

**UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA**



**AVALIAÇÃO DAS TÉCNICAS DE PESAGEM E
PLANIMETRIA NA DETERMINAÇÃO DE ÁREAS DE
FIGURAS PLANAS REGULARES E IRREGULARES**

FLÁVIA BRAGA DE SOUZA

ORIENTADOR: DR. LUIZ SÍLVIO SCARTAZZINI

Canoas - RS
2007

**UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA**



**AVALIAÇÃO DAS TÉCNICAS DE PESAGEM E
PLANIMETRIA NA DETERMINAÇÃO DE ÁREAS DE
FIGURAS PLANAS REGULARES E IRREGULARES**

FLÁVIA BRAGA DE SOUZA

ORIENTADOR: DR. LUIZ SÍLVIO SCARTAZZINI

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil – RS para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Canoas - RS
2007

AVALIAÇÃO DAS TÉCNICAS DE PESAGEM E PLANIMETRIA NA DETERMINAÇÃO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS REGULARES E IRREGULARES

FLÁVIA BRAGA DE SOUZA

Dissertação de mestrado defendida publicamente no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil e aprovada pela seguinte Comissão Examinadora:

Prof^a. Dr^a. Carmen Tereza Kaiber - ULBRA

Prof^a Dr^a Marlise Geller - ULBRA

Prof^a. Dr^a. Marilaine de Fraga Sant'Ana - UFRGS

Prof. Dr. Luiz Sílvio Scartazzini
(orientador)

Canoas, 17 de outubro de 2007.

Prof. Dr. Arno Bayer

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA.

*D*edicatórias

Ao meu esposo **Julio**, pelo amor, apoio e compreensão.

Aos meus filhos **Cássio** e **Junior**, por entenderem a minha ausência em momentos importantes de nossas vidas.

À minha mãe **Terezinha**, que, com o maior esforço sempre incentivou e primou pela formação de seus filhos.

Ao meu pai **Adão**, que mesmo no seu leito de morte, apoiou-me e incentivou-me a seguir em frente.

*A*gradecimentos

A **Deus**, pela vida, pela oportunidade e pelo amparo nos momentos difíceis.

Ao meu esposo **Julio** e filhos **Cássio** e **Junior**, pelo encorajamento, preocupação e compreensão. Por compreender e respeitar minhas ausências as vezes que não foi possível desfrutarmos juntos momentos importantes de nossas vidas. Durante todo esse tempo, tivemos altos e baixos, mas com certeza, o amor só aumentou, meu muito obrigada! Amo vocês!

A minha mãe **Terezinha Braga**, seu exemplo de vida, sua dedicação, amor e coragem com que lutas, fizeram com que eu superasse as minhas fragilidades e tivesse força pra conquistar esse sonho.

A toda minha **família** e **amigos**, por acreditarem em mim e me darem força nos momentos que precisei.

À **Unidade de Ensino Concórdia - ULBRA**, pelo incentivo e apoio concedido a mim durante toda a realização deste estudo.

Aos meus maravilhosos **alunos**, que prontamente dispuseram-se e foram incansáveis no desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu orientador, Professor Doutor **Luiz Silvio Scartazzini**, que com palavras acolhedoras e de incentivo, esteve presente nos momentos da realização deste estudo e me orientou de forma simples e sábia.

Ao **Daniel** e ao **Giovani**, secretários do PPGECIM, que sempre estiveram a disposição para ajudar, demonstrando serem muito especiais.

Aos meus **Professores** e **Colegas** do mestrado, pelos ensinamentos de vida e científicos, pela amizade e acolhimento. Meu agradecimento, vocês sempre terão um lugar especial no meu coração.

"Melhor que o estudo do espaço, a geometria é a investigação do 'espaço intelectual', já que, embora comece com a visão, ela caminha em direção ao pensamento, indo do que pode ser percebido para o que pode ser concebido."

Wheeler

RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo investigar um grupo de alunos de uma turma de terceiro ano do Ensino Médio, em relação à conceitos formados sobre determinação de áreas de figuras planas regulares e irregulares, através de uma seqüência didática, utilizando as técnicas de pesagem e planimetria, visando a associação de seus conhecimentos com situações do dia-a-dia, bem como a possibilidade de uma aprendizagem significativa. Para o desenvolvimento do estudo aplicou-se um instrumento para analisar a visão dos alunos sobre conceitos de área; o pré-teste, para verificar os conhecimentos prévios dos alunos; a seqüência didática utilizando a técnica da pesagem e o planímetro; o pós-teste, objetivando comparar os resultados com o pré-teste; e, um instrumento para avaliar a aceitação dos alunos quanto à utilização das técnicas de pesagem e planimetria para determinação de áreas de figuras planas regulares e irregulares. O estudo realizado constitui-se em um estudo de caso, considerando-se as observações, os instrumentos utilizados e o depoimento dos alunos para a análise dos resultados. Os resultados obtidos permitiram concluir que a utilização das técnicas de pesagem e planimetria possibilitou a (re)construção dos conceitos dos alunos, relacionando-os com situações do cotidiano, com possibilidade de uma aprendizagem significativa.

Palavras – chave: Área de figuras planas regulares e irregulares; Técnicas de pesagem e planimetria; Aprendizagem significativa.

ABSTRACT

This research intends to inquire a group of students from third class of Ensino Médio, relating to the concepts formed about areas' determination of regular and irregular plane figures by a didactic sequence, using the techniques of weighing and planimeter, aiming the association with their knowledge about everyday situations as well as the possibility of a meaningful learning. It was applied toward development of study an instrument to analyze the students' view about area concepts; the pre test to verify the students' prior knowledge; the didactic sequence using the techniques of weighing and planimeter; the post test intending to compare the results with the pre test; and an instrument to estimate the students' acceptance as for the utilization of weighing and planimeter techniques for determination of regular and irregular plane figures. The study constitutes itself a study of case considering the observations, the used instruments and the students' comments to the analysis of the results. The results reached has concluded that the utilization of weighing and planimeter techniques enabled to (re)construction of the students' concepts relating them with everyday situations making possible a meaningful learning.

Keywords: Area of regular and irregular plane figures; Technique of weighing and planimeter.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	14
1 HISTÓRIA DA GEOMETRIA	18
1.1 Breve Histórico dos Grandes “Inventos” Geométricos	19
1.2 O Período de Abandono da Geometria	21
1.3 O Ensino da Geometria na Atualidade	22
2 A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA	25
3 CONSTRUINDO A INVESTIGAÇÃO	29
3.1 Objetivo Geral	29
3.2 Objetivos Específicos	29
3.3 Tipo de Pesquisa	30
3.4 Os Sujeitos da Pesquisa	31
3.5 Procedimentos e Instrumentos	32
3.6 Descrição dos Materiais	37
3.6. Planímetro: Instrumento para Medição de Área	37
3.6.1.1 Descrição	37
3.6.1.2 Utilização do Planímetro	39
3.6.1.3 Medições com o Planímetro	40
3.6.2 A Técnica da Pesagem	41
3.6.2.1. Metodologia	41
3.6.2.2 Resultados	42
3.6.3 Escalas Convencionais das Cartas Geográficas	44
4 ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS	48
4.1 Análise da Visão dos Alunos sobre seus Conceitos em Relação à Área de Figuras Planas	48
4.2 Análise do Pré-teste e Pós-teste	49
4.3 Análise do Desenvolvimento da Seqüência Didática	64
4.4 Análise da Aceitação do Grupo de Alunos quanto ao Desenvolvimento das Técnicas de Pesagem e Planimetria para o Cálculo de área de Figuras Planas.....	68
5 CONCLUSÃO	70
REFERÊNCIAS	72
ANEXOS	74

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Lúnula	20
Figura 2 - Dispositivo geométrico para determinar raiz quadrada de números naturais	20
Figura 3 – Processo de subsunção por assimilação	27
Figura 4 – Planímetro utilizado no presente trabalho	38
Figura 5 – Medida realizada através da leitura no planímetro	38
Figura 6 – Posicionamento correto das peças do planímetro para proceder a medida	39
Figura 7 - Molde da área selecionada, confeccionada em cartolina e o quadrado com área conhecida	42
Figura 8: Título e talão de uma escala gráfica com unidade de 10 m	47
Figura 9: Escala gráfica com unidade de 50 m	47
Figura 10: Escala gráfica com unidade de 100 m	47
Figura 11 - Alunos manuseando o planímetro	66
Figura 12 – Alunos manuseando o planímetro	66
Figura 13 – Alunos aplicando a técnica da pesagem	67

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Cronograma das atividades desenvolvidas	32
Tabela 2 - Medidas das massas das diferentes peças recortadas	42
Tabela 3 - Massa medidas e áreas calculadas das diferentes peças recortadas.....	43
Tabela 4 - Escala x Erro gráfico	46

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Resultados para a determinação da área da questão 2.A	54
Gráfico 2 - Resultados para a determinação da área questão 2.B	54
Gráfico 3 – Questão 7.A (determinação da área)	58
Gráfico 4 - Resultado do instrumento para verificar o conceito dos alunos quanto ao desenvolvimento das técnicas de pesagem e planimetria	69

INTRODUÇÃO

Nossa experiência no ensino de Matemática para alunos de Ensino Médio, nos possibilitou observar a evidente dificuldade apresentada por esses alunos ao lidar com conceitos e determinações de áreas. Comumente, a compreensão é limitada ou prejudicada pelo fato de sua introdução se dar através de aulas expositivas, apresentando fórmulas prontas, não levando em consideração que teriam grande aplicação em situações da vida cotidiana.

Atualmente, grande parte dos programas de Matemática utilizados nas escolas são de caráter quantitativo. Também, as metodologias não sofreram inovações para oferecerem melhores resultados. Com uma sociedade em constante transformação, o conhecimento também se apresenta em movimento de mudança, necessitando do educador uma reestruturação constante para lidar com esse conhecimento em mutação, permitindo que seus alunos se apropriem dele e, estejam prontos para, continuamente, estarem ampliando, revendo seus conhecimentos. Levandoski (2002) comenta que, neste novo modelo educacional, os professores deixam de ser os transmissores principais da informação, passando a atuar como facilitadores, mentores do processo de aprendizagem, onde o aprender a aprender é privilegiado em detrimento da memorização de fatos.

Segundo Micotti, citada em Bicudo (1999),

As atuais propostas pedagógicas, ao invés de transferência de conteúdos, acentuam a interação do aluno com o objeto de estudo, a pesquisa, a construção do conhecimento para o acesso do saber, as aulas são consideradas como situações de aprendizagem, de mediação; nestas são valorizadas os trabalhos dos alunos (pessoal e coletivo) na apropriação do conhecimento e a orientação para o acesso ao saber. (BICUDO, 1999, p. 158)

Na concepção da mesma autora, é papel da escola e dos educadores estabelecer um elo entre conhecimento e saber; e, o não cumprimento desse papel, comprometerá a função da escola, de promover a socialização do saber.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (MEC, 1999), deixam claro que a Matemática, no Ensino Médio, deve ser aprendida e compreendida de forma a contribuir para a formação do jovem, permitindo a compreensão e a interpretação de situações que são ou poderão vir a ser exigidas tanto na sua vida social como profissional. Nesse aspecto, a Geometria é um dos eixos da Matemática que freqüentemente se faz presente em situações do dia-a-dia das pessoas.

De acordo com os PCNEM (1999) *“a Geometria, na perspectiva das medidas, pode se estruturar de modo a garantir que os alunos aprendam a efetuar medições em situações reais com a precisão requerida ou estimando a margem de erro”* (MEC, 1999, p. 124).

O mesmo documento traz como um dos objetivos para a aprendizagem da Geometria: *“Analisar e interpretar diferentes representações de figuras planas, como desenhos, mapas, plantas de edifícios, etc.”* (MEC, 1999, p. 125).

Apesar da grande importância da Geometria no dia-a-dia dos alunos, a determinação de áreas de figuras planas irregulares, normalmente, não é abordada nas escolas. No entanto, esta necessidade está presente no cotidiano de nossos alunos, visto que a economia de nosso município é essencialmente agrícola e as áreas de terra, utilizadas para o plantio, geralmente, apresentam formas irregulares.

Levando em consideração a relevância do ensino dos conteúdos de Geometria, este trabalho tem como proposta desenvolver uma seqüência didática, utilizando as técnicas de pesagem e planimetria para determinação de área de figuras planas regulares e irregulares. Através da utilização dessas técnicas, pretendeu-se oportunizar a um grupo de alunos o desenvolvimento de suas competências e habilidades, mostrando-se predispostos a aprender e participar do processo de aprendizagem, considerando o aluno o centro do processo, bem como evidenciar o processo de (re)construção de conceitos sobre área de figuras planas, associados à situações do cotidiano. A proposta se constituiu em viabilizar a aprendizagem da determinação da área de figuras planas regulares e irregulares, através das técnicas de pesagem e planimetria, a partir dos conhecimentos prévios dos alunos sobre conceitos de área e razão e proporção.

Os PCNEM apontam a importância da Matemática ser aprendida de forma contextualizada, integrada e relacionada a conhecimentos que o aluno traz consigo. O desafio de motivar o aluno, desafiando-o a enfrentar situações complexas e diversificadas, é papel do professor; cabe a ele decidir quais os materiais didáticos, as atividades e a metodologia mais adequada para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa, possibilitando ao aluno ser agente da sua própria aprendizagem.

O ensino da Matemática precisa contemplar que, tanto o professor como o aluno, sejam protagonistas do processo de ensino e aprendizagem, onde a participação ativa do aluno é condição necessária para uma aprendizagem significativa. É necessário que exista a ligação com os conhecimentos adquiridos anteriormente, que o aluno apresente predisposição para aprender e que este novo conhecimento tenha relação com o contexto ao qual o aluno está inserido (AUSUBEL, 1980).

Em recente artigo de Scartazzini e outros (2005), os autores descrevem uma metodologia prática para determinar áreas de figuras planas regulares e irregulares através da comparação entre a massa da figura representativa da área desejada e a massa de uma figura padrão, com área conhecida. Segundo estes autores, a precisão dos resultados obtidos por esta técnica pode ser conferida através da medição com o planímetro, que é um equipamento apropriado para medir áreas de figuras irregulares, com larga aplicação em medições agrárias. Como conclusão, os autores afirmam que a determinação da área por pesagem fornece resultados muito precisos.

Considerando que o conceito de medida de massa já é um conhecimento adquirido pelo aluno anteriormente, a tentativa de associar conceitos de Geometria, a partir deste conceito de medida de massa, apresentou-se como uma forma de proporcionar a (re)construção de conceitos de área, tendo como enfoque a relação entre o conhecimento e a necessidade de medir áreas de superfícies planas, regulares e irregulares, mostrando uma aplicação prática e de fácil manuseio, deste conteúdo.

Objetivando o delineamento da pesquisa, a mesma foi estruturada em capítulos assim definidos:

- O capítulo I descreve elementos teóricos sobre: a História da Geometria; um Histórico dos Grandes “Inventos” Geométricos; o Período de Abandono da Geometria; o Ensino da Geometria Atualmente.
- O capítulo II descreve elementos teóricos sobre a Teoria da Aprendizagem Significativa.
- No capítulo III estão descritos os objetivos; o delineamento da pesquisa; os sujeitos envolvidos; o método e os instrumentos; os materiais utilizados para que fossem desenvolvidos e executados os procedimentos metodológicos do estudo.
- No capítulo IV está contemplada a análise e discussão dos resultados, com base nas observações, nos registros, nos instrumentos utilizados e no depoimento dos alunos.
- No item Considerações Finais, apresenta-se as conclusões da investigação no que se refere à viabilidade de (re)construção dos conceitos dos alunos em relação à área de figuras planas, a aceitação da metodologia pelos mesmos, bem como possíveis mudanças de atitudes em relação a aprendizagem da Geometria.

Com o propósito de relacionar conhecimentos e necessidade de medir áreas de superfícies planas regulares e irregulares, com situações do cotidiano, elaborou-se e aplicou-se uma seqüência didática, utilizando as técnicas de pesagem e planimetria, a fim de evidenciar o processo de (re)construção dos conceitos dos alunos em relação à área de figuras planas regulares e irregulares, bem como a aceitação deste procedimento pelos mesmos.

1 HISTÓRIA DA GEOMETRIA

É fato que o surgimento da Matemática e, por sua vez, o da Geometria, aconteceu muito antes da descoberta da escrita. Sendo assim, não se tem registro da sua história inicial. Por isso, Heródoto e Aristóteles se propõem a contar a História da Geometria, partindo do Egito. No entanto, a idéia de ambos divergia, no que diz respeito à origem da Geometria: Heródoto defendia a idéia de que a geometria se originou da necessidade de reconstituir as marcações de terras destruídas pelas cheias do rio Nilo; já Aristóteles, remetia o início dos estudos sobre Geometria, a uma classe sacerdotal com lazeres, também no Egito. (BOYER, 1996, p. 4).

Por volta dos anos 500 a.C., Tales de Mileto, após ter viajado ao Egito, iniciou os estudos da Geometria na Grécia, quando usou propriedades de figuras geométricas planas para determinação de distâncias sobre a superfície terrestre.

Inicialmente, as unidades de medida usavam como referência o corpo humano: palmo, pé, passo, braça, cúbito. Contudo, quando os primeiros templos começaram a ser construídos na Mesopotâmia e no Egito, seus projetistas tomaram como base as medidas do rei e construíram régua de madeira e metal, ou cordas com nós, já que havia uma necessidade de uniformidade e precisão nas unidades, sendo estas adotadas como oficiais.

A partir do momento em que começaram a ser cobrados impostos sobre as terras, os sacerdotes viram a necessidade de encontrar maneiras mais simplificadas de medi-las. A fórmula da área do retângulo surgiu a partir da observação de um trabalhador que pavimentava com mosaicos quadrados uma superfície retangular; o sacerdote concluiu, então, que para conhecer o número total de mosaicos, bastavam contar os de uma fileira e repetir esse

número tantas vezes quantas fileiras houvesse. Já a área do triângulo, foi definida a partir da contagem dos quadradinhos que formam um quadrado ou um retângulo, dividido ao meio, por uma diagonal. E assim, pela observação, tentativa e dedução, foram descobertas as fórmulas de várias outras formas geométricas.

1.1 Breve Histórico dos Grandes “Inventos” Geométricos

De acordo com as idéias de Hogben (1946, p. 125), os primeiros ‘geômetras’ desenhavam na areia e não se preocupavam em formar uma sistematização abstrata de seus conhecimentos. O mesmo autor afirma que “*o intelectual grego não percebia a relatividade que existia entre a dimensão e a utilização social*”.

Com base nos estudos no Hogben (1946), faremos um apanhado geral na história dos grandes “inventos” geométricos:

- Sua origem se deu no Egito pela necessidade de melhorar o sistema de arrecadação de impostos de áreas rurais.
- A construção das pirâmides de degraus, destinada a servir de sepultura ao faraó Djoser, em 2700 a.C., dá indícios que os egípcios já dispunham conhecimentos práticos de Geometria.
- Em 2600 a.C., mais conhecimentos geométricos são utilizados na construção da pirâmide de Quéops, cuja base quadrada tem 230 metros de lado e sua altura sendo de 146 metros.
- A partir de 1650 a.C., surgem os papiros egípcios que, na cidade portuária de Náucratis (Grécia) eram trocados por azeite, cerâmica e vinhos gregos, possibilitando a este povo a absorção de conhecimentos básicos de Geometria, Aritmética e Astronomia.
- Por volta de 640 a.C. e 564 a.C., Tales de Mileto, em viagem ao Egito, mediu as sombras de uma vareta e da pirâmide, calculando a altura desta pirâmide por semelhança de triângulos.
- Entre a criação da Escola de Pitágoras e a Academia de Platão, ocorreram importantes contribuições para a evolução da Geometria:

- Ficou estabelecido que apenas dois instrumentos poderiam ser utilizados nas construções geométricas: a régua e o compasso.
- Hipócrates descobriu que a área das chamadas Lúnulas era igual a área do triângulo ABC.

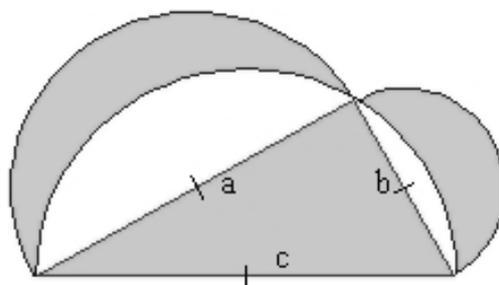


Figura 1 - Lúnula

- Demócrito descobriu que os volumes das pirâmides e dos cones são, respectivamente, iguais a um terço dos volumes dos prismas e dos cilindros de mesma altura e bases equivalentes.
- Teodoro criou um dispositivo geométrico para determinar raízes quadradas dos números naturais.

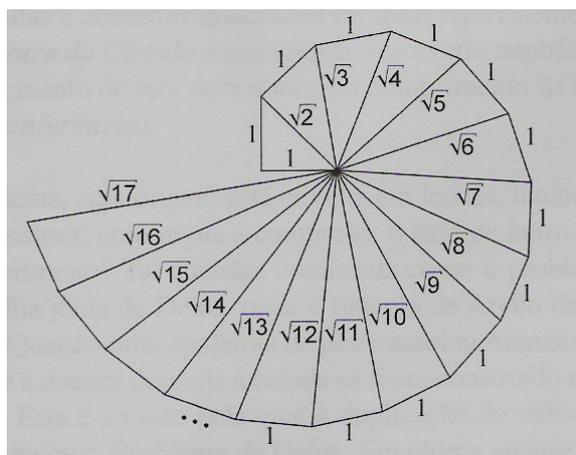


Figura 2 - Dispositivo geométrico para determinar raiz quadrada de números naturais.

- Por volta de 386 a.C., foi fundada, em Atenas, a Academia de Platão, que tinha em seu portal a seguinte advertência: “*Que não cruze minhas portas alguém ignorante em Geometria*”.
- Menecmo, um dos discípulos de Platão, tentando resolver o problema da duplicação do cubo, descobriu as cônicas.
- Teeteto, outro discípulo de Platão, descobriu o octaedro e o icosaedro.
- Por volta de 300 a.C., a Universidade de Alexandria abriu suas portas, tendo Euclides como chefe do Departamento de Matemática. Tendo

escrito diversos trabalhos, sua fama se deu em torno de “Os Elementos”, que contém vários teoremas sobre Geometria, provados ou descobertos por Euclides.

