UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA ACADÊMICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

JEFFERSON AMANCIO LOPES

ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS: UM ESTUDO SOBRE A INTEGRAÇÃO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO SÉTIMO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Canoas, 2025.

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA ACADÊMICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

JEFFERSON AMANCIO LOPES

ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS: UM ESTUDO SOBRE A INTEGRAÇÃO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO SÉTIMO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada no Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Clarissa de Assis Olgin

Canoas, 2025.

Ficha catalográfica

Dados Internacionais da Catalogação na Publicação - CIP

L864e Lopes, Jefferson Amancio

Ensino dos Números Racionais: Um Estudo sobre a Integração de Tecnologias Digitais no Sétimo Ano do Ensino Fundamental. – 2025. 247fl.

Orientador (a): Profª. Drª. Clarissa de Assis Olgin

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, BR-RS, 2025.

1. Educação Matemática. 2. Ensino Fundamental. 3. Sequência Didática.
4. Números Racionais. 5.Tecnologias Digitais. I. Clarissa de Assis Olgin. II.Título.

CDU 371

Bibliotecária Responsável: Ana Lídia Alves CRB10/2298

JEFFERSON AMANCIO LOPES

ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS: UM ESTUDO SOBRE A INTEGRAÇÃO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO SÉTIMO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Dissertação apresentada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Data de Aprovação:

BANCA EXAMINADORA

____
Profa. Dra. Ana Paula Santos Rebello
Secretaria do Estado do Rio Grande do Sul – SEDUC/RS

____
Profa. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald
Universidade Luterana do Brasil - ULBRA

____
Prof. Dr. Rossano André Dal-Farra
Universidade Luterana do Brasil - ULBRA

____
Profa. Dra. Clarissa de Assis Olgin (Orientadora)
Universidade Luterana do Brasil – ULBRA

Dedico este trabalho a todos os familiares e amigos que estiveram ao meu lado, oferecendo apoio e força, pois só foi possível tendo vocês comigo. Amor, fé e gratidão sempre!

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus por ter me amparado e fortalecido ao longo desta trajetória. À minha família, em especial a minha mãe Rosa, por sempre estar me incentivando na carreira docente, na pesquisa e correr atrás de meus ideais. Obrigado por sempre acreditar em mim e na Educação. Aos meus irmãos Fabricio e Gabriel, pelo apoio e escutas em todo processo de construção dessa pesquisa, assim como meu sobrinho Miguel que sempre me recebia com um sorrisão no rosto quando chegava da escola. Ao meu companheiro Frederico, que sempre respeitou minhas decisões e me apoio desde o início, mesmo em minhas ausências nos programas familiares.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil, que estão sempre dispostos a ajudar e a promover valiosas trocas de conhecimento para nossa formação. Um agradecimento especial à minha orientadora Dra. Clarissa de Assis Olgin, que me guiou no caminho da pesquisa, obrigado pelas valiosas orientações e ensinamentos ao longo desses dois anos. Seu incentivo, dedicação e confiança a todos os seus orientandos são verdadeiramente inspiradores.

Agradeço ao meu grupo de pesquisa, pois nenhuma pesquisa se faz sozinho, em especial a Gisiane Carneiro, Michele Fortes e Diovana Simões, sem vocês não teria conseguido chegar até aqui.

Esta pesquisa contou com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) - Brasil. Agradeço à instituição pela bolsa concedida, que foi essencial para a continuidade da minha formação acadêmica.

Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.

(Paulo Freire)

RESUMO

O Conjunto dos Números Racionais é considerado um tópico complexo na Matemática e, nesse contexto, a integração de Tecnologias Digitais surge como uma estratégia promissora para tornar o processo educacional mais envolvente, interativo e contextualizado, a fim de construir conhecimentos sobre esse objeto matemático. Neste estudo, o objetivo é desenvolver uma sequência didática com a utilização de recursos tecnológicos para a abordagem dos Números Racionais no sétimo ano do Ensino Fundamental, buscando promover um ensino ativo e participativo dos estudantes para revisar e aprofundar este objeto do conhecimento. Levando em conta a questão problematizadora: Em que medida uma sequência didática contribui para potencializar o ensino e aprendizagem dos Números Racionais com o uso de recursos tecnológicos no sétimo ano do Ensino Fundamental? O referencial teórico desta pesquisa baseou-se em três pontos: o Ensino dos Números Racionais, as Tecnologias Digitais na Educação e no ensino da Matemática e a Sequência Didática no ensino. Com relação ao primeiro, buscou-se investigar os diferentes significados dos Números Racionais (parte-todo, razão, operador, quociente, medida) e suas representações (fração, decimal, porcentagem) e as dificuldades dos estudantes. Com relação ao segundo ponto, as Tecnologias Digitais voltadas a educação e ao ensino da Matemática afim de trazer contribuições sobre o papel das Tecnologias Digitais na educação contemporânea e no ensino da Matemática levando em conta os benefícios decorrentes de sua integração nos processos de ensino e aprendizagem, haja vista que quando utilizadas de forma planejada e com objetivos definidos podem auxiliar na construção e sistematização de conhecimentos, além de promover maior protagonismo aos estudantes. Já, em relação ao terceiro ponto, fala-se sobre quais potencialidades que uma sequência didática pode trazer de modo a ensinar de forma sequencial os conteúdos, facilitando o processo de aprendizagem gradual e estruturado. A metodologia adotada é qualitativa, utilizando a estatística descritiva para a análise de questionários. Nas análises, também, utilizou-se o enfoque interpretativo, visando compreender as contribuições de uma sequência didática para o ensino de Números Racionais. A pesquisa foi organizada em cinco etapas: estudo sobre os Números Racionais e seu ensino, abordando as dificuldades e a multiplicidade de significados desse objeto de conhecimento; análise de atividades em livros didáticos, selecionando atividades didáticas contextualizadas que propiciem a integração de Tecnologias Digitais; investigação de perspectivas em Educação Matemática, com no uso de jogos e *softwares* educativos; pesquisa sobre Tecnologias na Educação e no ensino da Matemática, selecionando ferramentas como *Google Classroom, PowerPoint, Wordwall* e *YouTube* para a construção da sequência didática; e desenvolvimento da sequência didática, composta por atividades interativas que exploram o assunto proposto, utilizando os *softwares* mencionados. Nos resultados, a sequência didática mostrou-se como instrumento facilitador no engajamento dos alunos ajudando na compreensão dos Números Racionais, especialmente na reta numérica, entretanto revelando as fragilidades no ensino e aprendizagem dos Números Racionais. A utilização de recursos como *Wordwall* e *Google Classroom* promoveu maior engajamento e autonomia na realização das atividades, ajudando os alunos a superarem dificuldades específicas, como frações equivalentes e aplicações práticas.

Palavras-chaves: Educação Matemática; Ensino Fundamental; Sequência Didática; Números Racionais; Tecnologias Digitais.

ABSTRACT

The Set of Rational Numbers is considered a complex topic in Mathematics and, in this context, the integration of Digital Technologies emerges as a promising strategy to make the educational process more engaging, interactive and contextualized, in order to build knowledge about this mathematical object. In this study, the objective is to develop a didactic sequence with the use of technological resources to approach Rational Numbers in the seventh grade of Elementary School, seeking to promote active and participatory teaching of students to review and deepen this object of knowledge. Taking into account the problematizing question: To what extent does a didactic sequence contribute to enhancing the teaching and learning of Rational Numbers with the use of technological resources in the seventh grade of Elementary School? The theoretical framework of this research was based on three points: Teaching Rational Numbers, Digital Technologies in Education and in the teaching of Mathematics and the Didactic Sequence in teaching. Regarding the first, we sought to investigate the different meanings of Rational Numbers (part-whole, ratio, operator, quotient, measurement) and their representations (fraction, decimal, percentage) and the difficulties of students. Regarding the second point, Digital Technologies aimed at education and teaching Mathematics in order to bring contributions on the role of Digital Technologies in contemporary education and in the teaching of Mathematics, taking into account the benefits arising from their integration in the teaching and learning processes, given that when used in a planned manner and with defined objectives, they can assist in the construction and systematization of knowledge, in addition to promoting greater protagonism for students. Regarding the third point, we talk about the potential that a didactic sequence can bring in order to teach the contents sequentially, facilitating the gradual and structured learning process. The methodology adopted is qualitative, using descriptive statistics for the analysis of questionnaires. In the analyses, the interpretative approach was also used, aiming to understand the contributions of a didactic sequence for the teaching of Rational Numbers. The research was organized into five stages: study on Rational Numbers and their teaching, addressing the difficulties and multiplicity of meanings of this object of knowledge; analysis of activities in textbooks, selecting contextualized teaching activities that facilitate the integration of Digital Technologies; investigation of perspectives in Mathematics Education, with the use of games and educational software; research on Technologies in Education and in the teaching of Mathematics, selecting tools such as Google Classroom, PowerPoint, Wordwall and YouTube for the construction of the teaching sequence; and development of the teaching sequence, composed of interactive activities that explore the proposed subject, using the mentioned software. In the results, the teaching sequence proved to be a facilitating instrument in the engagement of students, helping in the understanding of Rational Numbers, especially on the number line, however revealing the weaknesses in the teaching and learning of Rational Numbers. The use of resources such as Wordwall and Google Classroom promoted greater engagement and autonomy in carrying out the activities, helping students to overcome specific difficulties, such as equivalent fractions and practical applications.

Keywords: Mathematics Education; Elementary School; Didactic Sequence; Rational Numbers; Digital Technologies.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa emergiu da necessidade de apresentar o objeto de conhecimento Números Racionais de forma a estimular o seu estudo pelos alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, mediante a utilização de tecnologias digitais. Entende-se que é preciso adequar as práticas pedagógicas em sala de aula, visando que as crianças e adolescentes desenvolvam suas habilidades cognitivas, como por exemplo, a lógica, a abstração, o pensamento crítico, dentre outras. Nesse sentido, não é de se admirar que discutir o formato tecnológico no campo das exatas sempre desperta atenção e grandes questionamentos, por se tratar de algo um tanto complexo, acaba por ser fundamental no contexto pessoal, profissional e, também, no ambiente escolar.

Neste contexto, a tecnologia é uma grande aliada para o processo de formação dos estudantes quando utilizada de forma planejada para fins pedagógicos, pois acaba potencializando o ensino das temáticas de diferentes áreas, podendo dessa forma, ser aplicada ao processo de metodologias ativas promovendo assim, uma abordagem de ensino mais interativa. A integração das metodologias ativas com as Tecnologias Digitais reforça o desenvolvimento da autonomia e da capacidade do estudante de ser o principal agente em seu processo de ensino, ou seja, relacionando um conhecimento prévio a uma situação que venha a ser relevante ao estudante. Durante a pandemia do coronavírus[1] o mundo digital demonstrou a sua essencialidade no processo ensino e aprendizagem dos estudantes e da população em geral, trazendo grandes desafios na transformação de atividades presenciais para remotas.

Nesse contexto, as diferentes realidades — sejam virtuais, pedagógicas, emocionais, sociais ou econômicas — desempenham um papel fundamental no desenvolvimento do aprendizado. Essas especificidades, juntamente com os fatores de tempo e espaço, variam conforme as características de cada indivíduo envolvido no processo, tornando a personalização e a flexibilidade ainda mais importantes.

Neste viés, este estudo buscou discutir sobre a utilização de *softwares* interativos, jogos educacionais, vídeos e animações na construção da aprendizagem do objeto de conhecimento Números Racionais, presente na Base Nacional Comum

---

[1] Pandemia coronavírus: " A OMS classificou a pandemia do coronavírus em março de 2020, três meses após o primeiro caso da doença ter sido identificado na cidade de Wuhan, no sudeste da China." Link: https://www.paho.org/pt/covid19/historico-da-pandemia-covid-19. Acesso: 23 Ago 2023.

Curricular, do Ensino Fundamental. A partir da vivência docente enquanto educador entende-se que é preciso repensar os processos educativos de forma a contemplar os aspectos lúdicos para a abordagem dos conteúdos matemáticos dos anos finais do Ensino Fundamental. Um ponto importante para escolha dessa temática foi a dificuldade refletida pela pandemia do coronavírus, pois foi difícil tornar o processo de construção do conhecimento eficaz e significativo, devido à ausência de interação social no ambiente escolar, que foi substituída pela interação no ambiente virtual.

À vista disso, após o isolamento social imposto pela pandemia do coronavírus e após quase dois anos de aulas remotas, os estudantes voltaram às salas de aula físicas, no ano de 2022, ou seja, ao ensino 100% presencial, fazendo com que os métodos de ensino que fazem uso de diferentes recursos e metodologias se tornem importantes para que venha ocorrer o devido engajamento estudantil em sala de aula.

Dessa forma, a presente dissertação está organizada em nove capítulos. O primeiro, Introdução, apresenta a temática deste estudo e a estrutura. O segundo, A Pesquisa, trazem a justificativa que aborda a trajetória do professor pesquisador, mencionando as Tecnologias Digitas na aplicação em sala de aula, da mesma forma que o tema de pesquisa que investiga como as Tecnologias Digitais podem ajudar no processo de ensino e aprendizagem dos Números Racionais, assim como, os objetivos de pesquisa de como uma sequência didática eletrônica pode contribuir para aprendizagem dos Números Racionais.

O terceiro, Revisão de Literatura, onde buscou-se por pesquisas, no catálogo de teses e dissertações da Capes, que ajudariam no embasar desse estudo envolvendo as Tecnologias Digitais e os Números Racionais. O quarto, Referencial Teórico que norteia esse Pesquisa onde envolve três temáticas, as Tecnologias no Ensino da Matemática, trazendo as contribuições de Kenski (2012) e Rocha e Rodrigues (2005), assim como o ensino dos Números Racionais conforme Quaresma e Pontes (2014) e Onuchuc, (2008) e as contribuições da sequência didática conforme Zabala (1998). O quinto, A Metodologia onde foi mencionado a descrição da amostra, etapas da pesquisa e os instrumentos de coleta de dados como o questionário inicial, os registros dos estudantes e do professor pesquisador, e o questionário final. O sexto, trouxe a análise descritiva dos livros e materiais didáticos que foram utilizados para a construção da sequência didática.

O sétimo traz a descrição da sequência didática aplicada no ensino dos Números Racionais, relatando as seis etapas de aplicação, mencionando as atividades realizadas. O oitavo, apresenta a discussão e análise dos resultados obtidos, como a análise do questionário inicial, da sequência didática aplicada e o questionário final e a reflexão do professor pesquisador ao longo da aplicação das atividades. E por fim o nono, expõe as considerações finais com relação as discussões realizadas ao longo da pesquisa.

2 A PESQUISA

Nesse capítulo serão apresentados a justificativa, o problema, e os objetivos da pesquisa a qual se referem este trabalho.

2.1 JUSTIFICATIVA

Durante a trajetória acadêmica e profissional na área de Educação Matemática, foi possível observar a importância de compreender e superar os desafios enfrentados pelos estudantes no aprendizado dos temas abordados de Matemática. A formação em Matemática, juntamente com a pós-graduação em Metodologia da Matemática, proporcionou o aprofundamento teórico e metodológico necessário para a prática docente. No entanto, foi a experiência acumulada ao longo de nove anos de atuação como professor que evidenciou, de forma recorrente, as dificuldades dos estudantes no estudo dos Números Racionais.

Essas dificuldades tornaram-se ainda mais evidentes durante a pandemia de COVID-19, quando o ensino presencial foi substituído por práticas remotas. Nesse contexto, as Tecnologias Digitais mostraram-se ferramentas valiosas, capazes de proporcionar novas possibilidades pedagógicas. O uso planejado e estruturado dessas tecnologias revelou potencial para promover maior interatividade e engajamento no processo de ensino e aprendizagem.

Diante dessa realidade, surgiu o interesse de investigar, de forma aprofundada, como as Tecnologias Digitais podem ser integradas às práticas pedagógicas para mitigar as dificuldades relacionadas aos Números Racionais. Esta proposta de pesquisa se justifica pela possibilidade de contribuir e oportunizar o aprendizado coletivo a partir de dinâmicas em que os alunos convivam de forma colaborativa, tendo em vista que a utilização dos *softwares* interativos, jogos educacionais, vídeos e animações, podem possibilitar o desenvolvimento de diversas habilidades, intelectuais, comportamentais e lógicas, contribuindo para a aprendizagem significativa dos estudantes, em especial na área de Matemática.

No contexto social contemporâneo, a tecnologia é uma grande aliada para o processo de formação dos estudantes quando utilizada de forma planejada para fins pedagógicos, pois acaba potencializando o ensino dos conteúdos das diferentes áreas, podendo dessa forma viabilizar uma aprendizagem significativa, ou seja, relacionando um conhecimento prévio a uma situação que venha ser relevante ao estudante. Durante a pandemia do coronavírus o mundo digital demonstrou a sua essencialidade no processo ensino e aprendizagem dos estudantes e da população em geral, trazendo grandes desafios na transformação de atividades presenciais para remotas.

Com a rápida evolução da *internet*, surgiram novos conceitos, como *Web* 3.0, Metaverso, Mundos Digitais Virtuais em 3D, entre outros, ampliando as possibilidades para a educação na atualidade. Ainda, os aplicativos como recursos didáticos apresentam possibilidades de avanços na educação *on-line* e presencial. Tal fato se deve, principalmente pela ampliação das formas de interação, que podem ocorrer por meio de linguagens textuais, orais, gestuais e gráficas. Quando vinculados à criação de sequências didáticas estruturadas, esses recursos podem potencializar o engajamento dos estudantes ao transformar os desafios em oportunidades de aprendizado.

Enfim, a tecnologia permite uma compreensão em diferentes linguagens e raciocínios, favorecendo a construção da aprendizagem a partir de realidades distintas (virtual, pedagógica, emocional, social, econômica). Entende-se, nesta pesquisa, que esses fatores refletem no processo educativo, considerando as especificidades de tempo e espaço que variam de acordo com cada indivíduo envolvido no processo de ensino e aprendizagem.

2.2 PROBLEMA DE PESQUISA

Com o mundo digital, tão presente e ativo na educação, é preciso mais do que apenas inseri-lo no ambiente escolar; é essencial inovar as perspectivas de ensino, transformando metodologias e buscando formas de utilizar os recursos tecnológicos de maneira realmente significativa. Assim, é possível criar oportunidades para que os estudantes explorem esses recursos de maneira inteligente e produtiva, promovendo a construção de conhecimentos de forma autônoma e interativa.

Essa construção de conhecimento torna-se ainda mais relevante ao considerar a importância do domínio numérico no cotidiano. O conhecimento numérico é essencial para inúmeras atividades diárias, como calcular trajetos, planejar refeições, negociar, interagir com tecnologias e até mesmo jogar. Por isso, é essencial desenvolver habilidades como a resolução de problemas, não apenas pelo uso prático no dia a dia, mas também pelo impacto positivo nas práticas escolares, acadêmicas, pessoais e profissionais. Integrar metodologias inovadoras com tecnologias digitais nesse contexto fortalece a conexão entre o aprendizado matemático e suas aplicações práticas, garantindo um ensino mais relevante e eficaz.

É neste contexto que emergiu o problema de pesquisa que rege esta investigação: Em que medida uma sequência didática contribui para potencializar o ensino e aprendizagem dos Números Racionais com o uso de recursos tecnológicos no sétimo ano do Ensino Fundamental?

Desta forma, pretende-se oportunizar o aprendizado coletivo a partir de dinâmicas em que os estudantes trabalham de forma colaborativa, tendo em vista que a utilização de atividades *on-line* previamente planejadas e organizadas visando a construção de conhecimentos, pode possibilitar o desenvolvimento de diversas habilidades intelectuais, comportamentais e lógicas, que podem contribuir para a aprendizagem significativa dos educandos.

Além de destacar o problema, podem-se levantar as seguintes questões: a utilização de tecnologias digitais pode auxiliar na aprendizagem dos conteúdos matemáticos, em específico, os Números Racionais? E quais as contribuições da utilização desses recursos para o processo de ensino e aprendizagem?

2.3 OBJETIVOS

Apresentam-se, nesta seção, os objetivos geral e específicos deste estudo.

2.3.1 Objetivo geral

Desenvolver uma sequência didática com a utilização de recursos tecnológicos para a abordagem dos Números Racionais no sétimo ano do Ensino Fundamental, buscando promover um ensino ativo e participativo dos estudantes para revisar e aprofundar este objeto do conhecimento.

2.3.2 Objetivos específicos

Para atingir o objetivo geral proposto, elencaram-se os seguintes objetivos específicos:

a) Investigar o ensino e aprendizagem dos Números Racionais e explorar a utilização de recursos tecnológicos para auxiliar na compreensão desse conjunto numérico;

b) Desenvolver, aplicar e avaliar uma sequência didática envolvendo o conteúdo de Números Racionais;

c) Analisar os efeitos e fragilidades da sequência didática desenvolvida.

3 REVISÃO DE LITERATURA

A revisão da literatura desta pesquisa objetivou ter acesso às referências e os conhecimentos sobre produções científicas que abordaram o ensino dos Números Racionais nos anos finais do Ensino Fundamental, para refletir sobre as contribuições teóricas dos estudos selecionados, buscando subsídios para este trabalho. Para tanto, investigaram-se os trabalhos de dissertações e teses no catálogo de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior (CAPES).

Inicialmente, foram utilizados para realização da pesquisa as palavras-chaves: “Números Racionais”, “Ensino Fundamental” e “Tecnologias” sendo restringida a busca para os últimos 7 anos (2018-2024), sendo localizados 109 (cento e nove) resultados. Para refinar os resultados foi necessário aplicar filtros na pesquisa: na área de conhecimento, Educação Matemática e Educação; na área de avaliação, Educação e Ensino de Matemática; na área de concentração, Educação em Ciências e Matemática, Educação Matemática e Ensino; nos programas, Ensino de Ciências e Matemática e Educação. Dessa forma chegou-se a um total de 55 (cinquenta e cinco) resultados, para atender melhor as adequações foram estipuladas critérios, conforme Figura 1, para inclusão dos trabalhos a serem utilizados nesta revisão.

Figura 1 - Critérios de inclusão e exclusão dos trabalhos

Critérios de Inclusão
Trabalhos aplicados nos anos finais do Ensino Fundamental.
Trabalhos na área de Ensino da Matemática.
Trabalhos que envolvam tecnologia.
Trabalhos voltados para Números Racionais.

Fonte: a pesquisa.

Com isso, foram analisados cada um dos trabalhos apresentados e seguindo os critérios estabelecidos chegou-se à seleção de uma tese e sete dissertações.

A organização se deu de acordo com: tipos de pesquisa, autor, orientador, título, ano e instituição de ensino conforme a Figura 2.

Figura 2 - Produções acadêmicas envolvendo o tema da pesquisa

Tipo de Trabalho	Autor	Orientador	Título do trabalho	Ano	Instituição
Dissertação	Alcione Ludgerio	Mehran Sabeti	Estudando sobre números racionais no	2018	Universidade Federal de

	Marcelino		ensino fundamental		Viçosa
Dissertação	Camila Aparecida da Silva	Jose Carlos Miguel	Modelagem e tecnologia: Alternativas metodológicas para a educação matemática	2019	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Tese	Fernanda Nogueira	Gerson Pastre de Oliveira	Obstáculos epistemológicos e didáticos relacionados a frações: Um estudo com alunos do sétimo ano do ensino fundamental	2020	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Dissertação	Sarah Elusa de Melo Menoncin	Suellen Ribeiro Pardo Garcia	Ferramentas digitais para aulas de matemática no contexto da pandemia da covid – 19	2021	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Dissertação	Maisa Iora	Fabiane Cristina Hopner Nogut	Aspectos históricos das diferentes representações dos números racionais	2021	Universidade Federal de Santa Maria
Dissertação	Vania Sara Doneda de Oliveira	Maria Ivete Basniak	Ensino Exploratório de matemática e tecnologias digitais: um olhar para a aprendizagem de frações na perspectiva de medição no contexto do ensino remoto	2021	Universidade Estadual do Paraná
Dissertação	Katia Rosane Machado	Andre Luis Andrejew Ferreira	A Mediação das Tecnologias Digitais (TD) no Ensino Remoto para a Aprendizagem Significativa em Educação Matemática	2022	Universidade Federal de Pelotas
Dissertação	Ingrid Ponvequi Oliveira	Maria Ivete Basniak	Frações na Perspectiva de Medição e o Cuisenaire Físico e Digital	2023	Universidade Estadual do Paraná

Fonte: a pesquisa.

A seguir apresenta-se um breve relato sobre, as pesquisas selecionadas com um resumo das temáticas utilizadas mencionando os conteúdos abordados, o objetivo, a metodologia, o referencial teórico e os resultados obtidos.

A dissertação de Marcelino (2018) teve por objetivo a abordagem dos estudos dos Números Racionais no Ensino Fundamental em uma linguagem simples com a utilização das quatro operações fundamentais, considerando suas formas de apresentação e resolução por meio da aplicação de cálculos e resolução de problemas. Foi uma pesquisa de base qualitativa, que investigou a abordagem e a exposição da temática em livros didáticos reportados ao Ensino Fundamental (6º ao 9º) relacionados ao que traz na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sobre o ensino dos Números Racionais, de forma a destacar os pontos relevantes da aplicabilidade do conteúdo. Ele descreve que nos livros do século passado eram baseados na formalidade e no rigor dos fundamentos da teoria dos conjuntos para o ensino e aprendizagem da Matemática, tendenciado a diminuir a defasagem do currículo em concomitância ao progresso do pensamento científico com foco na questão da linguagem. Porém, ainda menciona que os livros com edições atuais, a formalização existe, mas de um jeito mais tranquilo, tendo problemas mais contextualizados com a realidade, trazendo exercícios com dificuldades crescentes que estimulam o cálculo mental e o raciocínio lógico.

