ somente dentro do conjunto dos números naturais e 04 no conjunto dos números inteiros. Houve 02 acadêmicos os quais expressaram a imagem da função $f(x)$ através do intervalo aberto entre zero e infinito. Ilustram-se essas afirmações através das produções de três estudantes, que utilizaram uma variedade de registros, realizando conversões. As mesmas são apresentadas nas figuras 20, 21 e 22.

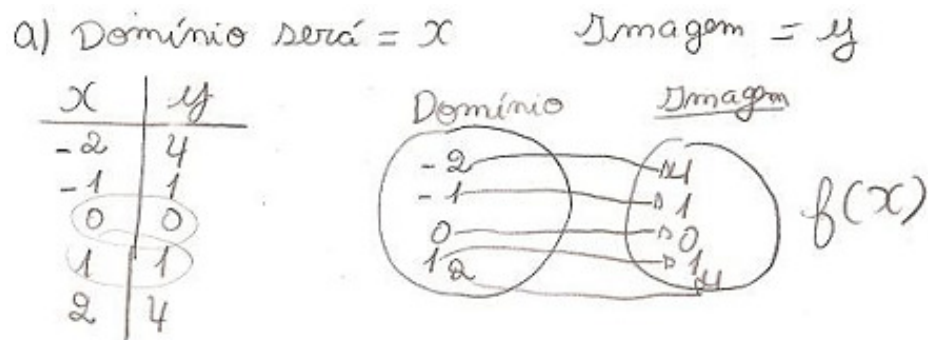


Figura 20: Produção do acadêmico A2

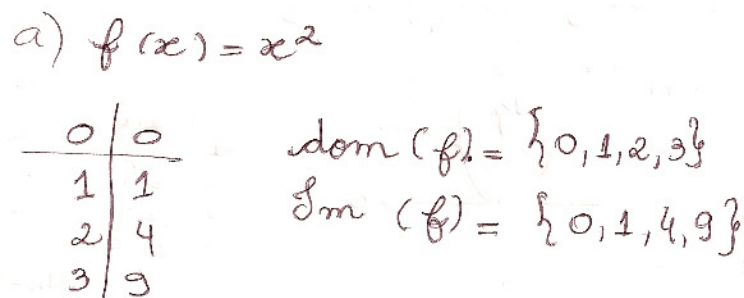


Figura 21: Produção do acadêmico B2

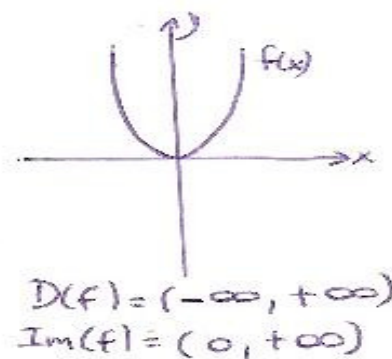


Figura 22: Produção do acadêmico C2

O segundo tratamento (item b), dentro do registro simbólico-algébrico, foi realizado por 17 acadêmicos, que estabeleceram, corretamente, o domínio e a imagem real não negativa para a função $g(x) = \sqrt{x}$. Desses, apenas 10 (34%) alunos também delimitaram um domínio real não negativo para que $f(x)$ seja inversa de $g(x)$. Salienta-se que, dos 10 estudantes os quais fizeram o domínio e imagem de $g(x)$, 08 (27%) os ilustraram por meio dos registros: gráfico (05) e tabela (03). As figuras 23 e 24 mostram essas conversões através das soluções de dois acadêmicos:

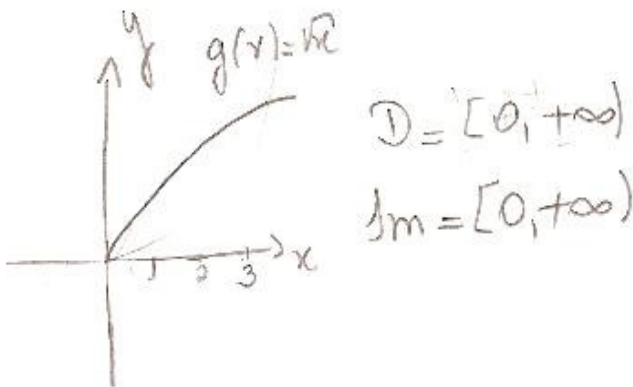


Figura 23: Produção do acadêmico D2

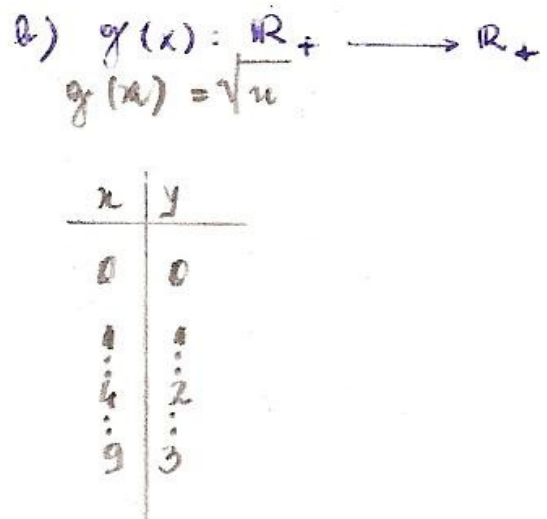


Figura 24: Produção do acadêmico E2

Houve 05 discentes os quais não responderam a esse item e 07 o efetuaram de forma incorreta. Desses, 05 estudantes apontaram, como domínio e imagem da $g(x)$, somente os números naturais e 02 discentes estabeleceram o intervalo aberto de zero a infinito para a imagem da função $g(x)$. Essas situações são apresentadas nas figuras 25, 26 e 27 através das respostas de três acadêmicos:

$$\begin{aligned}
 & b) \quad g(x) = \sqrt{x} \\
 & \quad g(4) = \sqrt{4} = 2 \\
 & \quad g(9) = \sqrt{9} = 3 \\
 & \quad \text{Dom} = \{4, 9\} \\
 & \quad \text{Im} = \{2, 3\}
 \end{aligned}$$

Figura 25: Produção do acadêmico F2

$$\begin{array}{c|c}
 x & y = \sqrt{x} \\
 \hline
 0 & \sqrt{0} = 0 \\
 1 & \sqrt{1} = 1 \\
 2 & \sqrt{2} = 1,4 \\
 3 & \sqrt{3} = 1,7
 \end{array}$$

Figura 26: Produção do acadêmico G2

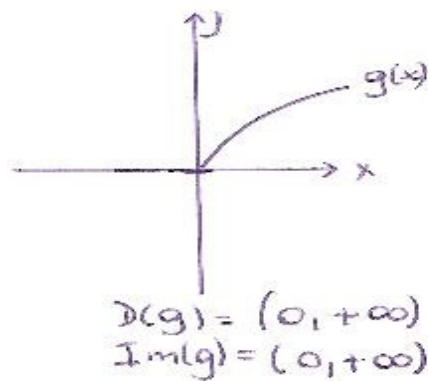


Figura 27: Produção do acadêmico H2

O item c, que trata de uma atividade de conversão do registro simbólico-algébrico para o registro gráfico, foi respondido corretamente por 11(38%) acadêmicos, que fizeram o esboço de um gráfico contendo a função $f(x) = x^2$ e sua inversa $g(x) = \sqrt{x}$, ou seja, fizeram a restrição no domínio para que $f(x)$ seja inversível. Desses, 02 estudantes, realizaram outra conversão para o registro em língua natural, explicando geometricamente a situação proposta. As figuras 28, 29 mostram essas conversões.

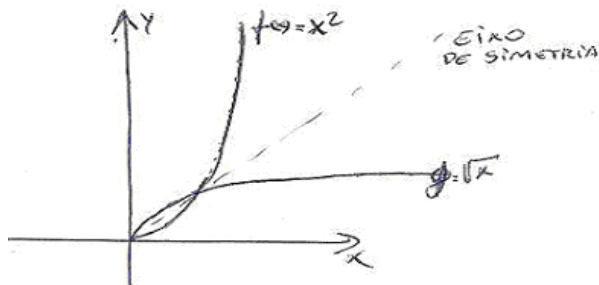
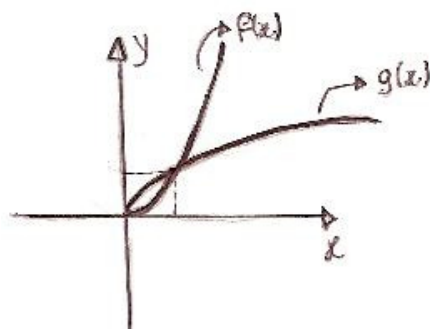


Figura 28: Produção do acadêmico I2

Explicação geométrica :

“geometricamente pode haver uma reflexão a partir do eixo de simetria ou algebricamente seja $f(x) = x^2$ é igual a $y = x^2$, $x = \pm\sqrt{y}$ para ser inversa $y = \pm\sqrt{x}$, mas será um gráfico que não será função, portanto $y = \sqrt{x}$ ou $y = -\sqrt{x}$ de acordo com o domínio da $f(x) = x^2$ que for tomado”.



Explicação geométrica:

“geometricamente a $g(x)$ é como se fosse o ‘reflexo’ da $f(x)$ no gráfico a partir da bissetriz”.

Figura 29: Produção do acadêmico J2

Um grupo de 08 estudantes não responderam a esse item e os outros 10, que fizeram essa atividade de conversão, consideraram todo o domínio real para a função $f(x)$, logo não delimitaram em que parte do domínio a mesma possui inversa. Essa explanação é exemplificada, por meio das respostas de dois discentes, apresentadas nas figuras 30 e 31.

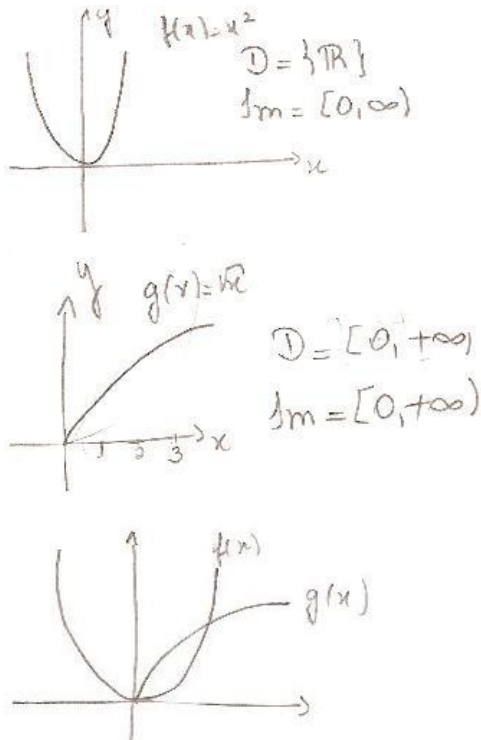


Figura 30: Produção do acadêmico K2

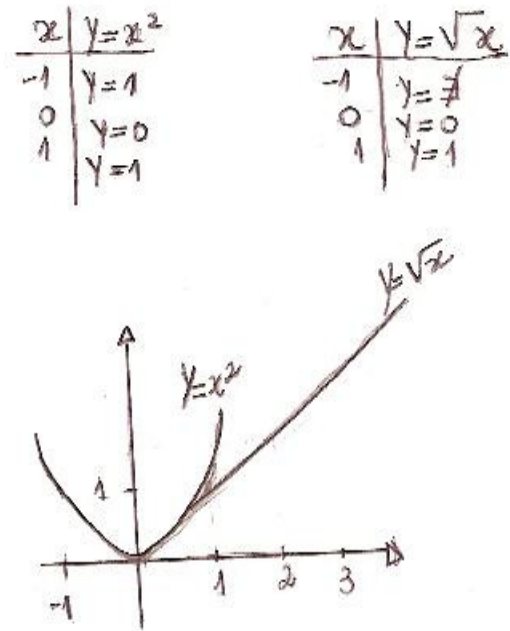


Figura 31: Produção do acadêmico L2

Assim, pode-se dizer que os acadêmicos da disciplina de Matemática Avançada I também utilizam diversos registros de representação nas soluções de suas atividades, independente do estudante ter acertado ou errado a questão.

Diante desse contexto, apresenta-se a totalização, em termos numéricos, das transformações realizadas pelos alunos das disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I, conforme a tabela 1. Salienta-se que são apontadas as soluções elaboradas corretamente pelos estudantes, conforme o que foi solicitado em cada item. Ainda, apresentam-se (destacado em *itálico e negrito* na tabela), conversões que foram realizadas pelos acadêmicos sem que tivessem sido solicitadas ou, necessariamente, deveriam ser realizadas para a solução da questão.