Atualmente, contatamos com idéias de medidas em várias situações do dia-a-dia e, é interessante que, como nos tempos da Grécia antiga, a Geometria sempre foi empregada para resolver problemas práticos.

1.2 O Período de Abandono da Geometria

Com a Constituição de 1934 e a organização proposta por Francisco de Campos - que dizia respeito basicamente à fusão dos diferentes ramos da matemática, interligando-os em uma única disciplina, à reestruturação de todo o currículo em torno do conceito de função e à introdução de noções de cálculo diferencial e integral para todos os alunos do secundário - há uma tentativa de estabelecer a unidade entre os vários ramos da Matemática.

De acordo com Pavanello (1993), em relação ao ensino de Geometria, propõe que ele inicie pelas explorações intuitivas, a partir das quais se estabelecerão os conhecimentos indispensáveis à construção de uma sistematização, que deverá atingir a exposição formal.

No entanto, na década de 60, sob influência do Movimento Matemática Moderna (MMM), a Geometria passou a ser idealizada sob uma abordagem intuitiva, concretizada nos livros didáticos pela utilização dos teoremas como postulados. Com essa Geometria algebrizada, enfatiza-se a Álgebra e não privilegia o que é mais interessante no ensino da Geometria, o desenvolvimento de um raciocínio hipotético-dedutivo.

Neste sentido, Pavanello (1993) aponta como uma das causas do abandono do ensino da Geometria, as dificuldades enfrentadas pelos professores, devido sua falta de conhecimento na abordagem tradicional e, tanto maior, sob o enfoque das transformações.

Na década de 70 “A educação escolar teria a finalidade de preparar o indivíduo à sociedade, tornando-o capaz e útil ao sistema” (FIORENTINI, 1995, p. 15). Sendo assim, os alunos eram capacitados para a resolução de exercícios ou de problemas-padrão e a Geometria não fugiu às regras nas raras situações em que era abordada.

Sabe-se que, enquanto a Álgebra cultiva e desenvolve o pensamento seqüencial, a Geometria cultiva e desenvolve o pensamento visual. Contudo, é necessário estabelecer um equilíbrio entre as duas formas de pensamento.

O saber matemático se dá quando o aluno é capaz de alcançar um elevado nível de abstração, e, a Geometria contribui para este desenvolvimento: num primeiro momento, o aluno reconhece as figuras geométricas; depois, distingue propriedades destas figuras; em seguida, estabelece relações entre as figuras e suas propriedades; finalmente, atingindo um nível de abstração que lhe permita desconsiderar a natureza concreta dos objetos.

Segundo os PCNEM (MEC, 1999), *“usar as formas geométricas para representar ou visualizar partes do mundo real é uma capacidade importante para a compreensão e construção de modelos para resolução de questões da Matemática e de outras disciplinas”*.

Portanto, o ensino da Geometria não pode ser tratado com descaso. Ao contrário, requer empenho por parte do professor no que diz respeito à organização das metodologias, à seleção do material pedagógico e às relações com as situações sociais enfrentadas no dia-a-dia.

1. 3 O Ensino da Geometria na Atualidade

O baixo desempenho dos alunos, o descaso com a educação, os problemas sociais e os conflitos entre idéias pedagógicas diversas, têm sido pontos cruciais para que a educação escolar seja alvo de tantas críticas, no momento atual.

Neste sentido, surgem novas propostas pedagógicas, as quais não estão tendo muito sucesso, em função, principalmente, à resistência a mudanças por parte dos educadores; estes parecem ignorar que as variações no modo de ensinar determinam diferenças nos resultados obtidos.

Considerando que a escola é responsável pela educação integral dos alunos, Micotti, citada por Bicudo (1999), diz que:

Um dos pressupostos para a realização do trabalho escolar é a expectativa de que seus resultados extrapolem a sala de aula: sejam aplicados vida afora, em benefício do indivíduo em seus novos estudos ou atividades práticas, e, da sociedade como base para o desenvolvimento científico e tecnológico do país. As possibilidades

de aplicar o aprendido, tanto na solução de problemas da vida prática como em novos aprendizados ou pesquisas, dependem da modalidade de ensino desenvolvido. (BICUDO, 1999, p. 154)

A educação escolar tem como uma de suas principais funções, assegurar a propagação do saber. Se o professor, apenas passa as informações para o aluno (apresenta as fórmulas de áreas de figuras planas, por exemplo), sem fazer ligações com o cotidiano, sem possibilitar ao aluno que compreenda “de onde vêm” e “para que servem”, impedirá que esta informação tenha significado para o aluno, comprometendo sua transformação para um novo conhecimento. Para que o aluno tenha acesso ao saber, é necessário que as orientações pedagógicas acentuem a importância da construção do conhecimento e das elaborações pessoais pelos estudantes.

De acordo com Bousseau (1983), citado em Chagas (2005), o sentido de um conhecimento matemático se define não só pela coleção de situações em que esse conhecimento é realizado como teoria matemática ou como situação em que o sujeito o encontrou como meio de solução, mas também pelo conjunto de concepções que rejeita, de erros que evita, de economias que procura, de formulações que retorna.

As novas propostas pedagógicas, não mais supervalorizam a aquisição de conteúdos na aprendizagem, e sim, os processos utilizados pelos aprendizes. Neste sentido Andrade & Nacarato (2004), através de sua pesquisa sobre as tendências didático-pedagógicas para o Ensino da Geometria no Brasil, com base nos Anais dos ENEMs (Encontro Nacional de Educação Matemática), identificam inúmeros trabalhos que trazem explícita ou implicitamente a preocupação de produzir significados a conteúdos geométricos, utilizando diferentes metodologias ou abordagens.

Os mesmos autores relatam que

Estes trabalhos apresentam em comum uma tendência a produzir significados para os conceitos geométricos utilizando-se de: atividades de investigação; tema gerador; ensino contextualizado; brincadeiras infantis; relação entre o conhecimento informal e sistematizado da Geometria; observação de formas geométricas presentes na natureza e objetos criados pelo homem (principalmente construção civil); produção de ornamentos; relação entre Matemática e outras áreas do conhecimento, como Arte, Biologia, Química, Física e Geografia; construção de mandalas e resolução de problemas (ANDRADE & NACARATO, 2004, p.6)

Os trabalhos científicos, projetos inovadores, dissertações de mestrado e teses de doutorado, têm contribuído muito para o avanço do ensino da

Matemática e, conseqüentemente, da Geometria, conforme comenta Rocha (2004). Todavia, é preciso que essas pesquisas sejam divulgadas para que os professores, ao deter esses conhecimentos, possam na prática, verificar sua aplicabilidade.

A mesma autora ressalta a falta de articulação entre a Matemática escolar e a Matemática da vida cotidiana, explicando que

Na sala de aula, a Matemática praticada é uma atividade humana, não há como seja concebida antagonicamente, é a fusão das duas que leva à aprendizagem do aluno, e precisa ser superada a partir de uma reflexão sobre o processo de produção do conhecimento matemático cotidiano. (ROCHA, 2004, p. 30)

O ensino da Matemática precisa contemplar que, tanto o professor como o aluno, sejam protagonistas do processo de ensino e aprendizagem; que a participação ativa do aluno é condição necessária para uma aprendizagem significativa.

De acordo com Micotti, citado em Bicudo (1999)

Cabe ao professor planejar situações problemáticas (com sentido, isto é, que tenham significado para o estudante) e escolher materiais que sirvam de apoio para o trabalho que eles realizarão nas aulas. (...) nas situações voltadas para a construção do saber matemático, o aluno é solicitado a pensar – fazer inferência sobre o que observa, a formular hipóteses -, não, necessariamente, a encontrar uma resposta correta. A efetiva participação dos alunos neste processo depende dos significados das situações propostas, dos vínculos entre elas e os conceitos que já dominam. (BICUDO, 1999, p. 165)

De acordo com Andrade e Nacarato (USP, VII EPEM, 2004), com base nos Anais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs), é importante considerar que há uma forte tendência no ensino da Geometria através de abordagens mais exploratórias, considerando aspectos experimentais e teóricos do pensamento, as aulas são mais dialogadas, com produção e negociação de significados. Aspectos como a visualização e a representação, estão sendo valorizados.

Contudo, é necessário que o ensino da Matemática, com especial ênfase à Geometria, seja desenvolvido visando à construção de um saber que capacite nossos alunos a pensar e a refletir sobre a realidade, assim como a agir e transformá-la. “Dessa forma, será possível que eles encontrem a razão e o motivo para aprender Matemática. E gostar!” (CHAGAS, 2005, p. 3)

2 A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Quando um aluno armazena e mecaniza algumas informações por algum tempo, tem bom desempenho em provas de devolução ou avança de uma série para outra, de acordo com Smole (2002) não significa, necessariamente, uma aprendizagem por compreensão. Uma aprendizagem poderá ser considerada significativa quando possuir um caráter dinâmico, que exige ações de ensino direcionadas para que os aprendizes aprofundem e ampliem os significados elaborados mediante suas participações nas atividades de ensino e aprendizagem.

Na opinião de Smole (2002)

... se queremos que os conhecimentos escolares contribuam para a formação do cidadão e que se incorporem como ferramentas, como recursos aos quais os aprendizes recorram para resolver com êxito diferentes tipos de problemas, que se apresentem a eles nas mais variadas situações e não apenas num determinado momento pontual de uma aula, a aprendizagem deve desenvolver-se num processo de negociação de significados. (SMOLE, 2002, p. 2)

A Teoria da Aprendizagem Significativa, apresentada por Ausubel, é uma teoria geral e não específica de aprendizagem da Matemática, mas pode ser um subsídio importante para o educador matemático.

Segundo a teoria de Ausubel, a *“aprendizagem significativa é o processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura do indivíduo”* (NOVAK, 2000, p. 51). Se a aprendizagem significativa não ocorrer, apenas uma limitada quantidade de material poderá ser assimilado e retido após um grande esforço de repetição.

Quando uma nova informação faz uma ligação com conceitos relevantes que o aluno já possui (os quais Ausubel denominou de subsunçores), ocorre a aprendizagem significativa. Quando há pouca ou nenhuma associação entre novas informações e a estrutura cognitiva do aluno,

diz-se que está ocorrendo uma aprendizagem, mecânica. No entanto, este tipo de aprendizagem se faz necessária quando um indivíduo adquire informação em uma área de conhecimento completamente nova para ele.

Um fator que condiciona o surgimento e o acontecimento da aprendizagem significativa é a utilização de organizadores prévios, que são, segundo Moreira (1982, p.11) “(...) *materiais introdutórios apresentados antes do próprio material a ser aprendido*”. Utilizam-se estes materiais como uma estratégia para manipular a estrutura cognitiva, a fim de facilitar a aprendizagem significativa.

Os organizadores prévios servem de instrumento para os professores ou qualquer outra pessoa que pretende ensinar algo, utilizar para conseguir captar a atenção do aprendiz, de forma que ele possa relacionar a idéia que vai aprender com algum subsunçor já presente na estrutura cognitiva, ou auxiliar no desenvolvimento de um, no caso de não haver nenhum. Organizadores prévios podem ser perguntas, desafios, vídeos, materiais de revistas ou qualquer outro artifício que possa ser utilizado para despertar o interesse do aluno.

Para Ausubel e outros (1980), a organização do cérebro humano é imensamente eficiente, no que diz respeito ao armazenamento de informações, pois é capaz de partir de conhecimentos específicos e fazer ligações que proporcionam a assimilação de conceitos mais gerais.

Desses processos de ancoragem da nova informação, resulta o crescimento e modificação dos conceitos subsunçores. Isto significa que um subsunçor pode ser bem abrangente e bem desenvolvido, dependendo da freqüência com que ocorre a aprendizagem significativa. Quanto maior a freqüência da aprendizagem significativa, mais elaborados serão os subsunçores, se tornando mais inclusivos, facilitando a aprendizagem das novas informações relativa aos mesmos.

Para que ocorra a aprendizagem significativa é necessário que o aluno apresente disposição para aprender, que o material seja potencialmente significativo e, principalmente, que seja possível incorporá-lo à estrutura cognitiva do aluno, de maneira substantiva. Também, é importante destacar que não se deve simular uma aprendizagem significativa; para tanto, é

necessário que sejam apresentadas ao aluno novas situações-problemas, as quais exijam máxima transformação do conhecimento existente.

Conforme Moreira (1982, p. 42), a teoria de Ausubel destaca, ainda, os seguintes processos de aprendizagem:

- **Diferenciação Progressiva:** quando a aprendizagem começa pelas idéias mais gerais do conteúdo, introduzindo os detalhes necessários após a assimilação de conceitos mais inclusivos.
- **Reconciliação Integrativa:** o conteúdo a ser ensinado deve ser apresentado de forma a explorar relações entre idéias, apontar similaridades e diferenças significativas, reconciliando divergências aparentes e reais.
- **Assimilação:** segundo Moreira (1982, p. 16), *“Ausubel descreve o processo de subsunção por meio do que ele chama de princípio da assimilação, o qual é representado, simbolicamente, de acordo com a Figura 3”:*

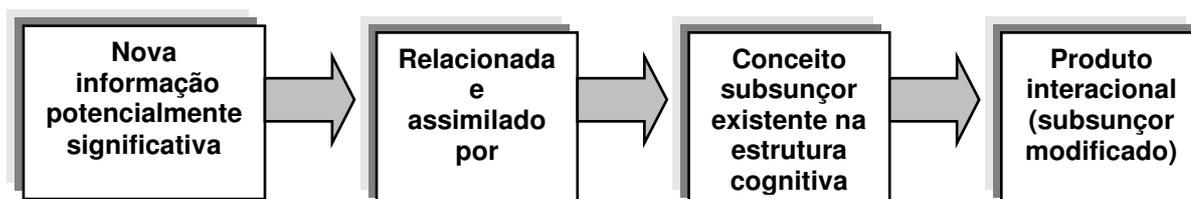


Figura 3 – Processo de subsunção por assimilação

O mesmo autor comenta que logo após a aprendizagem significativa, inicia-se o estágio de assimilação obliteradora, em que as novas informações vão se tornando mais espontâneas e, aos poucos, mais ligadas aos seus subsunçores, até que este seja modificado, ocorrendo a retenção das novas informações.

De acordo com Ausubel e outros (1980, p. 39), pode-se distinguir três tipos fundamentais de aprendizagem:

- **Aprendizagem Representacional:** significa aprender os significados dos símbolos (palavras) ou aprender o que eles representam (conceitos).
- **Aprendizagem Proposicional:** significa aprender o significado das idéias representadas por conjuntos de palavras relacionadas entre si em proposições ou sentenças.

- **Aprendizagem Conceitual:** consiste na aprendizagem de conceitos e está diretamente relacionada aos atributos essenciais dos conceitos que são absorvidos através da experiência, ou contato direto por meio de estágios sucessivos de hipóteses, tentativas e generalizações.

Segundo Ausubel e outros (1980), dependendo da natureza do material a ser aprendido e da estrutura cognitiva do aprendiz, a aprendizagem pode ser:

- **Subordinada:** tem-se quando um conceito ou proposição potencialmente significativo, que é menos inclusivo, é assimilado primeiramente pelo conceito mais inclusivo.
- **Superordenada:** dá-se quando o conceito menos inclusivo é assimilado primeiramente, para depois assimilar os conceitos mais inclusivos e gerais.
- **Combinatória:** ocorre quando um conceito ou proposição não é relacionável a idéias relevantes.

Ausubel destaca que, no momento da aprendizagem, o fator cognitivo mais importante é a estrutura cognitiva do aluno e esta pode ser influenciada de duas maneiras:

- **Substantivamente:** através da apresentação de conceitos e princípios unificadores e inclusivos, dando ênfase à explanação e integração.
- **Programaticamente:** utilizando métodos e princípios programáticos adequados na organização seqüencial da matéria de ensino.

Para que a aprendizagem significativa passe de discurso a ações que favoreçam os aprendizes, Smole (2002) sugere que é preciso que os educadores reflitam sobre as mudanças que se fazem necessárias para que se passe da intenção a ação de tornar a escola mais humana, mais justa e mais acolhedora para quem nela busca sua formação cidadã.

Na concepção de Ausubel, citado por Moreira (1982)

Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante influenciando a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Descubra isso e ensine-o de acordo. (MOREIRA, 1982, p. 88)

3 CONSTRUINDO A INVESTIGAÇÃO

A construção da investigação está baseada nos objetivos, no delineamento da pesquisa, nos sujeitos envolvidos, no método e nos instrumentos, nos materiais utilizados para o desenvolvimento e a execução dos procedimentos metodológicos do estudo. Todos estes itens estão descritos de forma detalhada, a seguir.

3.1 Objetivo Geral

Investigar um grupo de alunos em relação à conceitos formados sobre determinação de áreas de figuras planas regulares e irregulares, através do desenvolvimento de uma seqüência didática que utiliza as técnicas de pesagem e planimetria, visando a associação de seus conhecimentos com situações do dia-a-dia, bem como a possibilidade de uma aprendizagem significativa.

3.2 Objetivos Específicos

- Analisar a viabilidade de aplicação de uma seqüência didática¹ para a (re)construção de conceitos na determinação de áreas de figuras planas.
- Evidenciar o processo de (re)construção de conceitos de um grupo de alunos, a partir das técnicas de pesagem e planimetria para o cálculo de

¹ **Seqüência didática:** aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem. Não são aulas comuns, é preciso estar atento a maior número de informações que podem contribuir no desvelamento do fenômeno investigado. As circunstâncias da pesquisa devem ser claramente descritas no relatório final da pesquisa. Baseado no livro **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**, de Luiz Carlos Pais, editora Autêntica.

áreas de figuras planas regulares e irregulares, objetivando resgatar aspectos da Teoria de Ausubel.

- Investigar a aceitação de um grupo de alunos, em relação à metodologia proposta, promovendo mudanças de atitudes em relação à aprendizagem de Geometria.

3.3 Tipo de Pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida na forma de um estudo de caso, com enfoque qualitativo. Essa metodologia proporciona condições para realizar uma investigação que enfatize a compreensão de eventos particulares (casos). Segundo Lüdke e André (1986), o pesquisador tem interesse em verificar como um determinado problema se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidianas.

Os mesmos autores afirmam

Os estudos de um caso qualitativo encerram um grande potencial para conhecer e compreender melhor os problemas da escola. Ao retratar o cotidiano escolar em toda a sua riqueza, esse tipo de pesquisa oferece elementos preciosos para uma melhor compreensão do papel da escola e suas relações com outras instituições da sociedade. (LÜDKE, ANDRÉ, 1986, p. 24)

Entre as características fundamentais do estudo de caso, com base nos estudos de Lüdke e André (1986), destacamos as seguintes:

- A descoberta, na qual o pesquisador, apesar de partir de alguns pressupostos que o orientem na coleta de dados, está sempre atento a elementos não estabelecidos a priori.
- A interpretação em contexto, sendo que a compreensão maior do objeto só é possível levando-se em conta o contexto em que está inserido.
- O pesquisador pode recorrer a uma variedade de dados, coletados em diferentes momentos, em situações variadas e provenientes de diferentes informantes.
- O pesquisador busca descrever as experiências que vivencia no transcorrer do estudo, de modo que o leitor possa fazer suas generalizações naturalísticas.
- Os relatos do estudo de caso são elaborados em linguagem e forma mais acessível do que em outros tipos de pesquisa.

Tais características são bem adaptadas a pesquisas de processos de ensino/aprendizagem, justificando sua escolha como metodologia para nosso estudo.

A Estatística Descritiva também foi utilizada na apresentação dos resultados.

Inicialmente, fez-se uma busca em materiais bibliográficos que pudessem subsidiar, teórica e metodologicamente, a pesquisa.

A seguir, iniciou-se a elaboração dos procedimentos e metodologias necessários para a intervenção, bem como a escolha dos instrumentos de coleta de dados, a organização do cronograma das atividades, a preparação dos materiais didáticos a serem utilizados e o planejamento das aulas.

A partir daí, iniciou-se a intervenção. Desenvolveram-se os procedimentos planejados, aplicaram-se os instrumentos de coleta de dados, foram observadas e registradas todas as atitudes e comportamentos dos alunos no decorrer das aulas. Todos esses processos de intervenção e observação serviram como referência para viabilizar a análise dos dados.

3. 4 Os Sujeitos da Pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida em uma turma do 3º ano do Ensino Médio de uma escola particular do município de Candelária – RS, composta por 14 alunos. Optou-se por esta turma pelo fato da Geometria Plana fazer parte do currículo desta série e, em especial, por esta escola, porque a mesma incentiva o desenvolvimento de atividades que priorizam inovações, oferecendo espaço e valorizando profissionais que se dispõem a propiciar aos alunos uma aprendizagem prazerosa e significativa, tornando-os agentes do seu próprio aprendizado. Os alunos têm entre 16 e 18 anos, provenientes de famílias com nível sócio-econômico médio.

Nesta escola, os alunos realizam a maioria das atividades de sala de aula, em grupos, orientados pelo professor. A escola também dispõe de laboratórios e biblioteca bem equipados, o que contribui para que atividades diversificadas sejam desenvolvidas.

Além disso, a economia do município é, essencialmente, agrícola, o que indica a necessidade de certo conhecimento na determinação de áreas no plantio dos produtos que cultivam.

3. 5 Procedimentos e Instrumentos

A aplicação dos instrumentos de análise e da seqüência didática foi desenvolvida de acordo com o cronograma descrito na Tabela 1.

Tabela 1 – Cronograma das atividades desenvolvidas

SESSÃO	TURNO ²	CARGA HORÁRIA	ATIVIDADES DESENVOLVIDAS
Sessão 1	manhã	2 h/a	<ul style="list-style-type: none"> • Explanação da proposta de investigação; • Aplicação de instrumento para avaliar os conceitos dos alunos em relação à áreas de figuras planas. (Anexo 1).
Sessão 2	manhã	2 h/a	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicação do Pré-teste (Anexo 2).
Sessão 3	tarde	2 h/a	<ul style="list-style-type: none"> • Breve introdução da História da Geometria.
	manhã	2 h/a	<ul style="list-style-type: none"> • Debate sobre a História da Geometria
Sessão 4	manhã	2 h/a	<ul style="list-style-type: none"> • Dedução das fórmulas de área de figuras planas regulares.
	tarde	2 h/a	<ul style="list-style-type: none"> • Resolução de atividades propostas, aplicando as fórmulas deduzidas na sessão anterior (Anexo 3).