Marcelino (2018) utilizou como referencial de sua pesquisa. A construção dos Números de Ferreira; Matemática: Compreensão e prática de Marques e Silveira; Números: Racionais e Irracionais de Niven; sobre o conceito de número racional e a representação fracionária de David e Fonseca, como suporte para sua pesquisa. A metodologia de aplicação de uma oficina com o uso do *Geogebra* para ensinar as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) nas frações para alunos do quinto ano do Ensino Fundamental 1. O objetivo dessa metodologia é possibilitar o domínio desse conteúdo matemático. A pesquisadora concluiu que os alunos têm dificuldade com o conteúdo abordado.

Em sua dissertação, Silva (2019) investigou como a Modelagem Matemática e as ferramentas tecnológicas podem ser utilizadas como contribuições para o processo ensino e aprendizagem na Educação Matemática, demonstrando o elo que existe entre a didática e a modelagem por meio da tecnologia na utilização de softwares para colaboração no desenvolvimento dos conceitos geométricos abordados na Matemática pelos estudantes. A autora utilizou como referencial teórico Bakhtin, mencionando que era possível levar em consideração a comunicação verbal e a troca verbal, onde a comunicação não leva em consideração o outro, já a troca considera e preocupa-se com o que o outro irá entender. A pesquisa de Silva (2019) utilizou elementos do construcionismo de Seymour Papert referente a atitude ativa do aluno de adquirir a capacidade de construir o seu próprio conhecimento, reportes do construtivismo e o estágio operatório concreto, de Jean Piaget sobre a interação do indivíduo com o meio físico e social para o aprimoramento da aprendizagem e a teoria histórico-cultural e sociointeracionismo da perspectiva de Vygotsky. Utilizou a metodologia da investigação, baseada em uma pesquisa quali-quantitativa. Para atingir seu objetivo de pesquisa, a autora desenvolveu seu estudo com estudantes, que trabalharam em grupos separados incentivando–os a interagir com seus pares para lidar com os desafios. Dentre os resultados obtidos mostrou que a modelagem ajuda a compreender o agir do aluno no meio, ou seja, a sua capacidade de ajuste de conceitos teóricos à prática criando o modelo para fácil compreensão dos conteúdos matemáticos. Por outro lado, mostrou que a tecnologia é uma ferramenta atrativa que vem para visualizar os conceitos gráficos e interativos da aplicabilidade Matemática.

O estudo da tese de Nogueira (2020) foi o de investigar as maneiras que as sequências didáticas, no formato de resolução de problemas, contribuem para a aprendizagem estudantil em relação ao conceito de Números Racionais, em seu formato fracionário, trazendo uma investigação a respeito dos obstáculos refletidos no processo de ensino e aprendizagem do objeto da pesquisa. A metodologia adotada foi a de caráter qualitativo se baseando na análise interpretativa e descritiva. A fundamentação teórica foi baseada na teoria das situações didáticas para a construção dessas relações vinculado às situações adidáticas, empregando os subconstrutos: parte-todo, quociente, medida, operador e razão. Como resultado foi constatado que as sequências didáticas possuem potencial com relação a identificação de obstáculos e no tocante ao processo avaliativo, possibilitou ao professor averiguar e intervir nas dificuldades envolvendo o conteúdo, quando necessário, ao longo do processo do ensino e aprendizagem.

A pesquisa de Menoncin (2021) trouxe uma investigação sobre os desafios trazidos aos professores no formato de trabalho remoto ocasionado pela pandemia do coronavírus, levando em conta que o objetivo principal era de apresentar uma proposta de ferramentas digitais como as plataformas *Kahoot*[2] e *Nearpod*[3] para o desenvolvimento das aulas *on-line* de Matemática e explorar o seus recursos a fim de averiguar suas contribuições para o processo ensino e aprendizagem da disciplina durante o período de isolamento. A metodologia utilizada, pela autora, de caráter qualitativo. E a fundamentação teórica, baseou-se na revisão de literatura que teve como enfoque a utilização de ferramentas tecnológicas na aplicação dos

---

[2] “É uma plataforma de aprendizagem baseada em jogos, utilizada como tecnologia educacional em escolas e outras instituições de ensino.” Link: https://ceduc.unifei.edu.br/tutoriais/como-utilizar-a-plataforma-kahoot/. Acesso: 26 Dez 2023.

[3] “É uma plataforma premiada de engajamento estudantil para professores do ensino fundamental e médio que envolve os alunos na sala de aula com experiências de aprendizagem interativas.” Link: https://workspace-google-com.translate.goog/marketplace/app/nearpod/501359647293?_x_tr_sl=en&_x_tr_tl=pt&_x_tr_hl=pt-BR&_x_tr_pto=sc. Acesso: 26 Dez 2023.

conteúdos matemáticos e o desenvolvimento deles. Os conteúdos abordados na pesquisa nos aplicativos digitais foram operações com Números fracionários e decimais, frações equivalentes, classificação de Triângulos e abordagens de áreas de figuras geométricas. Os resultados obtidos pela pesquisa, foi demonstrou que sendo usada com planejamento e criatividade, a educação a distância pode contribuir significativamente para amenizar os efeitos negativos da interrupção das atividades presenciais. Além disso, pode proporcionar um espaço de novas oportunidades e trocas entre estudantes e educadores.

A dissertação de Iora (2021) trouxe uma investigação na forma de pesquisa qualitativa e exploratória que teve como objeto, um estudo focado no Conjunto dos Números Racionais e suas formas, relatando sobre suas diferentes interpretações, que ocasiona uma complexidade no processo de ensino e a aprendizagem dos estudantes. A autora em sua pesquisa traz uma análise dos livros didáticos de distintos anos escolares que tal conceito é abordado, sendo assim levantado o seguinte questionamento, de como ocorre a construção do Conjunto dos Números Racionais e como ele é trabalhado nos livros didáticos de Matemática?

Iora (2021) buscou elementos que desmistificaram e elucidaram o ensino dos Números Racionais da Educação Básica, levando em conta as suas diversas representações, baseando-se no desenvolvimento histórico do conteúdo até a forma que ele é abordado nos livros didáticos atualmente. Com objetivo de entender a trajetória desse conjunto e da forma como ele é demonstrado nos materiais direcionados à Educação Básica pelo Plano Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), ela apresentou uma análise dos exemplares que abordam tal tema da coleção “A Conquista da Matemática” durante o período de 1980-2020, de como é explorado e apresentado aos alunos considerando os diferentes significados que os Números Racionais podem ter de acordo com o contexto ao qual devem ser inseridos. Considerou-se como base teórica os documentos oficiais da época como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Com isso, percebeu-se que a coleção analisada passou por modificações significativas em cada um dos documentos norteadores, mantendo assim as características, porém mudando as formas de aplicação em exercícios, explicações e problemas.

A Dissertação de Oliveira (2021) traz um estudo sobre o Ensino Exploratório de Matemática (EEM), utilizando as frações como formas de medidas e as

Tecnologias Digitais (TD), baseado na questão sobre o ensino e aprendizagem nas perspectivas de medição com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental no contexto do ensino remoto. A pesquisa foi norteada pelo olhar qualitativo de cunho interpretativo, sendo ela realizada em uma escola da rede pública do interior do estado do Paraná. A autora utilizou como composição desse trabalho, o estudo de literatura, que levou em consideração o Referencial Curricular do Paraná e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para estruturação de quadros teóricos que alicerçam a pesquisa, além das transcrições de gravações das aulas desenvolvidas, as quais foram inteiradas pelos registros estudantis, como fotos de cadernos e da sistematização da aprendizagem Matemática. Com isso os estudos revelaram, de acordo com a autora, que para o entendimento de Números Racionais há necessidade de compreender suas inúmeras interpretações, entre elas, cabendo salientar, medida, parte-todo, quociente, razão e operador, que precisam ser ensinados aos estudantes ao decorrer do Ensino Fundamental e Médio.

Oliveira (2021) ainda mencionou que para nortear o desenvolvimento das aulas, foram ajustados e expandidos quadros referentes ao EEM com as ações docentes quanto à organização para aula no contexto do ERE (Ensino Remoto de Emergência), mencionando ainda o progresso da aprendizagem Matemática. As funções do meio exploratório apreciaram as desigualdades das propriedades dos números naturais e fracionários, destacando a sinalização de magnitude numérica, representação simbólica, densidade, produto e quociente. As análises dos dados mostraram que o desenvolvimento das aulas no EEM favoreceu para que os estudantes entendessem a diferença da propriedade de sinalização de magnitude numérica dos números naturais para os fracionários, quando conseguiram comparar frações e compreender que frações equivalentes têm a mesma magnitude, mas podem ser escritas por representações simbólicas diferentes. A pesquisadora chegou à conclusão no que se descreve à prática investigada de que há a insuficiência de horas-atividade para professores planejarem e elaborarem aulas inovadoras, julgando como importante o planejamento coletivo, e que o ERE gerou desigualdades sociais, excluindo alunos que não tinham acesso à *internet* de qualidade.

A dissertação de Machado (2022) teve como objetivo principal, a utilização das Tecnologias Digitais (TD) em uma abordagem crítica e contextualizada sobre a educação financeira explorando o ensino e aprendizagem do conteúdo de porcentagem. A pesquisa teve a perspectiva qualitativa, utilizando como técnica de coleta de dados a observação participante. Os indivíduos que participaram da pesquisa, foram alunos de uma escola pública pertencentes aos anos finais do Ensino Fundamental no início da pandemia coronavírus (2020), no regime do ensino remoto, sendo finalizado no retorno das aulas presencias (2021). A pesquisa utilizou como instrumentos de coletas sondagem de conhecimentos, slides, jogos educativos, que serviram como produto educacional da pesquisa relatada levando em conta que também foi utilizado gravações das aulas resultantes da intervenção realizada. Teve como aporte teórico a aprendizagem significativa de Ausubel (1980), a fim de investigar os conceitos, além dos modelos de aprendizagem significativa que eles poderiam desenvolver no processo. Os resultados obtidos na utilização das tecnologias digitais evidenciaram a facilidade da comunicação entre alunos e docente, que no decorrer da pandemia utilizaram aplicativos como, *kahoot*, *whatsapp*, *google meet*, dentre outros, serviram como recurso educacional que aproximou alunos e professores, deixando mais fácil de ser compreendido, divertido e empolgante, os conceitos estudados. A pesquisadora identificou em seu estudo que os tipos de aprendizagem significativa, foram a conceitual, proposicional e em menor medida, no início da aplicação dos conteúdos a representacional.

O estudo de Oliveira (2023) explora o conceito de frações como medida e o uso das Barras Cuisenaire[4], tanto físicas quanto digitais. A questão central da pesquisa é: quais são as contribuições dessas barras para o aprendizado de frações sob a perspectiva da medição? Se houver, quais são essas contribuições? Para investigar essa questão, foi adotada uma abordagem qualitativa com foco interpretativo. A pesquisa foi realizada em uma escola pública no interior do estado do Paraná, envolvendo seis alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. Além disso, foram utilizados dados empíricos obtidos de vídeos e transcrições de aulas gravadas no formato de Ensino Remoto de Emergência, em outra escola pública estadual na mesma região, com a participação de 22 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. As pesquisas mostram que, atualmente, o ensino de frações se baseia na abordagem de partição, onde a fração é vista como uma parte de um todo. Isso gera desafios relacionados aos conceitos dos Números Naturais. Este estudo sugere que,

---

[4] A escala Cuisenaire é um material manipulável composto de barras coloridas, para o ensino e aprendizagem de frações. Fonte: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_pdp_mat_uenp_euzashiguekosugiyama.pdf, Acesso: 24 Jan 2025.

para entender bem os Números Racionais, é importante explorar suas diferentes interpretações: medida, parte-todo, quociente, razão e operador. Esses conceitos devem ser ensinados ao longo do Ensino Fundamental e Médio, com uma ênfase especial no ensino de frações como medida.

Ainda Oliveira (2023) traz que a interpretação está alinhada com a origem histórica das frações, que surgiram da necessidade de medir quantidades contínuas, exigindo a definição de uma unidade de medida para permitir comparações multiplicativas. A equivalência entre frações, portanto, baseia-se na magnitude numérica. O estudo se apoia na teoria de Rabardel (1995), que desenvolveu a abordagem teórico-metodológica conhecida como Gênese Instrumental. Essa perspectiva é usada para observar o desempenho dos alunos, mediado por um artefato (Barras Cuisenaire - físicas e digitais), que, por meio de esquemas mentais, transforma o artefato em uma ferramenta para resolver as tarefas propostas. As análises mostraram que, ao manusear e comparar as barras, os alunos identificaram diferenças entre elas e entenderam suas relações, desenvolvendo conceitos matemáticos sobre frações. Além disso, compreenderam a diferença de magnitude numérica entre números naturais e fracionários, estabelecendo relações multiplicativas. No contexto da Gênese Instrumental, as barras físicas e digitais não são apenas objetos com cores e tamanhos diferentes, mas se transformam em ferramentas de medição, desempenhando um papel crucial no aprendizado de frações. Além disso, essas barras permitiram que os alunos desenvolvessem estratégias nas quais as barras se tornaram instrumentos para realizar medições conforme os objetivos das tarefas. Assim, por meio de esquemas de uso, elas se mostraram ferramentas efetivas no processo de aprendizagem dos alunos sobre frações.

Apresentam-se na Figura 3 os aportes teóricos e as contribuições de cada pesquisa selecionada na revisão de literatura envolvendo o conteúdo de Números Racionais e a utilização de tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem no meio educacional.

Figura 3 - Síntese das contribuições das pesquisas.

Pesquisa	Referenciais teóricos	Contribuições para o processo de ensino e aprendizagem
Marcelino (2019)	O Ensino dos Números Racionais; Definição, conceito e as representações de Números Racionais.	Proposta de estudos sobre os números racionais para o Ensino Fundamental, desenvolvida por meio da apresentação de modos de lidar com as tarefas, trazidas nos livros didáticos, bem como, possibilidades de

		intervenção na proposição dessas mesmas tarefas, visando desencadear discussões a respeito do tema e que tragam contribuições para o ensino e para a aprendizagem Matemática dos estudantes.
Silva (2019)	Modelagem Matemática na Educação; Tecnologias no Ensino; Construcionismo; Perspectivas sociointeracionista.	Reflexões sobre as contribuições trazidas para o processo ensino e aprendizagem na Educação Matemática demonstrando o elo que existe entre a didática e a modelagem por meio da tecnologia na utilização de *softwares* para construção de conhecimentos matemáticos pelos estudantes.
Nogueira (2020)	Concepções de Números Racionais; Teoria das situações didáticas; Obstáculos epistemológicos; Contrato didático; Resolução de problemas.	Sequências didáticas envolvendo a metodologia de resolução de problemas que objetivam contribuir para a aprendizagem estudantil em relação ao conceito de números racionais.
Menoncin (2021)	Ensino remoto; Tecnologias na Educação.	Exploração das tecnologias digitais na aplicação Matemática, demonstrando o elo existente entre a didática e o desenvolvimento estudantil.
Iora (2021)	História dos Números Racionais; Definição e Conceitos envolvendo os Números Racionais; Educação Brasileira.	Apresentação de uma discussão sobre as diferentes representações do ensino Números Racionais, trazendo abordagens e reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem desse objeto de conhecimento.
Oliveira (2021)	Educação Matemática; Práticas de Ensino; Tarefas Exploratórias; Tecnologias na Educação; Números Racionais.	Reflexões sobre as abordagens matemáticas na aplicação dos conceitos dos números fracionários, condizendo com uma visão crítica e analítica dos saberes matemáticos.
Machado (2022)	Aprendizagem significativa; Tecnologias Digitais e a Educação Matemática; Novas tecnologias e mediações tecnológicas.	Proposta de estudos no olhar da aprendizagem significativa, com base nas tecnologias digitais afim de analisar a aplicação dos conceitos matemáticos que serão trabalhados.
Oliveira (2023)	Ensino dos Números Racionais; Ensino Remoto; Materiais Didáticos; Barras Cuisenaire - Físico e Digital.	Exploração no uso das barras Cuisenaire físicas e digitais para a aprendizagem de frações na perspectiva de medição, para a compreensão dos Números Racionais.

Fonte: a pesquisa.

Nesse contexto, ressaltam-se fragilidades identificadas nas pesquisas em relação ao ensino de Matemática no Ensino Fundamental e/ou indicações realizadas pelos autores a respeito de novas pesquisas sobre as temáticas por eles estudadas.

Dessa forma, Marcelino (2018) destaca que o estudo da temática dos Números Racionais pode ser ampliado, por meio de investigações posteriores, que busquem apurar o papel do professor de Matemática no Ensino Fundamental no trabalho de apresentação dos Números Racionais na forma fracionária e na forma decimal, de modo que o aluno compreenda de que ambos possuem a mesma representatividade, podendo usar metodologias, recursos e ou ferramentas para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem.

Já a pesquisa de Silva (2019) evidencia que o trabalho com Modelagem Matemática vinculada a tecnologia deixa mais dinâmica a abordagem dos conteúdos trabalhados em aula, além de despertar o interesse dos alunos em estudar Matemática. Por essa razão ressalta que é preciso estudar e analisar as diferentes metodologias para propor novas investigações que auxiliem o processo de ensino dos conteúdos matemáticos.

Uma fragilidade apontada por Nogueira (2020) relacionada a aplicabilidade de sequências didáticas envolvendo os Números Racionais na forma fracionária, é a dificuldade na interpretação de situações problemas pelos estudantes. Salienta ainda que pesquisas futuras podem partir de questões mais desafiadoras e abordar outras variantes relacionadas com o contexto do aluno, a fim de atingir outras conclusões.

Menoncin (2021) aponta que a necessidade de aprendizagem no manuseio das Tecnologias e Ferramentas Digitais colabora no aperfeiçoamento e na prática dos professores de forma a resultar em avanços no uso das tecnologias em salas de aula, até mesmo na etapa de pós-pandemia e retorno das aulas presenciais ou híbridas. Destaca ainda que a tecnologia pode contribuir significativamente para amenizar os efeitos negativos e proporcionar novas oportunidades de trocas entre alunos e professores.

A pesquisa realizada por Iora (2021) frisa que os livros didáticos se adaptam de acordo com os documentos curriculares oficiais, como a BNCC, justamente para serem escolhidos, contudo não deve ser a única fonte utilizada no planejamento docente, pois pode não haver atualização de atividades e exemplos, o que é preciso tendo em vista que o mundo está em constante mudança. Destaca ainda que o conteúdo sobre Números Racionais deve ser trabalhado nos dois formatos, fracionário e decimal.

Oliveira (2021) ressaltou em sua pesquisa que o desenvolvimento das aulas no Ensino Exploratório de Matemática envolvendo o uso de Tecnologias Digitais favoreceu para que os estudantes entendessem a diferença da propriedade de sinalização de magnitude numérica dos números naturais para forma fracionária dos Números Racionais, quando começaram a comparar frações conseguiram perceber que frações equivalentes possuem a mesma magnitude, podendo ser escritas por representações simbólicas diferentes. No que tange à prática, sinalizou a insuficiência de horas-atividade para professores programarem e prepararem aulas inovadoras mencionando a importância do planejamento coletivo, e que o Ensino

Remoto de Emergência fez surgir diferenças sociais, excluindo estudantes que não possuíam acesso à *internet* de qualidade.

Em suas considerações, Machado (2022) assinala em sua dissertação que as Tecnologias Digitais podem ser utilizadas como meios mais dinâmicos para a aplicação dos conteúdos matemáticos, ressaltando que além de ser uma forma de ressignificação das salas de aula com possibilidades de mudança dos paradigmas até então tido como únicos, no processo de desenvolvimento do ensino e da aprendizagem. Menciona ainda que os professores devem se aperfeiçoar mais na área da educação, a fim de transformar a prática em uma ação cidadã e cada vez mais inclusiva.

A pesquisa realizada por Oliveira (2023) menciona que trabalhar com o Cuisenaire, que são as barras ou artefatos, físico contribui positivamente para a assimilação de conceitos teóricos de frações pelos alunos, que utilizaram estratégias próprias ao manusear o material, realizando combinações entre as barras. No entanto o Cuisenaire digital, os alunos não demonstraram dificuldades em manusear o *applet*, e sua utilização contribuiu para o engajamento dos alunos, embora alguns fizessem sobreposição de peças por não saberem ou lembrarem como utilizá-las corretamente. Menciona ainda que a tecnologia está em constante evolução e está presente no cotidiano da sociedade, sendo indispensável para o trabalho humano e com isso estudar e planejar é sempre adequado, pois ajuda na prática docente e chama atenção dos alunos. Por fim, o estudo reitera que refletir sobre as ações em sala de aula influencia muito no aprendizado.

As pesquisas aqui apresentadas auxiliaram para a compreensão de como vem sendo trabalhado o conteúdo de Números Racionais e o que as pesquisas dizem a respeito do assunto, identificando tanto suas contribuições quanto fragilidades. Entende-se que este estudo trouxe subsídios teóricos e práticos para a pesquisa que se desenvolveu.

4 REFERENCIAL TEÓRICO

Para fundamentar esta pesquisa, neste capítulo é exposto o referencial teórico que a embasa. Inicialmente procurou-se falar sobre as tecnologias na educação que trouxe as contribuições de Kenski (2012) e Moran (2009). Com relação ao ensino da Matemática e as tecnologias digitais trouxe as contribuições de Ribeiro e Paz (2012) e Lima (2009) e sobre o ensino e aprendizagem dos Números Racionais o texto foi subsidiado pelos estudos de Campos e Rodrigues (2007), Quaresma e Ponte (2014) e Fonseca (1997). Ainda, sobre sequência didática e o ensino da Matemática foram trazidas as contribuições de Zabala (1998).

4.1 TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO E NA MATEMÁTICA

As tecnologias vieram para enriquecer a educação. Considerando que os estudantes de hoje estão constantemente conectados, sendo assim, conforme Rocha e Rodrigues (2005) é essencial que os educadores aproveitem essas ferramentas que já são conhecidas dos alunos para melhorar o ensino e a aprendizagem da Matemática

Para Machado e Mendes (2013, p. 69), com auxílio das tecnologias o professor observa como os alunos se relacionam com a informação, como aprendem ou como usam suas habilidades e pensamento crítico. A tecnologia tem se tornado cada vez mais fundamental na educação, especialmente em Matemática. Ela revolucionou a forma como os conceitos são ensinados e assimilados, trazendo novas ferramentas e métodos que tornam o aprendizado mais dinâmico, acessível e personalizado para as necessidades individuais dos alunos. Com o progresso dos *softwares* interativos e plataformas digitais, os estudantes podem explorar e visualizar conceitos matemáticos de maneira muito mais prática do que com os métodos tradicionais.

Sendo assim apresenta-se os seguintes assuntos vinculados a este capítulo, as Tecnologias na Educação, O Ensino da Matemática e as Tecnologias Digitais e os ambientes virtuais educativos, *Wordwall*, *Google Classroom* e *Youtube*.

4.1.1 Tecnologias na Educação

Nos últimos anos, a intersecção entre educação e tecnologia tem sido um tema central de discussão e inovação. A rápida evolução da tecnologia tem transformado significativamente a maneira pela qual se adquire, transmite e interage com o conhecimento, isto é, a educação e a tecnologia estão se entrelaçando progressivamente, desempenhando papéis que se reforçam mutuamente, em outras palavras, a educação e a tecnologia têm se constituindo pilares fundamentais no avanço do ensino. A tecnologia oferece a capacidade de revolucionar os métodos de ensino e aprendizado, abrindo portas para recursos inovadores que podem elevar o padrão educacional. Kenski (2003, p.32) afirma que:

> A evolução tecnológica conduziu o desenvolvimento humano para usos que vão da memória fluida dos relatos orais às interfaces com as memórias tecnológicas registradas nos equipamentos eletrônicos de última geração. A tecnologia moderna reestrutura ainda mais profundamente a consciência e a memória, impondo uma nova ordem nos nossos modos de compreender e de agir sobre o mundo.

À medida que a sociedade avança em direção a uma era cada vez mais digital, a integração da tecnologia no processo educacional torna-se fundamental para garantir que os estudantes estejam preparados para os desafios e oportunidades do mundo moderno. A tecnologia tem revolucionado a educação principalmente ao democratizar o acesso à informação. Com a *internet* e dispositivos digitais, os estudantes podem acessar um vasto leque de materiais educativos, incluindo *e-books*, vídeos instrutivos, cursos à distância e plataformas de aprendizagem interativa. Conforme menciona Bacich e Moran (2018, p. 11):

> A tecnologia em rede e móvel e as competências são componentes fundamentais de uma educação plena. Um aluno não conectado e sem domínio digital perde importantes chances de se informar, de acessar materiais muito ricos disponíveis, de se comunicar, de se tornar visível para os demais, de publicar suas ideias e de aumentar sua empregabilidade futura.

Essa expansão do acesso não só aumenta a abrangência da educação, mas também possibilita que os estudantes investiguem temas inéditos, realizem pesquisas detalhadas e intensifiquem sua compreensão em campos de interesse particular.