Tabela 1

Distribuição do número de transformações realizadas pelos discentes na primeira questão

Disciplinas/ Transformações Itens	Aplicada I (n=24)		Avançada I (n=29)	
	Tratamento	Conversão	Tratamento	Conversão
a	14 (58%)	09 (37%)	18 (62%)	08 (27%)
b	08 (33%)	05 (21%)	10 (34%)	08 (27%)
c	—	09 (37%)	—	11 (38%)

Os dados da tabela 1 revelam que os acadêmicos das duas disciplinas apresentam desempenhos bem próximos, embora fosse esperado um melhor resultado da turma de Matemática Avançada I, pois esses estão em um semestre mais adiantado e já trabalharam mais com essas noções ao longo do Curso.

Embora não fosse objetivo da investigação identificar e analisar os erros cometidos pelos alunos, isso se tornou necessário para realizar a análise desejada. Com relação a essa primeira questão, considera-se que o desempenho dos alunos foi fraco, visto que se tratava de uma questão que envolvia noções básicas sobre funções, por isso a expectativa era de um desempenho melhor.

Assim, pode-se inferir, de acordo com Duval (2004), que as representações são parciais em relação ao que representam e que um registro não contempla todos os aspectos de um determinado conhecimento. Por isso, novamente, enfatiza-se a necessidade de se trabalhar, pedagogicamente, com diversos registros de representação acerca do mesmo objeto matemático.

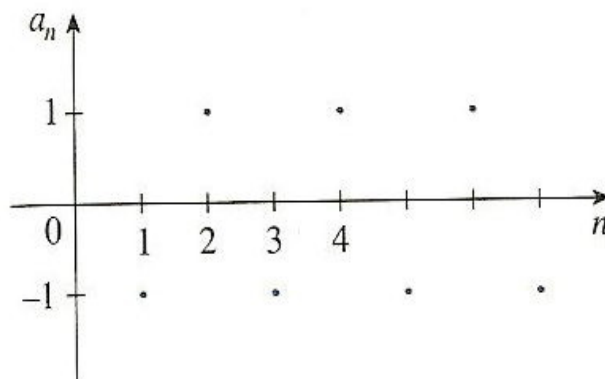
Essa idéia foi apresentada pelos próprios alunos dos grupos investigados, pois para solucionarem os itens a e b que se referiam prioritariamente a tratamentos, lançaram mão da realização de conversões (apresentadas em itálico e negrito na tabela 1).

Dessa forma, apesar da diversidade de registros elaborados pelos acadêmicos das duas disciplinas, com inclusão de algumas conversões espontâneas, fazendo uso dos registros diagrama, tabela, gráfico e língua natural, percebeu-se que muitos desses estudantes utilizam-se do conjunto dos números inteiros e/ou naturais para definirem o domínio de funções reais. Também não levam em consideração o fato de que, geometricamente, se obtém o gráfico de funções inversas a partir da reflexão em torno da reta $f(x) = x$ e fazem uso equivocado de notações, expressando símbolos de forma incorreta.

Ainda, segundo Duval (2004), os tratamentos podem ser utilizados de forma mais econômica, a fim de minimizar procedimentos, efetuando-os de maneira mais simples. Com isso, percebe-se que muitos estudantes, embora realizassem corretamente os tratamentos nos itens a e b, os fizeram através de diagramas e tabelas, ou seja, não optaram por realizar essa economia. Isso possibilita inferir que os mesmos não são orientados a organizarem-se cognitivamente de forma mais rápida e simples. Para o autor, essa economia está relacionada à aproximação com a língua natural e a forma mais simples de resolver um determinado problema.

6.2.2.2 Análise da segunda questão

Observe a representação gráfica abaixo.



- Que comportamento essa representação descreve?
- Você teria outra forma de expressar essa situação?

A questão utiliza-se do registro gráfico e do registro língua natural e visa a duas atividades de conversão, itens a e b. Do ponto de vista matemático, espera-se que o acadêmico identifique e descreva o comportamento da seqüência esboçada no gráfico.

Assim, no item a, busca-se que o aluno realize a atividade de conversão do registro gráfico para outro, cuja expectativa é a passagem para o registro em língua natural. No item b, espera-se que o estudante faça a conversão do registro gráfico para um outro elegido pelo ele, visto que o mesmo não está estabelecido na atividade.

O item a foi respondido satisfatoriamente por 18 (75%) acadêmicos da disciplina de **Matemática Aplicada I**, dos quais 03 não realizaram a atividade proposta e 03 a responderam incorretamente.

Dos estudantes que realizaram essa atividade de conversão, 14 utilizaram somente o registro em língua natural, como o esperado, e 04 ainda complementaram sua produção com o registro simbólico-algébrico, realizando outra conversão. Ilustram-se algumas das respostas mais utilizadas nessa transformação: “essa representação descreve um comportamento alternado, quando o valor do domínio é ímpar os valores da imagem serão negativos (-1) e se o valor do domínio é par, os valores da imagem serão positivos (+1)”; “se ‘n’ for ímpar, a seqüência decresce, se ele for par ela cresce”; “descreve uma seqüência $X_n = (-1)^n$, com $n \in \mathbb{N}^*$, onde cada vez que o meu expoente for ímpar a resposta será -1 e quando for par será 1”; “esta é uma seqüência alternada com seus termos ora positivos, ora negativos”.

Assim, percebe-se que os acadêmicos usaram informações já internalizadas, interpretando o registro gráfico e expressando-se de forma a evidenciar sua compreensão sobre o conhecimento abordado. Duval (2004) considera que as conversões permitem a visualização de diversos tipos de representação e auxiliam na compreensão de um mesmo objeto matemático, o que pode ser percebido nesse caso.

A outra conversão (item b), por sua vez, baseia-se na passagem do registro gráfico para um outro eleito pelo acadêmico, pois o mesmo não está estabelecido na atividade. Dos 18 (75%) acadêmicos que responderam corretamente esse item, 06 estudantes usaram o registro simbólico (algébrico e numérico), 08 o registro diagrama e 04 o registro tabela. Ilustra-se essa afirmação, por meio das soluções de quatro alunos, apresentadas nas figuras 32, 33, 34 e 35.

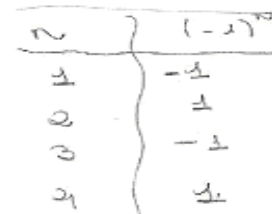
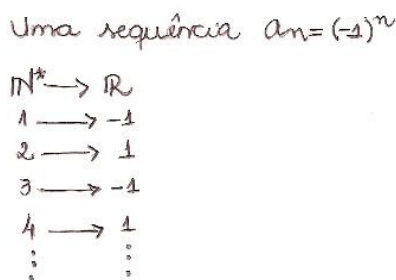


Figura 32: Produção do acadêmico I1

Figura 33: Produção do acadêmico J1

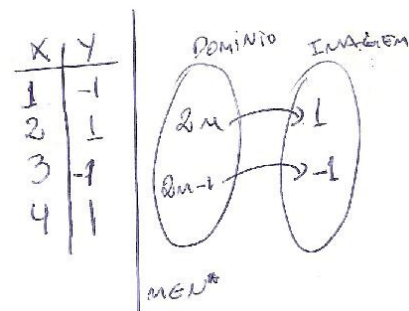
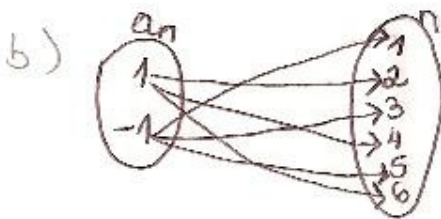


Figura 34: Produção do acadêmico L1

Figura 35: Produção do acadêmico M1

Mais uma vez, percebe-se a utilização de uma diversidade de registros de representação semiótica pelos estudantes da disciplina de Matemática Aplicada I.

Com relação aos acadêmicos da disciplina de **Matemática Avançada I**, menciona-se que a primeira conversão (item a) proposta, nesse exercício, foi respondida satisfatoriamente por 11(38%) estudantes os quais explanaram, de forma diversificada, a sua interpretação sobre a representação gráfica. Exemplificam-se algumas de suas respostas: “representa uma seqüência alternada com valores positivos e negativos”; “seqüência divergente que oscila entre 1 e -1 ”; “seqüência alternada, divergente”; “seqüência limitada, ou seja, tem limite superior e inferior. É alternada”; “representa uma seqüência limitada. O $\inf\{a_n\} = -1$ e o $\sup\{a_n\} = 1$. O $D(f) = \mathbb{N}$ e $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$. Não podemos unir os pontos da seqüência, pois estamos trabalhando com números naturais”.

Nota-se, a partir das respostas desses estudantes, que existe uma evolução cognitiva de linguagem e de conhecimento dos mesmos, pois fizeram uso das noções de ínfimo, supremo e divergência. Essa evolução apresenta-se em consonância com o que afirma Flores (2006), ao dizer que “o importante é ver que a abstração requerida, quando da relação entre representação e referencia, permite apreender o objeto matemático, independente da representação que se use” (FLORES, 2006, p. 95).

Dos demais acadêmicos, 07, não realizaram esse item e 11 o responderam incorretamente. Desses, 03 mencionaram tratar-se de uma série alternada, 04 de uma função constante, 02 disseram que descrevia um comportamento senoidal e 02 uma seqüência constante.

Conjectura-se que esses estudantes apresentaram mais dificuldades ao responder esse item em relação os acadêmicos de Matemática Aplicada I, visto que não estavam trabalhando, naquele período, com o conhecimento envolvido na questão e/ou por não estarem dispostos a respondê-la.

O item b dessa atividade possui outra transformação de conversão, que foi respondida satisfatoriamente por 16 (55%) estudantes, dos quais 07 usaram o registro simbólico-algébrico, 03 o registro simbólico-numérico, 03 o registro diagrama, 02 o registro tabela e 01 o registro gráfico. As figuras 36, 37, 38 e 39 ilustram essa afirmação por meio das produções de quatro estudantes.

$$f: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}$$

$$a_n \rightarrow n$$

$$a_n = (-1)^n$$

n	$(-1)^n$
1	-1
2	1
3	-1
4	1

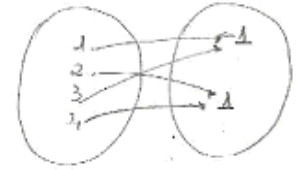
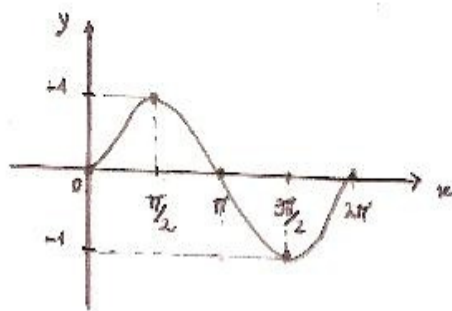


Figura 36: Produção do acadêmico M2

Figura 37: Produção do acadêmico N2

 $f(x) = \sin(x)$


$$b) (-1)^n = -1, 1, -1, 1, -1, \dots$$

Figura 39: Produção do acadêmico P2

Figura 38: Produção do acadêmico O2

Particularmente, nesse item b, os acadêmicos que escolheram fazer a conversão do registro gráfico para o registro simbólico-algébrico depararam-se com o que Duval (2004) denomina de fenômeno da não-congruência. Nesse item, esse fenômeno aborda a falta de correspondência semântica entre as unidades de significado, pois a representação gráfica dessa atividade não apresenta o traçado de uma determinada função, apenas esboça o comportamento de alguns pontos. Assim, para o autor, essa conversão é dita como não-congruente, pois “as unidades significantes do gráfico não estão de nenhuma maneira determinadas pela relação com os pontos marcados. Essas unidades estão determinadas por alguns valores visuais de uma reta (ou de uma curva) [...]” (DUVAL, 2004, p.60).

Assim, pode-se dizer que os acadêmicos da disciplina de Matemática Avançada I utilizam diversos registros de representação e que já estão conseguindo administrar melhor o fenômeno de não-congruência, pois dos 16 que realizaram a atividade de conversão, no item b, 07 fizeram corretamente a passagem do registro gráfico para o registro simbólico-algébrico. Acredita-se que, para esses 07 estudantes da disciplina de Avançada I, a representação gráfica significou apenas uma tarefa de reconhecimento, visto que já distinguem o objeto matemático de sua representação sem dificuldades.

Dessa forma, sintetizam-se as conversões realizadas nos dois itens estabelecidos na atividade pelos acadêmicos das disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I. A tabela 2 mostra a totalização, em termos numéricos, dessas transformações realizadas por esses alunos. Salienta-se que são apontadas somente as soluções elaboradas corretamente pelos estudantes, conforme o que foi solicitado em cada item.