² No turno da tarde as aulas ocorrem no Laboratório de Ciências para a realização de atividades práticas.

	manhã	2 h/a	<ul style="list-style-type: none"> • Atividades sobre transformação de unidades de área, por regra de três (Anexo 4).
Sessão 5	manhã	2 h/a	<ul style="list-style-type: none"> • Determinação de áreas de figuras planas irregulares, por aproximação (Anexo 5);
	tarde	2 h/a	<ul style="list-style-type: none"> • Resolução de atividades para determinar área de figuras planas regulares e irregulares (Anexo 6).
Sessão 6	manhã	2 h/a	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentação, manuseio e forma de utilização do planímetro.
	manhã	2 h/a	<ul style="list-style-type: none"> • Atividades utilizando o planímetro (Anexo 7)
Sessão 7	tarde	2 h/a	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentação da técnica da pesagem para cálculo de área de figuras planas.
	manhã	2 h/a	<ul style="list-style-type: none"> • Atividades utilizando a técnica da pesagem (Anexo 7)
Sessão 8	manhã	2 h/a	<ul style="list-style-type: none"> • Desenvolvimento de atividades para determinar área de figuras planas, utilizando as técnicas de pesagem e planimetria.
Sessão 9	tarde	2 h/a	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicação do Pós-teste (Anexo 2). • Aplicação de um instrumento de avaliação do desenvolvimento da técnica da pesagem para determinação de área de figuras planas (Anexo 8).

A seguir, descreveremos, detalhadamente, as atividades desenvolvidas em cada sessão.

SESSÃO 1

Esta sessão iniciou-se com a explanação dos objetivos da proposta e da forma como seria desenvolvida. Foi enfatizada a importância de uma

aprendizagem significativa para o aluno, a fim de que os conhecimentos pudessem ser aplicados em situações do dia-a-dia e não apenas memorizados para aplicar em uma prova.

A seguir, foi aplicado um instrumento (Anexo 1) para analisar os conceitos de um grupo de alunos em relação à áreas de figuras planas, bem como seus interesses e anseios quanto à aprendizagem do assunto.

SESSÃO 2

Nesta sessão, foi aplicado o pré-teste (Anexo 2), com questões abertas, que serviriam para diagnosticar os conhecimentos prévios do grupo de alunos sobre conceitos de área e cálculo de áreas de figuras planas regulares e irregulares.

SESSÃO 3

Nesta etapa, o grupo de alunos foi levado ao laboratório de informática, a fim de introduzir a seqüência didática proposta com uma pesquisa sobre a História da Geometria. Posteriormente, foi proposto um debate sobre do assunto pesquisado. Esta atividade serviu como organizador prévio e despertou interesse no grupo, uma vez que a maioria deles não tinha conhecimentos dos fatos da História da Geometria.

SESSÃO 4

Proporcionando ativar os conceitos prévios do grupo de alunos, nesta sessão, foram desenvolvidas atividades com dobraduras, para deduzir as fórmulas de áreas de figuras planas, a partir da área do retângulo.

A seguir foi proposto ao grupo, um seqüência de atividades disponíveis em livros didáticos (Anexo 3), para determinação de áreas de figuras planas regulares.

Ainda objetivando resgatar os conceitos subsunçores, solicitamos ao grupo de alunos que, em dupla, recortassem de livros disponíveis para este fim, mapas que possuíssem escalas. De posse do material, cada dupla deveria quadricular seu mapa, determinar sua área em cm^2 , e, através de regra de três, transformá-la para km^2 . Também foi proposta uma seqüência de exercícios, nos quais deveriam transformar unidades de área por regra de três (Anexo 4).

SESSÃO 5

Considerando que, pelas repostas do instrumento para análise do conceito dos alunos sobre área (Anexo 1), o grupo de alunos afirmou não saber determinar áreas de figuras planas irregulares, nesta sessão, foi demonstrado como encontrar resultados aproximados da área dessas figuras, através da quadriculação das mesmas, fazendo a contagem dos quadrados e a média aritmética (Anexo 5).

Em seguida, foi proposta uma seqüência de atividades para determinação de área de figuras irregulares e mapas, por aproximação (Anexo 6).

SESSÃO 6

Em vista das dificuldades e da imprecisão nos resultados ao realizar medidas de área de figuras irregulares por contagem de quadrículas, nessa sessão, apresentamos ao grupo de alunos o planímetro – aparelho usado para medir áreas irregulares por meio de métodos mecânicos –, explicando como utilizá-lo e, proporcionando aos mesmos o seu manuseio.

Posteriormente, o grupo de alunos, dispostos em duplas, recebeu da professora, mapas (Anexo 7) com suas respectivas escalas, bem como uma quadrícula com a mesma escala do mapa, para que determinassem suas áreas utilizando o planímetro³. Para realizar as medições, percorreu-se o entorno da figura do mapa a ser medido e, após percorreu-se o perímetro da quadrícula com a mesma escala do mapa. A medida apresentada pelo planímetro para o entorno da figura e a medida fornecida ao percorrer o perímetro da quadrícula de área conhecida, ao serem comparadas por regra de três, forneceu a área do mapa.

SESSÃO 7

Possibilitando relacionar a teoria com a prática e proporcionar aos aprendizes (re)construir conceitos através de atividades práticas, foi

³A forma de utilização do planímetro está descrita no item 3. 5. 1.

apresentada a técnica da pesagem⁴ para determinação de áreas de figuras planas regulares e irregulares.

Na seqüência, o grupo de alunos utilizou os mesmos mapas da atividade proposta na sessão anterior. No entanto, para esta atividade a figura deveria ser reproduzida em papel vegetal, bem como um quadrado de área conhecida. Após, ambos deveriam ser recortados e medidos em balança de precisão, com três casas decimais (miligramas). A massa medida do papel vegetal com a figura do mapa, comparada por regra de três com a massa da figura do quadrado de área conhecida, forneceu a área do mapa com formato irregular.

SESSÃO 8

A fim de que os conceitos aprendidos tivessem natureza prática, com aplicação no cotidiano, proporcionando uma aprendizagem significativa, solicitou-se ao grupo de alunos que trouxessem de casa, cartas geográficas, mapas de terras rurais e de terrenos urbanos, com escalas.

De posse desses materiais, utilizaram as técnicas de pesagem e planimetria para determinar suas áreas em km².

SESSÃO 9

Para verificar se a seqüência didática proposta, utilizando as técnicas de pesagem e planimetria, evidenciou a (re)construção dos conceitos do grupo de alunos, nessa sessão aplicou-se o pós-teste (Anexo 2), constituído das mesmas questões do pré-teste, com a finalidade de poder comparar os resultados.

Finalizando a pesquisa, aplicou-se um instrumento para investigar a aceitação do grupo de alunos a respeito das técnicas de pesagem e planimetria na determinação de áreas de figuras planas regulares e irregulares.

Além dos instrumentos de coleta de dados aplicados e da observação das atividades desenvolvidas, foram feitos registros das discussões e comentários dos alunos no decorrer das sessões. Todos esses registros foram

⁴ A técnica da pesagem está descrita no item 3. 5. 2.

de extrema importância para a análise dos resultados, que foi realizada de forma qualitativa, utilizando-se de tabelas e gráficos para representá-los.

3. 6 Descrição dos Materiais

No desenvolvimento da seqüência didática utilizamos alguns materiais, tais como: planímetro, técnica da pesagem e escalas convencionais das cartas geográficas, os quais estão descritos detalhadamente, a seguir.

3. 6.1 Planímetro: Instrumento para Medição de Área

As informações a seguir foram baseadas em material do Laboratório de Física do Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP), com autoria de Filipe Morais⁵.

3.6.1.1 Descrição

O planímetro é um aparelho que nos permite medir a área de uma figura plana, por meio de métodos mecânicos. Este é um aparelho de uso convencional entre topógrafos e engenheiros agrários, para medir áreas de propriedades rurais e urbanas, geralmente de conformações irregulares.

O aparelho consta essencialmente de duas barras paralelepípedicas articuladas por meio de dois parafusos. No extremo de uma barra há uma ponta deslizante e na outra uma ponta fixa que, depois de devidamente posicionada, serve de centro da rotação a efetuar. Na barra que efetua o contorno existe uma caixa com duas janelas. Numa delas vê-se um disco contador que mostra o número de voltas completas que o aparelho efetua.

Na outra janela vê-se um tambor graduado ao qual está associado um nócio⁶. A leitura efetuada no tambor dá a fração de volta. O tambor está

⁵ Material disponível em <http://www.defi.isep.ipp.pt/~ndg/site/normas/0012.pdf>, acessado em março de 2007.

⁶ O nócio é um dispositivo que nos permite efetuar a leitura das frações de unidade, ou seja, das frações da menor divisão de uma escala principal. É constituído por uma escala principal e por uma pequena escala, que se pode fazer deslizar ao longo da escala principal, e que está dividida em certo número n de partes iguais.

dividido em 100 partes e o nónio dá uma aproximação às décimas. A Figura 4 mostra um modelo de planímetro.

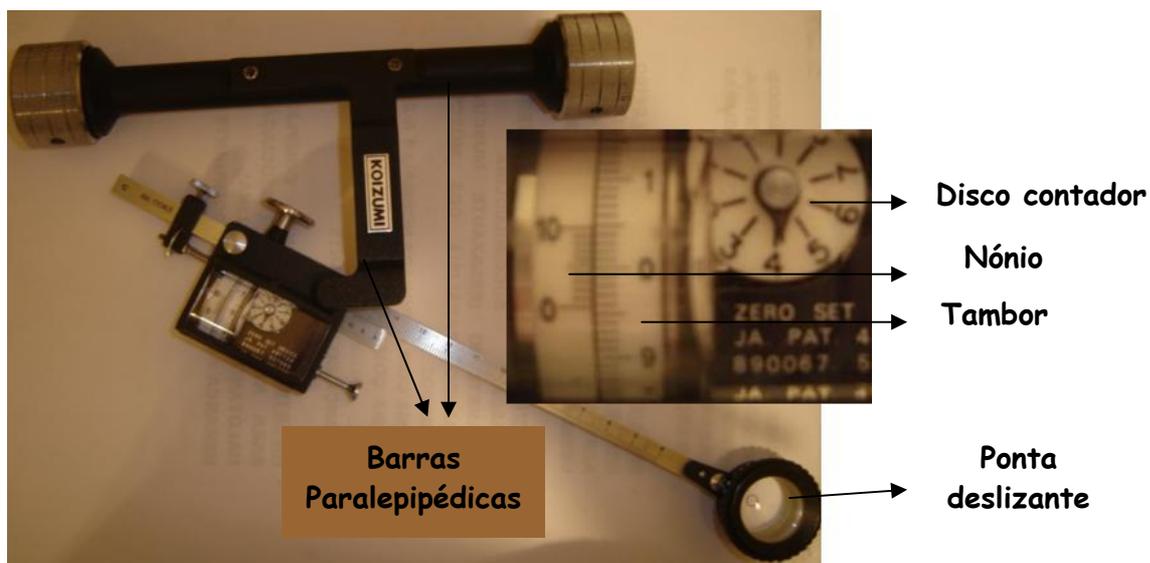


Figura 4 – Planímetro utilizado no presente trabalho

Portanto, a leitura efetuada no aparelho, é obtida com uma aproximação de milésimas de volta.

A Figura 5 apresenta um exemplo de medição realizada no planímetro.

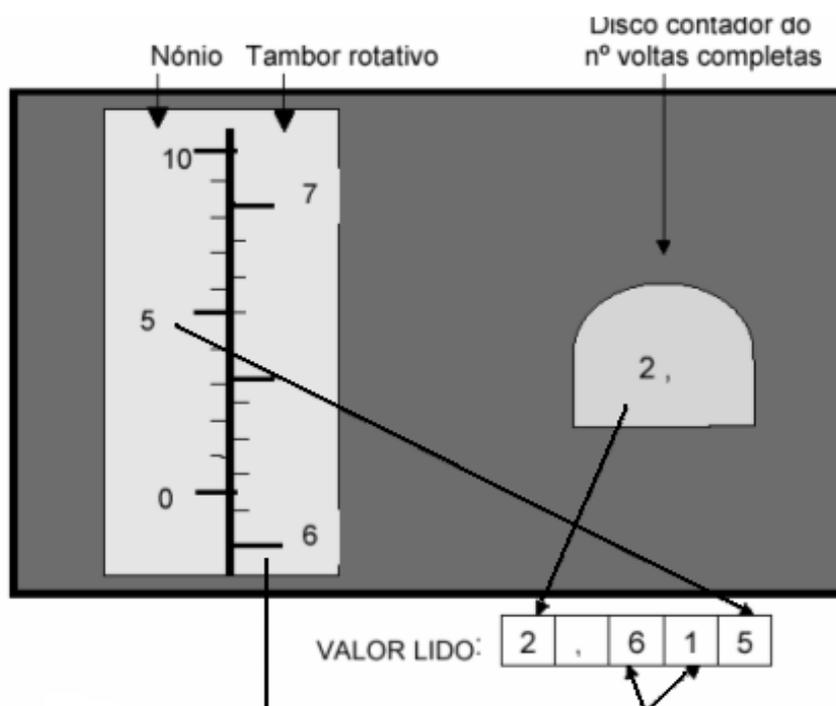


Figura 5 – Medida realizada através da leitura no planímetro.

3.6.1.2 Utilização do Planímetro

Diversos critérios básicos são necessários observar para utilização do planímetro como ferramenta de medida de áreas irregulares, tornando-o um equipamento mais seletivo na aplicação desta finalidade. Dentre eles, destaca-se:

- A mesa onde se encontra a folha de papel e o mapa cuja área se pretende medir, deve ser plana e horizontal.
- Na medição da área a ponta fixa do aparelho deve estar colocada fora do contorno da área a medir.
- A colocação da ponta de prova deve fazer-se de acordo como mostra a Figura 6, a seguir, devendo colocar-se a ponta deslizante no centro de gravidade da área.

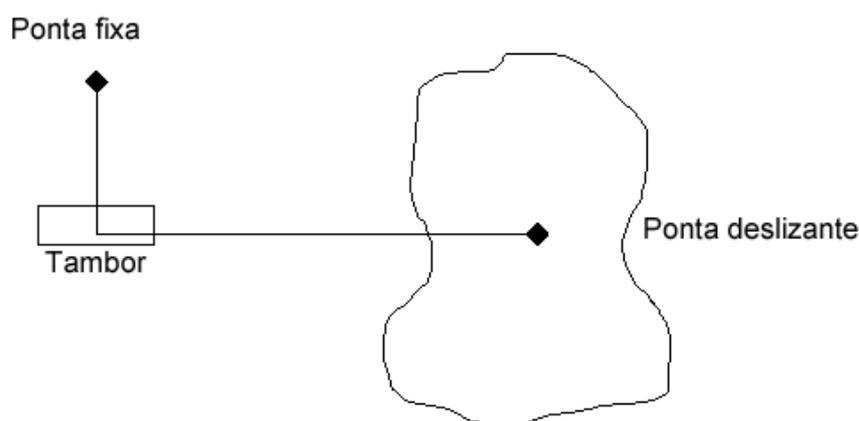


Figura 6 – Posicionamento correto das peças do planímetro para proceder a medida

- Quando a figura a medir for muito grande, convém dividi-la em partes e efetuar medições separadas. Contudo, se não for necessário grande precisão, pode fazer a leitura com a ponta fixa dentro da figura e depois somar-lhe a área do círculo fundamental. Esta é sempre indicada pelo fabricante.
- A rotação do aparelho deve efetuar-se sempre no sentido dos ponteiros do relógio.
- Deve seguir-se o contorno da figura com bastante cuidado.
- Antes de efetuar as leituras para a determinação da área desejada, determine a constante instrumental do aparelho.

3.6.1.3 Medições com o Planímetro

O número de voltas realizadas pelo tambor do planímetro, medida com precisão milimétrica ao percorrer o entorno da figura irregular, é convertida em área através da comparação proporcional dada pelo número de voltas que o mesmo planímetro efetua ao percorrer o entorno de uma figura regular de área conhecida. A seqüência destes procedimentos é listada a seguir:

1. Considere um quadrado de 10 cm de lado. Coloque a ponta deslizante do planímetro sobre um vértice (depois de fixar convenientemente a ponta fixa) e zere a leitura inicial (no disco, tambor e nóvio).
2. Percorra o perímetro do quadrado, no sentido dos ponteiros do relógio e faça a leitura final.
3. A partir da diferença de leituras obtidas (em milésimos de volta), determine o valor da área indicada pelo aparelho (deve efetuar no mínimo 6 leituras).
4. A constante será dada por:

$$K = \frac{S}{m}$$

Onde: S = área dada matematicamente

m = medida dada pelo planímetro (obtida por valor médio)

5. A seguir efetue a leitura inicial e final do contorno da área irregular no mapa, carta ou planta que se quer medir. Repita o número de vezes que considere necessário para obter um valor médio. Calcule a diferença de leituras obtidas (no máximo 6 vezes).
6. Determine a área desejada, através da constante instrumental do aparelho e da média das leituras efetuadas.

ÁREA DESEJADA = ÁREA DO APARELHO X K

7. Para o cálculo de áreas de terrenos em mapas, plantas ou cartas geográficas, deve-se sempre levar em consideração a escala da figura no mapa, planta ou carta, coincidindo esta escala com as medidas utilizadas no quadrado inicial, utilizado para determinar a constante planimétrica.

3. 6. 2 A Técnica da Pesagem

Diante da necessidade de trabalharmos medição de áreas de figuras irregulares com nossos alunos, apresentamos, como recurso para tal, a Técnica da Pesagem, proposta por Scartazzini e Mussato (2005).

3.6.2.1. Metodologia

Para o desenvolvimento da técnica da pesagem, foi utilizada uma carta geográfica, com escala 1:50.000. Os passos para o seu desenvolvimento foram os seguintes:

- Foi selecionada, na carta geográfica, a área de um terreno com divisas irregulares, formada por rios e estradas, situações comuns em divisas de propriedades rurais.
- A figura formada pelas divisas selecionadas foi transferida para papel vegetal.
- Esta figura serviu como molde para a produção de diversas figuras de iguais tamanhos, produzidas com os materiais: cartolina, papel cartão, e.v.a e o papel vegetal.
- Cada figura, formada pelos quatro materiais diferentes, foi recortada cuidadosamente.
- Para cada tipo de material foi recortado também um quadrado com 4cm de lado. Na escala de 1:50000, como é a da carta, 4 cm corresponde a 2 km, apresentando, o quadrado, uma área de 4 km². A figura 7 mostra uma das figuras com o respectivo quadrado, produzida em cartolina.



Figura 7 - Molde da área selecionada, confeccionada em cartolina e o quadrado com área conhecida.

- Utilizando uma balança com três casas decimais, foi realizada a pesagem de todas as peças e dos quadrados com área conhecida.
- Utilizando o planímetro, que é o aparelho convencionalmente utilizado pelos topógrafos para medir áreas de terrenos, foi realizada a medida da área do mapa e de uma quadrícula com 4 km² do mesmo mapa.

3.6.2.2 Resultados

Os resultados para a determinação das massas das peças são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Medidas das massas das diferentes peças recortadas.

material utilizado	massa do quadrado (g)	massa da figura (g)
e.v.a	0,411	2,787
papel cartão	0,374	2,496
cartolina	0,235	1,571

papel vegetal	0,087	0,572
----------------------	-------	-------

Como existe uma relação de proporcionalidade direta entre a massa do quadrado com a área conhecida e a massa da figura do mesmo material, a área da figura irregular foi determinada através de uma simples regra de três. Os valores das áreas calculadas são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 - Massa medidas e áreas calculadas das diferentes peças recortadas.

material utilizado	massa do quadrado (g)	área do quadrado (km²)	massa da figura (g)	área da figura (km²)
e.v.a	0,411	4	2,787	27,12
papel cartão	0,374	4	2,496	26,70
cartolina	0,235	4	1,571	26,74
papel vegetal	0,087	4	0,572	26,30

O resultado obtido por planimetria, para a área selecionada, utilizado aqui como valor de comparação, foi de 26,39 km².

Considerando o valor encontrado por planimetria como padrão, visto que é o processo de medição consagrado por agrimensores para determinar as áreas de terrenos rurais, geralmente irregulares, o material cujo resultado mais se aproximou do padrão foi o do papel vegetal.

Para medidas de áreas irregulares, a técnica da balança decimal e o papel vegetal podem oferecer respostas visivelmente mais compreendidas pelos alunos de Ensino Fundamental e Médio, podendo ser um procedimento experimental explorado nas aulas de geometria, conferindo mais dinamismo e atração, bem como fornecendo aplicabilidade ao tema.

3. 6. 3 Escalas Convencionais das Cartas Geográficas

Denomina-se escala⁷ de um desenho a relação matemática constante entre o comprimento de uma linha medida na planta (**d**) e o comprimento de sua medida homóloga no terreno (**D**). Assim:

$$\text{Escala} = d / D = 1 / N$$

onde N indica o fator de redução entre a grandeza gráfica e sua homóloga no terreno. De maneira geral, podemos ter os seguintes valores para 1/N:

- múltiplos de dez: 1:100; 1:1000; 1:100000; 1:1000000;
- múltiplos de vinte: 1:200; 1:2000; 1:20000};
- múltiplos de cinqüenta: 1:50; 1:500; 1:5000; 1:50000; 1:500000;

Também são utilizadas as escalas: 1:250; 1:2500; 1:25000.

Assim, uma escala de 1:500 indica que o comprimento de uma linha medida no terreno é quinhentas vezes maior que sua representação em planta. Desta forma, 1m em planta representa uma linha de 500m no terreno; 10 cm representa uma linha de 50m; 1cm representa 5m e 1mm representa 0,5m.