A tecnologia está redefinindo a apresentação de conteúdos educativos. Recursos digitais interativos, tais como simulações, jogos didáticos e ambientes de realidade virtual, estão enriquecendo o ensino tradicional, não ficando apenas ancorado em livros. Estas ferramentas proporcionam uma experiência de aprendizagem mais cativante e profunda, facilitando a assimilação de conceitos complexos pelos estudantes.

Kenski (2012) menciona que a tecnologia é essencial na preparação dos estudantes para o mercado de trabalho do futuro. Entretanto, à medida que novas habilidades e competências são exigidas, a educação deve se adaptar e incorporar o ensino de habilidades digitais, resolução de problemas complexos, pensamento crítico e colaboração em ambientes virtuais. Essas habilidades são essenciais para garantir que os alunos estejam prontos para prosperar em um mundo cada vez mais digitalizado e em constante evolução.

Adicionalmente, é importante ressaltar que a capacidade dos docentes de empregar pedagógica e didaticamente as tecnologias digitais as aulas constituem uma habilidade essencial, conforme estipulado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) na competência geral número 5. Esta competência é descrita da seguinte maneira:

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (Brasil, 2018, p. 9)

Cabe ao docente a responsabilidade de planejar e implementar estratégias eficazes para integrar a tecnologia aos métodos pedagógicos, assegurando que a utilização da hipermídia seja aplicada de maneira adequada no ensino é por essa razão Moran (2009, p.32) estabelece que:

> Cada docente pode encontrar sua forma mais adequada de integrar as várias tecnologias e os procedimentos metodológicos. Mas também é importante que amplie que aprenda a dominar as formas de comunicação interpessoal/grupal e as de comunicação audiovisual/telemática.

Embora a tecnologia possa ser empregada para simplificar o processo de construção do conteúdo, logo, a utilização da tecnologia não elimina a obrigação do docente de adaptar esse recurso, com o objetivo de otimizar a compreensão do material didático pelos estudantes. No entanto, é importante ressaltar que a tecnologia não substitui a importância dos docentes qualificados e de um ambiente educacional adequado. Os professores continuam sendo fundamentais no processo de aprendizagem, desempenhando papéis essenciais, como a mediação do conhecimento, o estímulo ao pensamento crítico e a orientação dos alunos. Dessa forma, Levy (1993, p. 25) enfatiza:

> As tecnologias da comunicação não substituem o professor, mas modificam algumas das suas funções. A tarefa de passar informações pode ser deixada aos bancos de dados, livros, vídeos, programas em CD. O professor se transforma agora no estimulador da curiosidade do aluno por querer conhecer, por pesquisar, por buscar a informações mais relevantes. Num segundo momento, coordena o processo de apresentação dos resultados pelos alunos. Depois, questiona alguns dos dados apresentados, contextualiza os resultados, adapta-os à realidade dos alunos, questiona os dados apresentados. Transforma informação em conhecimento e conhecimento em saber, em vida, em sabedoria – o conhecimento com ética.

Conforme mencionado pelo autor, essa é a razão para desenvolver abordagens educacionais inovadoras que visam restabelecer o entusiasmo do indivíduo na procura pelo saber, ou seja, não se trata apenas de sobrecarregar o estudante com informações que são prontamente esquecidas, mas sim de enfatizar a importância de organizar o conhecimento transmitido ao estudante de forma eficaz. A tecnologia é uma ferramenta poderosa que pode enriquecer e aprimorar a educação, mas seu uso efetivo depende do planejamento cuidadoso, da integração adequada ao currículo e da formação dos professores. Levy (1993, p, 12) reforça:

> Professores se apropriam das novas tecnologias como um recurso próprio, como livros e lápis, e não como uma "caixa preta" imposta externamente; Educação permanente é componente essencial da formação de professores. Seria útil que existissem centros de apoio em que os professores pudessem testar programas e receber orientações sobe o uso; Cooperação local e inter-regional, estimulada através de encontros periódicos e jornais para a troca de experiência e de programas, estimulados pelo governo ou outras instituições; Enfatizar atitudes pedagógicas de inovação e interação nas equipes interdisciplinares; Visão integrada de ciência e tecnologia que busque entender os processos científicos e a mudança nos paradigmas educacionais.

É imprescindível que os educadores estejam prontos para usar as tecnologias disponíveis de maneira contribuir para o processo de ensino e aprendizagem. Dominar essas ferramentas digitais é essencial para despertar o interesse e a curiosidade dos alunos. Quando integradas habilmente às práticas pedagógicas, essas tecnologias podem ser um recurso valioso, complementando e enriquecendo os métodos de ensino tradicionais. Seu uso estratégico pode promover uma melhor compreensão dos conteúdos pelos alunos, tornando-os mais ativos e engajados no processo de aprendizagem.

Aprender a usar o que a tecnologia tem a oferecer é necessário, ainda, para criar um senso crítico nos estudantes - o que é compatível com a missão da escola de formar cidadãos conscientes. Conforme saliente Moran (1994, p. 48):

> As tecnologias dentro de um projeto pedagógico inovador, facilitam o processo de ensino-aprendizagem: sensibilizam para novos assuntos, trazem informações novas, diminuem a rotina, nos ligam com o mundo, com outras escolas, aumentam a interação (redes eletrônicas), permitem a personalização (adaptação ao ritmo de trabalho de cada aluno) e se comunicam facilmente com o aluno porque trazem para sala de aula as linguagens e meios de comunicação do dia a dia.

A tecnologia promove a interação, o que naturalmente favorece a participação dos alunos nas atividades, até mesmo para os mais tímidos. Além disso, recursos tecnológicos são extremamente eficientes em manter as pessoas focadas, através de uma gama de ferramentas, aplicativos, jogos, *quizzes* etc. São uma das formas possíveis para despertar o interesse dos alunos. Desta forma, com alunos mais engajados com a escola, a aquisição do conhecimento deixa de ser um fardo para se tornar um prazer, acontecendo naturalmente.

Nessas circunstâncias, é importante ressaltar que um dos grandes desafios dos últimos anos, com o avanço tecnológico, é a integração das tecnologias e dos recursos digitais no meio educacional. Souza, Lara e Giraffa (2018, p. 01) afirmam que “[...] Com o avanço tecnológico ao qual estamos inseridos, ampliou-se o conceito de realidade com o acréscimo do ciberespaço e suas conexões (*Internet*)”. Afinal, boa parte da geração atual de estudantes não conhece o mundo sem tecnologia ou *internet*, e cada vez mais suas experiências pessoais e profissionais dependem de um letramento digital.

Kenski (2012, p. 24) relata ainda que:

> As tecnologias estão tão próximas e presentes que nem percebemos mais que não são coisas naturais. Tecnologias que resultaram, por exemplo, em lápis, cadernos, canetas, lousas, giz e muitos outros produtos, equipamentos e processos que foram planejados e construídos para que possamos ler, escrever, ensinar e aprender.

Um dos benefícios mais evidentes da tecnologia na educação é a ampliação do acesso ao conhecimento. A *internet*, em particular, tem proporcionado acesso a uma vasta gama de recursos educacionais, desde vídeos instrucionais e tutoriais *on-line* até cursos completos oferecidos por universidades de renome mundial.

Ambientes virtuais como o *YouTube*[5] e o *Khan Academy* [6] democratizaram o acesso à educação, permitindo que os estudantes de todas as partes do mundo aprendam novos conceitos e habilidades, muitas vezes de forma gratuita.

Isso mostra que ferramentas tecnológicas estão cada vez mais presentes no cotidiano estudantil demonstrando o acelerado avanço que devem incidir nas rotinas de aulas que ajudam a aprimorar o conhecimento lógico dos educandos.

Para usar as tecnologias digitais de forma efetiva na educação, os professores precisam mais do que saber manusear as ferramentas digitais. Eles necessitam de uma combinação de conhecimentos e habilidades que os ajudem a escolher e aplicar as tecnologias digitais de acordo com os seus objetivos pedagógicos.

Conforme menciona Gutiérrez-Fallas e Henriques (2020, p. 3):

> [...] o uso da tecnologia nas práticas pedagógicas, particularmente a tecnologia educacional, por ser um recurso que influencia a Matemática que é ensinada e o modo como os alunos aprendem, sendo reconhecido o seu potencial para melhorar esses processos.

A tecnologia tem o poder de romper barreiras geográficas e democratizar o acesso ao conhecimento. Por meio de plataformas *on-line*, cursos à distância e recursos digitais, a educação pode alcançar indivíduos em áreas remotas ou em situações desfavorecidas, oferecendo-lhes oportunidades que antes eram inimagináveis. Essa democratização do saber promove a equidade e a inclusão, permitindo que todos possam se beneficiar dos avanços educacionais.

Isso mostra que ferramentas tecnológicas estão cada vez mais tomando conta no cotidiano estudantil demonstrando o acelerado avanço que devem incidir nas rotinas de aulas que ajudam aprimorar o conhecimento lógico dos educandos.

Kenski (2012, p. 44) entende o quão importante é o papel das tecnologias na organização do ensino, como uma ferramenta auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, conforme menciona que:

> A maioria das tecnologias é utilizada como auxiliar no processo educativo. Não são nem o objeto, nem a sua substância, nem a sua finalidade. Elas estão presentes em todos os momentos do processo pedagógicos, desde o planejamento das disciplinas, a elaboração da proposta curricular até a certificação dos alunos que concluíram um curso. A presença de uma

[5] *Youtube* é uma plataforma virtual que permite aos usuários não só de consumo audiovisual, mas também a criação e compartilhamento de vídeos na internet. https://brasilescola.uol.com.br/informatica/youtube.htm. Acesso: 24 Jan 2024.
[6] *Khan Academy* é uma organização com a missão de proporcionar uma educação gratuita e de qualidade. https://pt.wikipedia.org/wiki/Khan_Academy. Acesso: 24 Jan 2024.

> determinada tecnologia pode induzir profundas mudanças na maneira de organizar o ensino.

Neste viés, isso demonstra que a tecnologia auxilia no ensino e aprendizagem de várias formas direta e indiretamente, pois a sua utilização é envolvida em todas as fases do processo de desenvolvimento dos cursos.

Os recursos tecnológicos têm o potencial de transformar o ambiente educacional, oferecendo um ensino e aprendizagem mais envolvente e motivadora. Se bem utilizados, eles podem encorajar os estudantes a investigarem e chegar às suas próprias conclusões de forma ativa. O uso das tecnologias propicia um ambiente favorável à aquisição do saber, pois os educandos são instigados a resolverem atividades de seu interesse, favorecendo a aquisição do conhecimento.

Atualmente, é possível notar que um considerável grupo de professores utiliza de forma frequente e variada as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), empregando-as tanto para atividades de entretenimento como também em plataformas de mídia social.

Em consonância com as diretrizes estabelecidas na Base Nacional Comum Curricular Ribeiro e Paz (2012) relatam que muitos educadores têm adotado o uso das novas tecnologias no ambiente escolar. O fascínio dos alunos por jogos virtuais, aplicativos de *internet*, plataformas de estudos *on-line* e videoaulas gratuitas disponíveis em diferentes *sites* pode contribuir para que os conceitos e aplicações da Matemática sejam aprendidos de forma dinâmica e prazerosa.

4.1.2 Os ambientes virtuais educativos *Wordwall*, *Google Classroom* e *YouTube*

O entendimento trazido de ambientes virtuais é sobre a atuação como veículos por meio dos quais as tecnologias são disseminadas e disponibilizadas aos usuários, servindo tanto para propósitos de interação social quanto como recursos instrucionais e educativos (Moreira; Fidalgo; Costa, 2020). Entretanto, conforme mencionam Soares, Valentini e Rech (2011, p. 43) a respeito dos ambientes virtuais que,

> [...] são espaços de aprendizagem na web em que os interlocutores do processo interagem entre si, cooperando e desenvolvendo ideias, ultrapassando fronteiras geográficas, culturais, de idade e de tempo, para construir aprendizagens significativas. São constituídos por portais na web com links de acesso a páginas com orientações para estudos, com URLs contendo temas relacionados a esses estudos (biblioteca virtual) e com

> ferramentas para efetivar processos de interação e de publicação de textos. São dimensionados por meio de atividades relacionadas a leituras orientadas, elaboração de textos com base em estudos individuais e coletivos, interações mediadas por estratégias e intervenções pedagógicas, num processo de avaliação formativa contínua.

Considerando que as tecnologias digitais se configuram como ferramentas que potencializam os estudos na contemporaneidade levando em conta o cenário em que a sociedade está inserida.

Nesse contexto, a pandemia de coronavírus acelerou o uso das plataformas digitais no processo de ensino. Com a necessidade de distanciamento social, aplicativos e ferramentas digitais antes pouco presentes no dia a dia dos educadores, estudantes e instituições de ensino, como o *Google Classroom, YouTube, Google Drive, Google Meet e Wordwall*, passaram a integrar a rotina dessas pessoas, tornando-se recursos essenciais para a continuidade das atividades educacionais.

As plataformas digitais convergiram para um papel instrumental na formação em diversas esferas, tanto no âmbito da Educação Básica quanto do Ensino Superior, propiciando e viabilizando o processo educacional, de modo que docentes, discentes e instituições de ensino se viram compelidos a adequar-se a esse novo contexto.

O *Google Classroom*, também conhecido como *Google Sala de Aula*, é uma plataforma projetada para ambientes educacionais e faz parte da *suíte*[7] de aplicativos *Google for Education*. Esta *suíte* foi criada para promover e facilitar a utilização de tecnologias na educação. Além do *Classroom*, ela inclui ferramentas como o serviço de e-mail Gmail, o sistema de armazenamento em nuvem *Google Drive* e os editores de texto, planilhas e apresentações *Google Docs*, oferecendo um conjunto completo de recursos para apoiar atividades de ensino e aprendizagem.

Segundo Araújo (2016) no *Google Classroom*, é possível realizar a criação de turmas, compartilhar documentos, propor atividades e promover discussões. De maneira simples e intuitiva, a plataforma propicia aos docentes a organização de suas aulas por tópicos, facultando o compartilhamento de documentos, arquivos de áudio, vídeos, *links* e uma vasta gama de possibilidades. Ademais, viabiliza a

---

[7] É um conjunto de programas de *software* que são projetados para trabalhar juntos e fornecer uma gama de funcionalidades relacionadas (https://www.soescola.com/glossario/suite-o-que-e-significado#gsc.tab=0). Acesso: 24 Jan 2024

criação de notas comunicativas, bem como a proposição de atividades que permitem a correção, atribuição de notas e o fornecimento de *feedbacks* instrucionais.

De acordo com Diniz, Almeida, Rodrigues e Marmol (2018, p. 4) as vantagens sobre a utilização do *Google Classroom* são:

> Configuração fácil; não faz uso dos conteúdos e dados dos alunos; não contém anúncios ou propagandas; permite ambientes de comentários; facilita a organização dos materiais; dispensa de papel; estabelecimento de prazos e horários.

Sendo assim, as desvantagens dessa ferramenta é a necessidade da *internet* como pré-requisito para acessar os arquivos disponíveis. Contudo, antes da implantação e uso desse ambiente virtual deve-se verificar se todos os estudantes possuem o acesso devido e pontos de conexão com a *internet* para realização das atividades.

Neste mesmo sentido, o ambiente virtual *on-line Wordwall* é projetado para tornar o aprendizado mais divertido e interativo, oferecendo uma ampla gama de atividades e jogos educacionais que podem ser personalizados por professores e alunos. Conforme menciona Miranda (2020, p. 59) “A plataforma é versátil e a multiplicidade de atividades que podem ser criadas abre espaço para uso em diversas disciplinas”. Este ambiente virtual disponibiliza diversos tipos de atividades interativas, como palavras cruzadas, caça-palavras, jogos de correspondência, quebra-cabeças e muito mais, tornando o aprendizado mais envolvente e agradável para os estudantes. Ainda se ressalta que existem recursos pagos dentro desse ambiente virtual.

Conforme Gula, Chaves, Deus e Gomes (2021) mencionam que o *Wordwall* oferece uma variedade de minijogos, incluindo *quizzes*, competições, jogos de palavras, anagramas e jogos lúdicos, entre outros. Esses minijogos podem ser elaborados pelo professor de forma a atender seus objetivos pedagógicos, auxiliando na fixação e revisão de conceitos, entre outros e com a possibilidade de poder compartilhá-las com outros educadores e estudantes.

Outra característica notável é sua compatibilidade multiplataforma, permitindo o acesso às atividades em diversos dispositivos, como computadores, *tablets* e *smartphones*, garantindo acessibilidade em qualquer lugar. Além disso, os professores podem monitorar o progresso e o desempenho dos estudantes nas atividades do *Wordwall,* identificando áreas que necessitam de mais atenção.

Entretanto, seguindo no mesmo sentido existe ainda o *YouTube* que é um dos maiores ambientes virtuais de compartilhamento de vídeo do mundo. Fundado em 2005 e adquirido pelo *Google* em 2006, inicialmente era um espaço para vídeos amadores e caseiros, mas logo se tornou uma fonte para divulgação de conteúdo profissional e de todos os tipos possíveis.

Qualquer pessoa que tenha uma conta no *Google* está autorizada a criar um canal no *YouTube* e compartilhar vídeos de sua autoria, curtir, comentar, compartilhar e inscrever-se em outros canais. Como abordado o *YouTube* é um ambiente virtual participativo, ou seja, ligado a Tecnologias Digitais acessíveis.

O serviço é gratuito, embora forneça serviços pagos, como o *YouTube* Premium, que elimina os anúncios, permite que você baixe vídeos e inclui uma assinatura do *YouTube Music*. O *YouTube* abriga uma grande variedade de conteúdos, e todos eles podem ser trabalhados de várias maneiras. O entretenimento, como videoclipes e comédias musicais, são os mais assistidos, mas há muitos vídeos educacionais, tutoriais, *vlogs*, sessões de jogos e as análises que as acompanham.

Segundo Burgess e Green (2009, p. 3):

> O *YouTube* tem seu lugar dentro da longa história e do futuro incerto das mudanças da mídia, das políticas de participação cultural e no crescimento do conhecimento. Ele é tanto um sintoma como um agente das transições culturais e econômicas atreladas às tecnologias digitais, à internet e à participação mais direta dos consumidores. Assim como jogos on-line capazes de suportar grande número de jogadores o YouTube ilustra as relações cada vez mais complexas entre produtores e consumidores na criação do significado, valor e atuação.

Muitas fontes de notícias e informações podem ser encontradas neste ambiente. Os criadores desses vídeos podem se inscrever no Programa de Parceiros e começar a ganhar dinheiro com anúncios, doações de fãs e parcerias. O ambiente possui um processo de recomendação de vídeo que funciona com base no histórico e nas interações dos usuários. Isso que garantiu que o *YouTube* crescesse tão rapidamente.

Dessa forma, ao utilizar o *YouTube* como uma ferramenta educacional, ele não se configura como um método inovador, mas sim como um método alternativo que o ser humano utiliza para acessar uma variedade de conhecimentos.

Considerando todas essas aplicações que os ambientes virtuais tendem a oferecer grandes benefícios para os professores, proporcionando liberdade na criação de atividades e acesso a recursos produzidos por diversos educadores.

4.1.3 Ensino da Matemática e as Tecnologias Digitais

Os professores estão continuamente se aprimorando e incorporando novos recursos em suas aulas, especialmente nas de Matemática, uma disciplina frequentemente considerada a mais difícil de aprender, ou seja, demandando uma atenção especial. Nesse contexto Felipe (2012, p. 04) menciona que:

> A matemática pode ser considerada por muitos alunos a disciplina mais complexa do currículo escolar, o que acarreta grande número de reprova entre os mesmos, mas com o advento da tecnologia de comunicação e informação, este quadro pode ser mudado, pois através do uso das TICs, em sala de aula pelos professores, este panorama pode ser modificado.

É sabido que a tecnologia já está presente no ensino da Matemática há bastante tempo, e segundo Ribeiro e Paz (2012, p.15), “[...] o surgimento das Novas Tecnologias na Educação Matemática teve início no ano de 1970 por meio de programas implantados pelo Ministério da Educação e Cultura com o intuito de promover inovação e evolução no ensino”. Essa utilização foi intensificada com a adoção de *softwares* matemáticos educacionais, jogos, planilhas e imagens. Posteriormente, a *internet* trouxe novas possibilidades, como a realidade virtual, a realidade aumentada, blogs, simuladores e vídeos educacionais.

Desde o lançamento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) em 1997, as discussões sobre o uso de *softwares* e ambientes virtuais no ensino de Matemática no Brasil foram intensificadas. Os PCN enfatizaram o valor dos *softwares* educativos como ferramentas didáticas, destacando suas capacidades para adaptar-se a diferentes ritmos de aprendizagem, funcionar como fonte de conhecimento e contribuir para o desenvolvimento de habilidades matemáticas.

Segundo Silva e Moura (2024) a valorização da tecnologia como recurso pedagógico incentivou discussões e reflexões sobre sua aplicação na educação. Com o passar dos anos, surgiram várias iniciativas e experiências envolvendo o uso da tecnologia no ensino de Matemática, visando explorar seu potencial para aprimorar práticas pedagógicas e promover uma aprendizagem mais significativa.

Conforme Borba e Penteado (2010) é fundamental perceber que o uso da tecnologia não se limita a "facilitar" cálculos ou medições, mas também permite a transformação do pensamento e dos processos de construção do conhecimento. A aprendizagem pode se tornar um processo dinâmico quando os alunos experimentam, formulam hipóteses, encontram conjecturas e verificam suas percepções, construindo assim formas significativas de pensar a Matemática.

A Base Nacional Comum Curricular em sua competência 5 fala sobre a importância da utilização das Tecnologias Digitais na rotina escolar dos estudantes:

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (Brasil, 2018, p. 9).

A inserção de diversas tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem tem impactado significativamente a Educação Matemática, abrindo novas possibilidades e trazendo benefícios substanciais para a compreensão e exploração de conceitos matemáticos. Para Rocha e Rodrigues (2005, p. 23):

> As aprendizagens da matemática em ambientes informatizados apresentam recursos em consonância com processo de aprendizagem construtivista, o qual tem como princípio básico de que o conhecimento se constrói a partir das ações do sujeito.

Dessa forma, as tecnologias podem oferecer novas maneiras de aprender, mencionado por Borba (2001) que elas transformam as interações entre professores e alunos, entre os próprios alunos e entre os alunos e o conhecimento.

De acordo com Rocha e Rodrigues (2005) A integração de ferramentas tecnológicas nas aulas ajuda a reduzir os desafios comuns no ensino da Matemática e aumenta o interesse dos estudantes, sendo possível explorar a aplicação desses conceitos, ampliar a compreensão e, assim, dominar a linguagem Matemática.

Sobre esse contexto Felipe (2012, p. 9) relata que:

> A aprendizagem da Matemática consiste em criar estratégias que possibilitam ao aluno atribuir sentido e construir significado às ideias matemáticas de modo a tornar-se capaz de estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar. Desse modo, supera o ensino baseado apenas em desenvolver habilidades, como calcular e resolver problemas ou fixar conceitos pela memorização ou listas de exercícios.

Ante o exposto, pode-se averiguar que os avanços tecnológicos possuem vasto campo de aplicação, abrangendo inclusive as áreas relacionadas ao conhecimento matemático. Pode-se afirmar que as tecnologias se fazem presentes em quase todos os aspectos da vida contemporânea, sejam eles ligados ao ambiente profissional, ao contexto educacional, às formas de comunicação interpessoal ou ainda às atividades de busca e pesquisa por meio da *internet*.

Costa (2009), menciona que é possível melhorar significativamente o ensino da Matemática utilizando tecnologias como um recurso atraente e motivador para os alunos.

Uma das contribuições mais marcantes é a capacidade de visualizar e representar dinamicamente ideias abstratas, oferecida por *softwares* de geometria dinâmica, planilhas eletrônicas e aplicativos de realidade aumentada/virtual. Essas ferramentas permitem que os estudantes interajam e explorem conceitos de maneira interativa, facilitando a compreensão de tópicos complexos.

Nessa perspectiva, Lima (2009, p. 36) declara que,

> [...] ao considerar as possibilidades de ensino com o computador, o que pretendo destacar é a dinamicidade desse instrumento que pode ser utilizado para que os alunos trabalhem como se fossem pesquisadores, investigando os problemas matemáticos propostos pelo professor construindo soluções ao invés de esperarem um modelo a ser seguido.

Além disso, as tecnologias proporcionam recursos poderosos para a resolução de problemas e a exploração de padrões matemáticos. Para Campos *et al*. (2013, p. 163), [...] “a tecnologia é essencial no processo de visualização, e ela, por sua vez, ocupa um papel pedagógico fundamental na compreensão de conteúdos matemáticos”. Isso demonstra a relevância de estudar as tecnologias para o ensino dos conteúdos de Matemática.

Lamattina e Peralta (2024) destacam que uma vantagem importante da tecnologia é a possibilidade de personalizar o ensino utilizando *softwares* adaptativos e recursos digitais personalizados, que ajustam o ritmo e o nível de dificuldade conforme as necessidades e o progresso de cada aluno, promovendo uma aprendizagem mais eficiente. Além disso, jogos educativos, simulações interativas e recursos multimídia tornam o aprendizado da Matemática mais atraente e envolvente, especialmente para os alunos mais jovens, aumentando sua motivação e engajamento.