Tabela 2

Distribuição do número de transformações realizadas
pelos discentes na segunda questão

Disciplinas/ Transformações	Aplicada I (n=24)		Avançada I (n=29)	
	Tratamento	Conversão	Tratamento	Conversão
Itens				
a	—	18 (75%)	—	11 (38%)
b	—	18 (75%)	—	16 (55%)

A partir do exposto acima, percebe-se que a turma de Aplicada I realizou uma quantidade maior de conversões do que os acadêmicos da disciplina de Avançada I, talvez pelo fato de os mesmos estarem trabalhando, em sala de aula, com esse conhecimento, quando responderam a essas atividades propostas.

Infere-se que o fenômeno da não-congruência atingiu mais os estudantes da disciplina de Matemática Aplicada I, visto que, dos 06 estudantes os quais realizaram a conversão do registro gráfico para o registro simbólico, todos utilizaram, simultaneamente, a escrita algébrica e numérica, em que primeiro interpretaram os pontos marcados no gráfico, para depois conseguirem generalizar e expressar que comportamento estava implícito na representação. Já na disciplina de Avançada I, 10 estudantes fizeram uso da representação simbólica; desses, 07 fizeram a conversão corretamente e exclusivamente para o registro simbólico-algébrico, onde se conjectura que eles conseguem distinguir o objeto matemático de sua representação.

Também se percebe, nessa atividade, a utilização de diferentes registros de representação pelos acadêmicos das duas disciplinas. Essa diversidade de registros, para Flores (2006), reforça as atividades matemáticas de descrever, raciocinar, visualizar, que estão intrinsecamente ligadas ao processo de compreensão.

Com isso, utilizam-se as palavras de Duval (2004), para inferir que:

O problema da aprendizagem, ao nível do funcionamento cognitivo do sujeito, deve ser formulado em termos de condições de compreensão [...] que não estão ligados a um conteúdo particular, mas à natureza das atividades e dos raciocínios que se encontram exigidos através de diferentes conteúdos ensinados (DUVAL, 2004, p. 72).

Além disso, entende-se que os estudantes das duas disciplinas os quais apresentaram respostas incorretas dão indícios de possuir uma concepção limitada acerca da forma do objeto matemático (seqüência), não o reconhecendo por meio de outras representações. Também suas dificuldades podem estar relacionadas à natureza dos registros envolvidos nessa transformação de conversão, os quais Duval (2003) classifica em monofuncionais e multifuncionais. Essa atividade, especificamente, trata da passagem do registro gráfico para o registro em língua natural, ou seja, utiliza, primeiramente, um registro monofuncional, cuja expectativa é a transposição para um multifuncional.

6.2.2.3 Análise da terceira questão

Os itens abaixo referem-se a seguinte notação: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$.

- a) Qual o seu significado?
- b) Você tem outras formas/maneiras de expressá-lo/representá-lo?
- c) Exemplifique.

A questão proposta apresenta-se descrita nos registros simbólico-algébrico e em língua natural e envolve, necessariamente, uma transformação de tratamento dentro do registro simbólico-algébrico para o numérico (item c) e duas de conversão a partir do registro simbólico-algébrico: uma, cuja expectativa é a passagem para o registro em língua natural (item a) e outra para um registro escolhido pelo acadêmico (item b), visto que esse não está estabelecido na atividade.

Matematicamente, essa atividade busca fazer com que o aluno interprete, descreva e exemplifique o comportamento da função quando seu limite é calculado.

Referindo-se à turma de **Matemática Aplicada I**, afirma-se que, com relação ao tratamento evidenciado no item c, 12 (50%) alunos o realizaram de forma satisfatória, ou seja, permanecendo no registro simbólico, passaram da notação algébrica para o exemplo numérico. Evidenciam-se alguns exemplos elaborados pelos acadêmicos: $\lim_{x \rightarrow \infty} x = +\infty$;

$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \infty$; $\lim_{x \rightarrow \infty} x+1 = \infty$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \infty} (x+3) = \infty$. Considera-se

importante salientar que a maioria dos estudantes listou mais de um exemplo.

Já a atividade de conversão, proposta no item a foi realizada corretamente por 05 (21%) acadêmicos, pois os outros 14 estudantes que também responderam a esse item o fizeram para decodificar o registro simbólico-algébrico. Essa atividade é vista por Duval (2004), como próxima à atividade de conversão, entretanto, a mesma não implica uma conversão de registro, visto que consiste em colocar em correspondência suas unidades com as unidades de uma mensagem, interpretando-a através de uma mudança de quadro teórico ou campo conceitual.

Dessa forma, entende-se que esses acadêmicos apenas fizeram a leitura da notação representada e não a descreveram, utilizando a idéia intuitiva de limite. Transcrevem-se assim, as respostas mais mencionadas: “significa que o limite da função tende para mais infinito”; “que na função seu limite vai para o infinito”; “significa que o limite da função tende ao infinito, quando x tende ao infinito”, “o limite da $f(x)$ quando x tende a infinito é infinito”, entre outras.

Em contrapartida, citam-se as respostas elaboradas pelos 05 discentes que, efetivamente, realizaram a conversão do registro simbólico-algébrico para o registro em língua natural: “quanto maior o valor de x , ou seja, quanto mais ele cresce maior será o limite tendendo para infinito”; “a medida que x cresce, a função também cresce e vai para infinito”; “quando os valores de x crescem, ficam maiores (tendem a infinito), o limite da $f(x)$ também tende para infinito (valores das ordenadas no gráfico)”; “quanto maior for o valor de x , maior será o crescimento da função”.

E, com relação à atividade de conversão proposta no item b, que apenas 09 (37%) acadêmicos a responderam. Desses, apenas 02 estudantes fizeram a passagem do registro simbólico-algébrico para outro registro, nesse caso, gráfico - como o esperado na atividade. A figura 40 apresenta a produção de um desses estudantes.

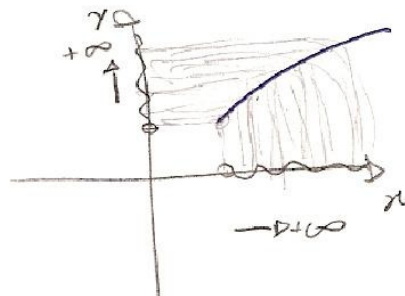


Figura 40: Produção de um acadêmico de Matemática Aplicada I

Os demais, 07 (29%) discentes, realizaram a atividade de conversão, mas usaram um registro de partida diferente do proposto na atividade. Dessa forma, realizaram essa transformação de conversão do registro simbólico-numérico para o gráfico, pois primeiro sentiram necessidade de fazer um tratamento dentro do registro simbólico (algébrico para o numérico). Evidencia-se, a partir das figuras 41 e 42 dois exemplos elaborados pelos estudantes.

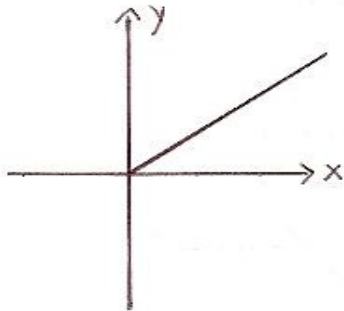


Figura 41: Produção do acadêmico N1

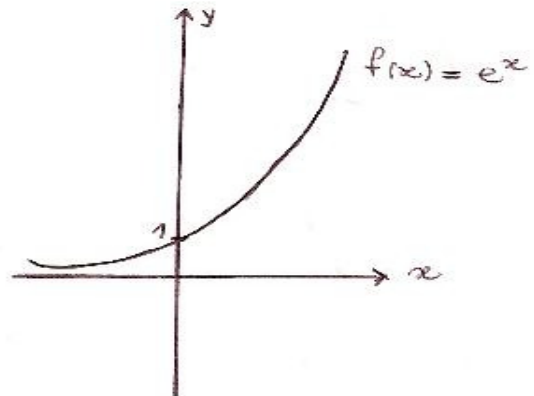


Figura 42: Produção do acadêmico O1

Esse tratamento, realizado pelos acadêmicos dentro do registro simbólico em que eles sentiram a necessidade de fazer uso de um exemplo numérico para esboçar a representação gráfica é visto por Duval (2004), como uma “limitação representativa específica a cada registro, onde existe a necessidade de complementaridade de registros” (DUVAL apud DAMM, 2002, p. 149). Assim, percebe-se que os estudantes fizeram uso de uma representação intermediária para a compreensão do problema proposto.

Dessa forma, verifica-se que os acadêmicos da disciplina de Matemática Aplicada I fazem uso dos registros de representação, mas possuem dificuldade de explanar, através da língua natural, suas idéias e de trabalhar com a escrita algébrica.

Já, com relação aos acadêmicos da disciplina de **Avançada I**, pode-se dizer que 06 (21%) responderam ao item a, uma vez que os outros 18 estudantes que também o fizeram, apenas realizaram a leitura da notação representada. Esse procedimento é denominado, por Duval (2004), como decodificação de informações. Ilustra-se essa afirmação através da produção de alguns acadêmicos: “a função tende para mais infinito”; “significa que a $f(x)$ com x tendendo ao infinito o resultado é infinito”; “limite da função quando x tende ao infinito é igual a infinito”, “o limite da $f(x)$ tendendo a infinito positivo”, “função indo para mais infinito”, entre outras.

A conversão realizada pelos 06 discentes, através do registro simbólico-algébrico para o registro em língua natural, possui respostas que transcrevem a interpretação desses estudantes acerca da idéia de limite: “quanto mais os valores de x crescem, mais a função cresce e vai para infinito”; “quanto maior for o valor que atribuímos para x , maior será o de y , ou seja, da função”; “quanto maior o valor da variável independente, maior será o valor da variável dependente, ou seja, à medida que x cresce e tende para infinito, o limite da função tende para infinito”; “significa que, quando o x do domínio estiver crescendo ao infinito a função $f(x)$ também está crescendo e indo para infinito”; “quando os valores de x crescem, ficam maiores (tendem a infinito), o limite da $f(x)$ também tende para infinito (valores das ordenadas no gráfico)”; “para mim limite é um intervalo onde uma função pode chegar. Para qualquer valor de $x < x_1 < x_2 < x_3 < \dots$, onde o x está cada vez maior, corresponderá um valor cada vez maior da $f(x)$, até o infinito”.

Já a outra atividade de conversão (item b) foi respondida, corretamente, por 12 (41%) acadêmicos que partiram do registro simbólico-algébrico para outro registro, nesse caso, gráfico - como o esperado na atividade. Desses, 01 discente também realizou a conversão para o registro tabela e simbólico-algébrico.

Os outros 08 (27%) estudantes que também responderam a esse item realizaram conversões do registro simbólico-numérico, ou seja, primeiramente fizeram um tratamento dentro do registro simbólico (algébrico para o numérico), para depois realizarem a passagem para o registro gráfico (conversão). Desses, 07 fizeram a conversão do registro simbólico-numérico para o registro gráfico e apenas 01 estudante realizou a passagem do registro simbólico-numérico para os registros gráficos, tabela e diagrama. Fica claro que 09 acadêmicos não realizaram o proposto nesse item.

Evidencia-se, assim, a necessidade encontrada pelos discentes de trabalharem com um registro mais observável, concreto. Por isso, realizaram a passagem interna dentro do registro simbólico (tratamento), para depois efetuarem a conversão. Isto é compreensível dentro da Matemática, pois a notação algébrica de uma definição ainda é, para muitos estudantes, algo difícil de ser representada.

Ilustram-se as conversões realizadas com registros de partida diferentes para o registro gráfico, através das produções de três alunos, apresentadas nas figuras 43, 44 e 45.

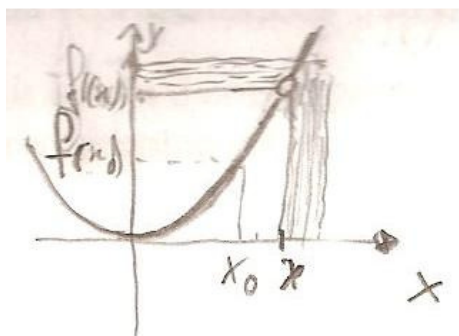


Figura 43: Produção do acadêmico Q2

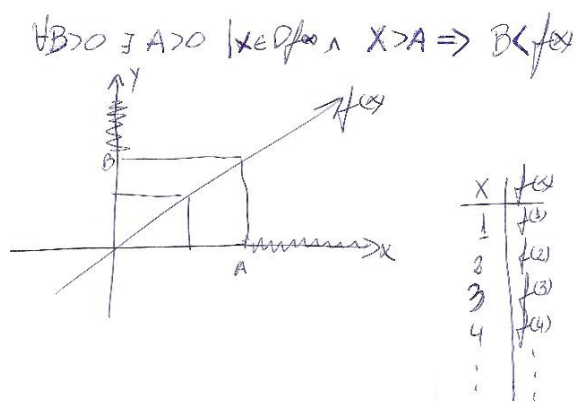


Figura 44: Produção do acadêmico R2

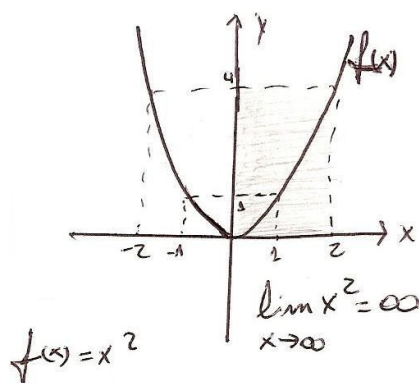


Figura 45: Produção do acadêmico S2

Com isso, fica claro que os estudantes Q2 E R2 fizeram a conversão, de acordo com o pedido na atividade, saíram do registro simbólico-algébrico (escrita algébrica da expressão) e realizaram a passagem para o registro gráfico, enquanto que o aluno S2 primeiro realizou um tratamento dentro do registro simbólico, ou seja, sentiu a necessidade de passar da escrita algébrica para a numérica e depois fazer a conversão do registro simbólico-numérico para o registro gráfico.