Quanto maior for o denominador da relação 1/N, tanto menor será a escala e menor o desenho, sendo igualmente menor a quantidade de detalhes a ser representada em planta. Surge de imediato a distinção entre escala grande e escala pequena. Pequenas escalas são aquelas que apresentam os maiores denominadores; denominam-se escalas cartográficas ou geodésicas - 1:50000, 1:100000, 1:500000, 1:1000000, etc. Grandes escalas são aquelas que apresentam os menores denominadores; denominam-se escalas topográficas - 1:50, 1:100, 1:500, 1:1000, 1:2000, 1:5000, 1:10000, etc.

Para a fixação ou escolha da escala não existem regras rígidas. Normalmente compete ao topógrafo sua definição de acordo com as características e natureza do trabalho. Em trabalhos específicos, porém, a

⁷ Os dados referentes a este item estão baseados em material intitulado Noções Básicas de Cartografia, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), disponível em http://www.geografia.fflch.usp.br/graduacao/apoio/Apoio/Apoio_Raffo/pdf/T3.pdf, acessado em março de 2007 e em material intitulado Representação Gráfica, disponível em <http://www.topografia.ufsc.br/cap1-5.html#top>, acessado em março de 2007.

escala já é definida. Entretanto, a escolha da escala dos desenhos topográficos depende fundamentalmente da precisão do levantamento, do fim a que se destina, da precisão dos instrumentos de medida utilizados e dos métodos empregados. Significa dizer que sua escolha vincula-se à aceitação do erro resultante das operações de campo - erro máximo admissível. A escala deve ser tal que o erro resultante das operações de campo não ultrapasse a metade da acuidade visual (erro gráfico).

Pode-se relacionar alguns fatores que se interdependem no momento da escolha da escala:

- 1º) a extensão do terreno a representar;
- 2º) a extensão da área levantada, quando comparada com as dimensões do papel que receberá o desenho; existem normas técnicas regidas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) que definem as dimensões do desenho em função da escala;
- 3º) a natureza e quantidade de detalhes que devem constar na planta topográfica;
- 4º) a mínima estimativa gráfica ou precisão gráfica do desenho.

Precisão gráfica de uma escala é a menor dimensão gráfica percebida pela vista humana; entende-se, pois, como a menor dimensão capaz de ser representada em planta. De acordo com as normas técnicas, a mínima estimativa gráfica possível de ser observada a olho nu é de 0,0002 m. Com isso o erro admissível nas medições gráficas pode ser conhecido, aplicando-se a seguinte relação:

$$e_a = 0,0002 N$$

Os detalhes cujas dimensões gráficas forem inferiores ao valor do erro admissível não terão representação gráfica e, portanto, não constarão do desenho, a não ser através de uma convenção.

Assim, por exemplo, nas escalas 1:100, 1:500 e 1:1000 não é possível representar detalhes com dimensões inferiores a 2 cm, 10 cm e 20 cm, respectivamente, como é apresentado na Tabela 4.

Tabela 4 - Escala x Erro gráfico

Escala	Erro gráfico (e_a)
1/100	0,02 m
1/500	0,10 m
1/1000	0,20 m
1/2000	0,40 m
1/5000	1,00 m

Fonte: <http://www.topografia.ufsc.br/cap1-5.html#top>

Em função de sua utilização no desenho, a escala classifica-se em numérica e gráfica. A escala numérica, conforme visto até aqui, é representada pela fração ordinária $1/N$. As escalas gráficas são representações gráficas que, geralmente, vêm desenhadas nas margens das cartas geográficas, podendo também constar nas plantas topográficas. A escala gráfica materializa a escala numérica respectiva. É muito utilizada em desenho cartográfico, onde o denominador da escala numérica é um número elevado. As escalas gráficas, além de possibilitarem a realização de determinações rápidas no desenho, apresentam, também, a grande vantagem de experimentar as mesmas variações que as dimensões do desenho, quando a figura tiver suas dimensões ampliadas ou reduzidas. Isto propicia maior precisão nas determinações gráficas.

As escalas gráficas podem ser lineares ou de transversais. Chama-se título de uma escala gráfica a fração $1/N$ indicativa da escala numérica. A grandeza tomada para representar a unidade de comprimento escolhida no desenho denomina-se divisão principal ou unidade da escala gráfica. Particionando-se a divisão principal em dez partes iguais, obtém-se o talão da escala gráfica.

Como exemplo, pode-se construir uma escala gráfica cujo título é $1/2500$ e que possibilite determinações gráficas de 10 em 10 m, de 50 em 50 m e de 100 em 100 m. A representação gráfica da escala com partição de 10 em 10 m é apresentada na Figura 8.

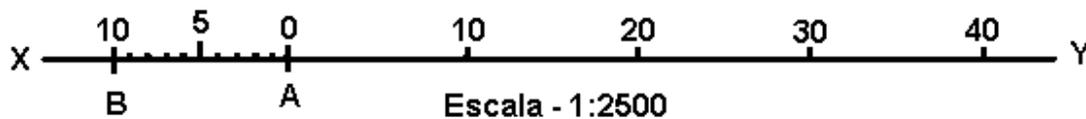


Figura 8: Título e talão de uma escala gráfica com unidade de 10 m.

Inicialmente, deve-se tomar, para a divisão principal, o valor: $1/2500$. Logo, $10\text{ m} = 0,004\text{ m} = 0,4\text{ cm}$. O talão da escala é obtido dividindo-se esta unidade de comprimento em dez partes iguais, possibilitando assim determinações do décimo da divisão principal. Valores inferiores ao décimo da divisão principal somente poderão ser avaliados por estimativa. Havendo necessidade de maior precisão nas determinações gráficas, torna-se necessário empregar as escalas compostas ou de transversais. Este tipo de escala gráfica objetiva sanar o inconveniente das avaliações por estimativa, das frações de divisões nos talões das escalas gráficas simples. São escalas gráficas de maior precisão.

Na Figura 8, o título da escala gráfica é $1/2500$ e a divisão principal é 10 m; o segmento AB é o talão da escala, que permite determinações precisas de 1 m. Na Figura 9 a unidade é 50 m e o talão permite determinações de 5 m e na Figura 10 a unidade é 100 m e o talão permite determinações de 10 m.

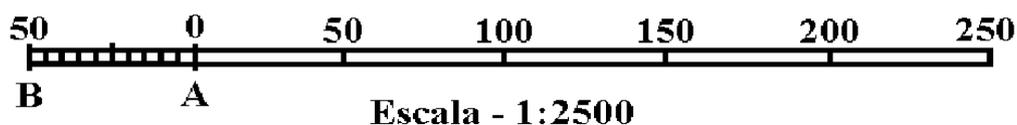


Figura 9: Escala gráfica com unidade de 50 m.



Figura 10: Escala gráfica com unidade de 100 m.

4 ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS

Nos itens que seguem, será descrita, detalhadamente, a análise dos dados e resultados, com base na seqüência didática, bem como nos instrumentos aplicados na pesquisa.

4.1 Análise da Visão dos Alunos sobre seus Conceitos em Relação à Área de Figuras Planas

A fim de analisar a visão de um grupo de alunos em relação aos seus conceitos e interesses sobre áreas de figuras planas, foi elaborado e aplicado um instrumento de pesquisa, cujo modelo encontra-se no Anexo 1.

Quando questionados sobre figuras planas, a totalidade dos alunos afirmou saber seu significado, bem como definir área. Também, foram unânimes em responder que gostam de estudar Geometria e que já estudaram figuras geométricas através de atividades práticas.

A respeito de saber calcular, de forma exata, a área de uma figura irregular, 12,5% dos alunos responderam que sabiam, e 92,8% dos alunos manifestaram interesse em estudar Geometria através de situações que possam ser aplicadas no seu dia-a-dia.

Após uma breve discussão sobre os resultados desse instrumento, fez-se a explanação da proposta a ser desenvolvida, seus objetivos e procedimentos, o que possibilitou perceber o entusiasmo e as expectativas dos alunos em relação à pesquisa, visto que nenhum deles conhecia as técnicas de pesagem e planimetria.

Os seguintes comentários ilustram esta afirmação:

“Deve ser interessante medir área utilizando a balança no lugar da régua.” (B. M.)

“Sempre tive interesse em saber como os topógrafos realizam as medições de terras.” (E. R.)

4. 2 Análise do Pré-teste e Pós-teste

O pré e pós-testes (Anexo 2) são constituídos das mesmas questões, sobre áreas de figuras planas regulares e irregulares, as quais foram elaboradas com base nos conhecimentos prévios do grupo de alunos, adquiridos em séries anteriores da sua escolarização e que se encontram à disposição em livros didáticos correspondentes ao conteúdo em questão, a fim de que fosse possível comparar o processo de (re)construção dos conceitos dos alunos sobre determinação de áreas de figuras planas regulares e irregulares, após a aplicação das técnicas de pesagem e planimetria.

A primeira questão, que pedia para o grupo de alunos descrever o que entendem sobre área de uma figura, possibilitou compará-la com o primeiro instrumento aplicado (Anexo 1), no qual todos os alunos afirmaram saber definir área. No entanto, no pré-teste, somente oito alunos conceituaram área de forma correta. Porém, no pós-teste, o número de alunos que conceituou área de forma correta aumentou para onze, de um total de 14 alunos.

A comparação das respostas de alguns alunos, a respeito da questão 1, no pré e pós-testes (descritas abaixo), nos permite observar que as informações já existentes na estrutura cognitiva dos alunos foram reorganizadas, através das novas informações adquiridas, dando-lhes um novo significado, o que seria definido por Ausubel como o processo de reconciliação integrativa.

- Aluno L. J. R.

Pré-teste: É o tamanho da figura.

Pós-teste: É o espaço que a figura ocupa, independente da sua forma.

- Aluno J. H. S. W.

Pré-teste: É a medida de uma figura.

Pós-teste: Corresponde à dimensão da figura, indica seu tamanho em relação ao espaço.

Como a investigação tem seu foco na determinação de área de figuras planas regulares e irregulares, na questão 2 foi apresentada uma figura regular e outra irregular, pedindo-se ao grupo de alunos que determinasse sua área, explicando como chegou ao resultado. Esta questão possibilitou observar uma significativa diferença entre o pré-teste e o pós-teste, tanto nos resultados dos cálculos, como no método utilizado para encontrá-lo.

Para a questão 2.A, no pré-teste, 78,6% dos alunos encontraram somente um resultado aproximado para sua área e os demais não conseguiram determiná-la, sendo que, todos os alunos que apresentaram resposta, resolveram a questão aplicando alguma fórmula de área de figuras planas. Porém, no pós-teste, 85,7% dos alunos determinaram a área da figura com precisão, adotando como metodologia a técnica da pesagem e o planímetro; somente os alunos que continuaram utilizando as fórmulas de área de figuras planas, não conseguiram encontrar o resultado.

Em relação à questão 2.B, a diferença entre o pré-teste e o pós-teste foi ainda mais expressiva. Observou-se que nenhum aluno encontrou, sequer, um valor aproximado para sua área, no pré-teste, sendo que todos eles quadricularam a área que formava a figura, contaram os quadradinhos obtidos e fizeram a média aritmética. No pós-teste, todos os alunos determinaram com exatidão a área da figura, tendo usado como procedimento a técnica da pesagem e o planímetro.

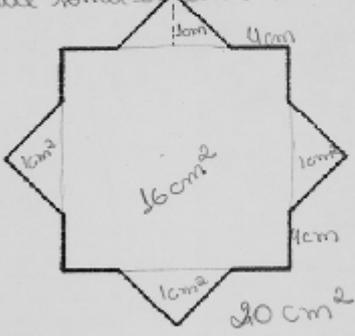
Os procedimentos utilizados pelos alunos para solucionar as questões 2A e 2B, podem ser observados a seguir, comparando pré e pós-testes.

- Aluno J. M. S. W.

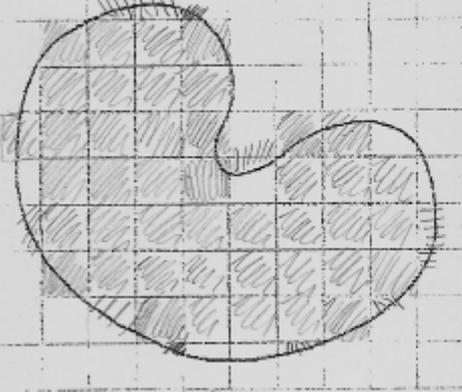
Pré-teste:

2) Determine a área das figuras abaixo, explicando como você chegou ao resultado:

a) *Menti um quadrado, mede os lados e calcula a área. Se sou 4 triângulos, calculei e por final somei as duas áreas.*



b) *Contei os quadrados inteiros primeiro e depois menti os quadrados que estão com faltas.*

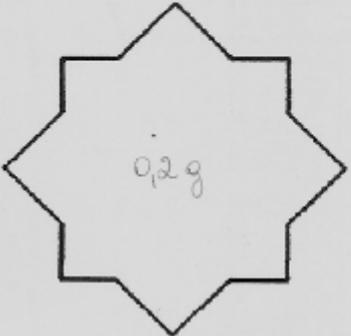


Pós-teste:

2) Determine a área das figuras abaixo, explicando como você chegou ao resultado:

a) *Peri a figura A e B, peri o quadrado também e fiz regra de três.*

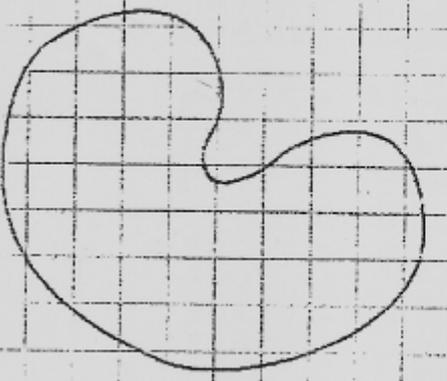
Quadrado = 9,4



$$\begin{array}{r} 9,2 \\ \times \\ \hline 9,14 \\ 16 \end{array}$$

$$9,14 \times = 3,2$$

$$x = \frac{3,2}{9,14}$$

$$x = 22,85 \text{ cm}^2$$


$$\begin{array}{r} 9,25 \\ \times \\ \hline 9,14 \\ 16 \end{array}$$

$$x = \frac{4}{9,14}$$

$$x = 28,57 \text{ cm}^2$$

- Aluno A. C. K.

Pré-teste:

2) Determine a área das figuras abaixo, explicando como você chegou ao resultado

a)

ÁREA DOS TRIÂNGULOS
 $0,6 \times 4 = 2,4$
 $2,4 \times 4 = 9,6$
 $9,6 \times 4 = 38,4$

ÁREA DO QUADRADO
 $4 \times 4 = 16$
 $16 \times 4 = 64$
 $64 - 38,4 = 25,6$

b) Contando os pedacinhos que não estavam inteiros e contando os completos somando todos 1 cm^2

1	2	2		
3	4	5	6	
7	8	9	10	11
12	13	14	15	16
17	18	19	20	21
22	23	24	25	26
27	28	29	30	31
32	33	34	35	36

Aproximadamente 40 cm^2

Pós-teste:

2) Determine a área das figuras abaixo, explicando como você chegou ao resultado: Usando a balança e comparando o peso e a área conhecidas de uma figura com o peso das figuras em questão.

a)

QUADRADO: $0,14 \text{ g}$

$0,14 \text{ g} \rightarrow 16$
 $0,20 \text{ g} \rightarrow x$
 $0,14x = 3,2$
 $x = \frac{3,2}{0,14} = 22,8 \text{ cm}^2$

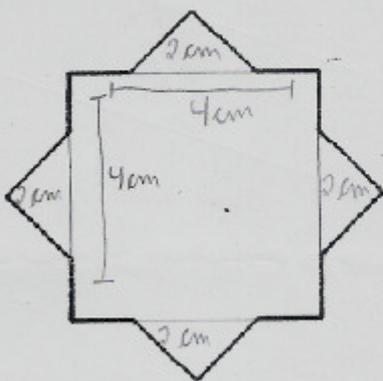
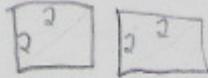
b)

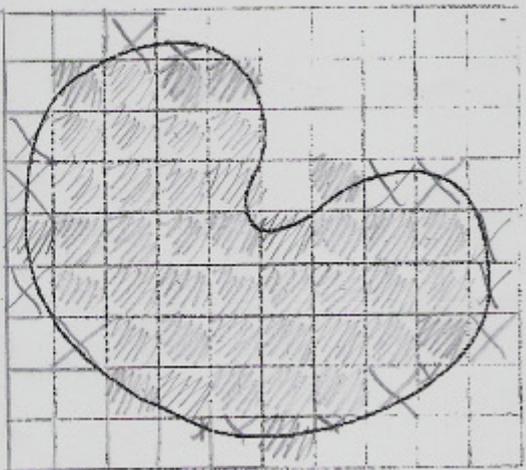
$0,14 \text{ g} \rightarrow 16$
 $0,25 \text{ g} \rightarrow x$
 $x = \frac{4}{0,14} = 28,57 \text{ cm}^2$

- Aluno W. R. M.

Pré-teste:

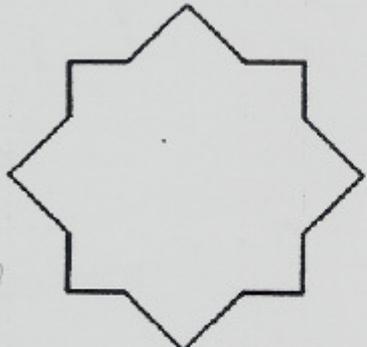
2) Determine a área das figuras abaixo, explicando como você chegou ao resultado:

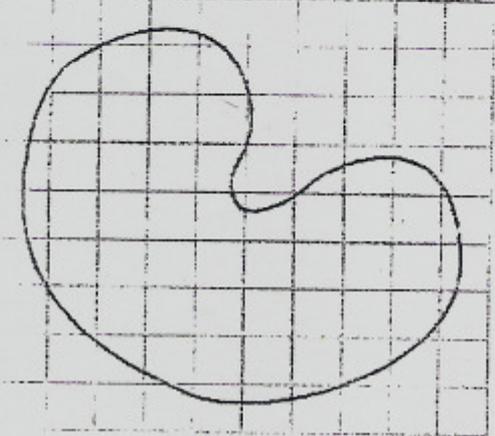
a) $16 + 8 = 24$  

b) $\square = 10 \text{ m}^2$ $43 = \square$ 430 m^2 

Pós-teste:

2) Determine a área das figuras abaixo, explicando como você chegou ao resultado:

a) $0,20 \times 0,14$
 $x \times 16 \text{ cm}^2$
 $0,14x = 0,20 - 16$
 $x = \frac{3,2}{0,14}$
 $x = 22,85 \text{ cm}^2$ 

b) $0,25 \times 0,14$
 $x \times 16$
 $0,14x = 0,25 - 16$
 $x = \frac{4}{0,14}$
 $x = 28,57 \text{ cm}^2$ 

Através da comparação do desenvolvimento das questões citadas acima, pode-se perceber que no pré-teste os alunos estavam muito ligados ao uso de fórmulas, sem significado algum e, no pós-teste, os mesmos utilizaram-

se das novas técnicas aprendidas, uma vez que elas têm relação com situações aplicáveis no dia-a-dia, sendo potencialmente significativas.

Tendo em vista que as novas informações são mais espontâneas e ainda possuem ligação com os conceitos subsunçores dos alunos, podemos observar uma aprendizagem por assimilação obliteradora.

A análise comparativa dos dados, em relação ao cálculo da área, na questão 2, A e B, podem ser observados nos Gráficos 1 e 2.

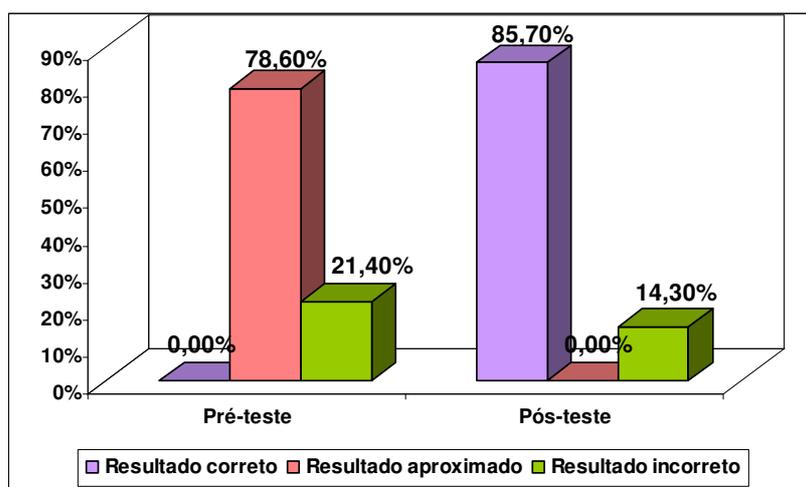


Gráfico 1 – Resultados para a determinação da área da questão 2.A

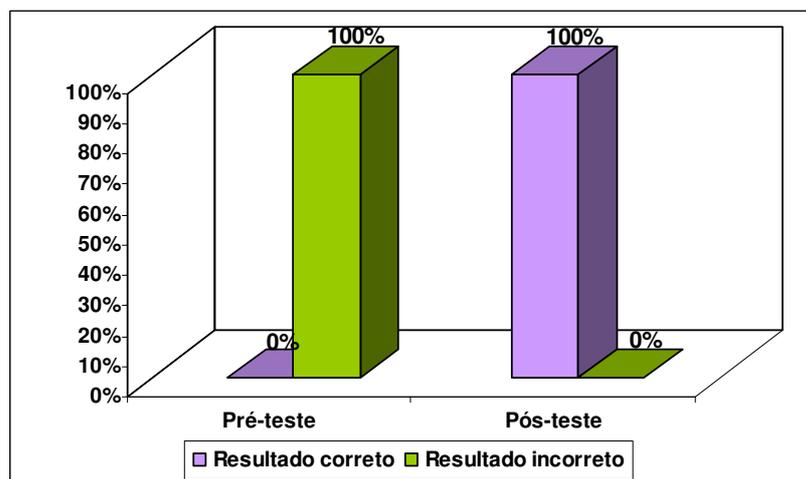


Gráfico 2 - Resultados para a determinação da área questão 2.B

As atividades propostas nas questões 3, 4, 5 e 6 foram analisadas com base em três categorias: *atingiu plenamente*: quando a questão foi respondida

de forma correta; *atingiu parcialmente*: quando a questão foi respondida de forma parcialmente correta; *não atingiu*: quando a resposta não estava correta.