A utilização de novas tecnologias e metodologias, como jogos digitais educacionais no Ensino de Matemática pode beneficiar tanto educadores quanto alunos, tornando as aulas mais atraentes e instigantes, e, assim, capturando a atenção dos alunos para o aprendizado. Para o educador, a tecnologia pode ser uma ferramenta valiosa no processo de construção de conceitos matemáticos, como a criação de gráficos em aplicativos de geometria dinâmica, além de permitir a comparação de resultados e a análise das variações decorrentes da alteração de variáveis.

Essas ferramentas digitais podem tornar o ensino dos conceitos teóricos da Matemática mais envolvente, além de promover aulas que incentivem um estudo mais profundo desses conceitos. Elas também fornecem aos alunos técnicas de resolução de problemas que não seriam possíveis apenas com papel e caneta. Essas ferramentas também podem incluir jogos digitais, pois, segundo Medeiros (2014, p. 7).

> O uso de jogos digitais matemáticos não diz respeito apenas de introduzir a tecnologia no ambiente escola e principalmente nas aulas de matemática, nem fazer utilização de novas metodologias de maneira insignificante. Trabalhar com jogos digitais é buscar metodologias inovadoras para ministrar aulas de matemática, de maneira que os alunos através desse instrumento possam aumentar seus conhecimentos acerca dos temas debatidos nos livros, assim como desenvolver novas ideias e produzir conhecimento, sem, necessariamente, estar dentro do ambiente de sala de aula, livro, quadro e ao educador. De maneira geral, é fazer parte de uma nova experiência sobre educação onde o educador e educados possam estar conectados de maneira significativa, dinâmica, satisfatória e interativa no processo de ensino-aprendizagem.

Nesse contexto, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) enfatiza a importância de utilizar as tecnologias digitais de informação e comunicação de maneira significativa, reflexiva e ética, com o objetivo de desenvolver conhecimentos e resolver problemas do cotidiano. Assim, para promover o desenvolvimento das habilidades matemáticas, a BNCC propõe a utilização de tecnologias digitais, como *softwares* e aplicativos de jogos educativos digitais.

Dessa forma, a implementação de recursos tecnológicos, como o uso de jogos digitais no ambiente escolar, pode melhorar o Ensino da Matemática, tornando-o mais atrativo e dinâmico para os alunos (Medeiros, 2014).

Segundo Borin (1996), a utilização de aplicativos de aprendizagem nas aulas de Matemática contribui para diminuir as dificuldades de muitos estudantes, criando um ambiente mais significativo para o aprendizado e a construção de conceitos matemáticos. Para Alves (2001) o uso de aplicativos, *softwares* e ambientes virtuais no Ensino de Matemática estimula significativamente as relações intelectuais, sociais e afetivas, além de fomentar atitudes de crítica construtiva e criatividade nos alunos envolvidos nesse processo.

Essas inovações tecnológicas, ao proporcionar um ambiente de aprendizado mais personalizado e envolvente, ajudam a superar desafios comuns na educação Matemática, como a falta de interesse ou a dificuldade em acompanhar o ritmo da turma. Dessa forma, promovem uma experiência mais inclusiva e eficaz.

Segundo Borba e Penteado (2010), as tecnologias devem ser entendidas como ferramentas auxiliares, e não como objetivos finais. Elas desempenham um papel importante, mas não substituem a função do professor na orientação e no acompanhamento do processo de aprendizagem.

Sendo assim, as tecnologias no Ensino da Matemática devem ser utilizadas como aliadas na construção de verdadeiros conhecimentos a fim de identificar os conceitos matemáticos, pode trazer benefícios na concretização do ensino e aprendizagem dos Números Racionais.

4.2 ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS

A aprendizagem dos Números Racionais é importante na Educação Matemática dos alunos, pois apresenta conceitos essenciais que servirão de base para a compreensão de tópicos mais avançados. Entretanto, ressalta-se que o estudo dos Números Racionais é um dos mais complexos, para os estudantes da Educação Básica, devido às suas várias representações, que podem ser na forma de fração, decimal, percentual e pictórica (Campos; Rodrigues, 2007; Quaresma; Ponte, 2014; Fonseca, 1997).

O documento norteador da educação brasileira, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), menciona que os Números Racionais são considerados parte do conjunto de objetos de conhecimento da unidade temática Números, sendo abordados nos anos finais do Ensino Fundamental, bem como no Ensino Médio.

Entretanto, a sua abordagem é conceituada no sétimo ano, conforme Figura 4, pois o mesmo vem precedido do conjunto dos Números Inteiros.

Figura 4 - Objetos do conhecimento e habilidades

Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operado	**(EF07MA05)** Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos. **(EF07MA06)** Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura pode ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos. **(EF07MA07)** Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas. **(EF07MA08)** Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

	(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza
Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações	**(EF07MA10)** Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica. **(EF07MA11)** Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias. **(EF07MA12)** Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Fonte: retirado da BNCC (Brasil, 2018, p. 306 - 307).

A BNCC (Brasil, 2018) salienta a importância de expor os estudantes a contextos nos quais os números naturais revelam-se inadequados, sinalizando a imprescindibilidade dos demais conjuntos, entre eles, os Números Racionais. Segundo este documento, é preciso desenvolver habilidades que oportunizem a compreensão dos conceitos, a exploração de operações e suas propriedades e, a partir disso, a resolução de problemas em diferentes contextos. De acordo com a BNCC (Brasil, 2018, p. 527):

> [...] os estudantes do Ensino Fundamental têm a oportunidade de desenvolver habilidades referentes ao pensamento numérico, ampliando a compreensão a respeito dos diferentes campos e significados das operações. Para isso, propõe-se a resolução de problemas envolvendo números naturais, inteiros, racionais e reais, em diferentes contextos (do cotidiano, da própria matemática e de outras áreas do conhecimento).

Esses números são introduzidos nos anos iniciais do Ensino Fundamental e aprofundados ao longo dos anos seguintes. Segundo Behr, Lesh, Post e Silver (1983, p. 91), pode-se apresentar um conjunto de perspectivas que vislumbram tal importância, como:

> [...] (a) perspectiva prática, a capacidade de lidar eficazmente com estes conceitos melhora a capacidade de compreender e lidar com situações e problemas no mundo real; (b) perspectiva psicológica, os números racionais proporcionam um ambiente rico dentro do qual as crianças podem desenvolver e expandir as estruturas mentais necessárias para o desenvolvimento intelectual contínuo; e (c) perspectiva matemática, a compreensão dos números racionais fornece a base sobre a qual as operações algébricas elementares podem mais tarde ser baseadas.

Os Números Racionais têm aplicações práticas em distintas situações da vida cotidiana, como fazer medições precisas, analisar o saldo bancário, fazer compras em lojas ou supermercado, realizar o cálculo de descontos ou juros, contabilizar e analisar os ganhos e as despesas financeiras, entre outros. No entanto, o ensino dos Números Racionais é frequentemente realizado de maneira tradicional, focando na memorização e mecanização, o que não promove o desenvolvimento da autonomia dos alunos.

No âmbito do ensino dos Números Racionais, é recorrente a adoção de material didático como fonte exclusiva de subsídios para o planejamento e condução das aulas pelos docentes (Nascimento, 2008). Dessa forma, cabe ao docente oportunizar meios para que os alunos construam seu conceito, trabalhem suas distintas representações e saibam como utilizá-lo para resolver problemas.

Nesse sentido, entende-se que é preciso trabalhar os diferentes significados dos Números Racionais (Quaresma; Ponte, 2014; Onuchic; Allevato, 2008) sendo eles: parte-todo, razão, operador, quociente e medida.

O significado parte-todo, onde existe uma comparação entre a parte de um todo contínuo ou discreto. Nesse caso, o número racional caracteriza-se pela relação que existe entre o numerador e o denominador, sendo que o primeiro expressa o número de partes do todo e o segundo corresponde ao número de partes que o todo foi dividido. Além dessa definição, os PCN (Brasil, 1998, p. 102) já indicavam que:

> A relação parte/todo se apresenta quando um todo (unidade) se divide em partes equivalentes. A fração, por exemplo, indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes, é o caso das tradicionais divisões de uma figura geométrica em partes iguais. A interpretação da fração como relação parte/todo supõe que o aluno seja capaz de identificar a unidade que representa o todo (grandeza contínua ou discreta), compreenda a inclusão de classes, saiba realizar divisões operando com grandezas discretas ou contínua.

Para exemplificação, faz-se a exibição na Figura 5 da proposição de um problema específico.

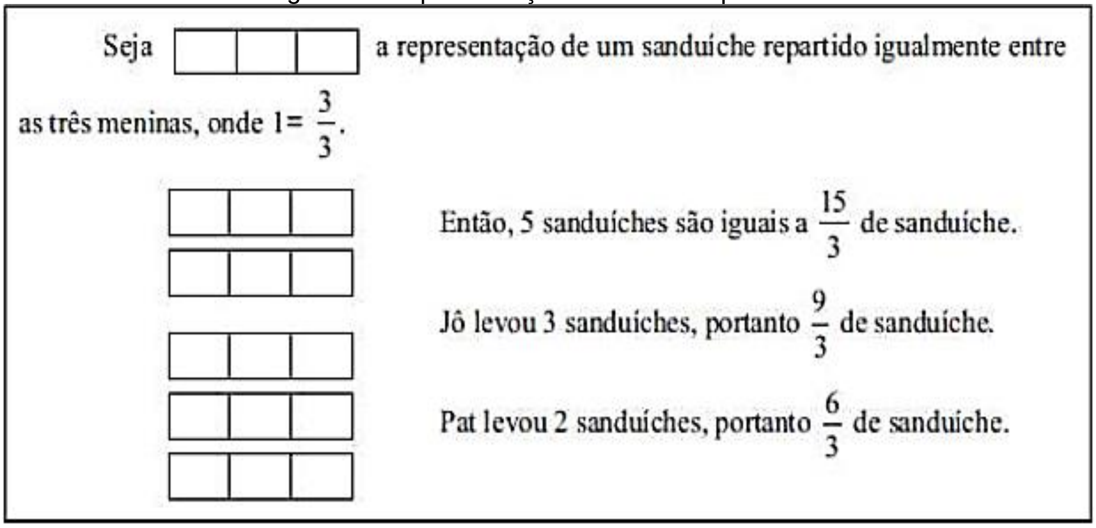
Figura 5 - Parte/todo

Problema 3: Jô, Pat e Cris resolveram fazer um piquenique e combinaram levar sanduíches para o almoço. Jô levou 3 sanduíches, Pat levou 2 e Cris se esqueceu do combinado e não levou nenhum. Assim, resolveram repartir os sanduíches que tinham levado igualmente entre as três, mas cobraram de Cris R$ 5,00 por sua parte. Que parte dos R$ 5,00 recebeu Jô? E Pat?

Fonte: retirado de Onuchic e Allevato (2008, p. 89).

Com o propósito de solucionar o problema em questão, Onuchic e Allevato (2008) valem-se de uma representação pictórica, consoante ilustrado na Figura 6.

Figura 6 - Representação Pictórica do problema



Fonte: retirado de Onuchic e Allevato (2008, p. 89).

Valendo-se dessa representação visual, torna-se factível determinar a quantidade de sanduíches ingerida por cada menina.$\frac{5}{3}$ de sanduíche. Na situação em tela, a função quociente se manifesta no instante da repartição de cinco sanduíches entre três meninas. Contudo, ao ser considerado o todo como sendo um único sanduíche e se proceder com sua divisão em três porções, acaba por estar operando de modo que cada fração representa uma parcela do todo. o. (Onuchic; Allevato, 2008).

O significado de razão, quando ocorre a comparação entre quantidades de naturezas iguais ou distintas, denotada por $\frac{a}{b} = a{:}b$ *(a está para b)*, em que *a* é denominado antecedente e *b* o consequente. Ainda segundo Onuchic (2006, p. 3):

> Do conceito de razão, derivam outros conceitos e conteúdos matemáticos: proporção – proporcionalidade; regras de três; divisão em partes proporcionais: direta e inversa; misturas; porcentagem; descontos; taxas; juros; escala; estimativas populacionais; movimento uniforme; variação direta; variação indireta; trigonometria; semelhança de triângulos; probabilidades.

Conforme o exemplo, a Figura 7 traz a ilustração de um problema que envolve a questão sobre razão.

Figura 7 - Razão

Em uma sala de aula há dois meninos para cada cinco meninas. Então, a razão entre meninos e meninas nessa sala de aula é dada por $\frac{2\ meninos}{5\ meninas} = \frac{2}{5}$.

Fonte: retirado de Vallilo (2018, p. 96).

O exemplo retrata a razão entre o número de meninos e meninas que é de dois para cinco. Conforme Onuchic e Allevato (2008) a noção de razão é importante, visto que fundamenta o conceito de proporcionalidade, uma ideia integradora na Matemática. Essa noção interliga várias áreas da Matemática escolar, tais como medidas, estatística, aritmética, funções, álgebra e geometria.

O significado de operador, no contexto dos números racionais, refere-se às operações matemáticas básicas (adição, subtração, multiplicação ou divisão), como multiplicar um número racional por um fator para aumentá-lo. Por exemplo, se desejarmos aumentar um número racional em 10%, podemos usar o operador de multiplicação para alcançar esse resultado. O PCN (Brasil, 1998, p. 102-103) já expressava essa personalidade.

> Existe ainda uma quarta interpretação que atribui ao número racional o significado de um operador, ou seja, quando ele desempenha um papel de transformação, algo que atua sobre uma situação e a modifica. Essa ideia está presente, por exemplo, em problemas do tipo que número devo multiplicar por 5 para obter 2.

Como ilustração, a Figura 8 exemplifica o problema apresentado por Onuchic e Allevato (2008).

Figura 8 - Operador

Problema 6: Represente geometricamente $\frac{2}{3}$ **de quatro maneiras diferentes.**

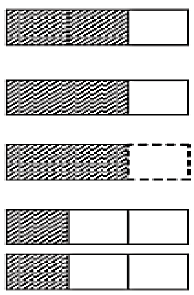
Na multiplicação mn, onde m é o **multiplicador** e n o **multiplicando**, $\frac{2}{3}$ pode ser entendido:

(a) $\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$ (duas vezes $\frac{1}{3}$)

(b) $\frac{2}{3} = 1 \times \frac{2}{3}$ (uma vez $\frac{2}{3}$)

(c) $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 1$ ($\frac{2}{3}$ de 1)

(d) $\frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times 2$ ($\frac{1}{3}$ de 2)



Fonte: retirado de Onuchic e Allevato (2008, p. 94).

Segundo Onuchic e Allevato (2008), cada instância desse problema representa um cenário distinto. No caso o multiplicador 2 trouxe a ampliação e multiplicou $\frac{1}{3}$, transformando em $\frac{2}{3}$. O papel do operador é justamente expandir e ampliar o significado.

O conceito de quociente representa o valor obtido ao dividir um número por outro. Ele é o resultado da operação de divisão entre dois números distintos. Por exemplo, ao tomar o número 12 e o dividir pelo número 3, o quociente dessa divisão será 4. Nesse caso, 4 é o valor que se obtém ao repartir 12 em 3 partes iguais.

Pode-se ser contextualizado envolvendo problemas relacionados com pizza, conforme Figura 9.

Figura 9 - Quociente

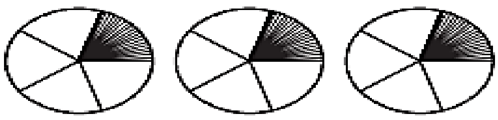
Problema 2: Três pizzas devem ser divididas igualmente entre cinco pessoas. Quanto de pizza cada pessoa comerá?

Neste caso, $\frac{a}{b} = a \div b$, com $a, b \in Z$ e $b \neq 0$.

De fato $\frac{a}{b} = \frac{a \div b}{b \div b} = \frac{a \div b}{1} = a \div b$

Então $\frac{3\text{pizzas}}{5\text{pessoas}}$ significa $\begin{array}{r|l} 3\text{ pi} & 5\text{ pe} \\ \cline{2-2} 0 & \frac{3\text{ pi}}{5\text{ pe}} \end{array}$ pois $\frac{3\text{ pi}}{5\,\cancel{\text{pe}}} \cdot 5\,\cancel{\text{pe}} = 3\text{ pi}$

Geometricamente fica



Fonte: retirado de Onuchic e Allevato (2008, p. 88).

Esta personalidade é chamada de quociente, conforme Onuchic e Allevato (2008) esse significado é compreendido quando um número de objetos precisa ser dividido igualmente em um determinado número de grupos. Essa aplicação é mais comum do que outras e se refere ao uso dos números racionais como solução para situações de divisão.

A medida, dentro do conjunto dos Números Racionais, pode ser aplicado a diversas grandezas, tais como comprimento, área, volume ou massa. Por exemplo, para obter a área de um retângulo de 6m x 3m, multiplica-se o comprimento pela largura: 6 x 3 = 18m². Conforme demonstrado na Figura 10, pode-se exemplificar uma situação de medida.

Figura 10 - Medida

Problema 5: Tenho 15 m de tecido.

(5.1) Quero cortá-lo em pedaços de 3 metros. (5.2) Quero cortá-lo em 5 partes iguais.
Qual é o resultado dessas ações? Qual é o significado de cada uma delas?
Efetuando as divisões, sugeridas pelas duas solicitações, encontramos:

(5.1)

$$\begin{array}{r|l} 15m & 3\ m \\ \hline 0 & 5 \end{array}$$

Neste caso a divisão é **quotitiva**, isto é, o todo foi dividido em cortes de 3 metros cada um e, como resultado, obtemos o número de partes, a **quota**.
Isto reflete uma situação de fração,

$$\frac{15\ \cancel{m}}{3\ \cancel{m}} = 5\,,$$

uma relação parte todo.

(5.2)

$$\begin{array}{r|l} 15m & 5 \\ \hline 0 & 3\ m \end{array}$$

Neste caso a divisão é **partitiva**, isto é, o todo foi dividido em 5 partes iguais e, como resultado, foi obtido o tamanho da parte :

$$\frac{15m}{5} = 3m\,.$$

Isto reflete uma situação de **medida**.

Fonte: retirado de Onuchic e Allevato (2008, p. 93).

Isso mostra que por meio da necessidade humana a criação de Números Racionais se tornou possível,

> [...] que os medidores tenham percebido que o instrumento numérico conhecido na época – números inteiros – era insuficiente para expressar, com fidelidade, as medidas das propriedades, pois, comumente, ao aplicar a unidade padrão na grandeza a ser medida, sobravam partes inferiores à unidade considerada (Silva, 2014, p.40).

Assim, torna-se importante que o professor, ao propor tarefas concernentes, possa incluir om conceito de Números Racionais aos de medidas.

Também é necessário trabalhar as distintas representações dos Números Racionais, pois elas auxiliam na compreensão do conceito de número racional, além de permitir que os estudantes consigam analisar, representar e descrever as ideias matemáticas de diversas formas, possibilitando o estabelecimento de conexões entre as representações.

Nesse sentido, conforme Quaresma e Ponte (2014), as principais representações dos Números Racionais são:

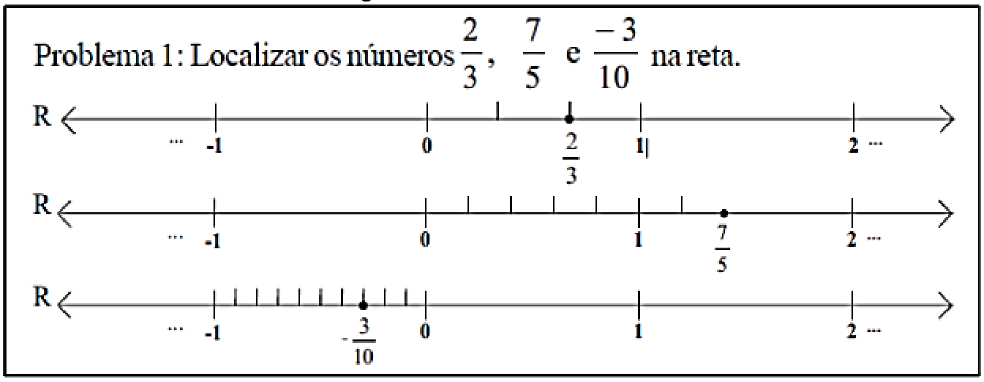
- Fração, forma mais básica de representação, composta por um numerador (parte superior) e um denominador (parte inferior). Por exemplo, $\frac{3}{4}$ é uma fração que representa três quartos de um todo.

- Decimal, representação obtida através da divisão do numerador pelo denominador, por exemplo, $\frac{1}{2}$ é igual a 0,5 que é a forma decimal.

- Porcentagem, forma de representar os números racionais em relação a um todo (100%). Por exemplo, $\frac{1}{5}$ pode ser representado por 20%.

- Reta numérica, é uma representação gráfica dos números racionais em uma linha reta dividida em segmentos iguais. Ela nos ajuda a visualizar a posição dos números na escala numérica. Porém, para Onuchic e Allevato (2008, p. 87) “[...] todo número racional $\frac{a}{b}$ ocupa um ponto bem definido na reta e, reciprocamente, a todo ponto racional da reta corresponde um número racional.” na Figura 11 é trazido um problema referente a reta numérica.

Figura 11 - Reta numérica



Fonte: retirado de Onuchic e Allevato (2008, p. 87).

Cada uma dessas representações desempenha um papel importante na compreensão dos Números Racionais, permitindo que os estudantes analisem, representem e descrevam esses conceitos de diferentes formas. Porém a dificuldade encontrada no ensino e aprendizagem dos Números Racionais tem sido alvo de várias pesquisas (Valera, 2003, Onuchic; Alevatto, 2008, Quaresma; Ponte, 2014).

Isso destaca a importância e a complexidade desse tema para educadores e pesquisadores em Matemática. Esses estudos procuram entender os principais obstáculos e desafios que os alunos enfrentam ao desenvolver o conceito e a habilidade nas operações com frações, decimais e porcentagens.

4.2.1 Dificuldades no ensino e aprendizagem dos Números Racionais

O ensino e a aprendizagem dos Números Racionais representam um grande desafio para professores e estudantes. Esses números, que incluem frações, decimais e porcentagens, possuem um nível de abstração e complexidade que frequentemente cria obstáculos significativos na construção do conhecimento. Segundo Brolezzi (1996), o ensino dos Números Racionais não tem alcançado.

> [...] construir na mente dos alunos um conceito [...] que permita sua utilização mais tarde. As operações com racionais são, quando muito, mecanizadas em torno de algumas regrinhas básicas geralmente confundidas umas com as outras (Brolezzi, 1996, p.1).

Portanto, o docente deve estar sempre atento aos erros cometidos pelos estudantes, analisando-os e compreendendo-os, com o objetivo de utilizá-los como estratégia de ensino para ajudá-los a superar suas dificuldades e reverter esse quadro de deficiência na aprendizagem. Segundo Souza (2002) os erros fazem parte do processo de aprendizagem e devem ser vistos como uma ferramenta essencial para diagnosticar e identificar as dificuldades e obstáculos na aprendizagem da Matemática, gerando elementos que favoreçam o desenvolvimento cognitivo dos alunos.

As dificuldades no ensino e aprendizagem dos Números Racionais tem sido alvo de muitas pesquisas no campo da Matemática (Valera, 2003, Onuchic; Alevatto, 2008, Quaresma; Ponte, 2014, Lima, 2013; Ventura, 2013).

Estes estudos apontam que os alunos enfrentam obstáculos ao lidar com Números Racionais, em parte devido à natureza intrincada dos conceitos envolvidos, à introdução prematura das regras operacionais e ao fato de que os Números Racionais constituem o primeiro conjunto numérico denso abordado. Essas dificuldades têm resultado em erros recorrentes e desempenho insatisfatório em avaliações diagnósticas de âmbito nacional e estadual, no que tange às habilidades relacionadas aos Números Racionais (Valera, 2003).

A ideia de um número representado apenas em uma parte de uma unidade pode ser inicialmente contraintuitiva para muitos alunos. Além disso, é necessário transitar entre diferentes interpretações das frações, como parte-todo, quociente, razão ou operador, o que exige uma flexibilidade conceitual desafiadora.

Quando são ensinados, o conceito de Números Racionais e suas diferentes formas e representações aos estudantes, para Quaresma e Pontes (2014, p. 39), os mesmos:

> Têm então de aprender rapidamente a operar com estas representações, que não chegam a ser devidamente trabalhadas. Isso implica que os alunos têm que compreender as novas representações dos números racionais e, ao mesmo tempo, tornar-se capazes de operar e resolver problemas com ele.

Como consequência, surgem dificuldades de aprendizagem que podem persistir em diversos níveis de escolaridade. Campos e Rodrigues (2007, p.3) expõem que:

> A prática de sala de aula, entretanto, revela que mesmo alunos de nível médio ou superior apresentam dificuldades no trato com as frações e demonstram não conhecer aspectos relevantes do conceito de número racional, o que acarreta prejuízos à compreensão de novos conceitos matemáticos.

A falta de compreensão desse conceito fundamental pode prejudicar o desenvolvimento de novos conhecimentos matemáticos. Campos e Rodrigues (2007) e Toledo (2009) ainda mencionam sobre a observação de que mesmo alunos de nível médio ou superior enfrentam essas dificuldades é significativa, pois mostra que essa lacuna conceitual persiste apesar do avanço nos estudos. Esperava-se que, nesses níveis, os estudantes já tivessem internalizado plenamente os conceitos básicos de frações e Números Racionais, que são essenciais para entender muitos outros tópicos matemáticos.