Salienta-se, também, que o exemplo mais completo de conversão elaborado pelo acadêmico S2 envolve a passagem do registro, nesse caso, simbólico-numérico para os registros gráfico, tabela e diagrama. A figura 46 mostra sua produção.

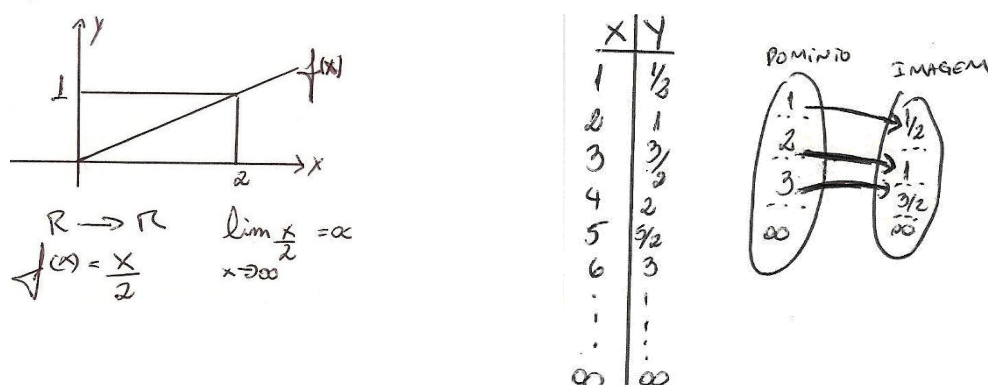


Figura 46: Produção de um acadêmico de Matemática Avançada I

O tratamento evidenciado no item c foi respondido corretamente por 13 (45%) alunos, que passaram da notação algébrica para o exemplo numérico. Evidenciam-se alguns exemplos elaborados pelos acadêmicos: $\lim_{x \rightarrow \infty} x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \infty$; $\lim_{x \rightarrow \infty} x + 2 = \infty$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \infty} 2x = \infty$. Salienta-se que a maioria dos estudantes apontou mais de um exemplo.

Pode-se dizer que os acadêmicos da disciplina de Matemática Avançada I também utilizam diversas representações e encontram limitações ao depararem-se com a escrita algébrica, mesmo que ela esteja sendo trabalhada dentro da disciplina.

Dessa forma, organiza-se o total de tratamentos e conversões (independente do registro de partida) elaborados pelos discentes, corretamente, de acordo com suas disciplinas. Essa totalização, em termos numéricos, é apresentada por meio da tabela 3.

Tabela 3

Distribuição do número de transformações realizadas
pelos discentes na terceira questão

Disciplinas/ Transformações	Aplicada I (n=24)		Avançada I (n=29)	
	Tratamento	Conversão	Tratamento	Conversão
a	—	05 (21%)	—	06 (21%)
b	—	16 (67%)	—	20 (69%)
c	12 (50%)		13 (45%)	

A partir dos dados da tabela 3 e das análises realizadas, entende-se que as dificuldades encontradas pelos acadêmicos das duas disciplinas, na conversão do item a, passando do

registro simbólico-algébrico para o registro da língua natural são compreensíveis, pois envolvem dois registros de naturezas distintas, sendo o primeiro monofuncional e o segundo multifuncional. De acordo com Duval (2003), a atividade de conversão que utiliza esses registros é mais complexa, visto que “o grau de profundidade das dificuldades levantadas para a aprendizagem da matemática não é o mesmo segundo com a natureza dos registros em presença dos quais uma pessoa se encontra” (DUVAL, 2003, p. 25).

O mesmo item a, que trata da conversão por meio da descrição de uma expressão simbólica para uma expressão em língua natural, não estabelece uma correspondência semântica das unidades de significado, sendo vista por Duval (2004) como não-congruente.

Essa falta de correspondência semântica está relacionada ao fato de que a função mencionada na expressão algébrica não está explicitada, o que leva o discente a refletir sobre qual função deve utilizar para que a expressão algébrica tenha sentido.

6.2.2.4 Análise da quarta questão

Construa representações que descrevam o comportamento da seqüência $a_n = \frac{n}{n+1}$ e use-as para decidir se ela é convergente ou divergente. Se ela for convergente, estime o valor do limite a partir das representações realizadas.

A atividade apresenta-se descrita nos registros língua natural e simbólico-algébrico e visa a uma atividade de conversão do registro simbólico-algébrico para outro escolhido pelo estudante. Matematicamente, busca-se perceber a concepção do acadêmico em relação à convergência. Essa atividade foi realizada apenas pelos alunos da disciplina de Matemática Avançada I, pois na disciplina de Matemática Aplicada I esse conhecimento ainda não tinha sido trabalhado de forma estruturada.

A atividade de conversão foi realizada, corretamente, por 08 (27%) acadêmicos da disciplina de **Matemática Avançada I**, que passaram do registro simbólico-algébrico para o registro tabela (05), gráfico (02) e língua natural, gráfico e tabela (01). Exemplifica-se essa afirmação, por meio das produções de dois estudantes, apresentadas nas figuras 47 e 48.

A sequência é convergente, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$

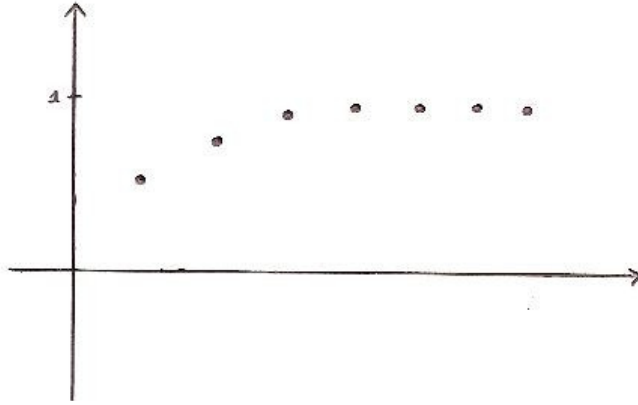


Figura 47: Produção do acadêmico T2

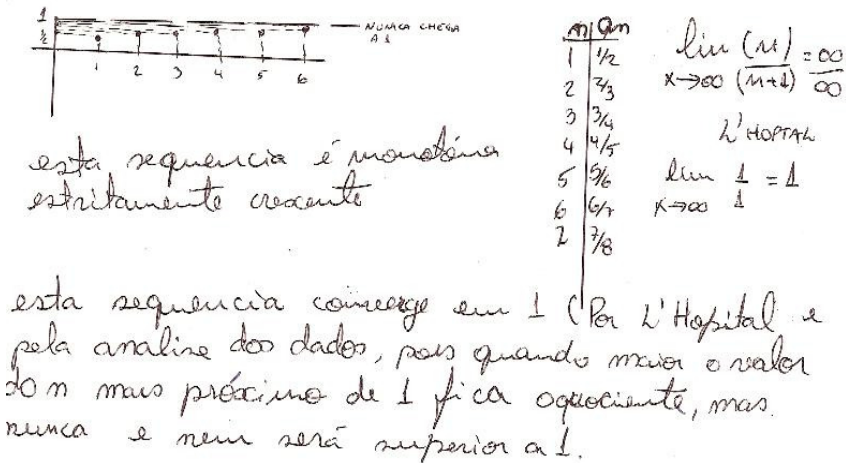


Figura 48: Produção do acadêmico U2

Houve, 13 (45%) acadêmicos os quais responderam a atividade, 02 não responderam e 06 a realizaram incorretamente. Salienta-se que esses 13 estudantes fizeram apenas um tratamento dentro do registro simbólico, ou seja, partiram do algébrico e foram para o numérico, listando os termos da seqüência e estimando o valor do seu limite. As figuras 49 e 50 lustram esses exemplos elaborados pelos alunos.

$$a_n = \frac{n}{n+1} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots \right\}$$

Figura 49: Produção do acadêmico V2

$$\begin{array}{l}
 a_1 = \frac{1}{2}; \quad a_2 = \frac{2}{3}; \quad a_3 = \frac{3}{4}; \quad a_4 = \frac{4}{5} \dots \\
 a_n = \frac{n}{n+1} = 1 \rightarrow \text{converge} \\
 \\
 a_1 = \frac{1}{2} \\
 a_2 = \frac{2}{3} \\
 a_3 = \frac{3}{4} \\
 a_4 = \frac{4}{5} \\
 \vdots \\
 a_n = \frac{n}{n+1} \\
 \\
 a_n = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots \right\} \\
 \text{converge p/ 1}
 \end{array}$$

Figura 50: Produção do acadêmico X2

Assim, ressalta-se, novamente, a complementaridade de registros realizada por esses 13 estudantes que, segundo Duval (2004), está relacionada à dificuldade encontrada pelo discente em passar imediatamente para o registro proposto. Assim, o acadêmico escolhe um registro que melhor represente para ele a situação estabelecida, facilitando sua compreensão.

Também, conforme o esperado nessa atividade, os acadêmicos fizeram uso de uma diversidade de registros de representação, evidenciando seu conhecimento e uso isolado acerca dos diferentes tipos de registros.

Dessa forma, afirma-se que, dos 21 estudantes da disciplina de Matemática Avançada I que realizaram satisfatoriamente esse exercício, apenas 08 (27%) fizeram corretamente a conversão proposta.

6.2.3 Considerações sobre os registros e as transformações semióticas realizadas pelo grupo investigado

A partir da variedade de registros de representação semiótica apresentados na resolução das atividades aplicadas nos acadêmicos pertencentes às disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I, pode-se inferir que as representações semióticas mais utilizadas foram simbólica, tabela, diagrama, gráfica e língua natural. Cada uma dessas possui características e funções distintas que, muitas vezes, em conjunto, visam enriquecer o processo de construção do conhecimento.

Segundo Duval (2004), o registro gráfico possibilita, entre os demais registros, a interpretação e a percepção de traços retos ou curvos traçados sobre o plano. As representações simbólicas auxiliam na operacionalização dos objetos matemáticos, admitindo sub-registros, o numérico e o algébrico. Já a representação por meio de tabelas facilita a

compreensão e construção da representação gráfica, acionando os conceitos de ordem e grandeza. O registro diagrama permite a visualização e a relação de correspondência entre elementos. O registro língua natural é aprendido pelo indivíduo simultaneamente com a Matemática, possibilitando ao sujeito compreender e significar os objetos matemáticos.

Assim, compreende-se que cada sistema ou registro de representação possui suas especificidades com maior ou menor complexidade e diferentes possibilidades de percepção que, de acordo com Duval (2003), dependem do tipo de função cognitiva que assumem: comunicação, tratamento, objetivação e identificação. A função de comunicação seria a de transmitir informações entre os sujeitos; a de tratamento visa à modificação de uma representação em outra, dentro de um mesmo sistema semiótico; a de objetivação busca conhecer algo que, até então, não se sabia; a de identificação permite encontrar ou reencontrar um dado ou informação entre outras, para recuperar a memória. As três primeiras funções são indispensáveis para o funcionamento cognitivo e a última para o tratamento da informação, sendo que todas auxiliam no processo de evolução cognitiva.

Dessa forma, na atividade 01, pode-se dizer que o registro simbólico-algébrico teve a função de comunicação para os estudantes. Já os registros mais evidenciados (tabela, gráfico e diagrama) possibilitaram o tratamento, a identificação e a objetivação, pois permitiram a visualização, a informação e a localização de dados tratados sobre o objeto matemático que estava sendo trabalhado.

Na questão 02, afirma-se que o registro gráfico assumiu a função de comunicação, fornecendo dados acerca do objeto representado. Os demais registros usados (língua natural, tabela, diagrama, simbólico) englobaram todas as especificidades, por meio da compreensão, visualização, relação de correspondência e descrição do comportamento da representação.