Na questão 3, quando perguntamos qual das figuras possui a maior e a menor área, 71,4% dos alunos responderam de forma correta, no pré-teste, sendo que no pós-teste, a resposta correta foi dada por 92,9% dos alunos. Ainda na mesma questão, perguntamos se haviam figuras com áreas iguais e, quais, obtendo resposta correta de 64,3% dos alunos no pré-teste e de 85,7%, no pós-teste.

Foi solicitado ao grupo de alunos, na questão 4, que desenhasse duas figuras diferentes, mas que possuíssem a mesma área. Como resultado, obtivemos, no pré-teste, 78,6% dos alunos com resposta correta e, no pós-teste, 92,9% dos alunos desenhando-as de forma correta.

As representações das respostas de alguns alunos no pré e pós-testes, podem ser observadas a seguir.

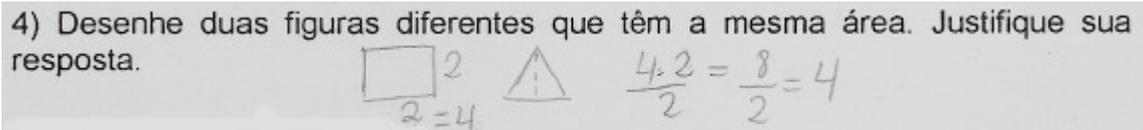
- Aluno B. M.

Pré-teste:



4) Desenhe duas figuras diferentes que têm a mesma área. Justifique sua resposta.

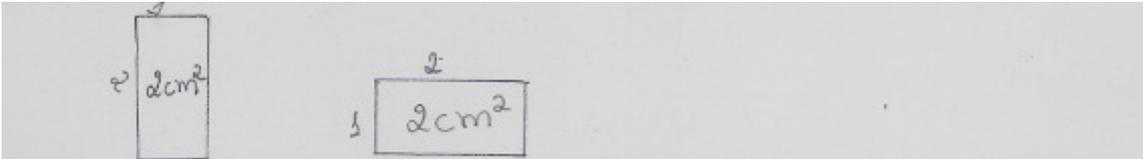
Pós-teste:



4) Desenhe duas figuras diferentes que têm a mesma área. Justifique sua resposta.

- Aluno J. M. S. W.

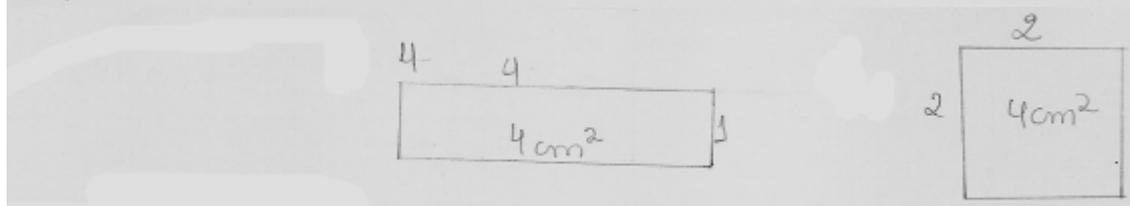
Pré-teste:



4) Desenhe duas figuras diferentes que têm a mesma área. Justifique sua resposta.

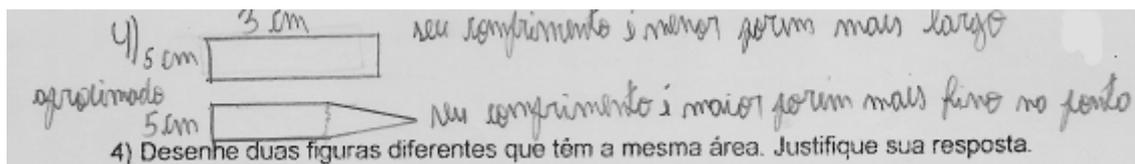
Pós-teste:

4) Desenhe duas figuras diferentes que têm a mesma área. Justifique sua resposta.

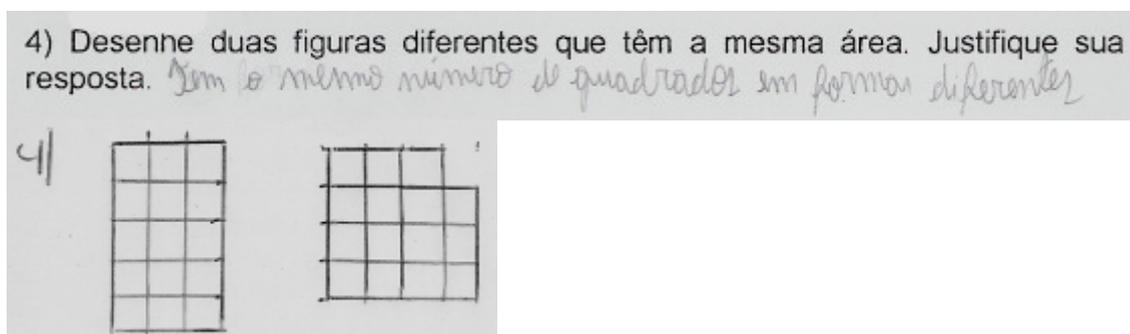


- Aluno W. R. M.

Pré-teste:



Pós-teste:

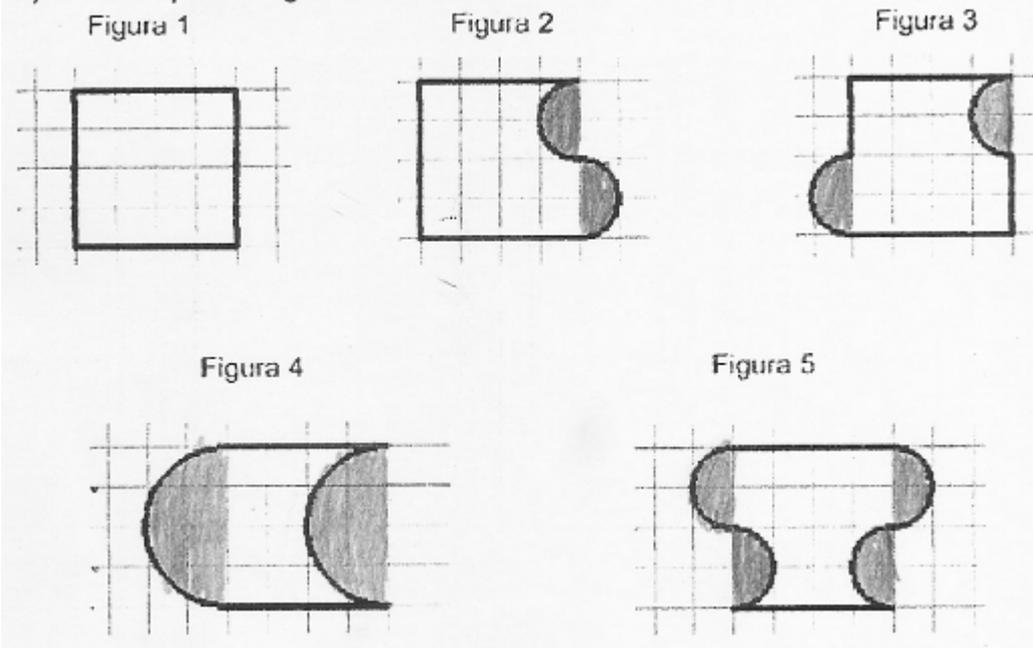


Quando solicitamos ao grupo de alunos, na questão 5, que identificassem as figuras com a mesma forma, no pré-teste, 50% dos alunos o fizeram de forma correta, enquanto no pós-teste, o percentual aumentou para 71,4% dos alunos. Também nessa questão, perguntamos ao grupo quais as figuras que ocupavam a mesma quantidade de papel, obtendo resposta correta de 71,4% dos alunos, tanto no pré-teste como no pós-teste. Finalizando esta questão, perguntamos aos alunos se a área de uma figura depende da forma e pedimos um exemplo, obtendo resposta correta de 64,3% dos alunos no pré-teste e de 92,9% dos alunos, no pós-teste.

A questão 6 que pedia aos alunos para mostrar que as figuras 2, 3, 4 e 5 têm a mesma área que a figura 1, nos apresentou resposta correta de todos os alunos, tanto no pré-teste como no pós-teste.

A representação abaixo nos permite observar o procedimento que todos os alunos utilizaram, tanto no pré como no pós-testes.

6) Mostre que as figuras 2, 3, 4 e 5 têm a mesma área que a figura 1.



Apesar de não apresentarem diferenças muito significativas do pré-teste para o pós-teste, as questões 3, 4, 5 e 6, nos revelam que em todas as situações, o percentual de acertos foi maior ou igual no pós-teste do que no pré-teste. Atribuimos essa irrelevância nos resultados, ao fato de que todas as questões tratavam de figuras regulares, para a solução das quais os alunos utilizaram as fórmulas de área de figuras planas regulares, as quais dominam.

Muito satisfatório foi o resultado da análise da questão 7, a qual disponibilizava ao grupo de alunos o mapa do Brasil, com escala de 1,5 cm para 626 km, e pedia que fosse determinada a área do país em km^2 , explicando o procedimento utilizado; perguntava se este procedimento possibilitava determinar a área exata; questionava se conheciam outro procedimento para determinar a referida área e, caso positivo, citar qual.

Através da análise do pré-teste, verificamos que nenhum aluno conseguiu determinar a área exata do mapa, 35,7% dos alunos encontraram um resultado aproximado e 64,3% não conseguiram determinar a área do Brasil em km^2 .

O Gráfico 3 nos mostra a análise dessa questão, relacionando o pré-teste com o pós-teste.

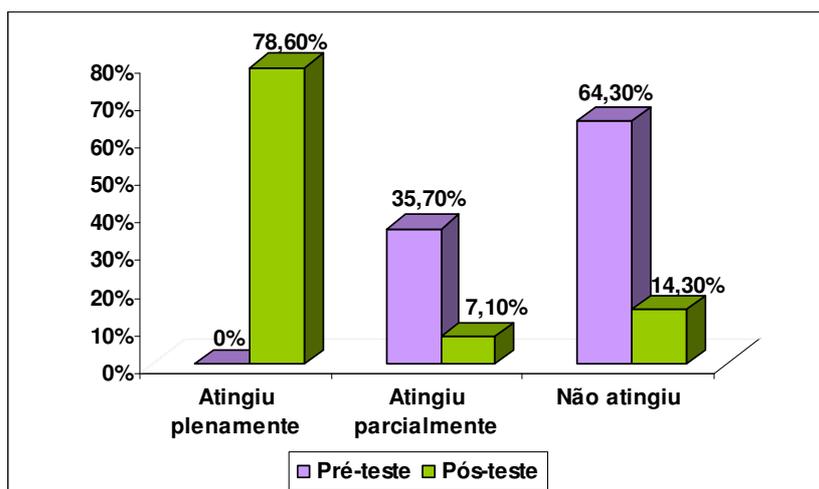


Gráfico 3 – Questão 7 A (determinação da área)

Quanto ao procedimento utilizado, no pré-teste, foi possível verificar que 35,7% dos alunos quadriculou o mapa com quadrados de 1,5 cm de lado, contou os quadrados e fez regra de três comparando com a área de um quadrado com as medidas da escala; 7,1% quadriculou o mapa com quadrados de 0,5 cm de lado, contou os quadrados e fez regra de três comparando com a área de um quadrado com as medidas da escala; 28,6% quadriculou o mapa com quadrados de 1 cm de lado, contou os quadrados e fez regra de três comparando com a área de um quadrado com as medidas da escala; e, 28,6% quadriculou o mapa com quadrados de 1 cm de lado, contou os quadrados e fez regra de três comparando com a medida do lado da escala.

Esta tarefa nos mostra que o grupo de alunos apresentou dificuldade em transformar medidas e efetuar regra de três.

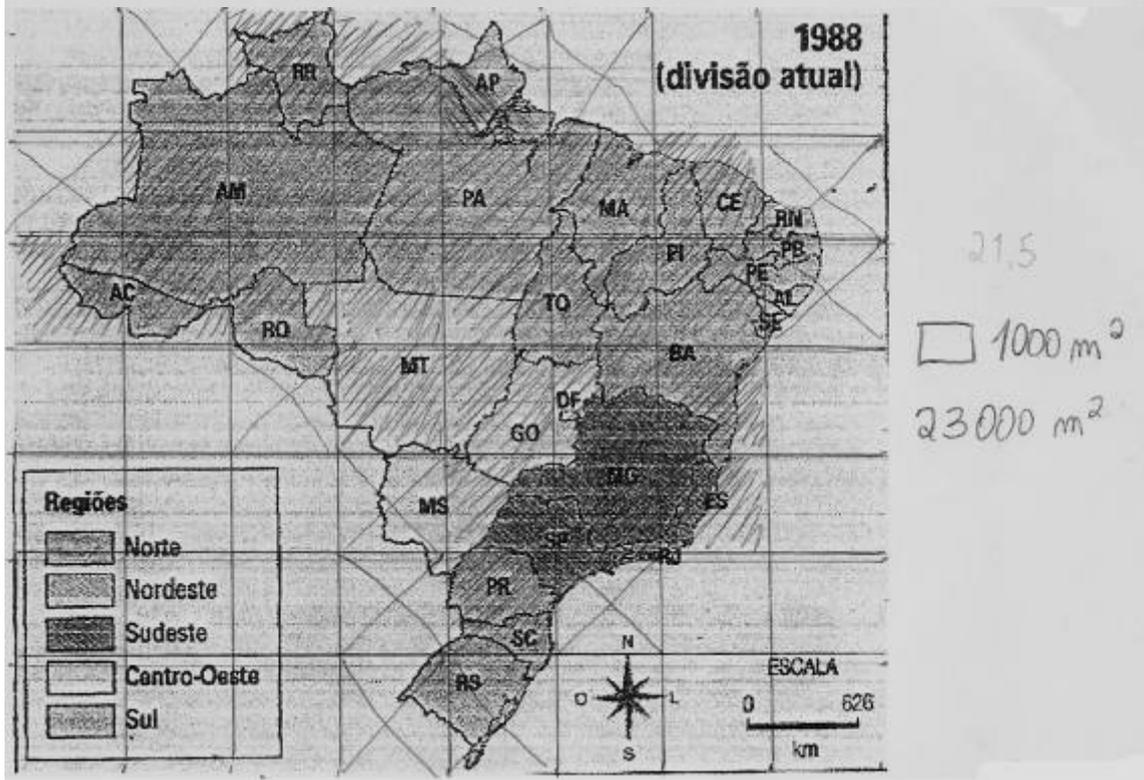
A mesma situação, analisada no pós-teste, revela que, 78,6% dos alunos foram precisos na determinação da área do mapa e, 21,4% destes alunos, não obtiveram sucesso. Quanto ao procedimento utilizado, todos aplicaram a técnica da pesagem ou do planímetro; no entanto, os três alunos que não encontraram o resultado exato, desenvolveram de forma incorreta a regra de três.

A seguir, podemos verificar o desenvolvimento da questão 7A, pelos alunos, comparando pré e pós-testes.

- Aluno T. K.

Pré-teste:

7) a) Determine a área do Brasil, em km^2 , utilizando a escala que consta no mapa, explicando detalhadamente o procedimento que você utilizou para encontrar o resultado.



Pós-teste:

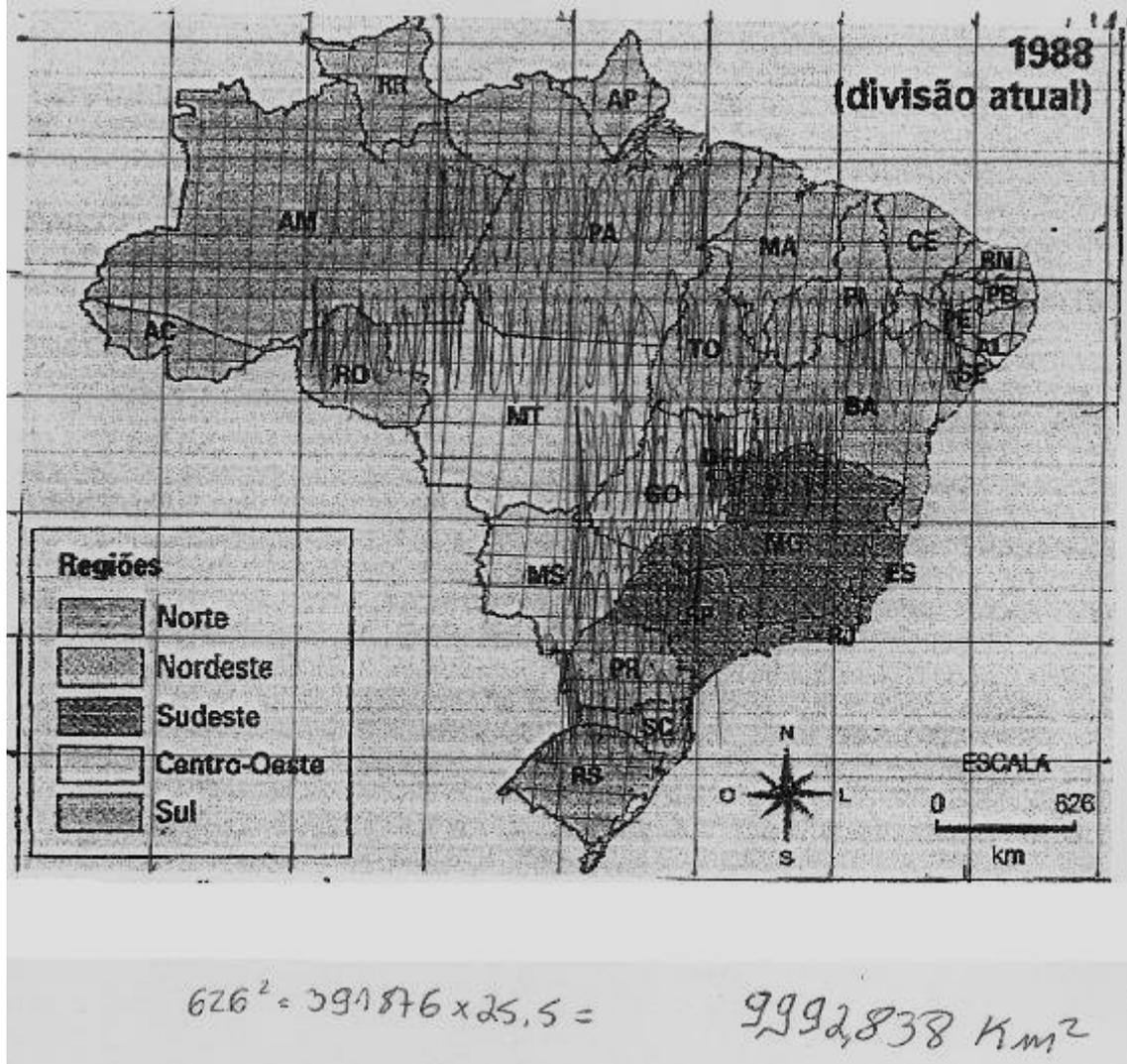
7) a) Determine a área do Brasil, em km^2 , utilizando a escala que consta no mapa, explicando detalhadamente o procedimento que você utilizou para encontrar o resultado.



- Aluno B. P. H.

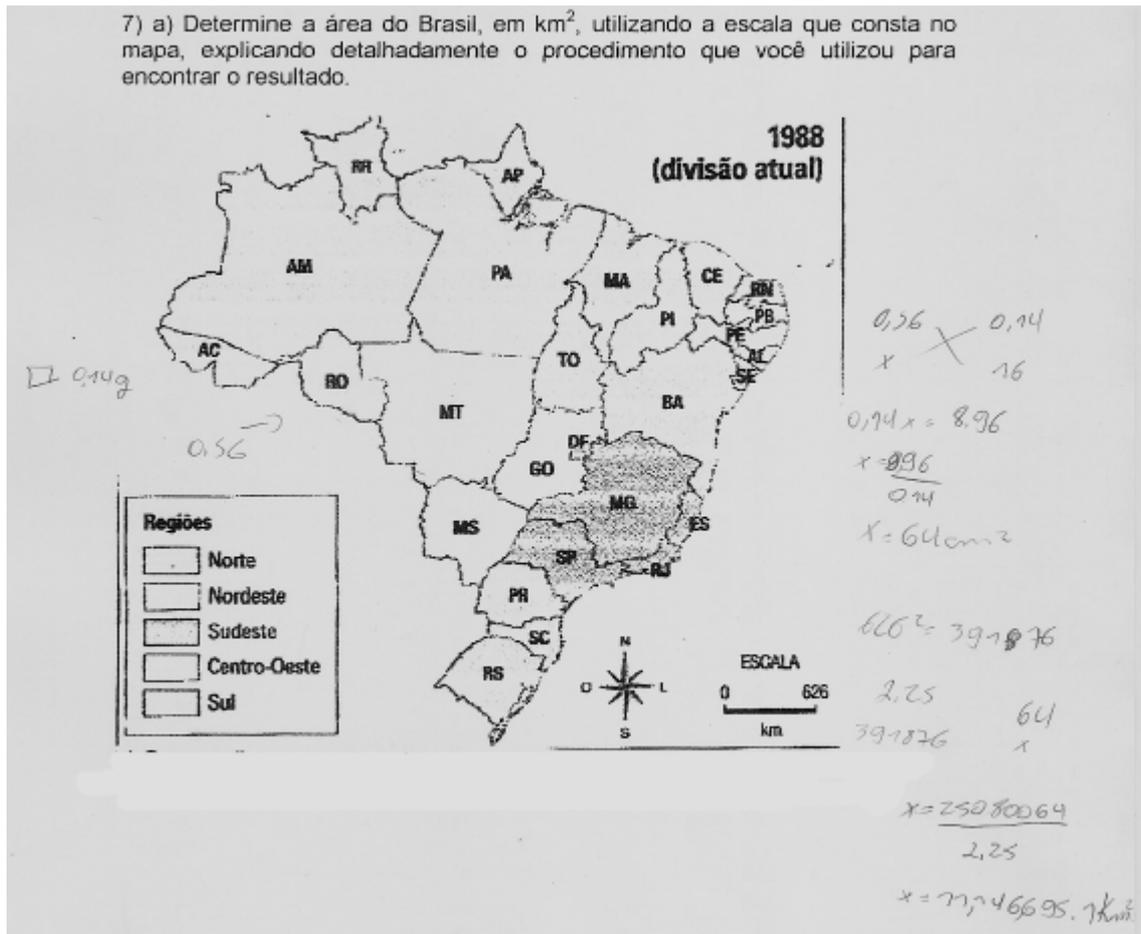
Pré-teste:

7) a) Determine a área do Brasil, em km^2 , utilizando a escala que consta no mapa, explicando detalhadamente o procedimento que você utilizou para encontrar o resultado.