Brasil (1998) já apontava alguns dos obstáculos que os alunos enfrentam ao lidar com os números racionais, sendo eles:

> → cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias: por exemplo, $\frac{1}{3},\frac{2}{6},\frac{3}{9},\frac{4}{12},\ldots$ são diferentes representações de um mesmo número; → a comparação entre racionais: acostumados com a relação 3 > 2, terão de compreender uma desigualdade que lhes parece contraditória, ou seja, $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$; → se o "tamanho" da escrita numérica, no caso dos naturais, é um bom indicador da ordem de grandeza (8345 > 83), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece ao mesmo critério; → se, ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa é a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por $\frac{1}{2}$ se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10; → se a sequência dos números naturais permite estabelecer sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer é sempre possível encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como 0,81, 0,815 ou 0,87 (Brasil 1998, p.101).

Entretanto, conforme Curty (2016, p. 29-30) os erros são inúmeros e frequentes quando se aborda os Números Racionais, sendo muito comum os professores encontrarem erros do tipo:

> → $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}=\frac{3}{7}$ (adiciona-se de forma separada os numeradores e denominadores, originando uma fração); → $\frac{1}{2}<\frac{1}{4}$(compara-se frações em termos do tamanho dos termos da fração, $\frac{1}{2}$ é menor do que $\frac{1}{4}$ porque 2 é menor do que 4); → 1,235 > 1,6 (1,235 é maior do que 1,6 porque

> tem mais algarismos); → 1, 7 = 1, 07 (confunde-se as décimas com as centésimas); → $\frac{4}{7}$ é sucessor de $\frac{3}{7}$ (o aluno utiliza a regra dos números naturais, onde há sempre um elemento seguinte).

Sendo assim, a existência de alunos que não assimilam aspectos relevantes do conceito de Número Racional, conforme já mencionado pelos PCN (Brasil 1998) indicando assim, uma falha na construção sólida desse conhecimento desde os anos iniciais do ensino. Essa deficiência pode comprometer seriamente o progresso dos estudantes em áreas que exigem pleno domínio dos Números Racionais, como álgebra, funções e probabilidade. A expressão acarreta prejuízos à compreensão de novos conceitos matemáticos destacando a importância de corrigir essas lacunas conceituais básicas para permitir o desenvolvimento contínuo do aprendizado em Matemática. Se os fundamentos não estão sólidos, torna-se muito mais desafiador construir novos conhecimentos de forma consistente.

Para Sweeney e Quinn (2000) um dos fatores que contribui para os desafios enfrentados pelos estudantes com relação aos Números Racionais é a tendência de abordar frações, decimais e porcentagens de maneira fragmentada. Esse tratamento isolado dos diferentes modos de representação dos racionais dificulta a capacidade dos alunos de identificar e estabelecer conexões entre eles, resultando em uma compreensão parcial e lacunar desse conjunto numérico.

Segundo Curty (2016) que traz a ideia de Duval (2003) menciona que os estudantes tendem a enfrentar maiores obstáculos com números racionais quando precisam transitar entre diferentes representações ou operar com duas representações simultaneamente. Catoo (2000) reafirma que a dificuldade dos alunos na atividade de conversão por meio da mudança de registro é evidente. Muitos alunos não reconhecem nem associam as diferentes representações do número racional, chegando ao ponto de não estabelecerem ligação entre a forma fracionária e outras representações, sendo comum cometerem o erro de estabelecer uma equivalência incorreta entre uma fração e um decimal, separando o numerador do denominador com uma vírgula. Essa dificuldade em reconhecer o mesmo conceito subjacente a formas distintas de expressão parece persistir em diversos níveis de ensino, atuando como uma espécie de barreira que impede os alunos de estabelecer conexões entre as múltiplas maneiras de expressar os Números Racionais.

Frequentemente, os alunos aplicam regras, estratégias e propriedades válidas para os números naturais e inteiros, que foram ensinadas anteriormente. Para Romanatto (1997, p. 87):

> Muitas das dificuldades apresentadas pelos estudantes na compreensão de determinadas classes de problemas, bem como na resolução dos algoritmos associados às operações matemáticas com certos tipos de número, podem estar relacionadas ao não entendimento de que, em cada conjunto numérico, assim como as operações com ele realizadas, são, na maioria das vezes, diferentes daquelas do conjunto numérico anterior.

Quando os alunos passam dos números naturais para os inteiros, precisam entender que as operações de subtração e divisão agora seguem novas regras e propriedades, incluindo a possibilidade de resultados negativos e fracionários. Ao avançarem para os Números Racionais, é necessário compreender conceitos como frações e as operações associadas. Ainda, Brasil (1998) mencionava que a falta de entendimento das diferenças fundamentais entre os conjuntos numéricos pode causar dificuldades significativas na resolução de algoritmos e na aplicação correta das operações matemáticas.

Cada conjunto numérico (naturais, inteiros, racionais, reais, etc.) tem suas próprias regras e operações específicas, que muitas vezes diferem das dos conjuntos numéricos desenvolvidos anteriormente. Conforme trazido por Souza (2002) Muitas das dificuldades que os estudantes enfrentam ao compreender certas classes de problemas e resolver algoritmos relacionados às operações matemáticas com diferentes tipos de números podem estar ligadas à falta de entendimento sobre a transição entre os conjuntos numéricos.

Conforme apontado por Valera (2003), os estudantes enfrentam desafios ao localizar números racionais representados na forma de fração e na forma decimal em uma reta numérica. A autora destaca que essa habilidade de representar e interpretar os Números Racionais em diferentes formatos, especialmente na reta numérica, é uma das principais dificuldades observadas entre os estudantes.

Uma das principais dificuldades está na compreensão do conceito de fração como representação de uma quantidade em relação ao todo. A representação fracionária demonstra muitas dificuldades que podem ser refletidas na integração aos Números Racionais. Lopes (2008, p. 9) menciona que “a notação das frações constitui um obstáculo, não é trivial a associação de uma parte através de dois números inteiros separados por um tracinho”. Monteiro e Pinto (2007) relata que ao comparar os números $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$, muitos estudantes compreendem que a fração $\frac{1}{4}$ é maior que $\frac{1}{3}$, levando em conta que o denominador 4 é maior que o 3. Outros ainda relacionam, por exemplo, $\frac{1}{5}$ = 1,5, demonstrando assim a dificuldade na compreensão do sistema de numeração decimal. A autoras ainda mencionam outras dificuldades que os alunos possuem no trabalho com os números decimais, como se confundir com décimas e centésimas, sem conseguir distinguir 2,2 e 2,02. Percebe-se que a demonstração verbal, pode trazer consigo dificuldades, uma vez que faz intervir em formas que não está presente no cotidiano estudantil.

Já quando os Números Racionais estão na forma percentual, Parker e Leinhardt (1995) afirmam que é frequente os alunos cometerem três tipos de erros, como ignorar o símbolo de porcentagem não distinguindo 10 de 10% ou substitui o símbolo de % por vírgula a esquerda do número o que acontece a relação de 50% = 0,5.

O ensino geralmente é iniciado conforme Quaresma e Pontes (2014) por uma combinação de formas verbais ativas (objeto) e pictóricas (desenhos ou esquemas) que permitem a junção entre a interpretação da informação do enunciado e a respectiva solução. Webb, Boswinkel e Dekker (2008) diferenciam-se as representações informais, que surgem diretamente do contexto (como dinheiro, tempo e partes de uma pizza), das representações formais (como frações e números decimais) os estudos e investigações sustentam que é essencial propiciar aos discentes um amparo didático-pedagógico adequado, de modo a favorecer a apropriação de representações formais dos Números Racionais. Essa etapa preparatória revela-se como um estágio preliminar basilar, um alicerce fundamental para que, ulteriormente, os educandos possam alcançar um sólido entendimento e pleno domínio das representações formais e abstratas inerentes a esses conceitos matemáticos.

Embora os estudantes enfrentem diversas dificuldades com os Números Racionais, essas dificuldades refletem uma falta de compreensão conceitual subjacente às diferentes formas de representação utilizadas no ensino atual, como frações, decimais, porcentagens e retas numéricas. Explorar essas representações de maneira integrada as tecnologias digitais são fundamentais para estabelecer conexões e desenvolver uma compreensão sólida dos Números Racionais.

Diante disso, desenvolver uma sequência didática no ensino da Matemática, mais precisamente no ensino e aprendizagem dos Números Racionais pode desenvolver um entendimento profundo e duradouro desses conceitos fundamentais.

4.3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA E O ENSINO DA MATEMÁTICA

A sala de aula deve ser vista como um espaço dinâmico, onde se promove não apenas o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, mas também sua formação integral como cidadãos. Essa abordagem inclui a construção de novos conhecimentos, a mediação no acesso à informação e o incentivo à autonomia intelectual. Nesse contexto, Balestra (2012, p. 24) ressalta:

> [...] por educar entendemos atuar junto ao sujeito visando seu integral desenvolvimento; já ensinar – para nós – é agir de forma a possibilitar ao educando o acesso ao conhecimento, intermediando sua busca por novos horizontes em direção à cidadania.

Conforme Araújo (2013) as Sequências Didáticas constituem uma abordagem que permite ao docente estruturar e encadear suas práticas pedagógicas em torno de temas e procedimentos específicos. Nesse contexto, cabe ao professor buscar meios de promover o engajamento ativo dos estudantes em todas as etapas do processo de aprendizagem, desde o planejamento das aulas até a efetiva internalização e domínio dos conteúdos abordados.

Sendo assim se define Sequência Didática é uma estratégia pedagógica que organiza o ensino em etapas estruturadas para facilitar o aprendizado gradual e progressivo dos alunos. No ensino da Matemática, ela é fundamental, pois a disciplina envolve conceitos e habilidades que precisam ser compreendidos e aplicados em uma ordem crescente de complexidade. Conforme Zabala (1998) com uma sequência didática bem planejada, o professor guia os alunos desde a introdução de conceitos básicos até a resolução de problemas mais complexos de maneira sistemática.

Essas sequências de atividades conforme Zabala (1998, p. 24) “[...] são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. O que é diferente do conceito de atividade, a qual segundo o autor ela representa o elemento mais básico e fundamental que compõe os processos de ensino e aprendizagem, podendo assumir diversas formas, tais como: uma exposição dialogada, uma atividade prática, uma sessão de observação, um estudo direcionado, um debate, uma leitura orientada, uma pesquisa bibliográfica, um registro de anotações, uma dinâmica motivacional ou uma aplicação prática dos conceitos estudados. E mais uma ao contrário de atividades isoladas, que não necessariamente seguem uma ordem pré-estabelecida, uma sequência didática, como o próprio termo sugere, consiste em um encadeamento coerente e interligado de etapas ou momentos pedagógicos que se complementam e se articulam de forma lógica e intencional.

Zabala (1998) Segundo o autor, ao se organizar essas práticas em uma série coesa e significativa, expandindo a unidade de análise para além de atividades ou tarefas isoladas, pode-se identificar as Sequências Didáticas como a unidade mais adequada para avaliar e aprimorar a implementação de novas metodologias. Essa abordagem processual permite examinar de maneira integrada as etapas de planejamento, aplicação e avaliação, proporcionando uma visão abrangente do percurso de ensino e aprendizagem

As esferas ou variáveis definidas por Zabala (1998, p. 20), a fim de descrever uma proposta de metodologia incluem:

> Além de certas atividades ou tarefas determinadas, uma forma de agrupá-las em sequências de atividades (aula expositiva, por descobrimento, por projetos...), determinadas relações e situações comunicativas que permitem identificar certos papéis concretos dos professores e alunos (diretivos, participativos, cooperativos...), certas formas de agrupamento ou organização social da aula (grande grupo, equipes fixas, grupos móveis...), uma maneira de distribuir o espaço e o tempo (cantos, oficinas, aulas por áreas...), um sistema de organização dos conteúdos (disciplinar, interdisciplinar, globalizador...), um uso dos materiais curriculares (livro-texto, ensino dirigido, fichas de autocorreção...) e um procedimento para a avaliação de resultados, formativa, sancionadora.

Além disso, o autor traz uma relação de unidade didática, sendo assim Zabala (1998) faz referência a essa unidade de programação sendo uma unidade de intervenção pedagógica para indicar sequências de atividades organizadas com o propósito de atingir determinados objetivos educacionais, de forma semelhante ao conceito de sequência didática que temos abordado continuamente.

Assim sendo, a descrição de variáveis ou dimensões para qualquer proposta metodológica são mencionadas por Zabala (1998, p. 20) como unidade didática, logo:

> As sequências de atividades de ensino/aprendizagem, ou sequências didáticas, são uma maneira de encadear e articular as diferentes atividades ao longo de uma unidade didática. Assim, pois, poderemos analisar as diferentes formas de intervenção segundo as atividades que se realizam e, principalmente, pelo sentido que adquirem quanto a uma sequência orientada para a realização de determinados objetivos educacionais. As sequências podem indicar a função que tem cada uma das atividades na construção do conhecimento ou da aprendizagem de diferentes conteúdos e, portanto, avaliar a pertinência ou não de cada uma delas, a falta de outras ou a ênfase que devemos lhes atribuir.

O vínculo estabelecido entre professores e estudantes, assim como entre os próprios estudantes, desempenha um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem, pois o relacionamento interpessoal influencia diretamente a comunicação e os laços afetivos construídos na sala de aula, contribuindo para a criação de um ambiente de convivência específico. A natureza dessas interações e dos vínculos formados impacta na eficácia da transmissão do conhecimento e na adequação dos modelos e propostas didáticas às necessidades de aprendizagem dos estudantes. Segundo Zabala (1998, p. 21):

> A forma de estruturar os diferentes alunos e a dinâmica grupal que se estabelece configura uma determinada organização social da aula em que os meninos e meninas convivem, trabalhando e se relacionando segundo modelos nos quais o grande grupo ou os grupos fixos e variáveis permitem e contribuem de uma forma determinada para o trabalho coletivo e pessoal e sua formação. A utilização dos espaços e do tempo; como se concretizam as diferentes formas de ensinar usando um espaço mais ou menos rígido e onde o tempo é intocável ou permite uma utilização adaptável às diferentes necessidades educacionais.

A organização dos conteúdos pode seguir uma lógica inerente à estrutura formal das disciplinas ou adotar formas organizativas centradas em modelos globais ou integradores. Nesse contexto, é relevante considerar a existência, as características e o uso de materiais curriculares e outros recursos didáticos. Destaca-se também o papel e a importância dos diversos instrumentos empregados nas diferentes formas de intervenção, como aqueles utilizados para comunicar informações, auxiliar em exposições, propor atividades, realizar experimentos, construir conhecimento ou exercitar e aplicar conceitos. Ainda conforme Zabala (1998, p. 21):

> E, finalmente, o sentido e o papel da avaliação, entendida tanto no sentido mais restrito de controle dos resultados de aprendizagem conseguidos, como no de uma concepção global do processo de ensino/aprendizagem. Seja qual for o sentido que se adote, a avaliação sempre se incide nas aprendizagens e, portanto, é uma peça-chave para determinar as características de qualquer metodologia. A maneira de avaliar os trabalhos, o tipo de desafios e ajudas que se propõem, as manifestações das expectativas depositadas, os comentários ao longo do processo, as

> avaliações informais sobre o trabalho que se realiza, a maneira de dispor e de distribuir os grupos etc., são fatores estreitamente ligados à concepção que se tem da avaliação e que têm, embora muitas vezes de maneira implícita, uma forte carga educativa que converte numa das variáveis metodológicas mais determinantes.

Dentre essas unidades temáticas, destaca-se especialmente as noções de Sequência Didática um possível objeto para Educação Matemática, conforme menciona Costa (2013, p. 72)

> [...] sequência didática é um conjunto/grupo de atividades/tarefas/situações didáticas em ordem crescente de complexidade, sejam elas disciplinares, transdisciplinares ou interdisciplinares, construídas reflexivamente pelo professor (e até mesmo pelo aluno) que, ao estabelecer relações com o conhecimento pedagógico do conteúdo, institui uma ordenação, estruturação e articulação entre as atividades/tarefas/situações didáticas com as alternativas (tendências) metodológicas da Educação Matemática para a realização de certos objetivos educacionais, que tem um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos seus alunos.

Sendo assim, pode-se concretizar que uma Sequência Didática oferece várias vantagens no ensino de Matemática, como a organização do ensino, que facilita o planejamento do professor e garante que o conteúdo seja abordado de forma ordenada; a progressão e construção do conhecimento, ajudando os alunos a construírem seu aprendizado de forma gradual; e o aumento da motivação e interesse dos alunos, tornando as aulas mais contextualizadas e envolventes. De acordo com Groenwald e Homa (2009, p.2):

> A vantagem do uso de uma sequência didática, em uma plataforma de ensino, é a possibilidade da utilização de diferentes recursos, com padrão superior de qualidade, com vídeo exemplo, textos com exemplos em movimento, ou seja, um conteúdo visual com maior qualidade de visualização.

Em resumo, a sequência didática é uma ferramenta poderosa para o ensino de Matemática, pois organiza o processo de ensino-aprendizagem e permite que o professor guie os alunos em um percurso claro, objetivo e eficaz para a compreensão e aplicação dos conceitos matemáticos.

Logo para Lins e Gimenez (2001) Por meio de uma sequência didática que também inclua atividades investigativas, a construção do conhecimento pode ocorrer de forma a permitir a experimentação, a generalização, a abstração e a construção de significados.

Diante disso, buscou-se explorar recursos didáticos e abordagens pedagógicas que possam auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, visando o desenvolvimento de um entendimento profundo e duradouro desses conceitos fundamentais da Matemática.

5 METODOLOGIA

O pesquisador deste estudo é o professor de Matemática, atuando na turma onde a investigação se desenvolveu, assumindo as posições de professor e pesquisador de modo simultâneo.

Com o objetivo de atingir os planos traçados e buscando obter respostas para o problema desta investigação, inicialmente projetado, a presente proposta constituiu-se em uma pesquisa de olhar qualitativo, de caráter descritivo e interpretativo, na perspectiva de uma pesquisa de Estudo de Caso

A escolha da abordagem qualitativa se fundamentou a partir das ideias de Martins e Campos (2004, p.22) que relatam:

> O pesquisador qualitativo preocupa-se mais com o processo do que com o produto, procurando retratar a perspectiva dos participantes. Isso significa que, estuda-se a realidade, em seu contexto natural, tal como sucede, e procura dar sentido ou interpretar os fenômenos de acordo com os significados que possuem para as pessoas implicadas nesse contexto.

Neste sentido, uma abordagem qualitativa busca captar e interpretar dados descritivos para entender a realidade social dos sujeitos, considerando suas atitudes, crenças e motivações, pois segundo Gil (2002) é essencial fornecer explicações detalhadas sobre o processo de investigação, descrevendo as etapas seguidas, as metodologias empregadas e os recursos utilizados para alcançar as metas estabelecidas.

Seguindo na mesma linha, segundo Brito, Oliveira e Silva (2021) os trabalhos na perspectiva qualitativa são aqueles que procuram entender determinado fenômeno no ambiente natural, isto é, onde realmente ocorre o ato.

Ainda, Rosenthal (2014) menciona que os diversos métodos de pesquisa qualitativa, aqueles alinhados a um paradigma social interpretativo se destacam por buscar a generalização teórica em casos particulares, em vez de se basearem na frequência estatística com que determinado fenômeno social ocorre.

Neste viés do olhar qualitativo buscou-se com essa pesquisa atingir o objetivo de investigar como desenvolver uma sequência didática com a utilização de *softwares*, jogos educativos, vídeos e animações para o desenvolvimento do conteúdo de Números Racionais no sétimo ano do Ensino Fundamental, visando indicar uma maneira dinâmica e visual para revisar e aprofundar o aprendizado desse conteúdo.

Sendo assim, Gil (1999) relata que a pesquisa qualitativa é influenciada pela subjetividade do objeto de estudo, baseando-se na dinâmica e abordagem do problema investigado. Seu propósito é descrever e interpretar de forma detalhada os componentes de um sistema complexo onde o foco está na exploração de interpretações e significados, sem a necessidade de quantificar os fenômenos, já que o objetivo principal é entender profundamente o contexto em que esses fenômenos ocorrem.

Neste sentido, entende-se que essa foi uma pesquisa na perspectiva de Estudo de Caso, já que se procura conhecer e agir para encontrar uma ação de mudança em busca do benefício do grupo examinado. Esse tipo de perspectiva é mencionado por Yin (2010, p.23) como,

> uma pesquisa empírica que investiga um fenômeno contemporâneo em profundidade e em seu contexto de vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não são claramente evidentes.

Dessa forma, o estudo de caso analisa fenômenos que permite gerar conhecimento, que pode servir como base teórica para entender casos semelhantes a determinadas variáveis que o influenciam. Levando em conta o olhar da perspectiva do Estudo de Caso que foi a estratégia analítica que embasou essa investigação.

Segundo Yin (2015, p. 139) o pesquisador dever procurar padrões, *insights* ou conceitos que pareçam promissores a pesquisa em si podendo emergir enquanto se manipula os dados. Para essa análise optou-se por identificar, analisar e valorizar as soluções apresentadas pelos estudantes, no sentido de observar os objetos de conhecimentos e as estratégias utilizadas.

Neste viés, a análise dos dados foi realizada por meio da coleta, organização, interpretação e apresentação das respostas dadas pelos estudantes no questionário inicial e final e nas atividades propostas na sequência didática. O questionário inicial foi considerado para conhecer o perfil dos participantes e seus conhecimentos sobre o tema da pesquisa. As atividades da sequência didática permitiram compreender os pontos fortes e as limitações dos estudantes frente aos conteúdos propostos, tomando como base os registros fotográficos e a observação do pesquisador. O questionário final teve como foco analisar as contribuições da sequência didática desenvolvida. Salienta-se que as análises foram realizadas de forma descritiva e interpretativa (Gil, 2011; Rosenthal, 2014).

Foi analisado nessa pesquisa o questionário inicial, a sequência didática eletrônica desenvolvida, as atividades realizadas pelos alunos e o questionário final. A análise dos questionários inicial e final, segundo Gil (2011, p. 128), pode ser definido “como a técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas etc.” Portanto, em questões de natureza empírica, o questionário é uma técnica que será utilizada para coletar informações da realidade. Para análise de dados quantitativos, também se optou por utilizar a pesquisa de estatística descritiva, para subsidiar a interpretação das informações obtidas.

A etapa da análise da sequência eletrônica objetivou avaliar os pontos positivos e negativos, principalmente com base no desempenho dos alunos. O propósito da análise é verificar a potencialidade dela em sua aplicabilidade.

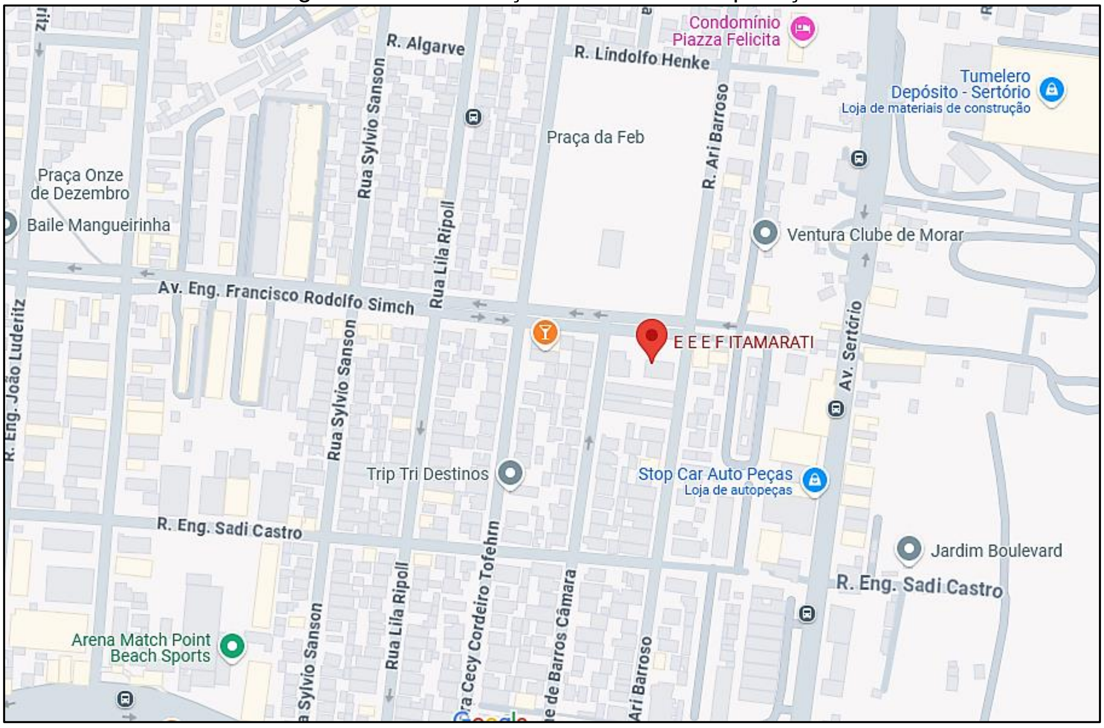
Para análise individual dos estudantes, foram utilizadas as anotações deles, as fotografias tiradas, e as observações do pesquisador. Os dados coletados permitiram realizar uma análise das dificuldades enfrentadas pelos alunos, se foram superadas ao longo das atividades e como ocorreu esse processo.

5.1 LOCAL DA PESQUISA

A pesquisa foi formada por vinte e três estudantes matriculados no sétimo ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual de Ensino Fundamental Itamarati que pertence as escolas de rede pública estadual na cidade de Porto Alegre, no Rio Grande do Sul. O município de Porto Alegre é a capital do Estado e é uma das cidades que compõe a região metropolitana.