A atividade 03 assume, através do registro simbólico-numérico, para os acadêmicos que a realizaram, as funções de objetivação, comunicação e identificação enfatizadas por Duval (2003), pois informou dados e permitiu a recuperação de informações que não estavam disponíveis para os mesmos. Os registros da língua natural e gráfico, por sua vez, acionaram os conceitos matemáticos de comportamento da função, relação de dependência. Os mesmos demandaram a função de comunicação e de identificação, pois permitiram a informação e a localização dos dados coletados no plano cartesiano. Na passagem do registro gráfico para o registro tabela e/ou diagrama, os alunos tiveram uma maneira diferente de organizar e ver os dados representados a partir uma representação gráfica que utilizou signos (algarismos) para representar a relação de dependência entre os valores de domínio e imagem.

O exercício 04 teve como elemento de comunicação o registro simbólico-algébrico, que inferiu informações para os acadêmicos. As funções de tratamento, objetivação e identificação foram abordadas pelas representações gráfica, tabela e simbólica.

Ainda, pode-se mencionar que os acadêmicos das disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I utilizam os registros de representação semiótica, por meio de tratamentos e conversões na resolução de suas atividades, mas o fazem, em sua maioria, de maneira intuitiva. Assim, há evidências de que os mesmos conhecem, isoladamente, os diferentes tipos de registros, mas não fazem uso da articulação entre os mesmos para representação do pensamento matemático, pois quando solicitados a representar de diferentes formas a mesma idéia, a maioria não o fez corretamente.

Assim, entende-se que a compreensão do objeto matemático em estudo pode ficar prejudicada pois, de acordo com Duval (2003):

Há uma pluralidade de registros de representação de um mesmo objeto, e a articulação desses diferentes registros é a condição para a compreensão em matemática, embora várias abordagens didáticas não levem em conta esse fato (DUVAL, 2003, p. 31).

Dessa forma, por meio desse trabalho, tenta-se salientar a necessidade de os futuros professores de Matemática conhecerem e/ou utilizarem a teoria dos registros de representação semiótica no processo de ensino e aprendizagem da disciplina, visto que,

[...] a compreensão conceitual, a diferenciação e o domínio das diferentes formas de raciocínio, as interpretações – hermenêutica e heurística – dos enunciados, estão intimamente ligados a mobilização e a articulação quase imediatas de alguns registros de representação semiótica (DUVAL, 2004, p. 18).

Busca-se, assim, que este estudo possa contribuir positivamente, no sentido de modificar a “ótica de leitura” do futuro professor sobre seu papel e oferecer uma proposta de trabalho que envolva as diversas representações semióticas acerca de um mesmo objeto matemático, diferenciando esse objeto de sua representação, a fim de possibilitar a compreensão em Matemática.

6.2.4 Erros detectados a partir da produção dos acadêmicos

A partir da produção dos acadêmicos na resolução das atividades propostas, julgou-se importante apontar os erros cometidos sem, contudo, analisá-los de forma mais profunda. Os focos da investigação são os registros e as transformações realizadas pelos estudantes na solução das questões, mas chamou a atenção o número e a frequência com que determinados

erros foram cometidos, apontando indícios de concepções teóricas errôneas sobre as noções de Função, Limite e Seqüência.

Assim, nas disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I é possível mencionar, através da análise da primeira questão, que 17 acadêmicos transitam no conjunto dos números inteiros e/ou naturais, pois expressaram o domínio, a imagem e o gráfico da função quadrática dessa forma, ignorando o conjunto dos números reais. Além disso, os mesmos não relacionam corretamente a tabela de valores e o conjunto domínio e/ou imagem da função, utilizam notações sem significado e não realizam as restrições necessárias para garantir a inversibilidade das funções, desconsiderando a noção de que, geometricamente, uma função é inversa da outra através de uma reflexão com base na reta $f(x) = x$.

Sabe-se que, no contexto do Curso, todos esses objetos matemáticos já foram estudados, mas infere-se que, quando o aluno é chamado a resolver uma questão que não está relacionada, de forma direta, ao conteúdo que está sendo trabalhado na disciplina no momento, há uma dificuldade bastante acentuada de acionar e articular idéias e conceitos em torno da solução de uma questão proposta. Dessa forma, acaba por resolver a mesma a partir de conceitos mais elementares (como não considerar, na primeira questão, que se tratavam de funções reais).

Assim, percebe-se que as dificuldades apresentadas relacionam-se aos conjuntos numéricos, sua representação e suas propriedades, tais como ordem, continuidade. Além disso, muitos desses estudantes possuem a visão de que uma atividade matemática necessita ser algoritmizada, pois embora tenham construído tabelas ou uma outra representação para os conjuntos domínio e imagem das funções, não interpretaram o resultado obtido.

Na segunda questão, aborda-se um entrave específico da disciplina de Matemática Avançada I, onde os acadêmicos não discerniram as noções sobre função, série e seqüência, apresentando respostas confusas e semelhantes. Os mesmos obtiveram dificuldades na interpretação gráfica, visto que a mesma foi apresentada através de pontos específicos. Entende-se que essas dificuldades encontradas pelos acadêmicos, na passagem do registro gráfico para o registro da língua natural, são compreensíveis, pois envolvem dois registros de naturezas distintas, sendo o primeiro monofuncional e o segundo multifuncional.

De acordo com Duval (2003), a atividade de conversão que utiliza esses registros é mais complexa, visto que “o grau de profundidade das dificuldades levantadas para a aprendizagem da matemática não é o mesmo segundo com a natureza dos registros em presença dos quais uma pessoa se encontra” (DUVAL, 2003, p. 25).

Com isso, sugere-se que o registro da língua natural seja mais utilizado em situações de ensino e aprendizagem pelo professor, explorando a capacidade de dissertação do estudante sobre conceitos, teoremas, propriedades, na elaboração de contra-exemplos para validar uma afirmação, constituindo assim, uma atividade de contribuição para a resolução de atividades dentro da disciplina de Matemática Avançada I.

Também pode-se dizer, em consonância com Duval (2004) que, para muitos alunos, a troca da forma de uma representação é uma operação difícil ou até impossível e isso ocorre pela grande distância de significado entre o representado e o representante: “A substituição de uma expressão relevante de uma rede semântica a uma expressão de outra rede semântica aparece, às vezes, como um salto dificilmente transponível” (DUVAL, 2004, p. 50).

A terceira questão aborda a dificuldade de interpretação de expressões algébricas por parte dos acadêmicos e/ou a concepção de que a “tradução” dessas expressões, de forma literal, permite compreender seu significado.

Evidencia-se, também, através do terceiro e do quarto exercício, outro entrave, a falta de familiaridade ou problema de compreensão com a escrita algébrica, destacada pelos estudantes, ao terem que realizar a conversão do registro simbólico-algébrico para outro registro. Dessa forma, os estudantes sentiram necessidade de efetuar, primeiramente, um tratamento numérico, para depois fazerem a passagem (conversão) para o registro estabelecido e/ou eleito por ele.

Assim, fica claro que a maioria das dificuldades evidenciadas pelos acadêmicos possui características comuns relacionadas à falta de visualização, interpretação, expressão e, principalmente, compreensão dos objetos matemáticos.

Diante dessas considerações sobre as dificuldades matemáticas apresentadas pelos alunos, oriundas de diferentes contextos, percebe-se que a essência das mesmas pode estar associada à falta do desenvolvimento pedagógico por meio de representações, em diferentes registros, na tentativa de possibilitar a apropriação dos objetos matemáticos. Tais elementos são considerados por Duval (2004), dentro da disciplina de Matemática, como atrelados, à necessidade de utilização de uma variedade de registros de representação semiótica.

Flores (2006), em consonância com o autor, ratifica essa afirmação, dizendo que, “a especificidade do pensamento em Matemática e, portanto, da aprendizagem em Matemática, ou seja, as representações semióticas como acesso aos objetos matemáticos” (2006, p. 79). Assim, a autora também considera que os objetos matemáticos são acessíveis somente através das representações que, quando articuladas, segundo Duval (2004), favorecem a apreensão ou compreensão do objeto matemático em estudo.

6.2.5 Concepção e prática docente

Entende-se que o ato pedagógico implica uma relação existente entre educador e educando, peças fundamentais dentro do ambiente escolar. Da interação e das relações estabelecidas e articuladas com o saber entre esses elementos se dá a apropriação de conhecimento, ou seja, ocorre o processo de ensino e aprendizagem.

Nessa perspectiva, considera-se importante realizar observações nas turmas envolvidas na pesquisa e entrevista com os professores responsáveis pelas disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I, a fim de identificar a concepção dos educadores sobre a teoria dos registros de representação semiótica, se eles a consideram importante dentro do processo de aquisição do conhecimento e se a utilizam no processo de ensino e aprendizagem de sua disciplina.

Salienta-se que o docente da disciplina de Matemática Aplicada I é Mestre em Matemática, possui sete anos de experiência no Ensino Superior e desenvolve pesquisas na área da Educação Matemática, com ênfase em Álgebra e na Teoria dos Números.

O mesmo acredita que, dentro do Curso de Licenciatura em Matemática, o aluno deve ser interessado, preocupado com o exercício de sua futura profissão. Por isso, deve buscar construir uma base sólida de conhecimentos ao longo do curso. Essa afirmação é ratificada através da fala do professor, mencionando que “o aluno deve pensar diferente de um aluno do Ensino Médio, visto que esse acadêmico será professor também”. Da mesma forma, não percebe seu papel dissociado da mediação entre a construção e aplicação dos conhecimentos matemáticos, embasando e ampliando a formação de seus acadêmicos. Assim, percebe-se a preocupação desse docente em ser um facilitador do processo de ensino e aprendizagem de seus alunos.

Com relação à teoria dos registros de representação semiótica, o professor afirma que já ouviu falar, mas nunca leu nada acerca do tema. Dessa forma, não possui uma opinião com embasamento teórico sobre o assunto. Ele explana o que sabe sobre a teoria, por meio de um exemplo de função: “passar da representação simbólica de uma função para outras representações como gráfica, figural, entre outras”.

Ao ser questionado se considera a teoria dos registros de representação semiótica importante para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, ele afirma que “comenta com outros professores que o importante em Matemática, é que o aluno saiba transitar pelas diversas maneiras de representar um conhecimento, todos os caminhos”. Esse

aspecto é considerado como essencial para a compreensão em Matemática dentro da teoria de Duval (2004).

Salienta, assim, a importância do aluno saber um determinado conhecimento matemático de diferentes maneiras, pois necessitará dessas informações ao longo do Curso e da sua docência. Exemplifica, por meio da disciplina de Álgebra, outra disciplina que também leciona no Curso de Matemática, na qual trabalha com funções e desenvolve seu conceito. Para esse professor, o desenvolvimento desse conceito engloba “como o aluno representa simbolicamente uma determinada função ($f(x) = x^2$), mas ele tem que saber que aquela função não é somente a lei, ela é o domínio e o contradomínio. Ele também, necessita saber representar graficamente essa função, pois usará no Cálculo e, depois na Análise, para demonstrar se a função é contínua, derivável”. O mesmo ainda generaliza seu comentário, dizendo que: “se o aluno não consegue representar um conceito, se não sabe pelo menos escrevê-lo em linguagem matemática é porque não o entendeu ainda”.

O professor deixa claro que, para ele, a Matemática necessita ser trabalhada por meio de representações: “Matemática só pode ser trabalhada por meio de representações, não consigo ver separado, pois a Matemática possui linguagem própria”. Essa concepção está em consenso com o que afirma Duval (2004) em sua teoria. D’Amore (2005), em consonância com Duval (2004), também acredita que a mesma é uma disciplina peculiar e, portanto, um determinado conhecimento matemático, para ser compreensível, necessita ser representado.

Cada conceito matemático necessita de representações, uma vez que não existem “objetos” para serem exibidos em seu lugar ou para evocá-lo; assim a conceitualização deve necessariamente passar por registros representativos que, por diferentes motivos, sobretudo se forem registros de caráter lingüístico, não podem ser unívocos [...] (D’AMORE, 2005, p. 48).

O docente da disciplina de Aplicada I cita, como exemplo, a disciplina de Álgebra, especificamente quando trabalha Teoria dos Números, com problemas de M.M.C. e M.D.C., em que os alunos acabam desenhando os elementos envolvidos nos problemas. O professor explica que: “por exemplo, um problema envolvendo pratos de comida, os alunos desenharam os pratos; se for toras de madeira, eles desenharam as toras e, para eles, o desenho que realizaram é uma representação geométrica da situação. Por isso, entendo que, sempre é possível fazer um rabisco, representar de alguma maneira uma situação”.