Pós-teste:

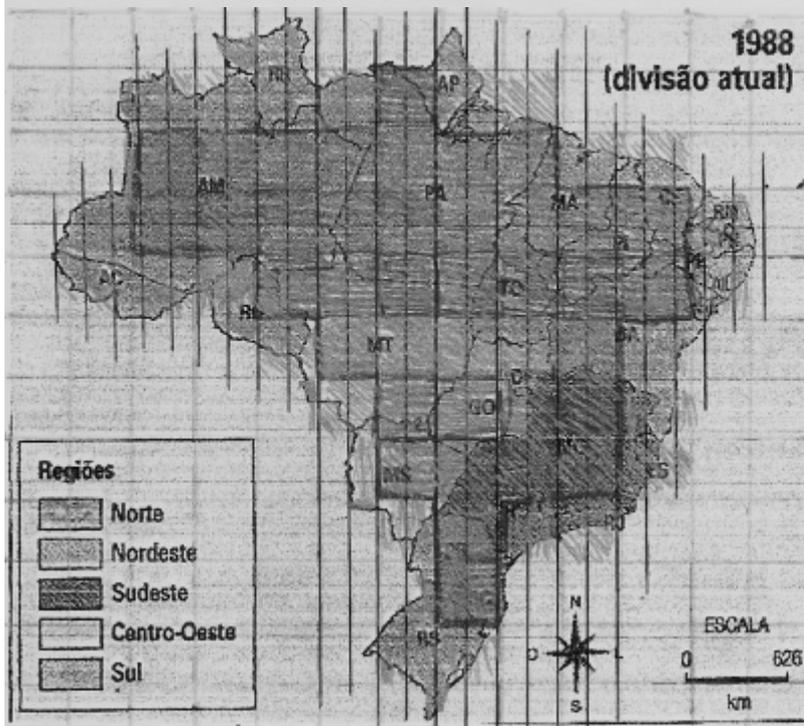
7) a) Determine a área do Brasil, em km^2 , utilizando a escala que consta no mapa, explicando detalhadamente o procedimento que você utilizou para encontrar o resultado.



- Aluno S. H.

Pré-teste:

7) a) Determine a área do Brasil, em km^2 , utilizando a escala que consta no mapa, explicando detalhadamente o procedimento que você utilizou para encontrar o resultado.



59 km^2

$$\begin{array}{r} 626 \\ \times 626 \\ \hline 391876 \end{array}$$

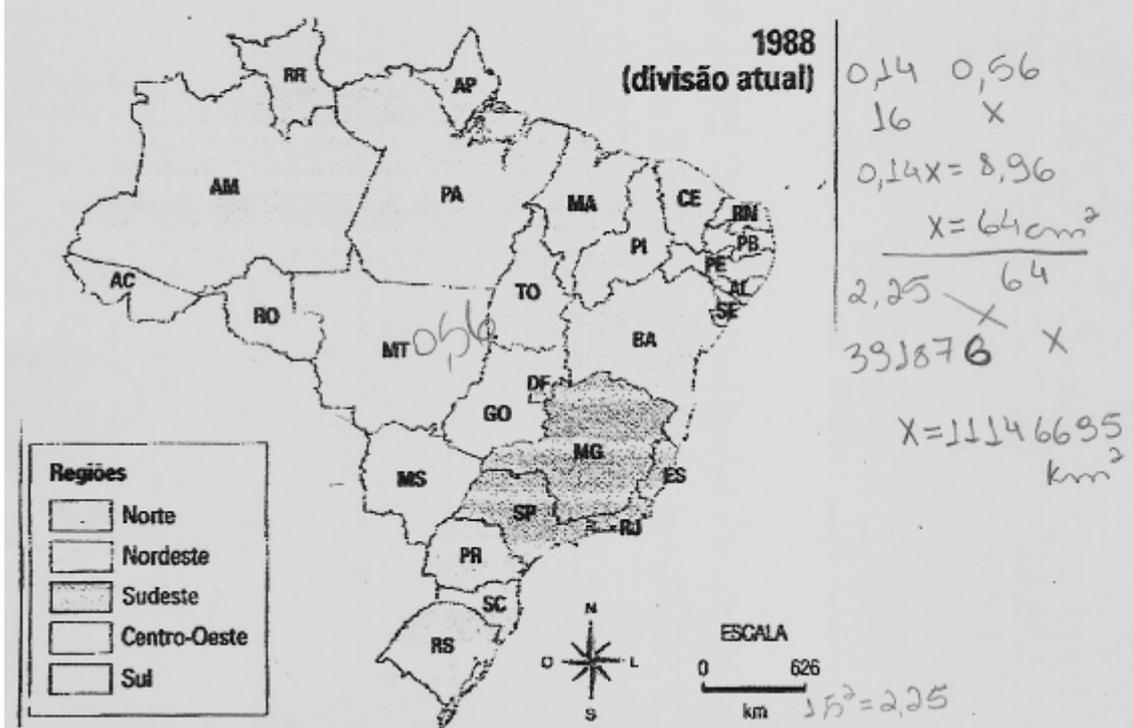
$$\begin{array}{r} 1 \times 391876 \\ 59 \times X \end{array}$$

$$1x = 23120802$$

$$x = 23120802 \text{ km}^2$$

Pós-teste:

7) a) Determine a área do Brasil, em km^2 , utilizando a escala que consta no mapa, explicando detalhadamente o procedimento que você utilizou para encontrar o resultado.



Nesta questão, observamos que a estrutura cognitiva dos alunos foi influenciada tanto substantivamente quanto programaticamente.

Dessa forma, a nova informação apresentou significado para os alunos, sendo relacionada com conteúdos adquiridos anteriormente de forma a ser modificado e reconstruído na sua estrutura cognitiva, através do processo de assimilação.

Ainda na questão 7, no pré-teste, todos os alunos afirmaram não ser possível determinar a área exata do mapa com o procedimento que haviam adotado; enquanto, no pós-teste, a resposta afirmativa foi de 78,6% dos alunos. Também, no pré-teste, os alunos foram unânimes em dizer que não conheciam outro procedimento, além do que haviam utilizado, para determinar área; porém, no pós-teste, a totalidade dos alunos apontou a técnica da pesagem e a do planímetro como procedimentos para determinação de área.

De maneira geral, observou-se que o desenvolvimento da técnica da pesagem e o uso do planímetro como recurso didático para determinação de áreas de figuras planas, provocou acentuada diferença no desempenho do grupo de alunos, possibilitando a (re)construção de seus conceitos.

4.3 Análise do Desenvolvimento da Seqüência Didática

Para o desenvolvimento do presente estudo, elaboramos e propomos uma seqüência didática constituída de atividades que objetivou ativar os conceitos subsunçores do grupo de alunos, bem como servir de organizador prévio para os novos conceitos a serem formulados.

As análises dessas atividades foram realizadas a partir do registro das observações feitas pela pesquisadora.

A primeira atividade proposta foi uma pesquisa sobre a História da Geometria, com finalidade de promover um posterior debate sobre o assunto.

Durante o debate observamos que o grupo de alunos possuía pouco conhecimento sobre a História da Geometria, ficando praticamente restrito ao fato de sua origem estar relacionada à necessidade de medir as terras dos agricultores para a cobrança de impostos.

A respeito da História da Geometria, um aluno comenta:

“Conhecendo a História da Geometria é possível perceber que ela está relacionada a muitos fatos que ocorrem no nosso dia-a-dia.” (B. P.)

“Tendo conhecimento sobre a História da Geometria, podemos compreender a importância de estudá-la.” (T. K.)

A cada fato novo que surgia, o grupo se mostrava mais interessado, nos possibilitando considerar a atividade muito proveitosa.

Posteriormente, desenvolvemos uma atividade com dobraduras para que fossem deduzidas as fórmulas de áreas de figuras planas regulares, a partir da área do retângulo.

Essa atividade causou surpresa em alguns alunos que, somente conheciam as fórmulas, mas não sabiam como chegar até elas. Foi possível, então, observar que, mesmo se tratando de adolescentes, o uso de atividades práticas lhes são muito prazerosas.

O depoimento de um aluno ilustra esta afirmação:

“Com atividades práticas, talvez a Matemática seja mais interessante.” (W. R. M.)

Em seguida, propusemos uma seqüência de atividades sobre determinação de área de figuras planas regulares (Anexo 3), as quais foram solucionadas com êxito, pelo grupo de alunos.

Também solicitamos ao grupo de alunos que resolvessem alguns problemas sobre transformação de unidades de área (Anexo 4), sendo que nessa atividade, alguns alunos apresentaram certa dificuldade ao solucioná-las. Contudo, com a ajuda da pesquisadora e dos próprios colegas, as dúvidas foram sanadas.

Com base no primeiro instrumento aplicado (Anexo 1), verificamos que o grupo não possuía conhecimento sobre o cálculo de área de figuras planas irregulares. Sendo assim, fizemos uma demonstração sobre como encontrar um valor aproximado da área dessas figuras, quadriculando-as, contando os quadradinhos e fazendo a média aritmética (Anexo 5).

A seguir, propomos uma série de atividades com figuras irregulares (Anexo 6), para que os alunos determinassem sua área aproximada.

Apesar de terem realizado a atividade de forma satisfatória, o grupo de alunos não demonstrou muita satisfação, alegando que o procedimento é pouco motivador e não apresenta total eficácia nos resultados.

A próxima atividade desenvolvida foi a apresentação do planímetro. Primeiramente, a pesquisadora realizou a determinação da área de um mapa, para mostrar aos alunos como deveria se proceder a medição.

Os alunos demonstraram-se encantados com o instrumento e mal podiam esperar a sua vez de manuseá-lo.

Enfatizando o encantamento dos alunos, citamos seus comentários:

“Sempre tive interesse em saber como os topógrafos realizam as medições de terras.” (E. R.)

Para tanto, os alunos, em duplas, receberam um mapa com escala (Anexo 7) e utilizaram o planímetro para determinar sua área.

As Figuras 11 e 12 apresentam atividades desenvolvidas em aula durante a utilização do planímetro.



Figura 11 - Alunos manuseando o planímetro



Figura 12 – Alunos manuseando o planímetro

Ao final da atividade, os alunos disseram estar encantados com a utilização do planímetro, bem como, satisfeitos em saber como os topógrafos e engenheiros agrícolas determinam as medidas de áreas de terra.

Os alunos comentam:

“Manusear o planímetro é desafiador.” (J. H. S. W.)

“Sempre tive interesse em saber como os topógrafos realizam as medições de terras.” (E. R.)

Dando continuidade, na atividade seguinte, apresentamos ao grupo de alunos a técnica da pesagem, sendo que, também foi explicado que essa técnica já havia sido testada com outros tipos de papéis (SCARTAZZINI e

MUSSATO, 2005), não apresentando resultados tão precisos como o papel vegetal.

A seguir, de posse dos mesmos mapas utilizados na atividade anterior (Anexo 7), os alunos os reproduziram em papel vegetal e determinaram suas áreas através da técnica da pesagem.

A Figura 13 apresenta a atividade de pesagem, realizada pelos alunos.



Figura 13 – Alunos aplicando a técnica da pesagem

O grupo de alunos ficou impressionado pela relação feita entre área e massa, considerando que essa técnica, além de prática, era muito interessante.

O interesse do grupo pode ser observado através dos comentários dos alunos:

“Não imaginei que pudesse medir a área de uma figura, relacionando-a com sua massa.” (F. A. S.)

Tendo em vista que as duas práticas foram desenvolvidas em momentos distintos e que, portanto, os alunos não fizeram uma comparação dos valores encontrados através de cada uma delas, para esta atividade solicitamos que o grupo trouxesse de casa cartas geográficas, mapas de terras rurais ou terrenos urbanos, com suas devidas escalas.

Com esses materiais, propusemos ao grupo de alunos que determinassem suas áreas utilizando tanto a técnica da pesagem, como o planímetro.

Nessa atividade, os alunos encontraram o mesmo resultado para a área da superfície que estavam calculando, com ambas as técnicas, sendo possível verificar que uma comprovava o resultado da outra.

Dessa forma, disseram estar satisfeitos com as técnicas propostas, uma vez que puderam adquirir novos conceitos de forma significativa, relacionando com situações do seu dia-a-dia.

“É muito bom saber onde aplicar os conhecimentos adquiridos na escola.” (A. C. K.)

“Com essas técnicas (pesagem e planimetria) me considero capaz de calcular qualquer área de forma exata.” (T. K.)

4. 4 Análise da Aceitação do Grupo de Alunos quanto ao Desenvolvimento das Técnicas de Pesagem e Planimetria para o Cálculo de área de Figuras Planas

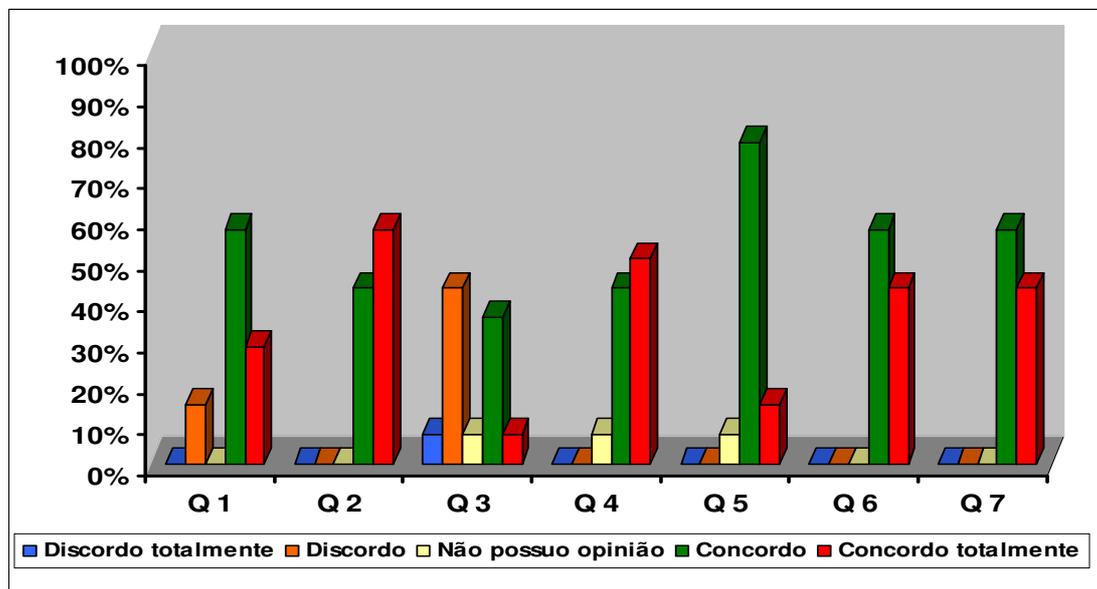
O último instrumento aplicado, que investigava a aceitação do grupo de alunos quanto ao desenvolvimento das técnicas de pesagem e planimetria para determinação de áreas, possibilitou avaliar o grau de concordância dos alunos com a utilização destas técnicas para determinação de área de figuras planas como recurso metodológico.

A análise dos dados nos permite concluir que 87,73% dos alunos concordaram ou concordaram plenamente que:

- ✓ o desenvolvimento da técnica da pesagem e o uso do planímetro contribuíram para que o estudo da Geometria lhes despertasse maior interesse;
- ✓ aulas práticas contribuem para uma aprendizagem mais eficiente;
- ✓ a forma como os conteúdos são transmitidos para o aluno influencia na aprendizagem;
- ✓ o uso da pesagem e do planímetro para o cálculo de área de figuras planas pode ser útil em situações do dia-a-dia;
- ✓ sentem-se aptos a calcular uma área de terra através da técnica da pesagem ou do planímetro;
- ✓ a técnica da pesagem e o uso do planímetro para determinação de área, contribui para uma aprendizagem significativa.

O Gráfico 4 nos mostra o resultado detalhado do instrumento aplicado.

Gráfico 4 - Resultado do instrumento para verificar o conceito dos alunos quanto ao desenvolvimento das técnicas de pesagem e planimetria.



Alguns depoimentos do grupo de alunos em relação ao desenvolvimento da técnica da pesagem e o uso do planímetro estão descritos a seguir:

“Isso é muito útil na região onde moro. As pessoas compram e vendem terra, mas nunca sabem suas medidas exatas.” (J. J. P.)

“A Matemática seria muito mais interessante e divertida se fosse sempre aprendida relacionada com situações práticas.” (S.H.)

“É muito bom saber onde aplicar os conhecimentos adquiridos na escola.” (A. C. K.)

Com base nesse instrumento, podemos concluir que o desenvolvimento da técnica da pesagem e o uso do planímetro tiveram uma boa aceitação pelos alunos.

5 CONCLUSÃO

Esta pesquisa foi desencadeada a partir da constatação das dificuldades apresentadas pelos alunos em compreender os conceitos e os processos para determinação de área de figuras planas, bem como o fato de que a maioria dos alunos não tem a mínima noção sobre como determinar a medida de uma área irregular.

Pelo próprio depoimento do grupo de alunos, é possível observar que, muitas vezes a Geometria é trabalhada de forma abstrata e teórica, seguindo seqüências disponíveis nos livros didáticos, sem que o aluno relacione os conceitos aprendidos com fatos que vivencia no seu contexto social. Este fato nos remete à triste realidade de ver a Matemática ser considerada complicada e sem sentido, provocando pavor nos aprendizes.

No decorrer da pesquisa verificamos que os conceitos subsunçores dos alunos são muito limitados e, o que dominam, na verdade, é simplesmente a aplicação de fórmulas prontas, sem compreender o processo.

Existe a necessidade de procurar novas técnicas, recursos materiais de todo o tipo, destinados a atrair o aluno para ao aprendizado da Matemática, os quais poderão atuar como aceleradores no processo natural de aprendizagem, aumentando sua qualidade.

A elaboração de uma seqüência didática deve ser baseada em processos que tenham significado para o aluno e em estratégias que sejam mais efetivas para uma aprendizagem significativa. Sendo assim, a seqüência didática utilizada, permitiu resgatar conceitos subsunçores dos alunos, reconstruir e aprimorar seus conceitos, através de metodologias e procedimentos que relacionassem as novas informações sobre área de figuras planas, com situações do cotidiano.

Pretendendo qualificar ou modificar as atitudes de seus alunos, em relação à matemática, o professor deve levar em conta vários fatores, como por exemplo: um certo aluno que apresente atitude positiva em relação à Matemática, num determinado momento, poderá apresentar tendência à atitude negativa, em outro momento. Para que os alunos sejam receptivos à disciplina e apresentem um bom desempenho, as características do professor, os materiais e métodos que utiliza e a forma como conduz seus alunos à transformação e produção do conhecimento, são de suma importância.

Relacionando o trabalho desenvolvido com aspectos relevantes da Teoria da Aprendizagem Significativa, de David Ausubel, verificamos que novos conceitos foram assimilados ou reconstruídos na estrutura cognitiva dos alunos, através do resgate dos conceitos que já possuíam (subsunçores), da organização dos aspectos relevantes e da forma de abordagem de novos conceitos, possibilitando que o aluno se mostrasse disposto a aprender, através de situações que vivencia no seu dia-a-dia, dando significado para a aprendizagem.

Ao analisar os resultados do pré-teste, comparados com o pós-teste, podemos verificar uma mudança significativa no desempenho dos alunos, após o desenvolvimento das técnicas de pesagem e planimetria, o que nos fez concluir que houve (re)construção dos conceitos do grupo de alunos em relação à aprendizagem da Geometria Plana. Também observamos a importância de relacionar os conhecimentos adquiridos com seu uso, na prática do dia-a-dia, bem como, o relato dos alunos nos permite concluir que tiveram grande satisfação em realizar as atividades propostas, considerando a aceitação pelo desenvolvimento das técnicas muito positiva.

Sugere-se que esta prática seja desenvolvida, também, com alunos do Ensino Fundamental, uma vez que a base da Geometria Plana é trabalhada nesta fase, procurando possibilitar aos alunos que, desde os primeiros anos de escolaridade, possam desenvolver atitudes positivas em relação à Matemática, aprendendo-a de forma contextualizada com seu dia-a-dia.

Também recomenda-se a utilização de instrumentos didáticos e metodologias diversificadas, bem como a organização de seqüências didáticas elaboradas de forma a dar significado para a aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, J. A. A.; NACARATO, A. M.: *Atuais tendências didático-pedagógicas no ensino de Geometria: um olhar sobre os anais dos ENEMs*; VIII Encontro Nacional de Educação Matemática; 2004. Recife: BR. Disponível em <http://www.lapig.iesa.ufg.br/siadgoias/tutoriais/escala%20-%20cursos%20lapig-pad.pdf> Acesso em março de 2007.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D. e HANESIAN, H. *Psicologia educacional*. Tradução de Eva Nick. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

BOYER, Carl B. *História da matemática*. 2. ed. São Paulo : E. Blücher, 1996.

CHAGAS, Elza M. P. F. O que está sendo ensinado em nossas escolas é, de fato, Matemática? **Revista Iberoamericana de Educação Matemática**, v. 36, p. 1-5, 2005.

FIORENTINI, D. **Alguns modos de Ver e Conceber o Ensino da Matemática no Brasil**: In Revista Zetetiké 4 (3), p. 1-37.