A escola oferece o ensino do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental, ou seja, atendendo uma faixa etária aproximada de 6 aos 14 anos. A escola está localizada no Bairro Sarandi (Figura 12).

Figura 12 - Localização da escola de aplicação



Fonte: https://www.google.com/maps.

Assim a escola possui um total de 36 turmas de Ensino Fundamental, funcionando assim nos turnos manhã e tarde, sendo 16 turmas dos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e contém 80 profissionais da educação, distribuídos entre direção, vices, supervisão e orientação e professores do Ensino Fundamental, 5 profissionais da limpeza e 4 profissionais na cozinha.

Com relação a instalação, a escola possui uma boa infraestrutura, contendo 30 salas de aula, com mesas, cadeiras e quadro branco, uma sala de vídeo, contendo televisão e computador conectados à *internet* para utilização dos professores com suas turmas, sala de informática equipada com *Chromebook* com acesso à *internet*, um refeitório composto por mesas para os estudantes, sala dos professores, biblioteca, secretária, 2 quadras de esportes, 2 pracinhas e banheiros.

5.2 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Para a coleta de dados serão utilizados os seguintes instrumentos:

a) Questionário Inicial (Apêndice A) que visou conhecer o grupo de pesquisa, suas principais características e verificar a adesão do mesmo à pesquisa;

b) Sequência Didática com as atividades elaboradas onde se pretendeu observar as potencialidades e fragilidades dos participantes com o assunto de Números Racionais;

c) Registros escritos dos Estudantes que visou verificar as dificuldades encontradas no processo de realização das atividades;

d) Questionário Final (Apêndice B) que objetivou analisar as percepções do grupo sobre as atividades e a temática apresentada;

e) Registros e observação do pesquisador. Projetou-se com relação ao engajamento e as dificuldades encontradas na aplicação das atividades e temática realizada.

A utilização de questionários como instrumento para a coleta de dados é vista por Gil (2011) como uma forma de investigação que possui diversas vantagens que possibilita o anonimato, tem baixo custo e pode ser aplicado a uma grande quantidade de indivíduos. Ele ainda salienta que o questionário deve ser elaborado de acordo com a temática abordada a fim de ser possível a responder os objetivos da pesquisa através questões específicas, podendo ser abertas ou fechadas, o que melhor de possibilitar a análise das respostas. O questionário não pode ser muito longo para não gerar dificuldades de preenchimento dos pesquisados.

5.3 ETAPAS DA PESQUISA

a) Pesquisa bibliográfica: análise dos trabalhos publicados por pesquisadores em Educação Matemática que abordaram o tema desse projeto com o objetivo de buscar contribuições para dar embasamento teórico à ideia.

b) Construção do referencial teórico da dissertação que terá como embasamento: as tecnologias da inteligência de Levy e a Educação e Tecnologia da informação e comunicação de Kenski para a utilização das tecnologias digitais; as diferentes representações dos Números Racionais conforme Onuchic: Quaresma e Pontes; Sequência Didática no Ensino da Matemática conforme Zabala.

c) Análise dos livros didáticos do Plano Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) com o objetivo de verificar como estão sendo abordados o Conjunto dos Números Racionais a fim de ter base para poder realizar a sequência didática sobre o objeto da investigação.

d) Coleta de dados inicial, com aplicação de questionários (Apêndice A e B) aos alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental participantes da pesquisa com o objetivo de verificar o perfil de natureza pedagógica.

e) Elaboração da sequência didática para ser desenvolvida utilizando tecnologias digitais que sejam acessíveis ao grupo de discentes participantes do projeto, seja por meio de laboratório da escola participante ou utilizando smartphones pessoais. A sequência didática tem o intuito de trabalhar o conteúdo do Conjunto dos Números Racionais que é obrigatório de acordo com a BNCC.

f) Aplicação da sequência didática aos alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental que serão participantes da pesquisa.

g) Análise dos dados coletados para verificar as contribuições e limitações da sequência didática na aprendizagem desses estudantes;

Numeração do parecer do comitê de ética em pesquisa com seres humanos: 6.545.667. Ressalta-se que os participantes da pesquisa assinaram o termo de assentimento livre e esclarecido e seus responsáveis o termo de consentimento livre e esclarecido. Também, foi assinada a carta de anuência pela instituição escolar participante da pesquisa, bem como foi assinado o termo de autorização de uso de imagem e voz pelos participantes, visto que a voz foi transcrita e a imagem das faces borradas, buscando evitar a identificação.

6 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

Neste capítulo, apresentou-se descrição e a análise do conteúdo dos Números Racionais presente em 8 livros didáticos que fazem parte do Plano Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). O livro didático incorpora um conceito ideológico que favorece determinados grupos sociais ao longo da história. Conforme Bonazzi e Eco (1980), o livro didático geralmente apresenta a versão predominante, ou seja, aquela que reflete a visão de mundo das forças político-sociais dominantes. Sendo assim, o professor não deve fazer uso somente de única fonte de estudos da disciplina, somente por meio do estudo e debate crítico é possível romper paradigmas e contribuir para a transformação positiva da sociedade em que se vive. Segundo Rüsen (2010, p. 115),

> [...] as características que distinguem um bom livro didático são essencialmente quatro: um formato claro e estruturado; uma estrutura didática clara; uma relação produtiva com o aluno e uma relação com a prática da aula.

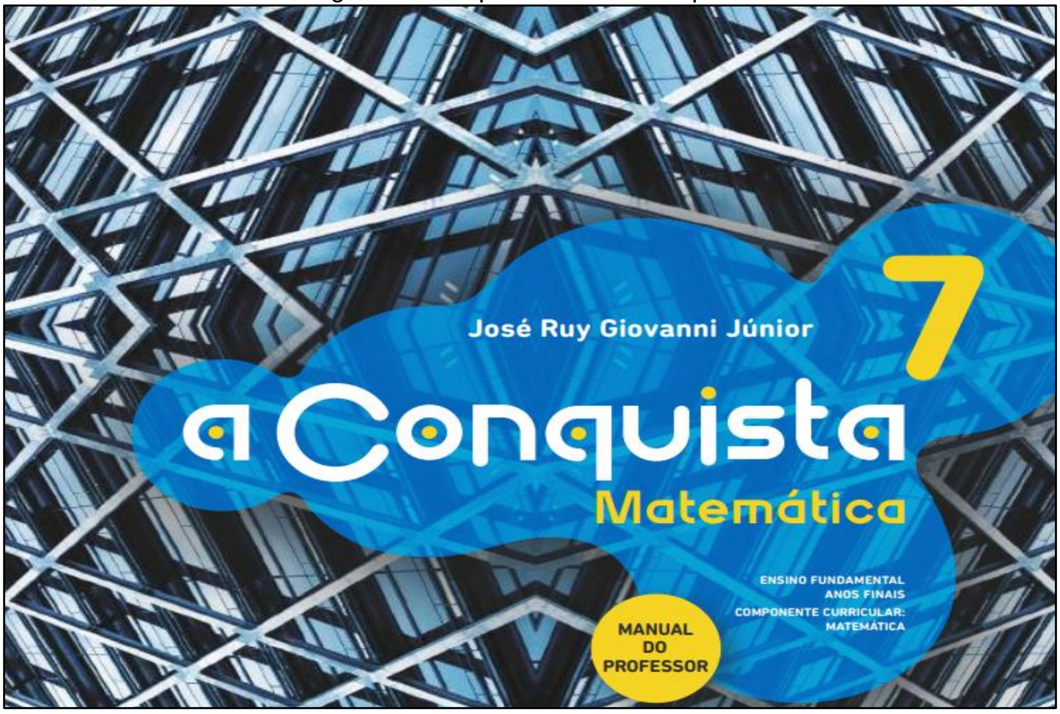
Para tanto, levou-se em consideração a abordagem do conteúdo em relação a introdução, reta numérica e as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação destinados ao sétimo ano do Ensino Fundamental.

Destacou-se que, a escolha desses livros foi baseada no material disponibilizado para seleção do material didático na escola de aplicação.

6.1 ANÁLISE DO LIVRO A CONQUISTA

Primeiramente, é apresentada a capa do livro, Figura 13, em análise, ressaltando sua relevância como ponto de partida para entender o conteúdo abordado e contextualizar os temas que serão discutidos ao longo do estudo.

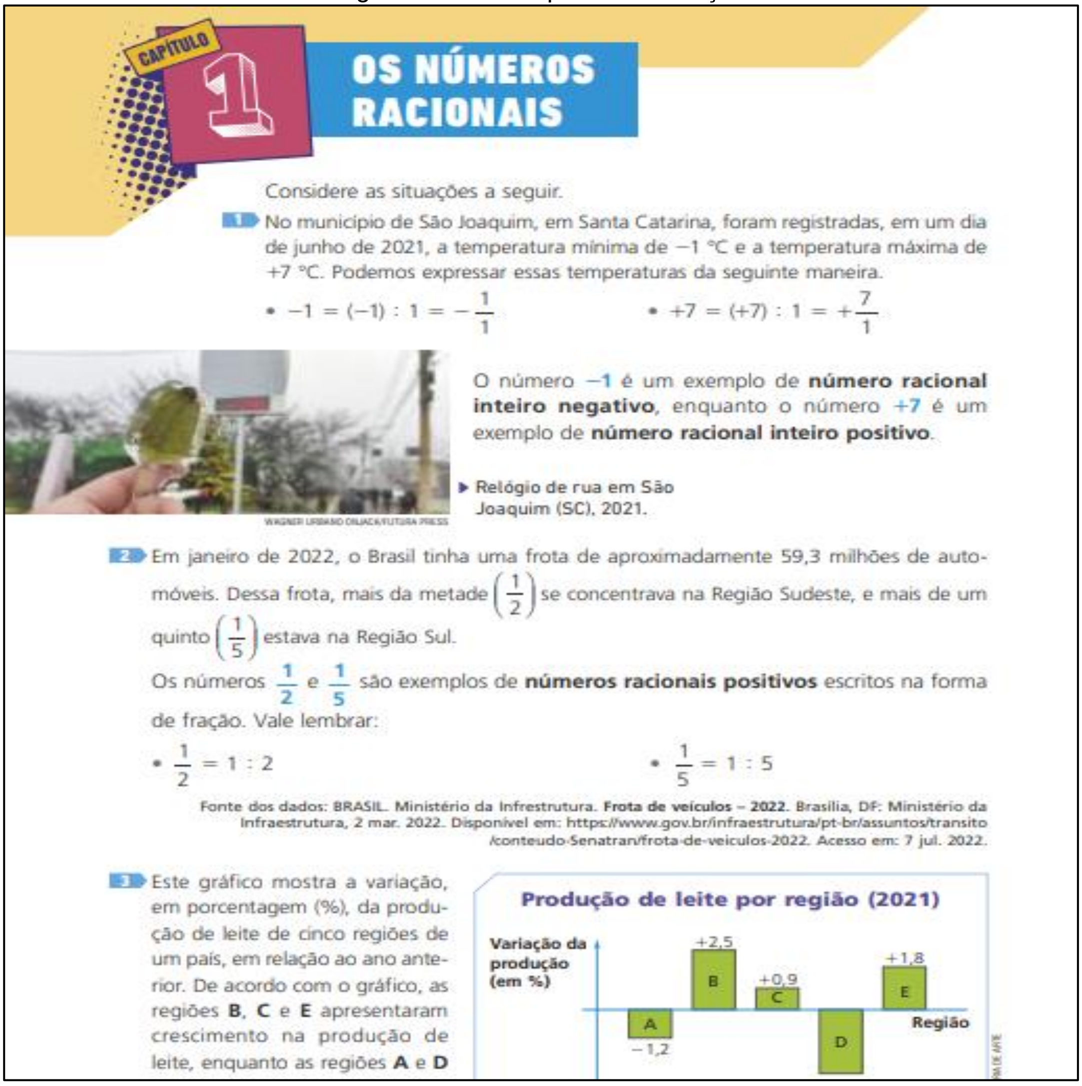
Figura 13 - Capa do livro A Conquista



Fonte: retirado de Giovanni Júnior (2022, n.p.).

O livro de Giovanni Júnior (2022), da editora FTD, abordou os Números Racionais de forma sistemática, no volume destinado ao 7° ano do Ensino Fundamental. Os objetos do conhecimento referente aos Números Racionais têm início com uma introdução que definiu o conjunto Q como formado pelos números que podem ser expressos na forma de fração $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e $b \neq 0$. Essa introdução destacou a relevância prática desse conjunto Numérico, conectando-os a situações do cotidiano, como medidas e divisões, o que ajuda a contextualizar e justificar sua importância no ensino, conforme se pode observar na Figura 14.

Figura 14 - A conquista: introdução



CAPÍTULO 1

OS NÚMEROS RACIONAIS

Considere as situações a seguir.

1 No município de São Joaquim, em Santa Catarina, foram registradas, em um dia de junho de 2021, a temperatura mínima de −1 °C e a temperatura máxima de +7 °C. Podemos expressar essas temperaturas da seguinte maneira.

• $-1 = (-1) : 1 = -\frac{1}{1}$ • $+7 = (+7) : 1 = +\frac{7}{1}$

O número **−1** é um exemplo de **número racional inteiro negativo**, enquanto o número **+7** é um exemplo de **número racional inteiro positivo**.

WAGNER URBANO OLIACA/FUTURA PRESS

▶ Relógio de rua em São Joaquim (SC), 2021.

2 Em janeiro de 2022, o Brasil tinha uma frota de aproximadamente 59,3 milhões de automóveis. Dessa frota, mais da metade $\left(\frac{1}{2}\right)$ se concentrava na Região Sudeste, e mais de um quinto $\left(\frac{1}{5}\right)$ estava na Região Sul.

Os números $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{5}$ são exemplos de **números racionais positivos** escritos na forma de fração. Vale lembrar:

• $\frac{1}{2} = 1 : 2$ • $\frac{1}{5} = 1 : 5$

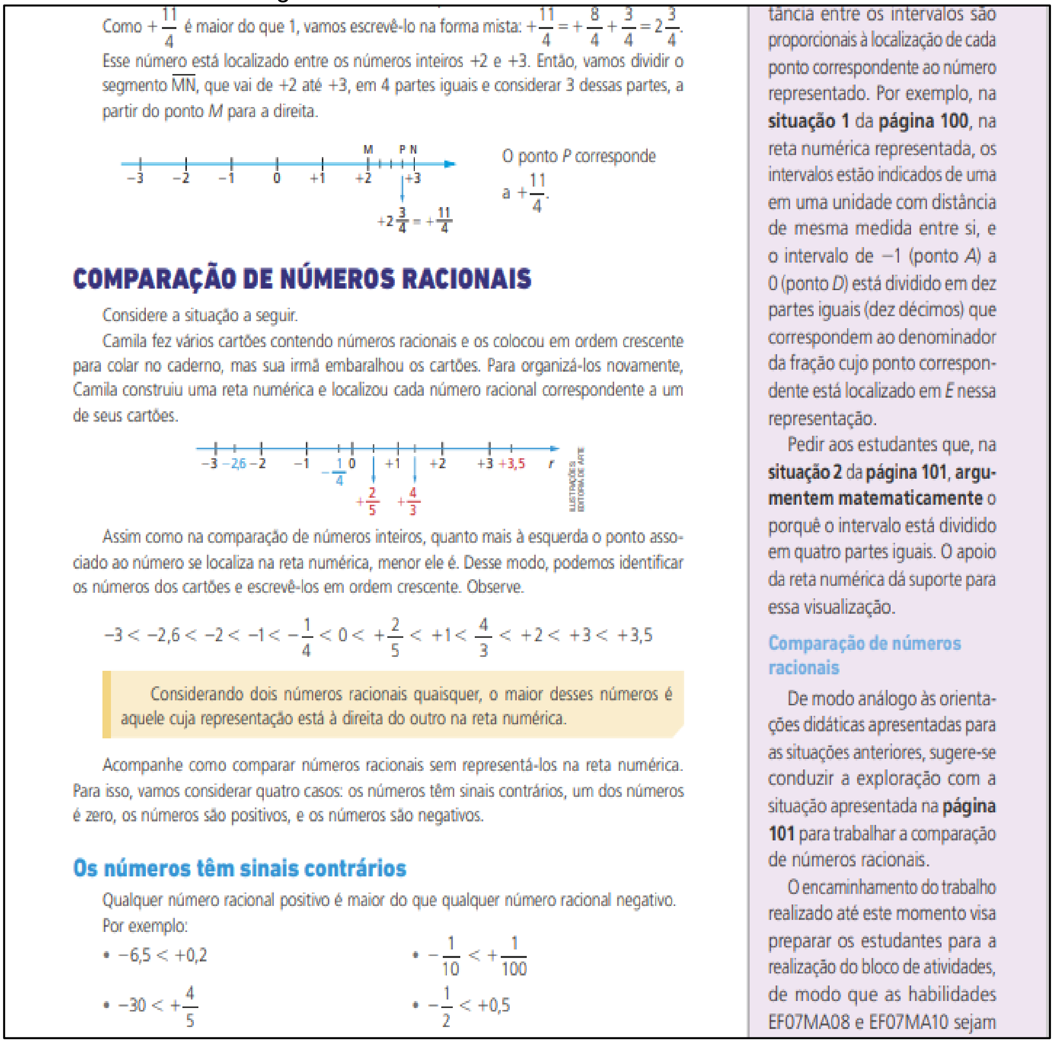
Fonte dos dados: BRASIL. Ministério da Infrestrutura. **Frota de veículos – 2022**. Brasília, DF: Ministério da Infraestrutura, 2 mar. 2022. Disponível em: https://www.gov.br/infraestrutura/pt-br/assuntos/transito/conteudo-Senatran/frota-de-veiculos-2022. Acesso em: 7 jul. 2022.

3 Este gráfico mostra a variação, em porcentagem (%), da produção de leite de cinco regiões de um país, em relação ao ano anterior. De acordo com o gráfico, as regiões **B**, **C** e **E** apresentaram crescimento na produção de leite, enquanto as regiões **A** e **D**

Fonte: retirado de Giovanni Júnior (2022, p. 98).

O autor explorou as principais características dos Números Racionais incluindo sua representação nas formas fracionária e decimal e a densidade do conjunto dos Racionais destacou-se no contexto, mostrando que entre dois Números Racionais sempre há infinitos outros. A reta numérica foi utilizada como recurso didático para representar e comparar Números Racionais, bem como para identificar frações equivalentes que ocupam o mesmo ponto na linha, reforçando a ideia de equivalência. Na Figura 15, pode-se observar a representação desse conjunto numérico na reta real e a ideia de equivalência.

Figura 15 - Números Racionais: reta numérica



Como $+\frac{11}{4}$ é maior do que 1, vamos escrevê-lo na forma mista: $+\frac{11}{4} = +\frac{8}{4} + \frac{3}{4} = 2\frac{3}{4}$.

Esse número está localizado entre os números inteiros +2 e +3. Então, vamos dividir o segmento $\overline{MN}$, que vai de +2 até +3, em 4 partes iguais e considerar 3 dessas partes, a partir do ponto *M* para a direita.

O ponto *P* corresponde a $+\frac{11}{4}$.

COMPARAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS

Considere a situação a seguir.

Camila fez vários cartões contendo números racionais e os colocou em ordem crescente para colar no caderno, mas sua irmã embaralhou os cartões. Para organizá-los novamente, Camila construiu uma reta numérica e localizou cada número racional correspondente a um de seus cartões.

Assim como na comparação de números inteiros, quanto mais à esquerda o ponto associado ao número se localiza na reta numérica, menor ele é. Desse modo, podemos identificar os números dos cartões e escrevê-los em ordem crescente. Observe.

$$-3 < -2{,}6 < -2 < -1 < -\frac{1}{4} < 0 < +\frac{2}{5} < +1 < \frac{4}{3} < +2 < +3 < +3{,}5$$

Considerando dois números racionais quaisquer, o maior desses números é aquele cuja representação está à direita do outro na reta numérica.

Acompanhe como comparar números racionais sem representá-los na reta numérica. Para isso, vamos considerar quatro casos: os números têm sinais contrários, um dos números é zero, os números são positivos, e os números são negativos.

Os números têm sinais contrários

Qualquer número racional positivo é maior do que qualquer número racional negativo. Por exemplo:

- $-6{,}5 < +0{,}2$
- $-\frac{1}{10} < +\frac{1}{100}$
- $-30 < +\frac{4}{5}$
- $-\frac{1}{2} < +0{,}5$

tância entre os intervalos são proporcionais à localização de cada ponto correspondente ao número representado. Por exemplo, na **situação 1** da **página 100**, na reta numérica representada, os intervalos estão indicados de uma em uma unidade com distância de mesma medida entre si, e o intervalo de −1 (ponto *A*) a 0 (ponto *D*) está dividido em dez partes iguais (dez décimos) que correspondem ao denominador da fração cujo ponto correspondente está localizado em *E* nessa representação.

Pedir aos estudantes que, na **situação 2** da **página 101**, **argumentem matematicamente** o porquê o intervalo está dividido em quatro partes iguais. O apoio da reta numérica dá suporte para essa visualização.

Comparação de números racionais

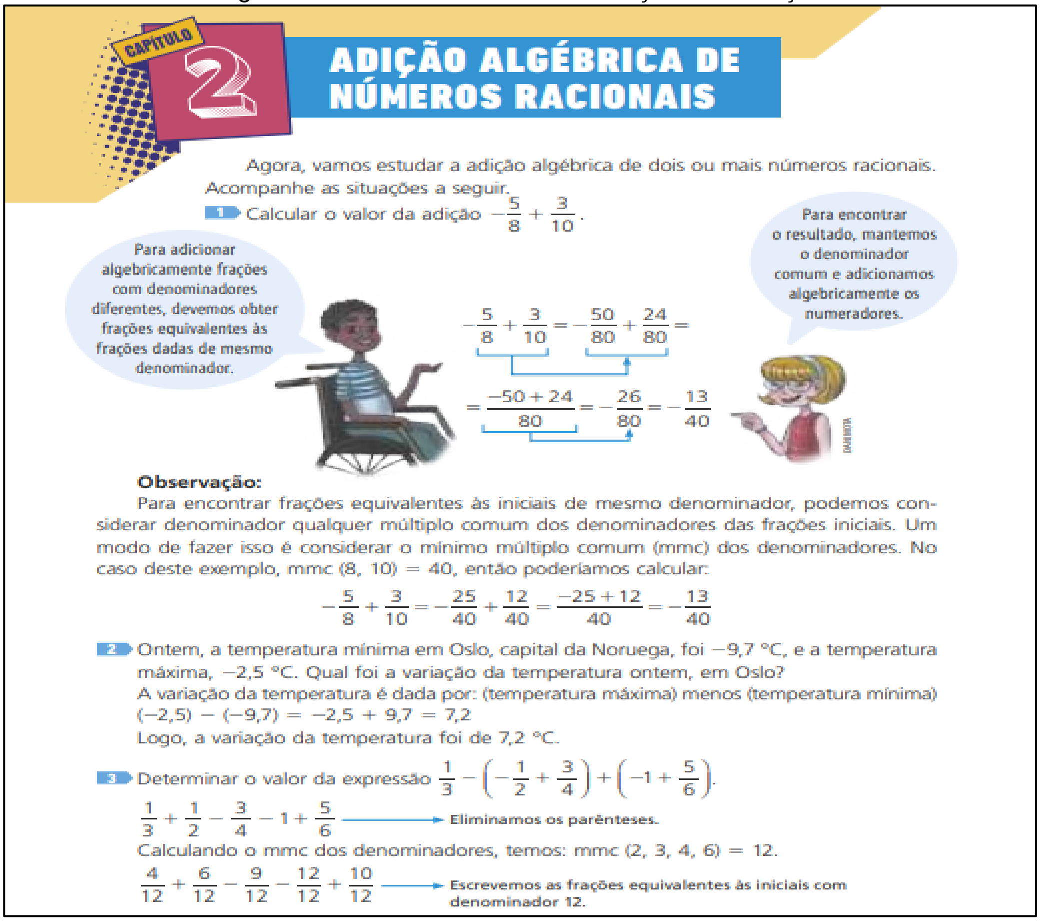
De modo análogo às orientações didáticas apresentadas para as situações anteriores, sugere-se conduzir a exploração com a situação apresentada na **página 101** para trabalhar a comparação de números racionais.

O encaminhamento do trabalho realizado até este momento visa preparar os estudantes para a realização do bloco de atividades, de modo que as habilidades EF07MA08 e EF07MA10 sejam

Fonte: retirado de Giovanni Júnior (2022, p. 101).

Sendo que, as operações fundamentais com esse conjunto foram abordadas de maneira clara, iniciando pela adição e subtração. Essas operações podem ser observadas na Figura 16, no qual enfatizou a necessidade de encontrar um denominador comum para a realização dos procedimentos adequados para a resolução.

Figura 16 - Números Racionais: Adição e subtração



CAPÍTULO 2

ADIÇÃO ALGÉBRICA DE NÚMEROS RACIONAIS

Agora, vamos estudar a adição algébrica de dois ou mais números racionais. Acompanhe as situações a seguir.