Em sala de aula, o professor de Aplicada I utiliza-se de diferentes registros de representação em suas explicações, para facilitar o entendimento do conteúdo e das atividades. Particularmente, ele faz uso das representações gráficas. Assim, o professor

trabalha de maneira intuitiva as representações semióticas, ou seja, utiliza “várias maneiras para representar o mesmo objeto matemático” (DUVAL, 2004, p. 13).

O desenvolvimento de suas aulas é baseado na exposição do conteúdo, exemplos, realização de atividades propostas e no uso de técnicas, como, por exemplo, os trabalhos em grupo. As atividades que são trabalhadas em sala de aula exploram, em enunciado e resolução, diferentes registros de representação, tais como: registro simbólico-numérico, simbólico-algébrico, gráfico e língua natural.

Ainda nessa disciplina, o professor menciona que tenta colocar, por meio de suas aulas, de maneira informal, a importância de saber ler, escrever e interpretar matematicamente. Ressalta esses aspectos para os acadêmicos, pois considera que tais registros são fundamentais para a formação e atuação docente dos mesmos. Acredita que o aluno da Aplicada I deveria saber expressar-se discursivamente, um pouco melhor, fazendo-se compreender por meio da escrita.

Referindo-se à formação de professores, à luz da teoria dos registros de representação semiótica, o professor a considera importante e entende que “deveria ser discutida pelo curso, nas disciplinas pedagógicas, para reforçar a fala estabelecida pelos professores das disciplinas teóricas em sala de aula”. Um dos meios seria apresentar artigos sobre a mesma, debater sua função dentro do processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Ele ainda destaca que “talvez não exista no curso uma disciplina que trabalhe todas as maneiras que se pode representar um determinado conhecimento”, visto que, em cada disciplina, os conhecimentos possuem enfoques distintos, o que acaba fragmentando-os. Novamente, faz uso de um exemplo, na disciplina de Álgebra: “em Álgebra entra mais a questão conceitual de funções, a construção do gráfico não é cobrado, avaliado. O que vale é perceber se o aluno sabe fazer a demonstração do que é ser função injetora ou do que é ser função sobrejetora”. Comenta que, do mesmo modo que, na Matemática Aplicada I e na Matemática Instrumental, é explorada a parte gráfica dos conteúdos, na Análise, os mesmos são abordados de modo formal, onde as demonstrações são efetuadas.

Para o professor da disciplina de Matemática Aplicada I, o importante, na verdade, é que “chegue ao fim do curso e o aluno saiba representar de todos os modos ou pelo menos de duas maneiras diferentes o mesmo conhecimento”, pois para ele essa passagem irá facilitar o trabalho do acadêmico como futuro professor.

Ainda observou-se que a interação estabelecida entre professor x aluno e aluno x aluno, em sala de aula, é favorável à aprendizagem, visto que as aulas de Aplicada I contam

com a participação e o envolvimento dos estudantes, que são interessados em aprender novos conhecimentos e resolver as atividades propostas.

O docente da disciplina de Matemática Avançada I, por sua vez, é Doutor em Educação Matemática, possui experiência no Ensino Fundamental e desenvolve pesquisas na linha de formação de professores.

Antes de mencionar seu ponto de vista com relação ao papel docente e discente, no contexto do processo de ensino e aprendizagem, o professor comenta uma questão paradigmática discutida ao longo desse processo: a distância existente entre teoria e prática, na concepção daquilo que o professor gostaria de fazer ou julga ser o melhor e nas ações que ele desenvolve em sala de aula. Isso porque, ele se considera imerso nesse processo que evidencia a dicotomia existente entre teoria e prática.

Para esse professor, seu papel é ouvir o aluno, visto que considera que as pessoas só aprendem falando. Segundo ele, “falar não é somente um ato de verbalizar, é a capacidade de comunicação matemática por meio, por exemplo, de um texto escrito”. Com relação a essa inferência, Duval (2003) afirma que existe uma diferença de funcionamento cognitivo entre uma prática puramente oral da linguagem e uma prática escrita.

Entre as duas existe um salto considerável da passagem da fala à escrita, quer dizer, a passagem de uma prática, transparente não-observada, da língua a uma prática na qual a expressão colocada a distância pode ser realmente controlada (DUVAL, 2003, p. 30).

Da mesma forma, ele entende que os acadêmicos devem procurar falar mais, expor suas idéias sobre a disciplina, buscar interpretá-la. Assim, compreende-se que, para esse profissional, a interação entre ouvir e falar é o que torna possível construir, evoluir e qualificar o processo pedagógico.

Entretanto, ele afirma que, em Avançada I, por exemplo, “sinto-me mais me ouvindo do que ouvindo os alunos, pois estou lecionando a disciplina pela primeira vez. Acho que estou ensinando para mim e, portanto, quem aprende sou eu”. Percebe-se, assim que, o docente manifesta certo desconforto em não poder, nesse momento, oferecer mais para os alunos dentro do processo de ensino e aprendizagem da disciplina.

Essa idéia é ratificada por algumas falas do docente: “acho que não possuo maturidade para caminhar sozinho ainda nessa disciplina, fico preso à ementa, talvez se já tive amadurecido seus conceitos, pudesse favorecer mais e auxiliar melhor a aprendizagem dos alunos”; “acho que poderia fazer várias tomadas e explorar outros contextos, mas prendo-me a compreender e entender o conhecimento, esquecendo-me nesse começo, de como o aluno está aprendendo”; “gostaria que o aluno falasse mais, mas tenho consciência de que o próprio

histórico da disciplina não deixa”; “a aula tradicional dificulta para as pessoas se exporem, enfim, é um contexto de coisas que não favorecem. Se desenvolvesse um trabalho mais envolvente, acho que seria mais gratificante”.

Dentro dessa perspectiva de aprender e ensinar, o professor menciona que, na disciplina de Modelagem, por exemplo, na qual possui uma bagagem e experiência maior de docência, pois já está familiarizado com os diferentes contextos e abordagens que são tratados acerca do tema, desenvolve os conhecimentos de forma diferenciada, fugindo do enfoque tradicional: “Apresento para os alunos textos diferentes, acho importante eles trabalhem com tipos diferentes de escritas da mesma coisa, falas diferentes”. Isto porque, para o professor, ensinar é “mostrar vários tipos de contextos do mesmo assunto”.

Assim, ele acredita que é possível contextualizar a disciplina de Avançada I de outra forma, através da leitura de discursos variados com os alunos, indicando livros e tópicos para serem discutidos em sala de aula. “Olhar, discutir as concepções dos estudantes quando lêem as demonstrações através da visão de diferentes autores, buscar destacar aspectos comuns e diferenciados, focar a importância de um olhar e entendimento matemático dentro da disciplina”. Entende-se que, para esse professor:

O conhecimento, portanto, não é apenas uma representação banal da realidade externa; ele é o resultado da interação entre o sujeito-aprendiz (as suas estruturas cognitivas) e as suas “experiências sensoriais”. Além disso, o aprendiz abandona a passividade típica (cartesiana ou lockiana) e constrói e estrutura as próprias experiências, participando ativamente do processo de aprendizagem, numa verdadeira e própria construção (D’AMORE, 2005, p. 53).

Com relação à teoria dos registros de representação semiótica, o professor considera que a conhece superficialmente, pois já leu artigos sobre Raymond Duval. Não sabe fazer inferências específicas com relação à teoria, mas sabe dizer o que lhe agrada: “Acredito na aprendizagem por meio das representações, acho que é isso o falta na aprendizagem da Matemática, trabalhar várias representações de um mesmo objeto, buscando uma aprendizagem diferenciada”. Ele ainda amplia essa visão, em consonância com Duval (2004), dizendo que “o professor necessita apresentar para o aluno várias formas de um mesmo conhecimento, ele necessita ter consciência de que deve ensinar de várias maneiras um mesmo conhecimento, construir, amadurecer, melhorar sempre”.

Assim, em sala de aula, o docente da disciplina de Avançada I trabalha os conhecimentos fazendo uso intuitivamente de alguns registros de representação, geralmente geométricos e/ou simbólicos. Os mesmos são usados para facilitar a visualização de idéias que necessitam ser demonstradas. Isto é compreensível, visto que a disciplina é basicamente

abstrata e trabalha com definições e teoremas que não são diretamente compreensíveis para os acadêmicos.

Enfatiza-se que o professor busca, sempre, em suas explicações, utilizar exemplos numéricos ou geométricos, ilustrando como se processa um determinado conhecimento, o que o torna mais real e facilita o entendimento de seus educandos. As atividades aplicadas em sala de aula resumem-se ao uso do registro simbólico. O registro figural muitas vezes é utilizado para que a interpretação do que está sendo pedido (visualização), no exercício, seja realizada com sucesso.

O clima em sala de aula favorece o processo de construção de conhecimentos. Os alunos mantêm-se interessados, são comprometidos em aprender, mas sua participação é mínima. A interação do professor com a classe é boa, mas, mesmo assim, os alunos participam em minoria.

Um dos motivos que se pode inferir para que os alunos não participem ativamente em sala de aula é o fato de que, historicamente, a disciplina de Avançada I é vista com temor pelos acadêmicos e a mesma, segundo o professor da classe, representa uma cisão dentro do curso. Ele ilustra essa afirmação, dizendo “o curso de formação de professores possui uma cisão, antes e depois da Análise. Nas outras disciplinas o aluno consegue fugir do formalismo. Na Análise, ele precisa entender que a disciplina é discursiva, o raciocínio lógico é uma técnica que deve e necessita ser trabalhado. É necessário estar totalmente imerso, mas os alunos, na maioria das vezes, não têm essa percepção, de que é necessário ler, reler, interpretar o discurso e que ele é deve buscar estabelecer isso para, depois, evoluir na disciplina”.

Nessa disciplina, o docente afirma que, ainda sente dificuldade de trabalhar um conhecimento de diferentes formas e acredita que para melhorar sua percepção, é necessário fazer mais exercícios: “mediante o contato direto com o fazer matemático do analista, uma imersão no seu dia a dia, posso melhorar”.

Esse professor ainda compreende que o licenciando em Avançada I necessita ter condições de entender o pensamento matemático do analista, caminhar dentro desse pensamento. Para ele, o acadêmico “tem que ser capaz de ler, falar, discutir sobre o assunto”.

Relacionando os registros de representação semiótica e o curso de formação de professores em Matemática, o docente considera importante o uso e o estudo dessa teoria por parte dos acadêmicos, ao longo de sua formação, visto que qualificaria o processo de ensino e aprendizagem da disciplina. Entretanto, para ele, é necessário perceber a Matemática como uma ciência que está em constante desenvolvimento e aperfeiçoamento. Esse posicionamento

docente é o que Ernest (apud CURY, 2002) denomina de corrente fabilista. O autor menciona que existem filosofias assumidas por matemáticos e professores de Matemática e as divide em duas correntes: absolutista e fabilista.

A primeira visão, segundo Cury (2002), entende a Matemática como um conhecimento incontestável, de verdades absolutas, enquanto que a visão fabilista aceita que a mesma se desenvolve através de críticas e contradições, percebendo os conhecimentos, como ponto de partida para novas explorações que possam levar a descobertas inesperadas.

Entende-se que ambas as visões buscam a verdade em Matemática, a diferença é que a visão absolutista acredita que, depois de se ter uma definição constituída, nada mais há para fazer; já a fabilista crê que a Matemática progride, está em constante aperfeiçoamento.

O professor de Avançada I também destaca que seria interessante se o aluno pudesse experimentar, ao longo de seu curso formação, o desenvolvimento de cada disciplina, de acordo com um tipo diferente de aula. Ele exemplifica, dizendo que: “um professor poderia dar Análise da perspectiva tradicional, o outro daria aula de Álgebra Linear em grupo e, assim por diante”. Segundo esse docente, essa experiência seria importante para que o aluno tivesse condições de circular, também, entre os vários tipos de metodologia.

A partir das inferências desses aspectos, captadas com os docentes das disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I, pode-se dizer que o cotidiano escolar nesse Curso de formação de professores em Matemática ainda é constituído, basicamente, de aulas expositivas/dialogadas com resolução de exercícios. No entanto, utilizam procedimentos complementares, que possuem o intuito de diversificar o processo de ensino e aprendizagem.

Constata-se, ainda que o uso de diferentes registros de representação pelos docentes está associado diretamente à concepção sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática e à experiência profissional que os mesmos possuem, tentando, de forma intuitiva, facilitar a compreensão de um determinado objeto matemático, utilizando as representações como recurso para complementar sua ação pedagógica.

Assim, essa forma de construção do conhecimento é vista por D'Amore (2005) como:

[...] o produto da elaboração da experiência com a qual o sujeito-aprendiz entra em contato; [...] o sujeito que aprende deve envolver-se em alguma coisa que necessariamente o leve à simbolização. Trata-se de uma necessidade tipicamente humana, uma elaboração (com características internas ou sociais ou ambas) que se organiza ao redor ou nos sistemas semióticos de representação (D'AMORE, 2005, p. 54-5).