HOGBEN, Lancelot. **Maravilhas da Matemática**. Tradução de Paulo Moreira da Silva, Edição da Livraria do Globo, Rio de Janeiro, Porto Alegre, São Paulo, 1946.

LEVANDOSKI, Antonio Amílcar. **Ensino e Aprendizagem de Geometria através das Formas e Visualização Espacial**. Florianópolis, SC, 2002, 139 p. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina.

LÜDKE, M., ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986

MEC. *Parâmetros curriculares Nacionais (PCN)*. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

MOREIRA, Marco A.; MASINI, Elcie F. Salzano. *Aprendizagem significativa. A teoria de David Ausubel*. São Paulo: Moraes, 1982.

NOVAK, J. D. **Aprender, criar e utilizar o conhecimento: mapas conceituais como ferramentas de facilitação em escolas e empresas**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2000.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e conseqüências**. In: Revista *Zetétiké*, nº 1, 1993, p. 7-17.

ROCHA, Lúcia P. C. R. **Matemática e Cartografia: como a cartografia pode contribuir no processo de ensino-aprendizagem da matemática?**. Belém, PA, 2004, 130 p. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará.

SCARTAZZINI, L. S., MUSSATO, S. **Avaliação do método de medida de áreas irregulares por pesagem** In: III Congresso Internacional de Ensino de Matemática, 2005, Canoas - RS.

SMOLE, Kátia C. S. Aprendizagem Significativa. **Revista Aprender Online**, v. 1, 2002.

**ANEXO 1 – Análise da Visão dos Alunos sobre seus Conceitos em
Relação à Área de Figuras Planas**

As questões abaixo objetivam avaliar o auto-conceito dos alunos em relação à área de figuras planas. Não é necessário se identificar.

1) Você sabe o significado de figura plana?

sim não

2) Você sabe definir área?

sim não

3) Você gosta de estudar Geometria?

sim não

4) Você já estudou figuras geométricas através de atividades práticas?

sim não

5) Você sabe como calcular, de forma exata, a área de uma figura irregular (ex. mapa)?

sim não

6) Você gostaria de estudar Geometria através de situações que possam ser aplicadas no seu dia-a-dia?

sim não

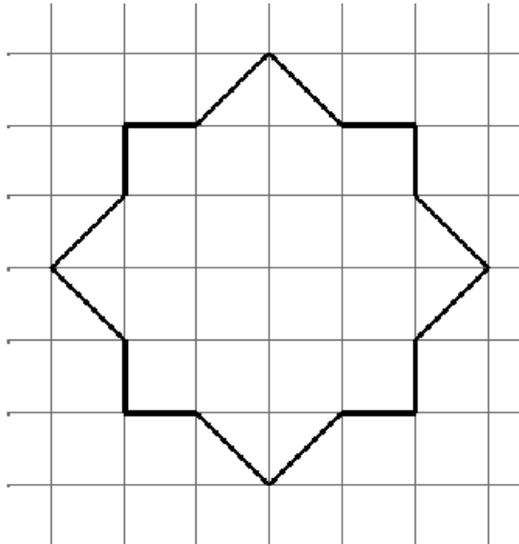
ANEXO 2 - PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

AVALIAÇÃO DE CONHECIMENTOS

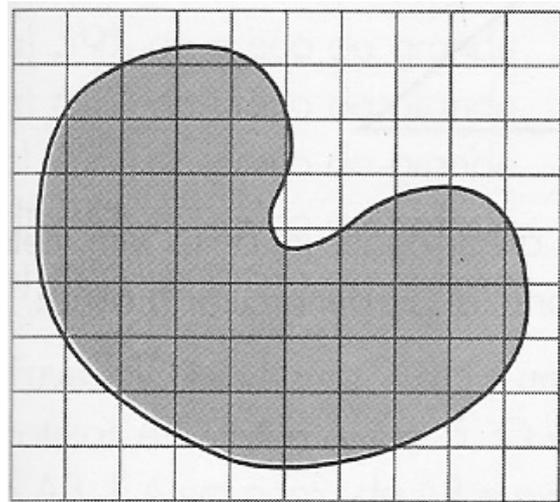
Aluno: _____ **Turma:** _____

- 1) Descreva o que você entende sobre área de uma figura ou objeto.
- 2) Determine a área das figuras abaixo, explicando como você chegou ao resultado:

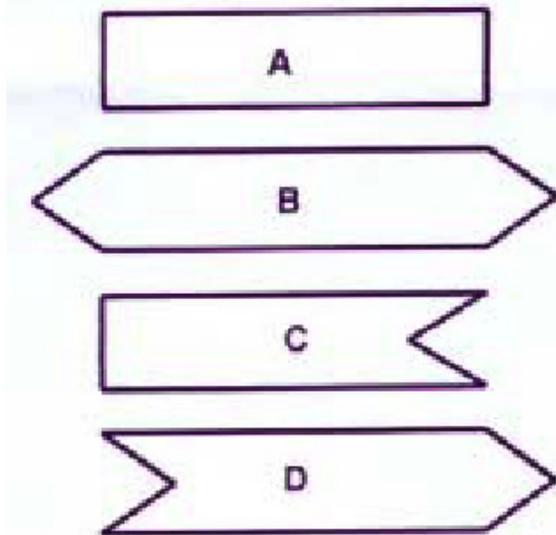
a)



b)

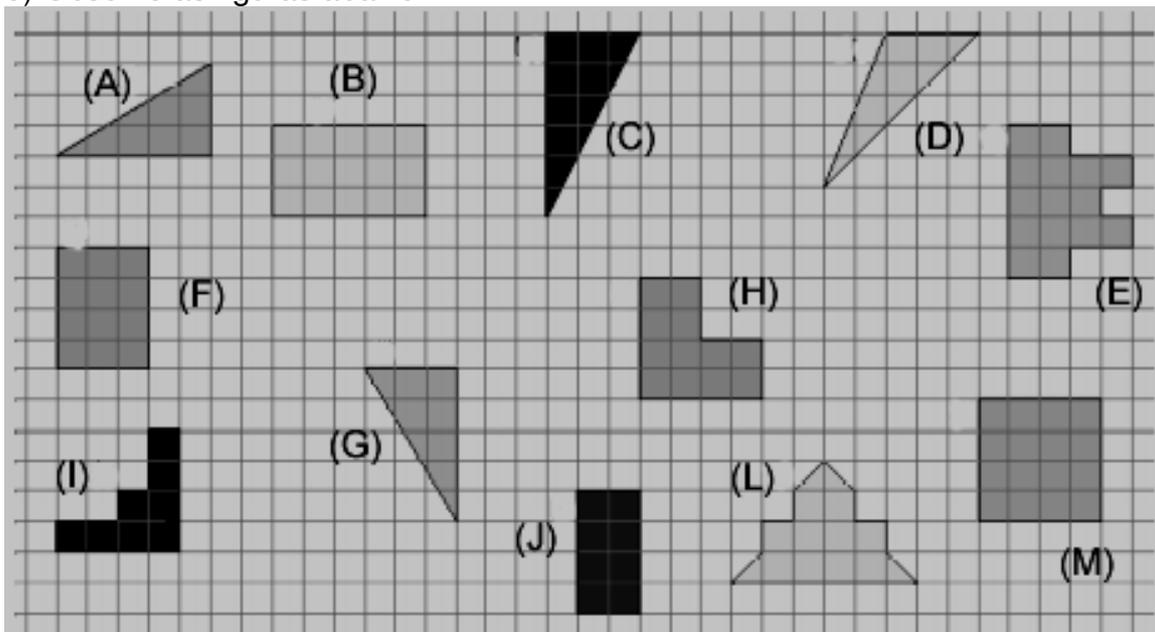


- 3) Observe as quatro figuras abaixo:



- a) Qual destas figuras tem a maior área? E a menor?
- b) Entre elas há figuras que têm a mesma área?
- 4) Desenhe duas figuras diferentes que têm a mesma área. Justifique sua resposta.

5) Observe as figuras abaixo:



a) Identifique aquelas que têm a mesma forma.

b) Identifique as que têm a mesma quantidade de papel.

c) A área depende da forma da figura? Dê um exemplo.

6) Mostre que as figuras 2, 3, 4 e 5 têm a mesma área que a figura 1.

Figura 1

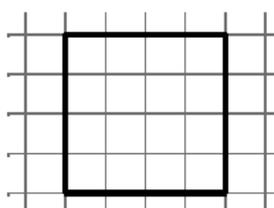


Figura 2

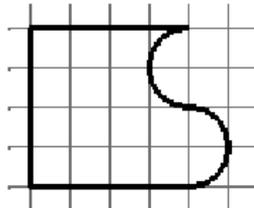


Figura 3

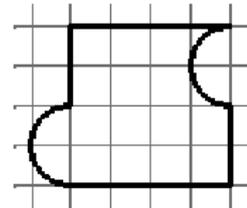


Figura 4

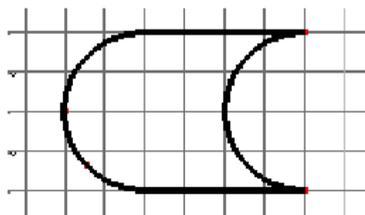
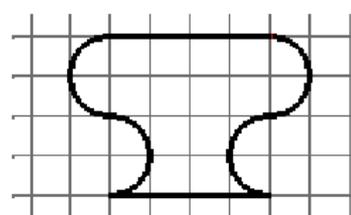
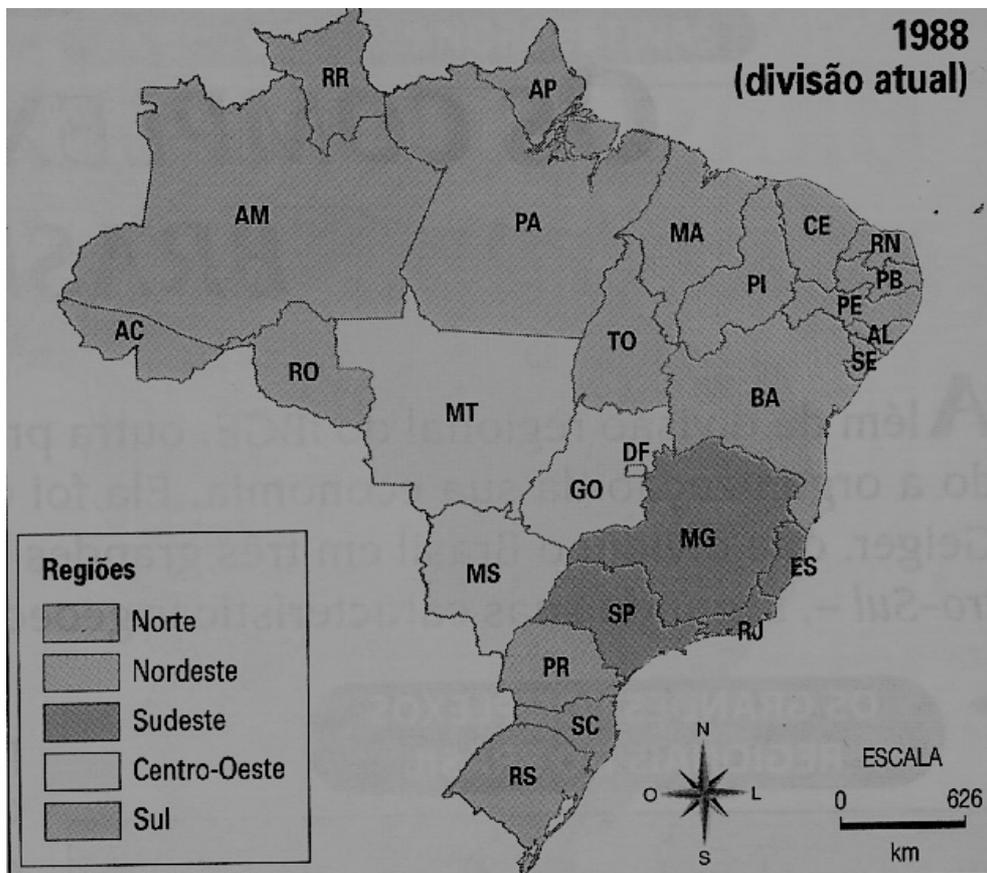


Figura 5



7) a) Determine a área do Brasil, em km^2 , utilizando a escala que consta no mapa, explicando detalhadamente o procedimento que você utilizou para encontrar o resultado.

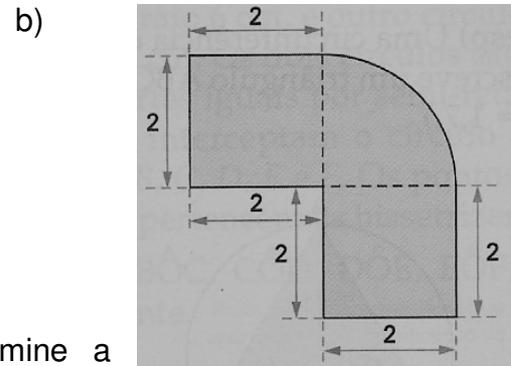
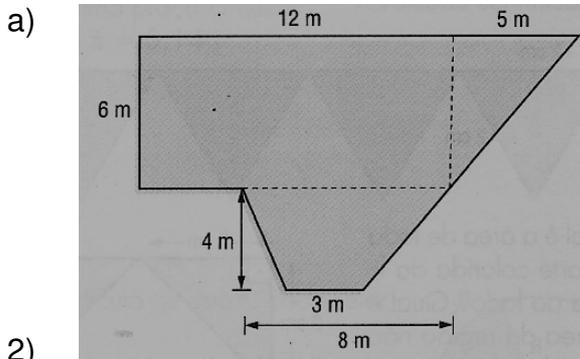


- b) O procedimento que você usou permite determinar a área exata do mapa?
c) Você conhece outro(s) procedimento(s) para determinar área? Qual(is)?

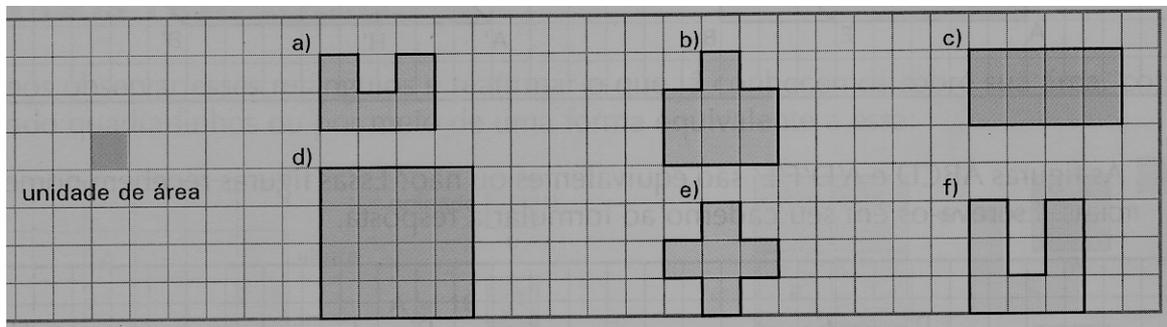
ANEXO 3 – DETERMINAÇÃO DE ÁREAS REGULARES

ATIVIDADES

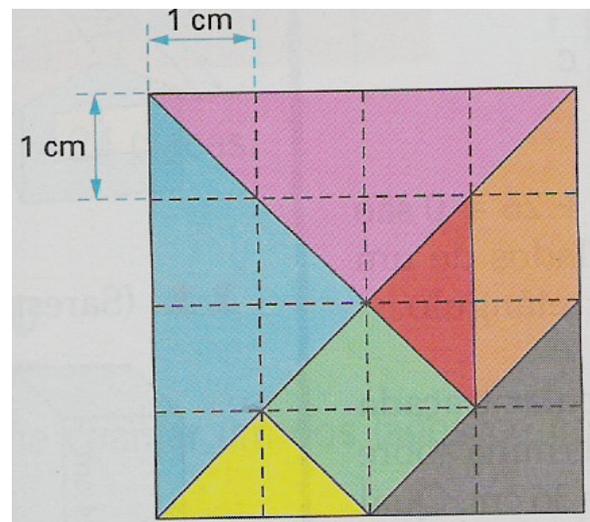
1) Calcule a área das figuras abaixo:



2) Determine a área das figuras e identifique as que possuem a mesma área:



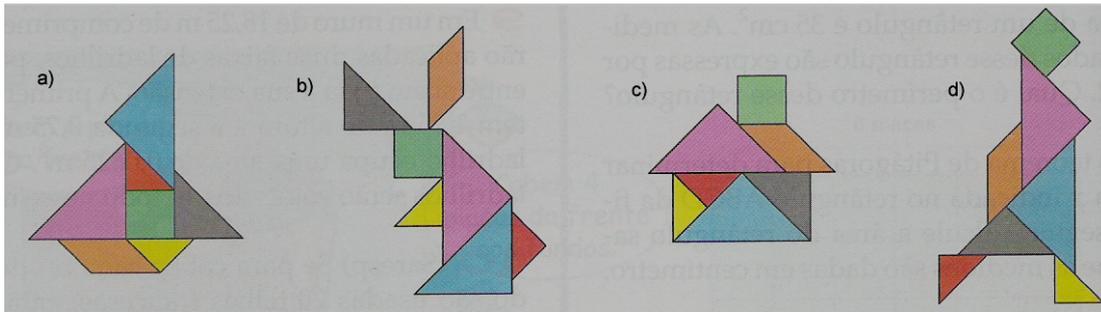
3) O tangram é um conhecido quebra-cabeça chinês. Com as 7 peças que o compõem é possível criar diferentes figuras. Observe o esquema e construa um tangram a partir de um quadriculado com 16 quadrados, cada um com 16 cm de lado.



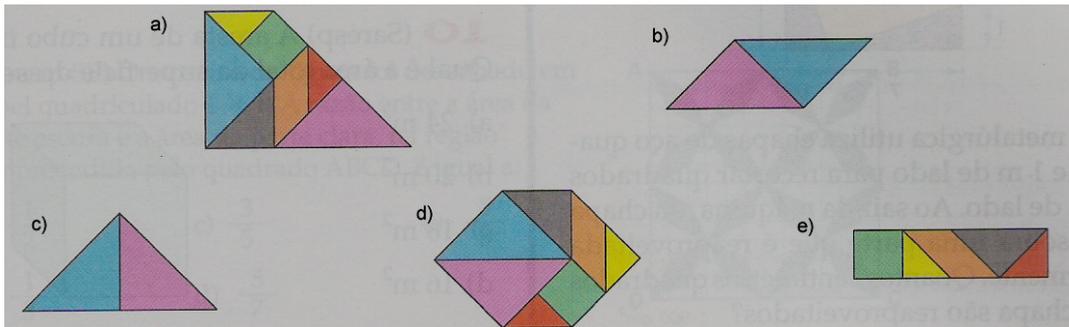
a) No esquema do tangram, cada quadradinho representa 1 cm^2 . Calcule, em cm^2 , a área do:

- Triângulo maior
- Triângulo menor
- Quadrado
- Paralelogramo
- Triângulo médio

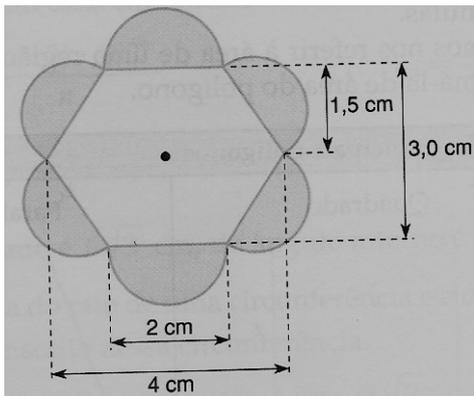
b) Determine, em cm^2 , a área das figuras abaixo:



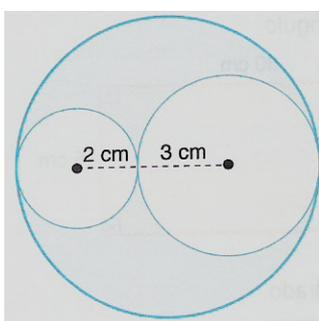
c) Das figuras a seguir, quais têm a mesma área?



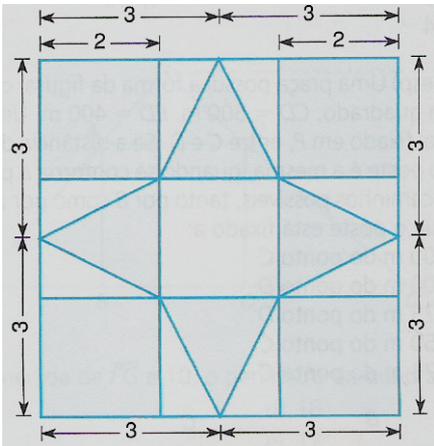
4) Calcule a área da figura a seguir:



5) Calcule a área da parte colorida da figura abaixo:



6) Na figura abaixo, a região sombreada é constituída de quadrados e triângulos, e as medidas estão em cm. Nessas condições, calcule a área da região sombreada.



ANEXO 4 – ATIVIDADES SOBRE REGRA DE TRÊS

ATIVIDADES

- 1) Uma área de terra tem forma retangular, com 4000 m de largura e 6000 metros de comprimento. Calcule sua área em km^2 .

- 2) Amélia deseja ladrilhar sua cozinha retangular de 345 cm por 420 cm com ladrilhos quadrados de 30 cm de lado. Quantos metros quadrados de ladrilhos ele utilizará?

- 3) Você quer fazer 12 pipas em forma de losango, e tem varetas que medem 75 cm e 50 cm. Quantos metros quadrados de papel de seda serão utilizados para fazer as 12 pipas?

- 4) Um terreno tem a forma de um trapézio de bases 35 m e 24 m, com altura 22 m. nesse terreno, foi construída uma piscina retangular de 10,5 m por 6 m. no restante do terreno, colocou-se grama. Qual a área do terreno, em km^2 , que foi plantado grama?

- 5) Para confeccionar uma bola de futebol, um artesão utiliza 12 placas de couro pentagonais e 20 hexagonais, todas com 5 cm de lado. Determine a quantidade de m^2 de couro que serão necessários para confeccionar 120 dessas bolas, sabendo que a área de uma dessas placas pentagonais é aproximadamente 43 cm^2 .