1 Calcular o valor da adição $-\frac{5}{8} + \frac{3}{10}$.

$$-\frac{5}{8} + \frac{3}{10} = -\frac{50}{80} + \frac{24}{80} =$$

$$= \frac{-50 + 24}{80} = -\frac{26}{80} = -\frac{13}{40}$$

Observação:

Para encontrar frações equivalentes às iniciais de mesmo denominador, podemos considerar denominador qualquer múltiplo comum dos denominadores das frações iniciais. Um modo de fazer isso é considerar o mínimo múltiplo comum (mmc) dos denominadores. No caso deste exemplo, mmc (8, 10) = 40, então poderíamos calcular:

$$-\frac{5}{8} + \frac{3}{10} = -\frac{25}{40} + \frac{12}{40} = \frac{-25 + 12}{40} = -\frac{13}{40}$$

2 Ontem, a temperatura mínima em Oslo, capital da Noruega, foi −9,7 °C, e a temperatura máxima, −2,5 °C. Qual foi a variação da temperatura ontem, em Oslo?

A variação da temperatura é dada por: (temperatura máxima) menos (temperatura mínima)

$(-2,5) - (-9,7) = -2,5 + 9,7 = 7,2$

Logo, a variação da temperatura foi de 7,2 °C.

3 Determinar o valor da expressão $\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) + \left(-1 + \frac{5}{6}\right)$.

$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} - 1 + \frac{5}{6}$ → Eliminamos os parênteses.

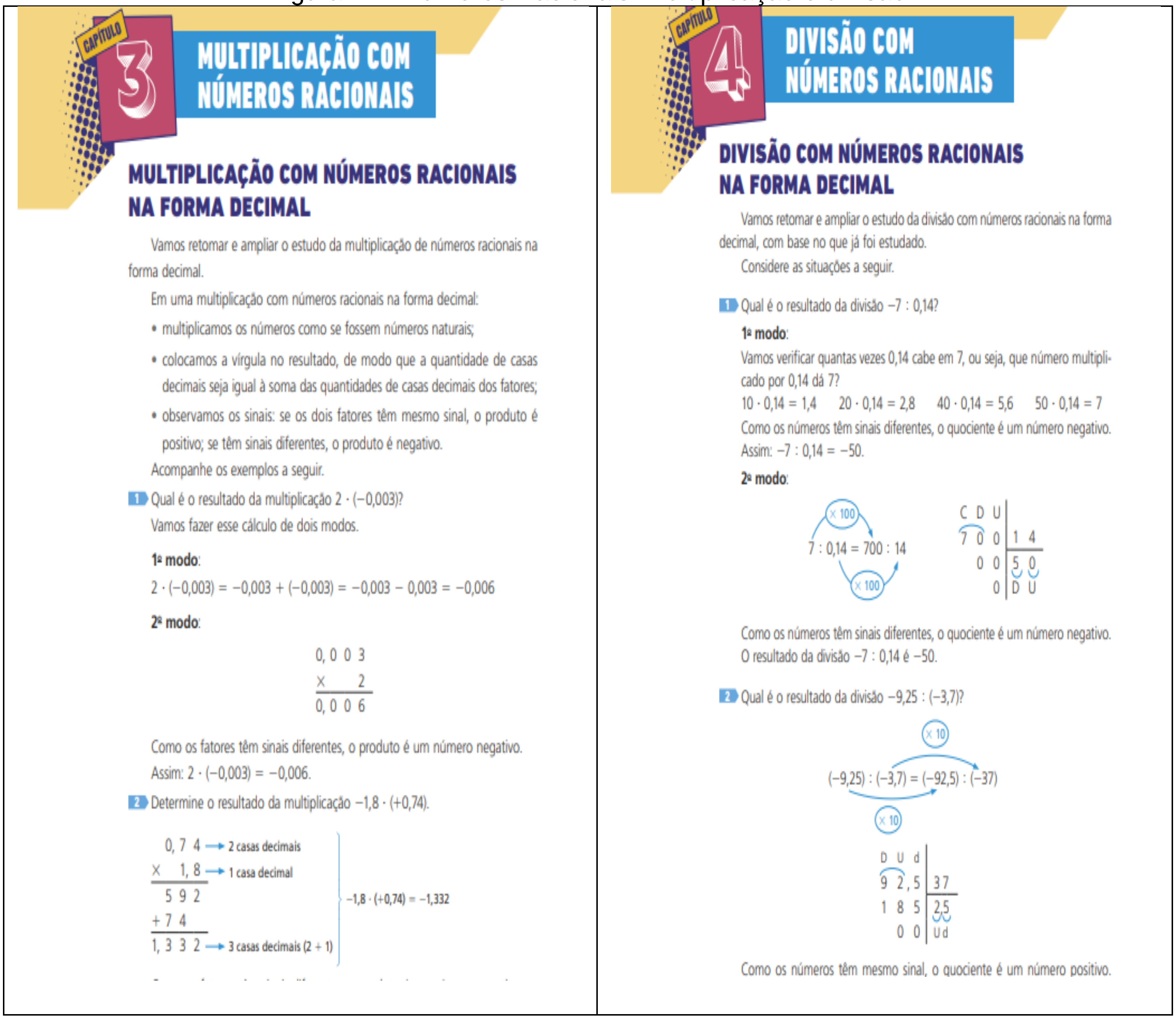
Calculando o mmc dos denominadores, temos: mmc (2, 3, 4, 6) = 12.

$\frac{4}{12} + \frac{6}{12} - \frac{9}{12} - \frac{12}{12} + \frac{10}{12}$ → Escrevemos as frações equivalentes às iniciais com denominador 12.

Fonte: retirado de Giovanni Júnior (2022, p. 106).

As Já as operações de multiplicação e divisão foram apresentadas de forma direta, conforme se pode ser observado na Figura 17, explorando assim, a regra de multiplicação de numeradores e denominadores e a utilização do inverso multiplicativo para resolver divisões.

Figura 17 - Números Racionais: Multiplicação e divisão



CAPÍTULO 3

MULTIPLICAÇÃO COM NÚMEROS RACIONAIS

MULTIPLICAÇÃO COM NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA DECIMAL

Vamos retomar e ampliar o estudo da multiplicação de números racionais na forma decimal.

Em uma multiplicação com números racionais na forma decimal:

- multiplicamos os números como se fossem números naturais;
- colocamos a vírgula no resultado, de modo que a quantidade de casas decimais seja igual à soma das quantidades de casas decimais dos fatores;
- observamos os sinais: se os dois fatores têm mesmo sinal, o produto é positivo; se têm sinais diferentes, o produto é negativo.

Acompanhe os exemplos a seguir.

1 Qual é o resultado da multiplicação $2 \cdot (-0{,}003)$?

Vamos fazer esse cálculo de dois modos.

1º modo:

$2 \cdot (-0{,}003) = -0{,}003 + (-0{,}003) = -0{,}003 - 0{,}003 = -0{,}006$

2º modo:

$$\begin{array}{r} 0{,}0\,0\,3 \\ \times \quad 2 \\ \hline 0{,}0\,0\,6 \end{array}$$

Como os fatores têm sinais diferentes, o produto é um número negativo.

Assim: $2 \cdot (-0{,}003) = -0{,}006$.

2 Determine o resultado da multiplicação $-1{,}8 \cdot (+0{,}74)$.

$$\begin{array}{rl} 0{,}7\,4 & \rightarrow \text{2 casas decimais} \\ \times \quad 1{,}8 & \rightarrow \text{1 casa decimal} \\ \hline 5\,9\,2 & \\ +\,7\,4 & \\ \hline 1{,}3\,3\,2 & \rightarrow \text{3 casas decimais (2 + 1)} \end{array} \quad -1{,}8 \cdot (+0{,}74) = -1{,}332$$

CAPÍTULO 4

DIVISÃO COM NÚMEROS RACIONAIS

DIVISÃO COM NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA DECIMAL

Vamos retomar e ampliar o estudo da divisão com números racionais na forma decimal, com base no que já foi estudado.

Considere as situações a seguir.

1 Qual é o resultado da divisão $-7 : 0{,}14$?

1º modo:

Vamos verificar quantas vezes 0,14 cabe em 7, ou seja, que número multiplicado por 0,14 dá 7?

$10 \cdot 0{,}14 = 1{,}4 \quad 20 \cdot 0{,}14 = 2{,}8 \quad 40 \cdot 0{,}14 = 5{,}6 \quad 50 \cdot 0{,}14 = 7$

Como os números têm sinais diferentes, o quociente é um número negativo.

Assim: $-7 : 0{,}14 = -50$.

2º modo:

$7 : 0{,}14 = 700 : 14$ (× 100)

$$\begin{array}{ccc|cc} C & D & U & & \\ 7 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ \cline{4-5} & 0 & 0 & 5 & 0 \\ & & 0 & D & U \end{array}$$

Como os números têm sinais diferentes, o quociente é um número negativo.

O resultado da divisão $-7 : 0{,}14$ é -50.

2 Qual é o resultado da divisão $-9{,}25 : (-3{,}7)$?

$(-9{,}25) : (-3{,}7) = (-92{,}5) : (-37)$ (× 10)

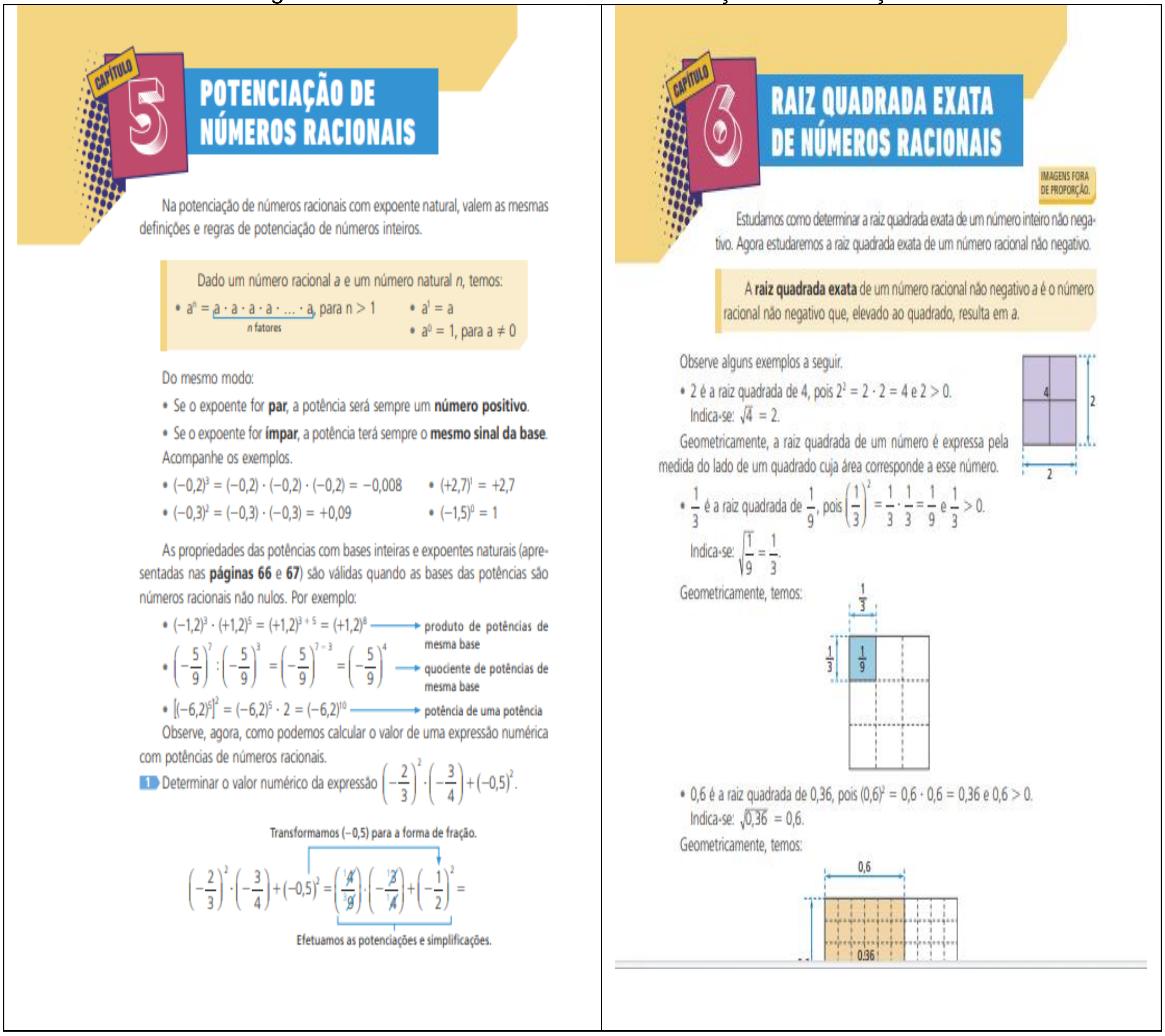
$$\begin{array}{ccc|c} D & U & d & \\ 9 & 2, & 5 & 37 \\ \cline{4-4} 1 & 8 & 5 & 2{,}5 \\ & 0 & 0 & U\,d \end{array}$$

Como os números têm mesmo sinal, o quociente é um número positivo.

Fonte: retirado de Giovanni Júnior (2022, p. 108 e 112).

Posteriormente, o material abordou o conteúdo de potenciação, incluindo exemplos de potências de frações com Números Racionais positivos e negativos, e a radiciação, onde explorou-se a relação entre raízes e expoentes fracionários, com simplificações de radicais, conforme pode-se observar na Figura 18.

Figura 18 - Números Racionais: Potenciação e Radiciação



CAPÍTULO 5

POTENCIAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS

Na potenciação de números racionais com expoente natural, valem as mesmas definições e regras de potenciação de números inteiros.

Dado um número racional *a* e um número natural *n*, temos:

- $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ fatores}}$, para $n > 1$
- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$, para $a \neq 0$

Do mesmo modo:

- Se o expoente for **par**, a potência será sempre um **número positivo**.
- Se o expoente for **ímpar**, a potência terá sempre o **mesmo sinal da base**.

Acompanhe os exemplos.

- $(-0{,}2)^3 = (-0{,}2) \cdot (-0{,}2) \cdot (-0{,}2) = -0{,}008$
- $(+2{,}7)^1 = +2{,}7$
- $(-0{,}3)^2 = (-0{,}3) \cdot (-0{,}3) = +0{,}09$
- $(-1{,}5)^0 = 1$

As propriedades das potências com bases inteiras e expoentes naturais (apresentadas nas **páginas 66** e **67**) são válidas quando as bases das potências são números racionais não nulos. Por exemplo:

- $(-1{,}2)^3 \cdot (+1{,}2)^5 = (+1{,}2)^{3+5} = (+1{,}2)^8 \longrightarrow$ produto de potências de mesma base
- $\left(-\frac{5}{9}\right)^7 : \left(-\frac{5}{9}\right)^3 = \left(-\frac{5}{9}\right)^{7-3} = \left(-\frac{5}{9}\right)^4 \longrightarrow$ quociente de potências de mesma base
- $[(-6{,}2)^5]^2 = (-6{,}2)^{5 \cdot 2} = (-6{,}2)^{10} \longrightarrow$ potência de uma potência

Observe, agora, como podemos calcular o valor de uma expressão numérica com potências de números racionais.

1 Determinar o valor numérico da expressão $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + (-0{,}5)^2$.

Transformamos (−0,5) para a forma de fração.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + (-0{,}5)^2 = \underbrace{\left(\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{9}_{3}}\right) \cdot \left(-\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{4}_{1}}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)^2}_{\text{Efetuamos as potenciações e simplificações.}} =$$

CAPÍTULO 6

RAIZ QUADRADA EXATA DE NÚMEROS RACIONAIS

IMAGENS FORA DE PROPORÇÃO.

Estudamos como determinar a raiz quadrada exata de um número inteiro não negativo. Agora estudaremos a raiz quadrada exata de um número racional não negativo.

A **raiz quadrada exata** de um número racional não negativo *a* é o número racional não negativo que, elevado ao quadrado, resulta em *a*.

Observe alguns exemplos a seguir.

- 2 é a raiz quadrada de 4, pois $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$ e $2 > 0$.
  Indica-se: $\sqrt{4} = 2$.

Geometricamente, a raiz quadrada de um número é expressa pela medida do lado de um quadrado cuja área corresponde a esse número.

- $\frac{1}{3}$ é a raiz quadrada de $\frac{1}{9}$, pois $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ e $\frac{1}{3} > 0$.
  Indica-se: $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$.

Geometricamente, temos:

- 0,6 é a raiz quadrada de 0,36, pois $(0{,}6)^2 = 0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}36$ e $0{,}6 > 0$.
  Indica-se: $\sqrt{0{,}36} = 0{,}6$.

Geometricamente, temos:

Fonte: retirado de Giovanni Júnior (2022, p. 117 e 120).

Portanto, o material apresentou uma proposta na qual valorizou a prática de resolução de problemas e a contextualização como estratégias pedagógicas. As atividades sugerem o uso de situações reais para consolidar o aprendizado, como a partilha de quantidades, cálculos de proporções e medições. Desta forma, a obra buscou incentivar uma abordagem prática e reflexiva dos conteúdos, promovendo a conexão dos Números Racionais com o cotidiano, a fim de tornar o aprendizado significativo para os estudantes.

Na sequência, apresentou-se a análise do livro Amplitude do autor Bonjorno *et al.* (2022).

6.2 ANÁLISE DO LIVRO AMPLITUDE

Inicialmente na Figura 19, destaca-se a capa, volume sete do Ensino Fundamental, do livro Amplitude de Bonjorno *et. al* (2022) da editora do Brasil, como forma de introduzir e contextualizar a análise, fornecendo assim, informações sobre o público e a obra em questão.

Figura 19 - Capa livro Amplitude

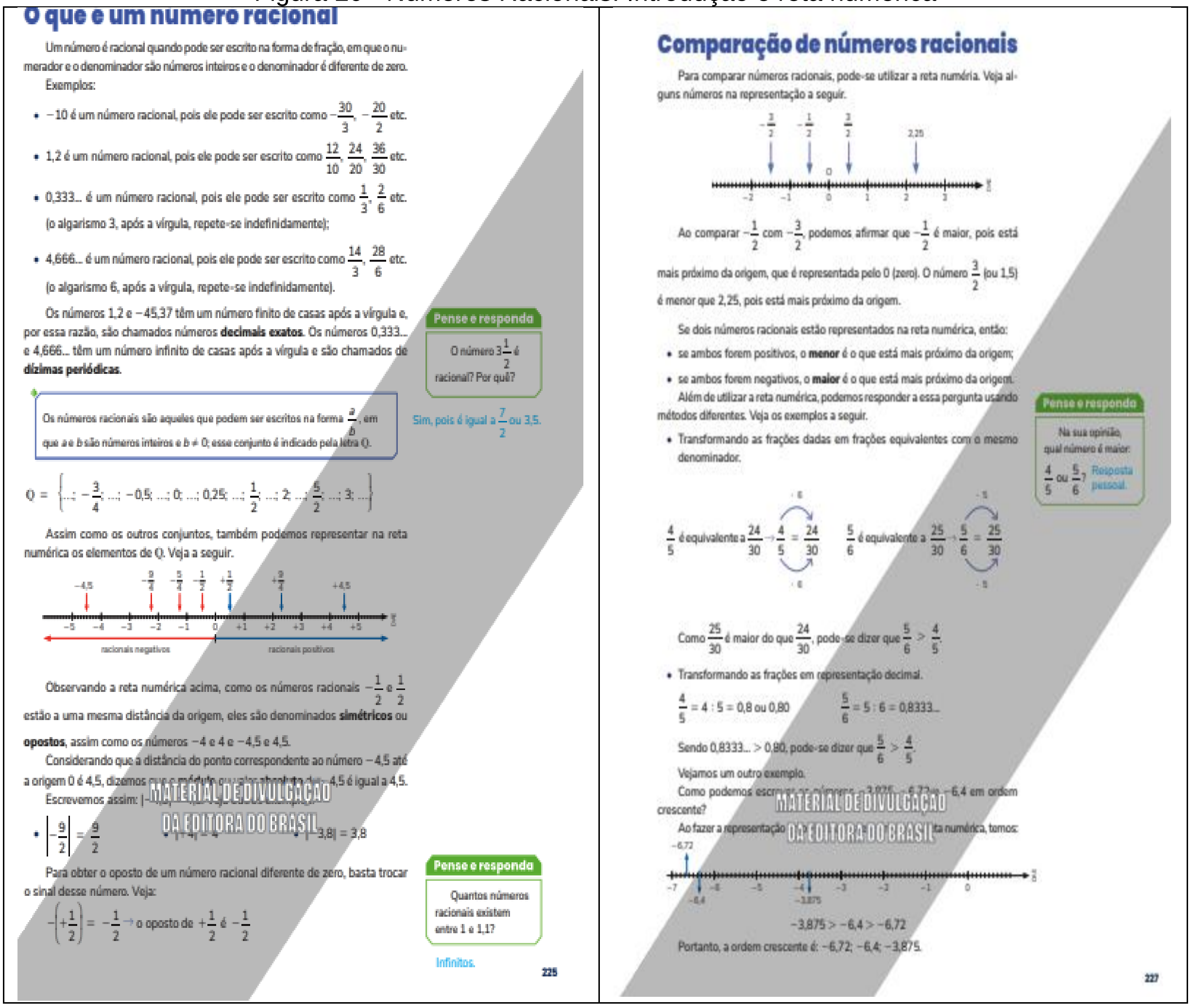
Fonte: retirado de Bonjorno *et al.* (2022, n.p.).

O livro analisado abordou o conjunto dos Números Racionais de maneira detalhada, mensurando aspectos introdutórios, características fundamentais, representação na reta numérica e as operações básicas e avançadas da Matemática.

A introdução aos Números Racionais destaca a representação das frações do tipo $\frac{a}{b}$, em que a e b são inteiros e $b \neq 0$. Essa definição foi abordada por meio de exemplos contextualizados do cotidiano, reforçando a importância prática desse conjunto numérico. O material enfatizou a relação entre as formas fracionária e decimal, mencionando, também, as dízimas periódicas, como uma das formas de representação dos Números Racionais. Outro ponto importante a ser destacado foi a menção sobre a densidade do conjunto, explicando que entre dois Números Racionais existem infinitos outros.

A apresentação da reta numérica acabou sendo uma ferramenta para ilustrar a disposição e a ordem dos Números Racionais, além de trabalhar a equivalência entre frações. A utilização da reta permitiu uma abordagem visual e intuitiva para comparação de grandezas e explorar conceitos como números opostos e simétricos, conforme se pode observar na Figura 20.

Figura 20 - Números Racionais: Introdução e reta numérica



O que é um número racional

Um número é racional quando pode ser escrito na forma de fração, em que o numerador e o denominador são números inteiros e o denominador é diferente de zero.

Exemplos:

- -10 é um número racional, pois ele pode ser escrito como $-\frac{30}{3}$, $-\frac{20}{2}$ etc.
- 1,2 é um número racional, pois ele pode ser escrito como $\frac{12}{10}$, $\frac{24}{20}$, $\frac{36}{30}$ etc.
- 0,333... é um número racional, pois ele pode ser escrito como $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$ etc. (o algarismo 3, após a vírgula, repete-se indefinidamente);
- 4,666... é um número racional, pois ele pode ser escrito como $\frac{14}{3}$, $\frac{28}{6}$ etc. (o algarismo 6, após a vírgula, repete-se indefinidamente).

Os números 1,2 e $-45{,}37$ têm um número finito de casas após a vírgula e, por essa razão, são chamados números **decimais exatos**. Os números 0,333... e 4,666... têm um número infinito de casas após a vírgula e são chamados de **dízimas periódicas**.

Os números racionais são aqueles que podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, em que a e b são números inteiros e $b \neq 0$; esse conjunto é indicado pela letra $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q} = \left\{...; -\frac{3}{4}; ...; -0{,}5; ...; 0; ...; 0{,}25; ...; \frac{1}{2}; ...; 2; ...; \frac{5}{2}; ...; 3; ...\right\}$$

Assim como os outros conjuntos, também podemos representar na reta numérica os elementos de $\mathbb{Q}$. Veja a seguir.

Observando a reta numérica acima, como os números racionais $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$ estão a uma mesma distância da origem, eles são denominados **simétricos** ou **opostos**, assim como os números -4 e 4 e $-4{,}5$ e 4,5.

Considerando que a distância do ponto correspondente ao número $-4{,}5$ até a origem 0 é 4,5, dizemos que o módulo ou valor absoluto de $-4{,}5$ é igual a 4,5.

Para obter o oposto de um número racional diferente de zero, basta trocar o sinal desse número. Veja:

$-\left(+\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ → o oposto de $+\frac{1}{2}$ é $-\frac{1}{2}$

Pense e responda

O número $3\frac{1}{2}$ é racional? Por quê? Sim, pois é igual a $\frac{7}{2}$ ou 3,5.

Quantos números racionais existem entre 1 e 1,1? Infinitos.

225

Comparação de números racionais

Para comparar números racionais, pode-se utilizar a reta numérica. Veja alguns números na representação a seguir.

Ao comparar $-\frac{1}{2}$ com $-\frac{3}{2}$, podemos afirmar que $-\frac{1}{2}$ é maior, pois está mais próximo da origem, que é representada pelo 0 (zero). O número $\frac{3}{2}$ (ou 1,5) é menor que 2,25, pois está mais próximo da origem.

Se dois números racionais estão representados na reta numérica, então:

- se ambos forem positivos, o **menor** é o que está mais próximo da origem;
- se ambos forem negativos, o **maior** é o que está mais próximo da origem.

Além de utilizar a reta numérica, podemos responder a essa pergunta usando métodos diferentes. Veja os exemplos a seguir.