Dessa forma, entende-se que organizar o processo de ensino através da utilização e produção de signos e representações é essencial para a aprendizagem de um conhecimento.

Também se pode dizer que a expectativa de um professor o qual leciona em um curso de formação é perceber que seus acadêmicos conseguem articular seu pensamento, representando de diferentes maneiras um determinado conhecimento.

6.2.6 Perspectivas acerca da utilização da teoria dos registros de representação semiótica

De acordo com a coleta, organização e análise dos dados relacionados ao questionário, as atividades propostas, as observações e a entrevista realizada com os acadêmicos e os dois professores das disciplinas de Aplicada I e Avançada I do Curso de Licenciatura em Matemática da ULBRA, foi possível captar aspectos associados à utilização da teoria dos registros de representação semiótica nesse Curso de formação de professores. A amplitude dessa análise permitiu compreender o uso das representações no ambiente escolar e sua importância na formação do futuro professor, de acordo com a perspectiva discente e docente.

Assim, a maioria dos acadêmicos investigados é do sexo feminino, está em uma faixa etária de 23 a 34 anos e mesmo que a maioria não exerça a profissão de professor, trabalham em atividades afins que possuem alguma relação com a disciplina de Matemática.

Esses estudantes e os professores que ministram as disciplinas entendem que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática necessita ser significativo. Dessa forma, não o percebem sendo desenvolvido sem o uso de procedimentos e recursos que qualifiquem e enriqueçam a ação educativa. Embora o cotidiano escolar ainda seja trabalhado por meio de aulas expositivas/dialogadas com a implementação de algumas estratégias de ensino, percebe-se que, tanto os docentes como os acadêmicos estão dispostos e buscam melhorar, mudar, ou seja, qualificar sua ação educativa. Essas características podem ser vistas como positivas e essenciais para a evolução do processo de ensino e aprendizagem, de acordo com Domênico (1995):

A mudança de postura diante da sala de aula, a mudança de atitude perante o processo educativo é o que acaba por ditar a qualidade do ensino, uma vez que o professor não fica prisioneiro de métodos mirabolantes ou de receitas infalíveis. Ele descobre sua faceta questionadora, perspicaz e curiosa. Percebe que é autônomo e que pode e sabe criar. Percebe que não é preciso ter laboratórios sofisticados, materiais de alto custo para poder modificar o marasmo da sala de aula. E o importante é que, ao se descobrir capaz, ao produzir e ao sentir a satisfação do aprender do aluno, se sente motivado a, por si só, fazer pesquisas, frequentar cursos, ler, tentar (DOMÊNICO apud GROENWALD e SILVA, 2002, p. 65).

A maioria das dificuldades evidenciadas pelos acadêmicos, na análise de sua produção está relacionada à falta de visualização, interpretação e expressão, ou seja, compreensão dos objetos matemáticos. Essa idéia é sintetizada por Duval (2003), quando afirma que: “a

compreensão em Matemática implica a capacidade de mudar de registro” (2003, p. 21). Assim, percebe-se que os alunos possuem dificuldade de transitar entre os diferentes registros de representação sobre o mesmo objeto, aspecto esse destacado pelos docentes como sendo um dos mais importante para o discente ao concluir seu Curso.

Embora, considerando a teoria de Duval para a compreensão de um objeto matemático, se tenha a necessidade de articular pelo menos duas representações distintas do mesmo, foi possível perceber que essas representações são trabalhadas de forma fragmentada, ou seja, determinadas disciplinas ressaltam aspectos geométricos outras, aspectos algébricos e a língua natural que de modo geral é pouco explorada. A articulação entre as diferentes formas de registros e representações nem sempre é evidenciada o que leva o estudante, futuro professor, a construir uma visão muito compartimentada nesse sentido. Dessa forma, acredita-se que falta coerência entre teoria e prática, entre o que os docentes acreditam ser importantes e o trabalho que, efetivamente, é desenvolvido ao longo do curso de formação.

Essa questão, segundo Duval (2003), está associada, primeiramente, ao estabelecimento de situações de ensino que levem à investigação, descoberta e desenvolvimento cognitivo dos alunos acerca, neste caso, da diversidade de registros.

A originalidade da abordagem cognitiva está em procurar inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite o aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio à diversidade dos processos matemáticos que lhes são propostos em situação de ensino (DUVAL, 2003, p. 12).

A teoria dos registros de representação semiótica é desconhecida pelos acadêmicos e pelos professores como conhecimento científico, sendo necessário apresentá-la aos mesmos para que possam opinar teoricamente sobre ela. Mas, suas concepções entram em consonância com Duval (2004), quando afirmam que a Matemática é uma ciência das relações lógicas, que trata de assuntos abstratos que necessitam se fazer compreensíveis por meio de representações. Tanto os acadêmicos, quanto os professores não percebem dissociadas Matemática e representações.

Ambos, professores e acadêmicos, fazem uso dos registros de representação semiótica, por meio de tratamentos e conversões na resolução de suas atividades e/ou explicação de um conhecimento, mas o fazem, em sua maioria, de maneira intuitiva e aleatória. Os registros mais utilizados são o simbólico e o gráfico. Assim, pode-se dizer que os mesmos conhecem, isoladamente, e utilizam os diferentes tipos de registros, mas não fazem uso da articulação entre os mesmos para expressar seu pensamento matemático sobre um determinado conhecimento.

Além disso, a utilização das representações semióticas está vinculada ao embasamento teórico de professores e alunos com relação ao ato de aprender e ensinar, suas experiências pedagógicas e, principalmente, ao engajamento em modificar e ampliar o processo de ensino e aprendizagem acerca dos conhecimentos matemáticos. Essa visão é ratificada por Flores, ao dizer que:

[...] nossas práticas, nossas formas de ensinar, nossos modos de conceber o ensino, a aprendizagem, nossas maneiras de nos relacionarmos com os saberes que ensinamos são fundados na cultura, nas tradições, significa que nossa concepção de ensino é atrelada ao que temos como concepção da própria construção e constituição dos conhecimentos (FLORES, 2006, p. 98).

Dessa forma, a autora alerta que se deve buscar sempre compreender a constituição, tanto dos saberes que se ensina, como das teorias que se usa no processo de ensino e aprendizagem de um determinado conhecimento.

CONCLUSÃO

O estudo desenvolvido objetivou investigar evidências da utilização da teoria dos registros de representação semiótica em um curso de formação de professores em Matemática. Por tratar com objetos abstratos, a Matemática se utiliza de um universo de representações e expressões que são válidas, e também necessárias, para o processo de ensino e aprendizagem da disciplina e o desenvolvimento cognitivo do estudante.

Neste trabalho, a partir da análise das informações obtidas com os quatro instrumentos de pesquisa, questionário, atividades propostas, observações e entrevista, foi possível captar aspectos do uso dos registros de representação semiótica e salientar sua importância dentro de um curso de formação de professores em Matemática.

Percebeu-se que os acadêmicos manifestam-se preocupados metodologicamente com o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, mas poucos apresentam indícios de uma prática que se volta para a construção conceitual dos conhecimentos. Quando colocados na posição de docentes enfatizam, predominantemente, a exposição dos conhecimentos por meio de métodos e técnicas de ensino as quais valorizam atividades práticas. Entretanto, essas são usadas para ilustrar determinadas situações não havendo evidências da valorização do desenvolvimento formal de um determinado conteúdo.

A partir da análise da produção dos alunos foi possível perceber, com o apoio da teoria de Raymond Duval (2004), que os acadêmicos possuem dificuldades de visualizar, interpretar e comunicar matematicamente os conhecimentos. Ainda, confundem os objetos matemáticos com suas representações, fator esse que está associado diretamente à atividade de conversão, mostrando não identificar a diferença de significado existente entre o representante e o representado.

Constatou-se que os acadêmicos das disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I utilizam os registros de representação semiótica, por meio de tratamentos e conversões, na resolução de suas atividades mas o fazem, em sua maioria, de

maneira intuitiva. Assim, há evidências de que os mesmos conhecem, isoladamente, os diferentes tipos de registros, mas não fazem uso da articulação entre os mesmos para representação do pensamento matemático, pois quando solicitados a representar de diferentes formas a mesma idéia, a maioria não o fez corretamente.

Entende-se que esse aspecto se opõe às concepções de Duval (2004) para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática, pois para o autor, a aquisição dos conhecimentos em Matemática começa a ser internalizada à medida que são articulados diferentes registros de representação semiótica sobre o mesmo objeto matemático.

Além disso, foi constatado que os registros de representação semiótica são utilizados pelos professores das disciplinas investigadas como subsídios para facilitar a compreensão dos acadêmicos. Entretanto, sua utilização é desvinculada da articulação e do trabalho por meio de diferentes registros, sendo os mesmos vistos de forma isolada.

Assim, pode-se inferir que o desenvolvimento pedagógico da disciplina de Matemática está diretamente associado ao uso de representações semióticas, mas essa teoria ainda não é discutida dentro desse curso de formação de professores em Matemática, por isso, os acadêmicos não têm conhecimento da mesma e não possuem uma concepção com relação a sua importância para a aprendizagem da disciplina.

Dessa forma, por meio deste trabalho, tenta-se salientar a necessidade de os futuros professores de Matemática conhecerem e/ou utilizarem a teoria dos registros de representação semiótica no processo de ensino e aprendizagem da disciplina, visto que, essa maneira articulada de se trabalhar as disciplinas proporcionaria condições para o estudante não confundir os objetos com suas representações.

Busca-se que o ensino focalize o bom êxito do aluno, priorizando a construção do conhecimento por meio de representações, através de uma aprendizagem que desenvolva cognitivamente o estudante. Nesse âmbito, o professor deve passar de informador para um mediador do conhecimento, o aluno de passivo para um construtor. Assim, percebe-se que romper o paradigma da teoria e da prática pedagógica exige um esforço consciente de reflexão sobre o verdadeiro papel da educação escolar.

Com base nisso, pode-se dizer que o êxito de todo o processo educacional depende da transformação da mentalidade dos futuros professores, no sentido de propiciar conhecimentos significativos e uma estratégia diferente, eliminando os rituais e vendo, nas representações, o ponto de partida para uma reorientação pedagógica na construção do conhecimento.

Espera-se, assim, que esta investigação possa contribuir positivamente, no sentido de modificar a “ótica de leitura” do futuro professor sobre seu papel e para que o mesmo ofereça

uma proposta de trabalho que envolva as diversas representações semióticas acerca de um mesmo objeto matemático, diferenciando esse objeto de sua representação, a fim de possibilitar e enriquecer a compreensão em Matemática. Busca-se, ainda, promover uma reflexão sobre o perfil e a formação continuada dos mesmos, voltando-se para significativas competências e habilidades a desempenhar em sala de aula, no intuito de romper a linearidade curricular.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Cláudia Cardoso Vieira Brazil de. **A Metamatemática no livro didático de Álgebra Linear**. São Paulo: PUC/SP, 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2002.

BUERING, R. S. e MORETTI, M. T. Noções básicas da análise de dados: transitando entre diferentes registros de representação semiótica. In: III SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - SIPEM, 2006, Águas de Lindóia. **Anais**. São Paulo: SBEM, 2006. CD-ROM.

BURIASCO, R.; CYRINO, M.C.; SOARES, M. T. A avaliação em Educação Matemática: estudo da produção de alunos em Matemática. In: II SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - SIPEM, 2003, Santos. **Anais**. São Paulo: SBEM, 2003. CD-ROM.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, primeiro e segundo ciclos**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, terceiro e quarto ciclos**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais de Matemática**. Gradiva: Lisboa, 2000.

CATTO, Glória Garrido. **Registros de Representação e o Número Racional: uma abordagem nos livros didáticos**. São Paulo: PUC/SP, 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2000.

COSTA, Marco Antonio F. da; COSTA, Maria de F. B. da. **Metodologia da Pesquisa: conceitos e técnicas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2001.

CURY, Helena Noronha. **As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos**. Porto Alegre: UFRGS, 1994. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1994.

_____. Concepções sobre Matemática e suas relações com os procedimentos avaliativos. In: III ENCONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - Ijuí, 2002, Ijuí, RS. **Anais**. Ijuí: Editora Unijuí, 2002, p. 39-48.

CHIZZOTTI, Antonio. **Pesquisa em Ciência Humana e Sociedade**. São Paulo: Cortez, 1991.

D'AMBRÓSIO, Ubiratam. A matemática nas escolas. **Educação Matemática em Revista**, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, v. 09, n. 11A, p. 29-33, 2002.