ANEXO 5 - CÁLCULO APROXIMADO DE ÁREAS IRREGULARES

ÁREA APROXIMADA DE FIGURAS IRREGULARES

Você saberia como calcular a área dessa região R?

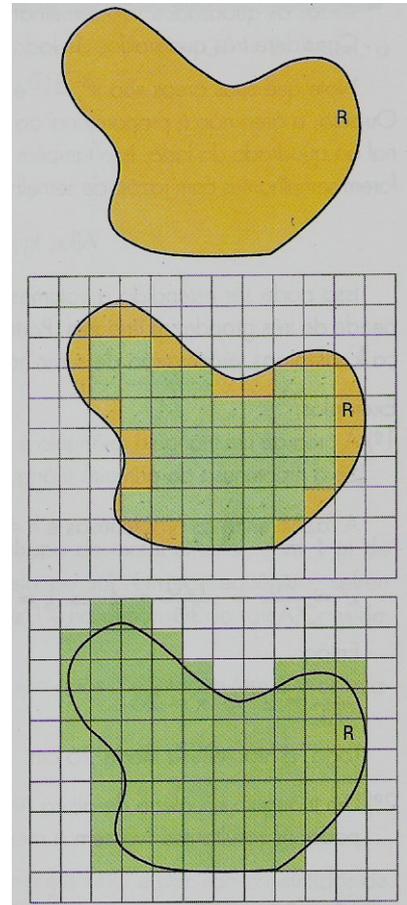
Que método podemos adotar para achar a área de regiões com formas parecidas com estas?

Primeiramente decalcamos esta região em uma malha quadriculada e contamos o maior número possível de regiões quadradas inteiras que cabem dentro dela.

Em seguida, contamos o menor número possível de regiões quadradas inteiras que cobrem R totalmente.

Uma razoável aproximação para esta área é dada pela média aritmética dos dois valores encontrados:

$$\text{Área aproximada} = \frac{36 + 67}{2} = 51,5 \text{ u. a.}$$

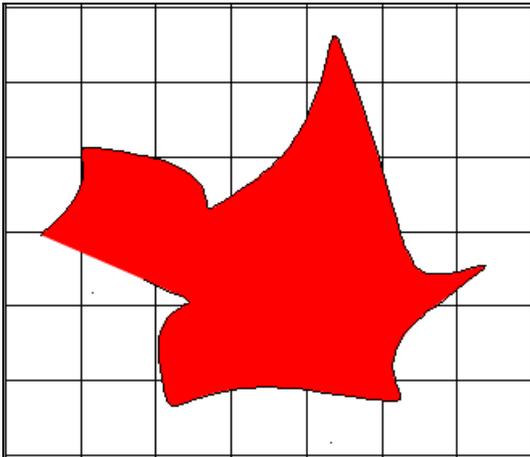


ANEXO 6 – FIGURAS IRREGULARES EM ESCALA

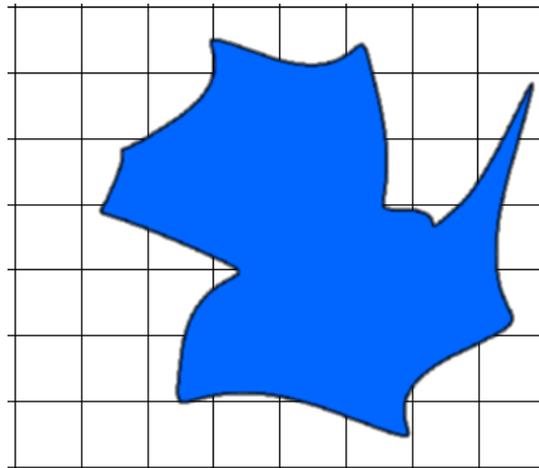
ATIVIDADES

1) Calcule a área aproximada de cada uma das regiões. Use o quadradinho como unidade de área.

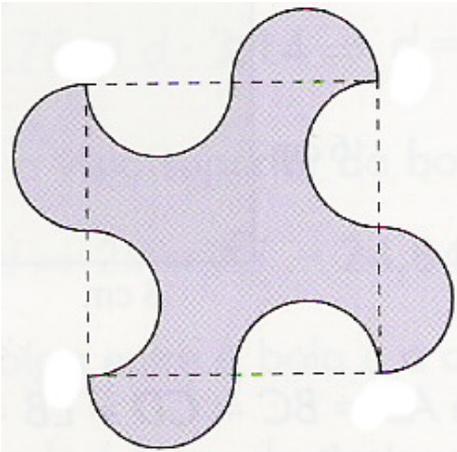
a)



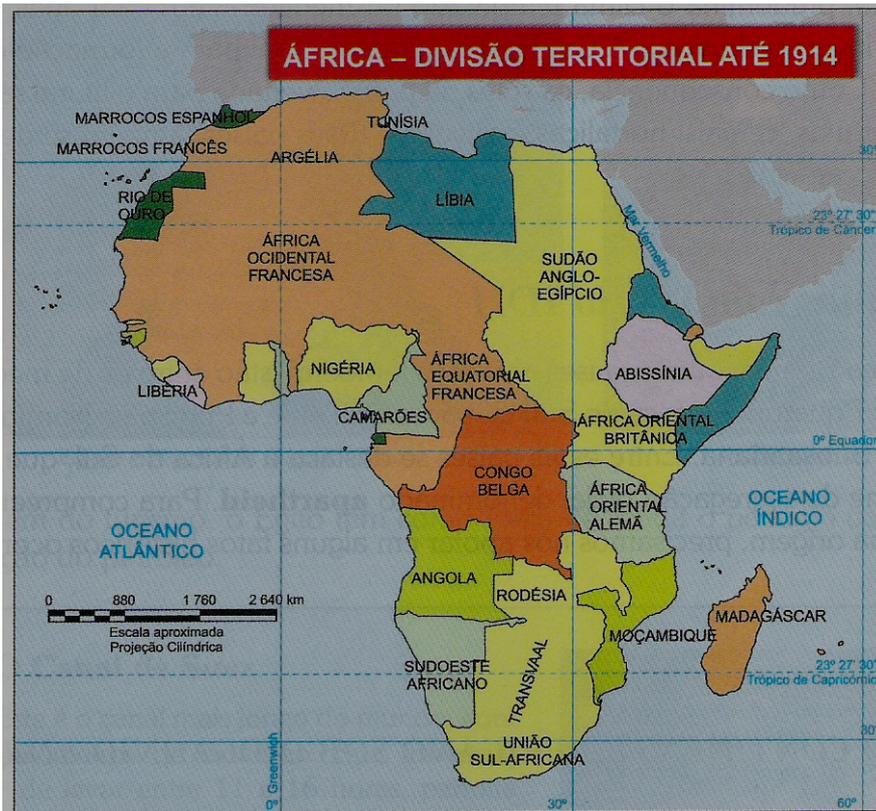
b)



2) Calcule a área da região pintada da figura abaixo:



3) Calcule a área da África, aproximadamente, em km^2 .



**ANEXO 7 – ATIVIDADES PARA DESENVOLVER AS
TÉCNICAS DE PESAGEM E PLANIMETRIA**

ATIVIDADE COM MAPAS

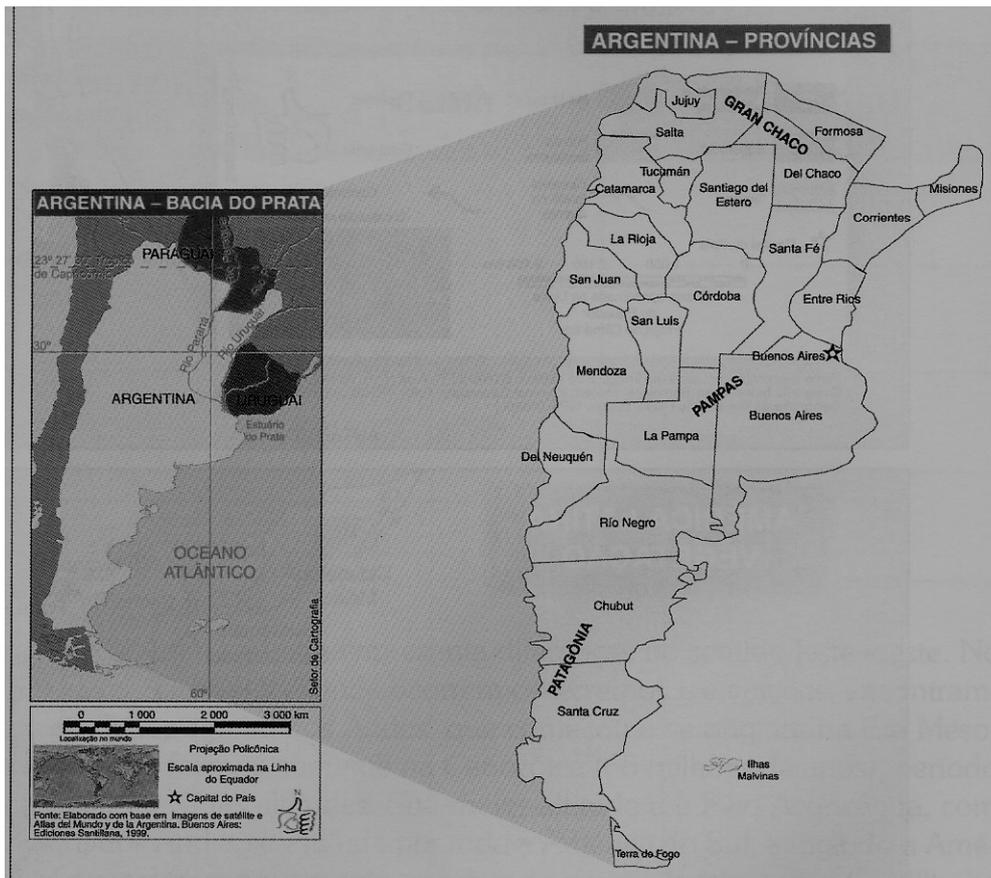
Utilizando a escala apresentada no canto inferior a esquerda, determine a área aproximada do país representado no mapa 1, utilizando o planímetro e a técnica de pesagem

MAPA I



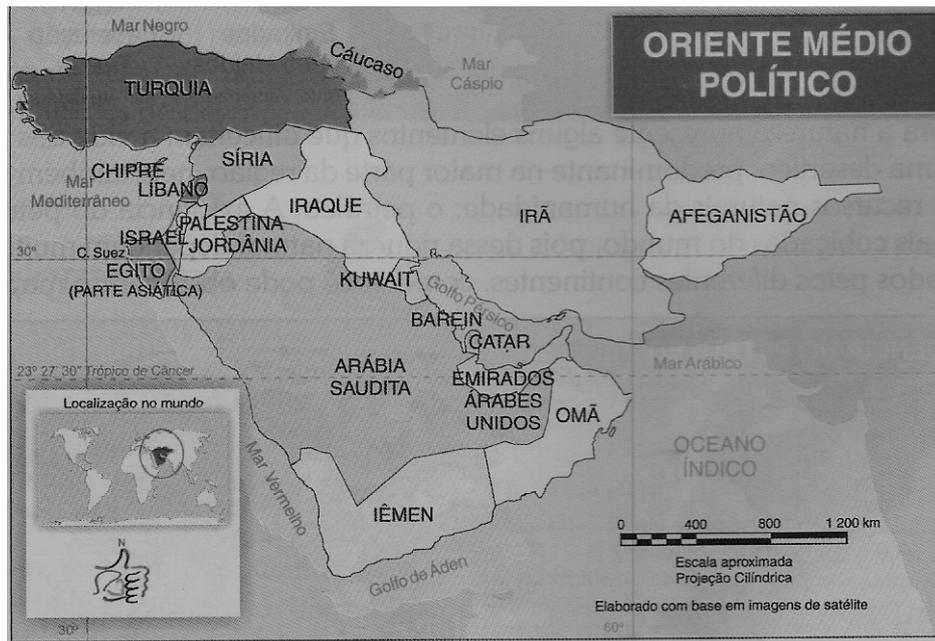
Utilizando a escala apresentada no canto interior a esquerda, determine a área aproximada do país representado no mapa 2, utilizando o planímetro e a técnica de pesagem

MAPA II



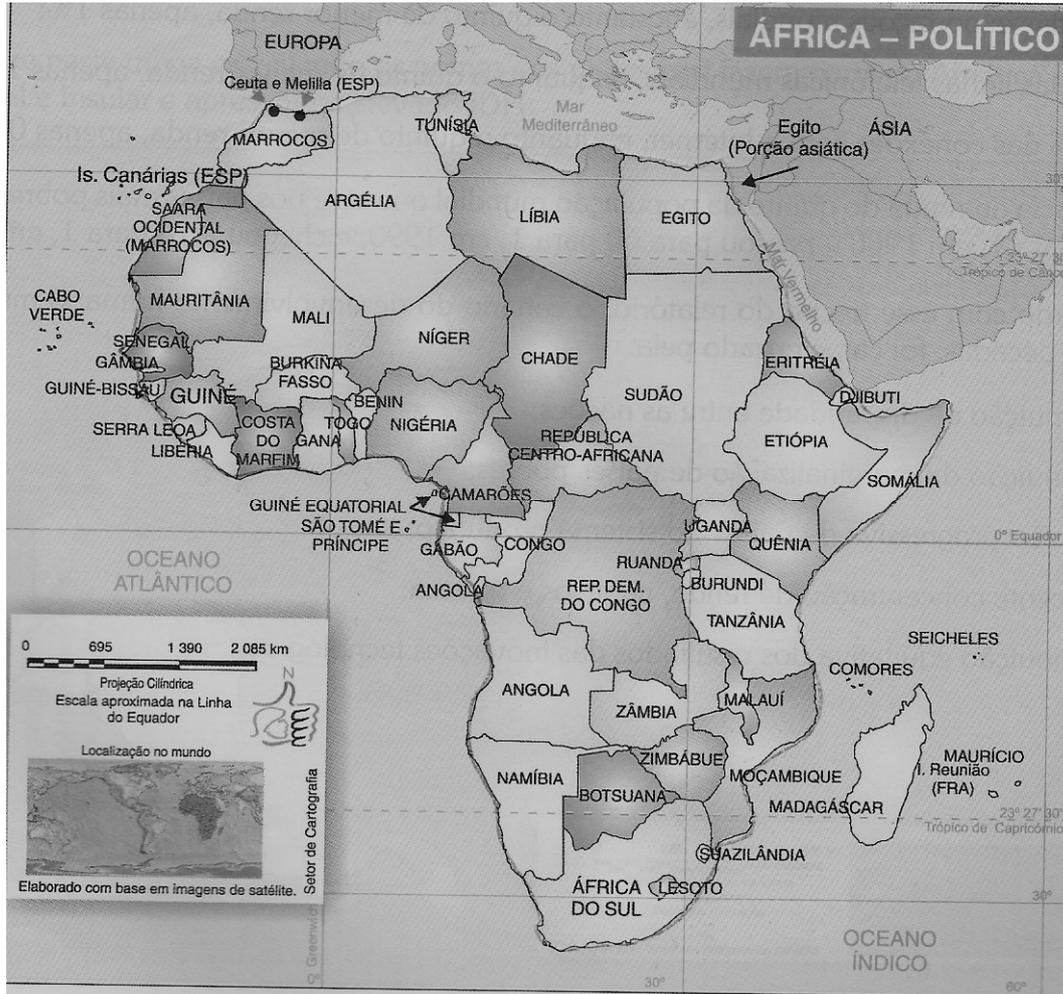
Utilizando a escala apresentada no canto interior a esquerda, determine a área aproximada do país representado no mapa 3, utilizando só a técnica de pesagem

MAPA III



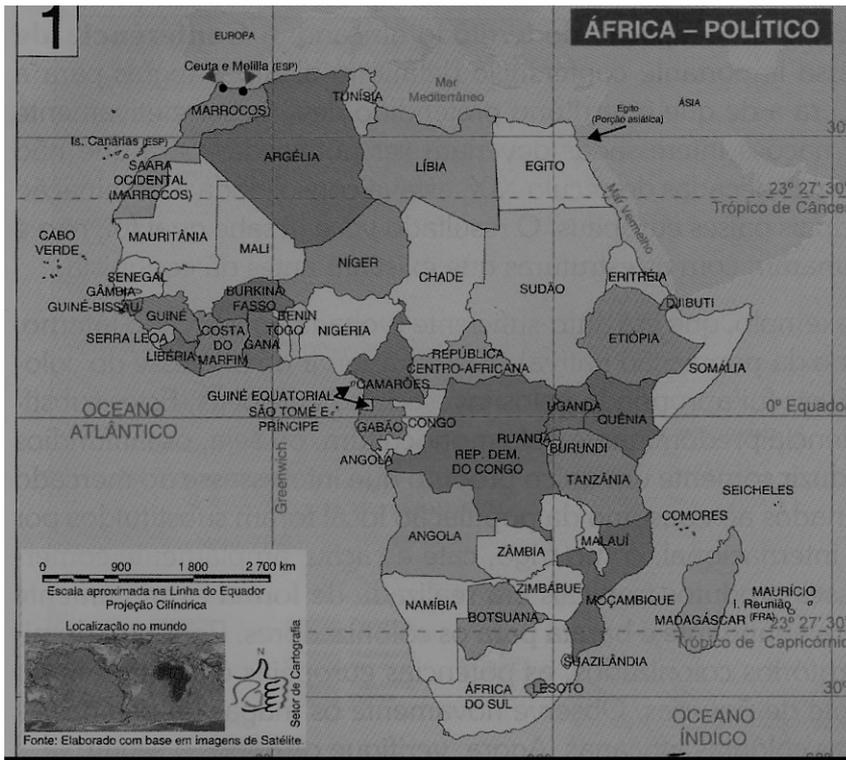
Utilizando a escala apresentada no canto interior a esquerda, determine a área aproximada do país representado no mapa 4, utilizando só a técnica de pesagem

MAPA IV



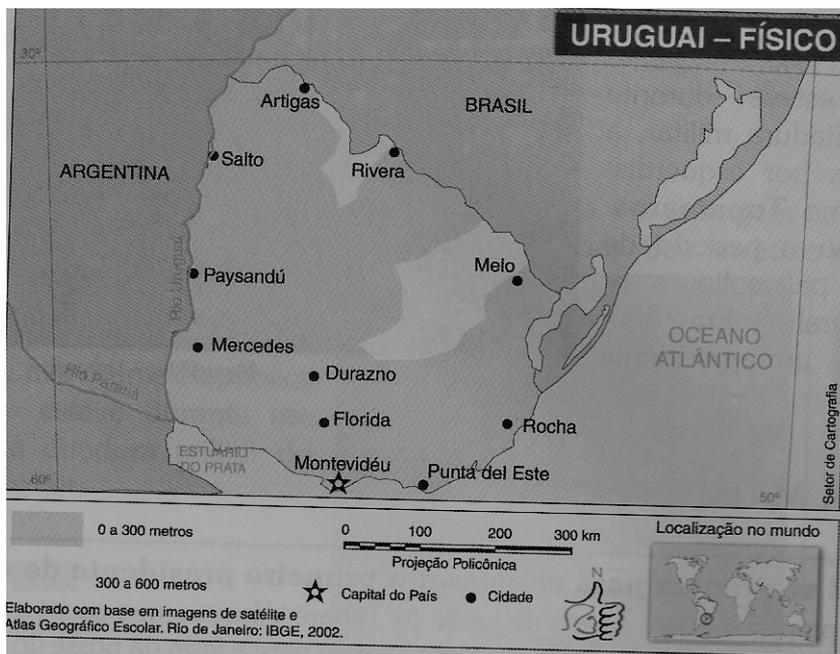
Utilizando a escala apresentada no canto inferior esquerdo, determine a área aproximada do país representado no mapa 5, utilizando só a técnica de pesagem

MAPA V



Utilizando a escala apresentada no canto interior a esquerda, determine a área aproximada do país representado no mapa 6, utilizando só a técnica de pesagem

MAPA VI



**ANEXO 8 – AVALIAÇÃO DA ACEITAÇÃO DO GRUPO DE ALUNOS
QUANTO AO DESENVOLVIMENTO DAS TÉCNICAS DE PESAGEM E
PLANIMETRIA PARA O CÁLCULO DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS**

**AVALIAÇÃO DA ACEITAÇÃO DO GRUPO DE ALUNOS QUANTO AO
DESENVOLVIMENTO DAS TÉCNICAS DE PESAGEM E PLANIMETRIA
PARA O CÁLCULO DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS**

Caríssimo(a) aluno(a)!

Responda o questionário abaixo de forma sincera, para que ele possa servir de avaliação da técnica desenvolvida. Não é necessário identificar-se.

Para responder as questões, marque um X na alternativa que identifica melhor a sua opinião, de acordo com a legenda abaixo:

- (1) DISCORDO TOTALMENTE
- (2) DISCORDO
- (3) NÃO POSSUO OPINIÃO
- (4) CONCORDO
- (5) CONCORDO TOTALMENTE

Se possível, evite utilizar a alternativa (3).

1) O desenvolvimento da técnica da pesagem para cálculo de áreas de figuras planas contribuiu para que o estudo da Geometria despertasse maior interesse em você?

(1) (2) (3) (4) (5)

2) Aulas práticas contribuem para uma aprendizagem mais eficiente?

(1) (2) (3) (4) (5)

3) As aplicações práticas do cálculo de área de figuras planas não despertam o seu interesse.

(1) (2) (3) (4) (5)

4) A forma como os conteúdos são transmitidos para o aluno influencia na aprendizagem.

(1) (2) (3) (4) (5)

5) O uso da pesagem para o cálculo de áreas de figuras planas pode ser útil em algumas situações do dia-a-dia.

(1) (2) (3) (4) (5)

6) Se alguém pedisse sua ajuda para calcular uma área de terra, de formato irregular, tendo a disposição o mapa da terra desenhado em papel vegetal e uma balança de precisão, você estaria apto para ajudá-lo.

(1) (2) (3) (4) (5)

7) Levando em consideração que os conhecimentos adquiridos e o material utilizado para este fim devem ter sentido para o aluno, pode-se dizer que a técnica da pesagem para o cálculo de áreas de figuras planas contribui para uma aprendizagem significativa.

(1) (2) (3) (4) (5)