D'AMORE, Bruno. **Epistemologia e Didática da Matemática**. São Paulo: Escrituras, 2005.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia D. A. et al. **Educação Matemática: uma introdução**. 2. ed. São Paulo: Educ, 2002. p.135 - 153.

DINIZ, Maria I. De S. V. e SMOLE, Kátia S. Um professor competente para o Ensino Médio proposto pelos PCNEM. **Educação Matemática em Revista**, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, v. 09, n. 11A, p. 39-43, 2002.

DUVAL, Raymond. **Semiosis y Pensamiento Humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales**. Universidad del Valle: PeterLang, 2004.

_____. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia D. A. (org.). **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

FLORES, Cláudia Regina. Registros de Representação Semiótica em Matemática: história, epistemologia, aprendizagem. **Bolema**, v.19, n. 26, p. 78-102, 2006.

FRASSON, P.C. **Aids, qual seu significado nos livros didáticos?** Maringá: UEM, 2006. Dissertação (Mestrado para a Ciência e o Ensino da Matemática), Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, 2006.

GRANDE, A. L. e BIANCHINI, B. L. Os registros de representação semiótica nos livros didáticos de Álgebra Linear nas noções de independência linear. In: III SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - SIPEM, 2006, Águas de Lindóia. **Anais**. São Paulo: SBEM, 2006. CD-ROM.

GROENWALD, Claudia L. O. e SILVA, Carmen Kaiber da. Educação Matemática na formação de professores. **Educação Matemática em Revista**, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, v. IV, n. 04, p. 64-6, 2002.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. **A Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MACEDO, L. **Ensaio Construtivistas**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994.

MARIANI, Rita de Cássia P. O estudo de funções: uma análise através dos registros de representação semiótica. **Educação Matemática em Revista**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo, v. VI, n. 06, p 49-58, 2004.

MARIANO, Vanderlei. **Estudos de fatores restritivos para um bom desempenho dos alunos concluintes do Ensino Médio nos exames do ENEM, em Geometria**. São Paulo: PUC/SP, 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2004.

NISS, Mogens. O projeto dinamarquês KOM e suas relações com a formação de professores. In: BORBA, Macedo de Carvalho. (org.). **Tendências Internacionais em Formação de Professores de Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 27-44.

NÓVOA, A. **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

PEIRCE, Charles Sanders. **Estudos Semiótica**. 3. ed. São Paulo: Perspectiva, 2000.

PERRENOUD, Philippe. **Construir as competências desde a escola**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

_____. **Dez novas competências para ensinar: convite à viagem**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2002.

PIAGET, Jean. **Psicologia e Epistemologia: Por uma teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1973.

PIETROPAOLO, Ruy César. Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental. **Educação Matemática em Revista**, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, v. 09, n. 11A, p 34-8, 2002.

RIOS, Terezinha Azevedo. **Competência ou competências: o novo e original na formação de professores**. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

SANTAELLA, L. **O que é Semiótica**. São Paulo: Brasiliense, 1999.

SILVA, C. A. **A noção de integral em livros didáticos e os registros de representação semiótica**. São Paulo: PUC/SP, 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2004.

STEWART, J. **Cálculo, volume II**. 4. ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

ULBRA. Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática. Canoas: Universidade Luterana do Brasil, 2006.

VALENTE, W. R. Livros didáticos como fontes para escrita da matemática escolar no Brasil. In: **V Congresso de Ciências Humanas, Letras e Artes**. Minas Gerais: Ouro Preto, 2001. p.01-08.

VIEL, Maria Jesus Martinez. **Semiótica: A noção do termo semiótica e o registro de representação semiótica na percepção de professores da Rede Pública de Ensino**. Cruzeiro do Sul: UNICSUL, 2006. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciências e Matemática), Faculdade de Educação, Universidade Cruzeiro do Sul, 2006.

ZEICHNER, Kenneth M. **A formação reflexiva de professores: idéias e práticas**. Lisboa: Educa, 1993.

YIN, Robert K. **Estudo de Caso: planejamento e métodos**. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Questionário com acadêmicos



UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

ULBRA

Prezado (a) acadêmico:

Este questionário tem por objetivo a coleta de dados para a pesquisa cujo tema é: Registros de representação semiótica e a formação de professores em Matemática.

Agradeço a sua colaboração em preenchê-lo, procurando responder às perguntas com a máxima sinceridade.

As suas respostas serão tratadas de forma confidencial.

Esta pesquisa é orientada e coordenada pela Prof^a. Dr^a. Carmen Teresa Kaiber.

A) *Dados de Identificação*

1. Sexo

- () Masculino
() Feminino

2. Idade

- () De 17 a 22 anos
() De 23 a 28 anos
() De 29 a 34 anos
() De 35 a 40 anos
() 41 anos ou mais

3. Você atua como professor de Matemática

- () no Ensino Fundamental. Série(s): _____
() no Ensino Médio. Série(s): _____
() Não atua como professor de Matemática. Nesse caso, se exercer outra atividade profissional, especifique-a: _____

4. Você participa de cursos (extensão, atualização/capacitação) relacionados com a Matemática?

- () Não.
() Sim. Cite os últimos três, especificando o número de horas. _____

5. Você já reprovou nesta disciplina?

- () Não.
() Sim. Quantas vezes? _____

B) Prática Docente

6. Quais os procedimentos que você utilizaria, no seu trabalho, como professor de Matemática, para introduzir um conceito novo?

- 1 () Aula expositiva/dialogada.
 2 () Exercícios de fixação (algoritmo).
 3 () Atividades/problemas que possibilitem ao aluno a construção desse conceito e de diferentes formas de representá-lo através de figuras, gráficos, tabelas, etc.
 4 () Materiais diversos, adaptados ao conteúdo.
 5 () Problemas de aplicação.
 6 ()

Outros.Quais?_____

Coloque em ordem esses procedimentos (do que você mais utilizaria para o que você menos utilizaria)

() () () () () ()

7. Sabe-se que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática é muito complexo e requer do docente o desenvolvimento de várias estratégias e atividades que possibilitem ao educando a aquisição de um determinado conhecimento matemático. Dentro dessa perspectiva, descreva como você desenvolveria uma aula de Matemática para o ensino da noção/conceito de Função.

8. De acordo com a teoria de Raymond Duval (2003)¹, a apropriação/domínio de um determinado conhecimento matemático passa pela mobilização simultânea de diferentes representações do objeto matemático em estudo: escrita numérica, algébrica, simbólica (formal), representações gráficas, língua natural. Você concorda com o autor? Descreva seu ponto de vista como futuro professor de Matemática.

¹ DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia D. Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

APÊNDICE B – Atividades com os acadêmicos de Matemática Aplicada I



UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

ULBRA

Prezado (a) acadêmico:

Estas atividades têm por objetivo a coleta de dados para a pesquisa cujo tema é: Registros de representação semiótica e a formação de professores em Matemática.

Agradeço a sua colaboração em resolvê-lo com interesse e boa vontade.

As suas respostas serão tratadas de forma confidencial.

Esta pesquisa é orientada e coordenada pela Prof^a. Dr^a. Carmen Teresa Kaiber.

1) Seja a função¹ $f(x) = x^2$.

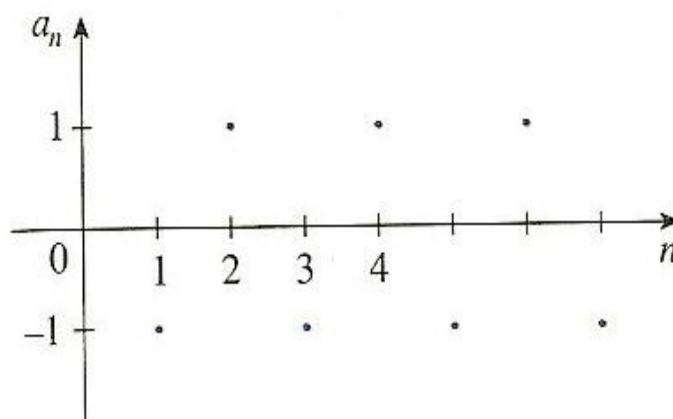
a) Apresente os conjuntos domínio e imagem dessa função.

b) Sabendo que, para um domínio conveniente, a função inversa à $f(x) = x^2$ é $g(x) = \sqrt{x}$, estabeleça esse domínio e, a seguir, o domínio e a imagem de $g(x)$, justificando-os.

c) Esboce, em um único plano cartesiano, o gráfico das funções f e g e explicita, geometricamente, como se pode obter o gráfico de uma delas a partir da outra.

¹ Fonte: MARIANI, Rita de Cássia P. O estudo de Funções: uma análise através dos registros de representação semiótica. In: **Educação Matemática em Revista**. Ano VI, n. 6. São Paulo: SBEM, 2004. p. 49-58

2) Observe a representação gráfica abaixo.



- Que comportamento essa representação descreve?
- Você teria outra forma de expressar essa situação?

3) Os itens abaixo referem-se à seguinte notação: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$.

- O que significa?
- Você tem outras formas/maneiras de expressar/representar seu significado?
- Exemplifique.

APÊNDICE C – Atividades com os acadêmicos de Matemática Avançada I



UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

Prezado (a) acadêmico:

Estas atividades têm por objetivo a coleta de dados para a pesquisa cujo tema é: Registros de representação semiótica e a formação de professores em Matemática.

Agradeço a sua colaboração em resolvê-lo com interesse e boa vontade.

As suas respostas serão tratadas de forma confidencial.

Esta pesquisa é orientada e coordenada pela Prof^ª. Dr^ª. Carmen Teresa Kaiber.

1) Seja a função¹ $f(x) = x^2$.

a) Apresente os conjuntos domínio e imagem desta função.

b) Sabendo que, para um domínio conveniente, a função inversa à $f(x) = x^2$ é $g(x) = \sqrt{x}$, estabeleça esse domínio e, a seguir, o domínio e a imagem de $g(x)$, justificando-os.

c) Esboce, em um único plano cartesiano, o gráfico das funções f e g e explicita, geometricamente, como se pode obter o gráfico de uma delas a partir da outra.

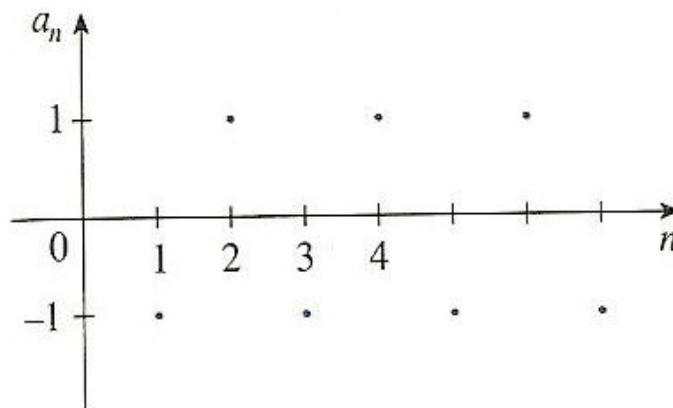
¹ Fonte: MARIANI, Rita de Cássia P. O estudo de Funções: uma análise através dos registros de representação semiótica. In: **Educação Matemática em Revista**. Ano VI, n. 6. São Paulo: SBEM, 2004. p. 49-58

2) Os itens abaixo referem-se à seguinte notação: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$.

- O que significa?
- Você tem outras formas/maneiras de expressar/representar seu significado?
- Exemplifique.

3) Construa representações que descrevam o comportamento da seqüência $a_n = \frac{n}{n+1}$ e use-as para decidir se ela é convergente ou divergente. Se ela for convergente, estime o valor do limite a partir das representações realizadas.

4) Observe a representação gráfica abaixo.



- Que comportamento essa representação descreve?
- Você teria outra forma de expressar essa situação?

APÊNDICE D – Instrumento de observação

Alguns itens observados durante as visitas nas turmas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I:

1. desempenho nas tarefas (interesse/comprometimento);
2. relacionamento do professor x estudante e estudante x estudante;
3. integração do docente x discente no desenvolvimento das atividades;
4. manifestações do docente, por meio de estratégias e atividades que favoreçam a utilização e a articulação de diferentes registros de representação semiótica.

APÊNDICE E – Roteiro da entrevista com professores

1- Dados profissionais:

- Formação (titulação)
- Desenvolvimento de pesquisa

2- Ação pedagógica e concepção docente:

Na sua opinião, qual é o papel do professor no desenvolvimento de uma aula de Matemática? E qual é o papel do aluno? Você procura trabalhar, em sua disciplina, a construção de um conhecimento de diferentes maneiras?

Você conhece a teoria de Raymond Duval sobre os registros de representação semiótica? Você considera essa teoria importante para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática? Você acredita ser possível compreender a disciplina através da articulação de diferentes registros? Você considera importante essa teoria para um curso de formação de professores em Matemática?