- Transformando as frações dadas em frações equivalentes com o mesmo denominador.

$\frac{4}{5}$ é equivalente a $\frac{24}{30}$ → $\frac{4}{5} = \frac{24}{30}$ $\quad$ $\frac{5}{6}$ é equivalente a $\frac{25}{30}$ → $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$

Como $\frac{25}{30}$ é maior do que $\frac{24}{30}$, pode-se dizer que $\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$.

- Transformando as frações em representação decimal.

$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0{,}8$ ou 0,80 $\quad$ $\frac{5}{6} = 5 : 6 = 0{,}8333...$

Sendo $0{,}8333... > 0{,}80$, pode-se dizer que $\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$.

Vejamos um outro exemplo.

Ao fazer a representação na reta numérica, temos:

$-3{,}875 > -6{,}4 > -6{,}72$

Portanto, a ordem crescente é: $-6{,}72$; $-6{,}4$; $-3{,}875$.

Pense e responda

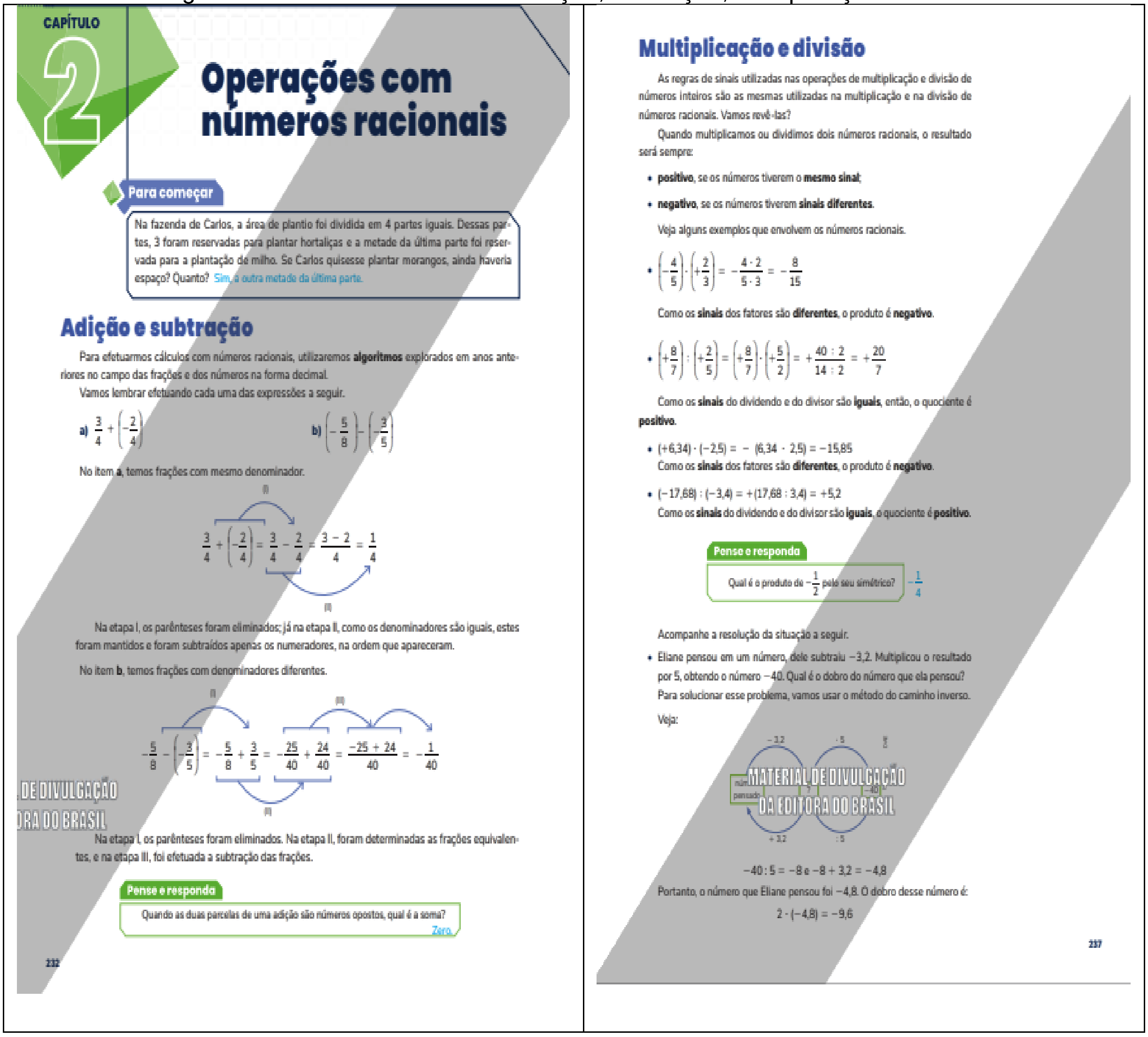
Na sua opinião, qual número é maior: $\frac{4}{5}$ ou $\frac{5}{6}$? Resposta pessoal.

227

Fonte: retirado de Bonjorno *et al.* (2022, p. 225 e 227).

Sendo que, as operações matemáticas com Números Racionais, foram amplamente exploradas. Para a adição e subtração, o foco acabou sendo no cálculo com frações de denominadores iguais e diferentes, destacando a necessidade de encontrar um denominador comum. A multiplicação e divisão de frações explicou-se de forma clara, com exemplos que reforçaram a aplicação das regras básicas, como a multiplicação direta dos numeradores e denominadores e o uso do inverso multiplicativo na divisão. Essas operações podem ser observadas na Figura 21.

Figura 21 - Números Racionais: Adição, subtração, multiplicação e divisão



CAPÍTULO 2

Operações com números racionais

Para começar

Na fazenda de Carlos, a área de plantio foi dividida em 4 partes iguais. Dessas partes, 3 foram reservadas para plantar hortaliças e a metade da última parte foi reservada para a plantação de milho. Se Carlos quisesse plantar morangos, ainda haveria espaço? Quanto? Sim, a outra metade da última parte.

Adição e subtração

Para efetuarmos cálculos com números racionais, utilizaremos **algoritmos** explorados em anos anteriores no campo das frações e dos números na forma decimal.

Vamos lembrar efetuando cada uma das expressões a seguir.

a) $\frac{3}{4}+\left(-\frac{2}{4}\right)$ **b)** $\left(-\frac{5}{8}\right)-\left(-\frac{3}{5}\right)$

No item **a**, temos frações com mesmo denominador.

$$\frac{3}{4}+\left(-\frac{2}{4}\right)\overset{\text{I}}{=}\frac{3}{4}-\frac{2}{4}\overset{\text{II}}{=}\frac{3-2}{4}=\frac{1}{4}$$

Na etapa I, os parênteses foram eliminados; já na etapa II, como os denominadores são iguais, estes foram mantidos e foram subtraídos apenas os numeradores, na ordem que apareceram.

No item **b**, temos frações com denominadores diferentes.

$$-\frac{5}{8}-\left(-\frac{3}{5}\right)\overset{\text{I}}{=}-\frac{5}{8}+\frac{3}{5}\overset{\text{II}}{=}-\frac{25}{40}+\frac{24}{40}\overset{\text{III}}{=}\frac{-25+24}{40}=-\frac{1}{40}$$

Na etapa I, os parênteses foram eliminados. Na etapa II, foram determinadas as frações equivalentes, e na etapa III, foi efetuada a subtração das frações.

Pense e responda

Quando as duas parcelas de uma adição são números opostos, qual é a soma? Zero.

232

Multiplicação e divisão

As regras de sinais utilizadas nas operações de multiplicação e divisão de números inteiros são as mesmas utilizadas na multiplicação e na divisão de números racionais. Vamos revê-las?

Quando multiplicamos ou dividimos dois números racionais, o resultado será sempre:

- **positivo**, se os números tiverem o **mesmo sinal**;
- **negativo**, se os números tiverem **sinais diferentes**.

Veja alguns exemplos que envolvem os números racionais.

- $\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\left(+\frac{2}{3}\right)=-\frac{4\cdot 2}{5\cdot 3}=-\frac{8}{15}$

Como os **sinais** dos fatores são **diferentes**, o produto é **negativo**.

- $\left(+\frac{8}{7}\right):\left(+\frac{2}{5}\right)=\left(+\frac{8}{7}\right)\cdot\left(+\frac{5}{2}\right)=+\frac{40:2}{14:2}=+\frac{20}{7}$

Como os **sinais** do dividendo e do divisor são **iguais**, então, o quociente é **positivo**.

- $(+6{,}34)\cdot(-2{,}5)=-(6{,}34\cdot 2{,}5)=-15{,}85$

Como os **sinais** dos fatores são **diferentes**, o produto é **negativo**.

- $(-17{,}68):(-3{,}4)=+(17{,}68:3{,}4)=+5{,}2$

Como os **sinais** do dividendo e do divisor são **iguais**, o quociente é **positivo**.

Pense e responda

Qual é o produto de $-\frac{1}{2}$ pelo seu simétrico? $-\frac{1}{4}$

Acompanhe a resolução da situação a seguir.

- Eliane pensou em um número, dele subtraiu −3,2. Multiplicou o resultado por 5, obtendo o número −40. Qual é o dobro do número que ela pensou?

Para solucionar esse problema, vamos usar o método do caminho inverso.

Veja:

$-40:5=-8$ e $-8+3{,}2=-4{,}8$

Portanto, o número que Eliane pensou foi −4,8. O dobro desse número é:

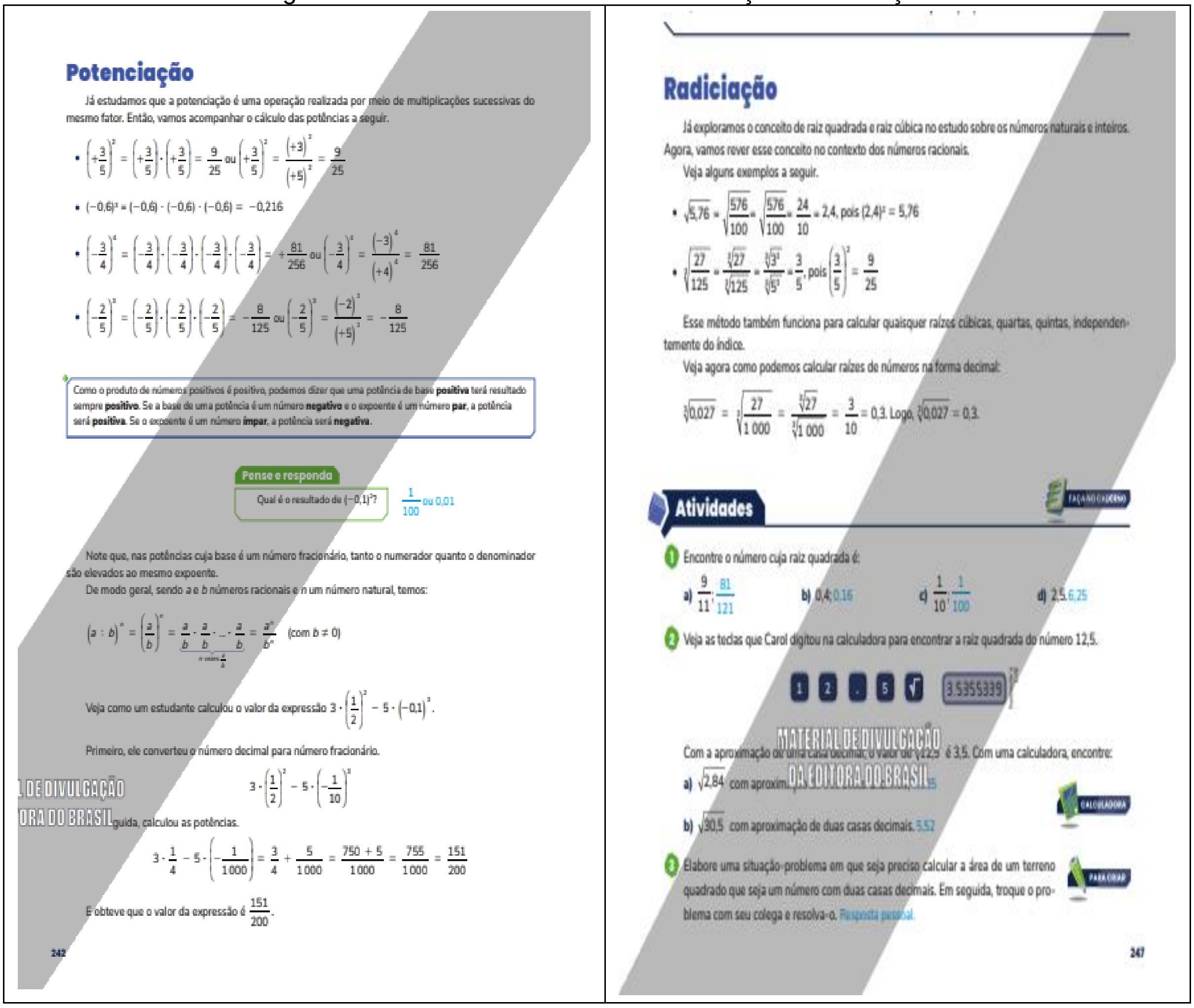
$2\cdot(-4{,}8)=-9{,}6$

237

Fonte: retirado de Bonjorno *et al.* (2022, p. 232 e 237).

Na sequência, Figura 22, destacou-se a potenciação com os Números Racionais, tanto positivos quanto negativos, com exercícios que incluíram frações elevadas a expoentes inteiros, bem como, a radiciação que foi introduzida como o processo inverso da potenciação, incluindo raízes quadradas e cúbicas de Números Racionais, além de explorar a conexão com expoentes fracionários.

Figura 22 - Números Racionais: Potenciação e radiciação



Potenciação

Já estudamos que a potenciação é uma operação realizada por meio de multiplicações sucessivas do mesmo fator. Então, vamos acompanhar o cálculo das potências a seguir.

- $\left(+\frac{3}{5}\right)^2 = \left(+\frac{3}{5}\right)\cdot\left(+\frac{3}{5}\right) = \frac{9}{25}$ ou $\left(+\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{(+3)^2}{(+5)^2} = \frac{9}{25}$
- $(-0,6)^3 = (-0,6)\cdot(-0,6)\cdot(-0,6) = -0,216$
- $\left(-\frac{3}{4}\right)^4 = \left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) = +\frac{81}{256}$ ou $\left(-\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{(-3)^4}{(+4)^4} = \frac{81}{256}$
- $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{8}{125}$ ou $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{(+5)^3} = -\frac{8}{125}$

Como o produto de números positivos é positivo, podemos dizer que uma potência de base **positiva** terá resultado sempre **positivo**. Se a base de uma potência é um número **negativo** e o expoente é um número **par**, a potência será **positiva**. Se o expoente é um número **ímpar**, a potência será **negativa**.

Pense e responda

Qual é o resultado de $(-0,1)^2$? $\frac{1}{100}$ ou 0,01

Note que, nas potências cuja base é um número fracionário, tanto o numerador quanto o denominador são elevados ao mesmo expoente.

De modo geral, sendo a e b números racionais e n um número natural, temos:

$$(a : b)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\ldots\cdot\frac{a}{b}}_{n \text{ vezes } \frac{a}{b}} = \frac{a^n}{b^n} \quad (\text{com } b \neq 0)$$

Veja como um estudante calculou o valor da expressão $3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5\cdot(-0,1)^3$.

Primeiro, ele converteu o número decimal para número fracionário.

$$3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5\cdot\left(-\frac{1}{10}\right)^3$$

Em seguida, calculou as potências.

$$3\cdot\frac{1}{4} - 5\cdot\left(-\frac{1}{1000}\right) = \frac{3}{4} + \frac{5}{1000} = \frac{750+5}{1000} = \frac{755}{1000} = \frac{151}{200}$$

E obteve que o valor da expressão é $\frac{151}{200}$.

242

Radiciação

Já exploramos o conceito de raiz quadrada e raiz cúbica no estudo sobre os números naturais e inteiros. Agora, vamos rever esse conceito no contexto dos números racionais.

Veja alguns exemplos a seguir.

- $\sqrt{5,76} = \sqrt{\frac{576}{100}} = \frac{\sqrt{576}}{\sqrt{100}} = \frac{24}{10} = 2,4$, pois $(2,4)^2 = 5,76$
- $\sqrt[3]{\frac{27}{125}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{\sqrt[3]{3^3}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{3}{5}$, pois $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{9}{25}$

Esse método também funciona para calcular quaisquer raízes cúbicas, quartas, quintas, independentemente do índice.

Veja agora como podemos calcular raízes de números na forma decimal:

$$\sqrt[3]{0,027} = \sqrt[3]{\frac{27}{1\,000}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{1\,000}} = \frac{3}{10} = 0,3. \text{ Logo, } \sqrt[3]{0,027} = 0,3.$$

Atividades

FAÇA NO CADERNO

1. Encontre o número cuja raiz quadrada é:
   a) $\frac{9}{11}$; $\frac{81}{121}$ b) 0,4; 0,16 c) $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{100}$ d) 2,5. 6,25
2. Veja as teclas que Carol digitou na calculadora para encontrar a raiz quadrada do número 12,5.
   1 2 . 5 √ 3.5355339
   Com a aproximação de uma casa decimal, o valor de $\sqrt{12,5}$ é 3,5. Com uma calculadora, encontre:
   a) $\sqrt{2,84}$ com aproxim...
   b) $\sqrt{30,5}$ com aproximação de duas casas decimais. 5,52
   CALCULADORA
3. Elabore uma situação-problema em que seja preciso calcular a área de um terreno quadrado que seja um número com duas casas decimais. Em seguida, troque o problema com seu colega e resolva-o. Resposta pessoal.
   PARA CRIAR

247

Fonte: retirado de Bonjorno *et al.* (2022, p. 242 e 247).

Percebeu-se que o material buscou favorecer a aplicação prática dos conceitos, propondo exercícios e problemas que conectam os Números Racionais a situações reais. Essas abordagens visam reforçar o aprendizado significativo e desenvolver a capacidade de resolução de problemas dos estudantes.

Após essa descrição e análise, apresentam-se, no subcapítulo a seguir, aspectos relevantes da obra Araribá.

6.3 ANÁLISE DO LIVRO ARARIBÁ: CONECTA A MATEMÁTICA

Na Figura 23, destacou-se a capa da obra Araribá: Conecta a Matemática, como elemento visual e informativo a fim de introduzir o conteúdo a ser verificado.

Figura 23 - Capa livro: araribá

Fonte: retirado Gay (2022, n.p.).

O livro, do 7° ano do Ensino Fundamental, analisado de Gay (2022) da editora Moderna abordou os Números Racionais de maneira detalhada, com uma estrutura pedagógica que incluí aspectos introdutórios, características, a reta numérica e as operações fundamentais e avançadas.

O conteúdo se iniciou com uma introdução ao conjunto dos Números Racionais, definido como composto por números que podem ser expressos na forma de fração $\frac{a}{b}$, onde a e b são inteiros e $b \neq 0$. A abordagem destaca a aplicabilidade desse conjunto em situações cotidianas, conectando a teoria com práticas reais para facilitar a compreensão dos estudantes. Existindo um cuidado em apresentar os Números Racionais tanto em sua forma fracionária quanto decimal conforme pode ser observado na Figura 24.

Figura 24 - Números Racionais: Introdução(araribá)

Os números 40, 440 000, −65, 500 e 9 também podem ser escritos na forma fracionária. Observe um exemplo de forma fracionária desses números.

- $40 = \frac{40}{1}$
- $-65 = -\frac{65}{1}$
- $9 = \frac{9}{1}$
- $440\,000 = \frac{440\,000}{1}$
- $500 = \frac{500}{1}$

Assim, 40, 440 000, −65, 500 e 9 também são números racionais.

Conjunto dos números racionais

Todo número que pode ser escrito na forma fracionária, com denominador e numerador inteiros e denominador diferente de zero, pertence ao **conjunto dos números racionais**, que indicamos por $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b}, \text{ sendo } a \text{ e } b \text{ números inteiros e } b \neq 0\right\}$$

Para pensar

- Podemos dizer que todo número inteiro é também um número racional?
- Podemos dizer que os números naturais também são números racionais?

Para pensar: Respostas em *Orientações*.

Os números racionais são usados em muitas situações do nosso dia a dia. Observe algumas delas a seguir.

Observações

- A palavra "racional", derivada de "razão", quer dizer "comparar por meio da divisão", e o símbolo $\mathbb{Q}$, vem da palavra "quociente".
- Existem números que não são racionais, ou seja, não podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e $b \neq 0$. Observe alguns exemplos.
  - $\sqrt{2} = 1{,}41421356237...$
  - $-4{,}121221222...$
  - $\sqrt{35} = 5{,}916079783...$

  Esses números serão estudados futuramente.

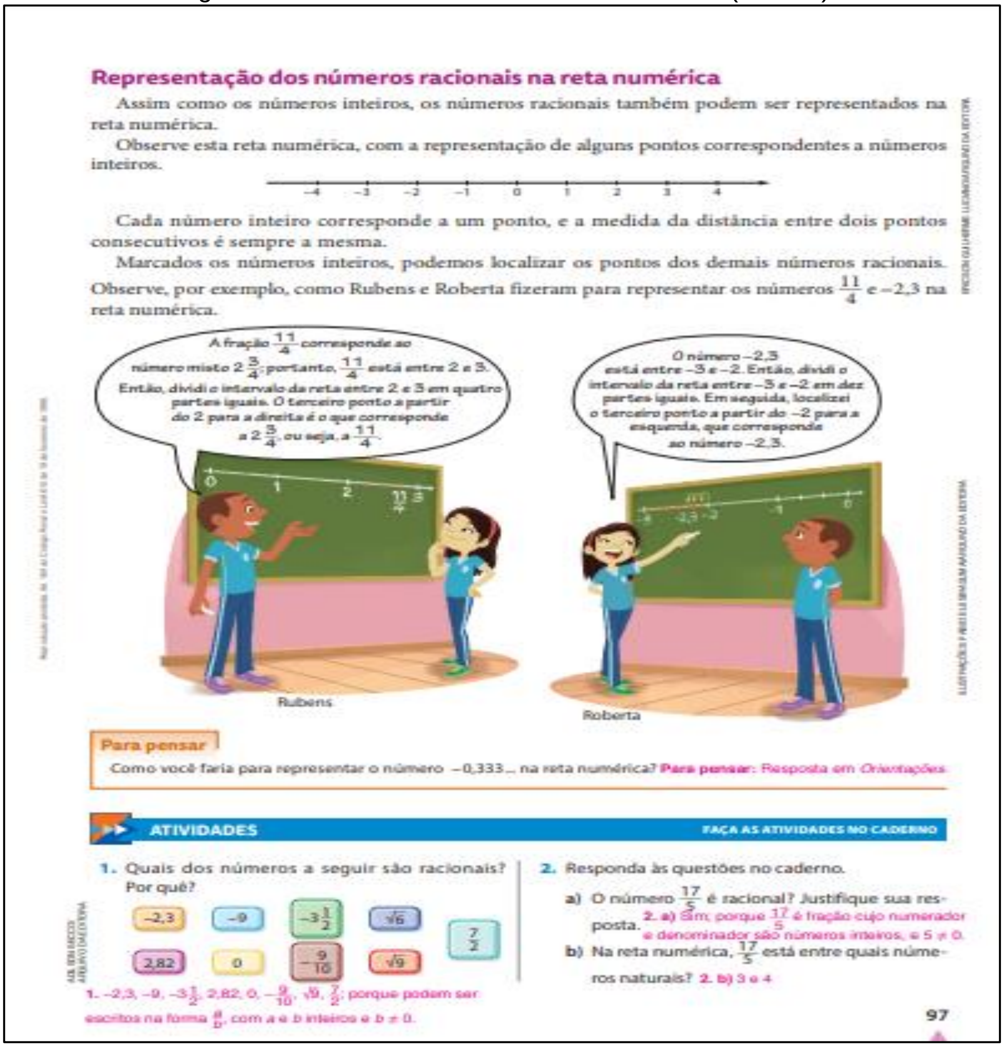
96

Fonte: retirado Gay (2022, p. 96).

Percebeu-se que o autor busca explorar as características dos Números Racionais, como a complexidade do conjunto, enfatizando que entre dois Números Racionais há infinitos outros. Desta forma, procurou desenvolver o entendimento da imensidão e da ordenação dos números.

Já com relação a reta numérica, foi utilizada como instrumento didático, Figura 25, para realizar a ilustração da posição e a equivalência dos Números Racionais. Sendo trabalhadas representações que ajudariam os estudantes a compreenderem conceitos como a localização de frações equivalentes e a relação entre frações e números decimais.

Figura 25 - Números Racionais: reta numérica (araribá)



Representação dos números racionais na reta numérica

Assim como os números inteiros, os números racionais também podem ser representados na reta numérica.

Observe esta reta numérica, com a representação de alguns pontos correspondentes a números inteiros.

–4 –3 –2 –1 0 1 2 3 4

Cada número inteiro corresponde a um ponto, e a medida da distância entre dois pontos consecutivos é sempre a mesma.

Marcados os números inteiros, podemos localizar os pontos dos demais números racionais. Observe, por exemplo, como Rubens e Roberta fizeram para representar os números $\frac{11}{4}$ e –2,3 na reta numérica.

A fração $\frac{11}{4}$ corresponde ao número misto $2\frac{3}{4}$; portanto, $\frac{11}{4}$ está entre 2 e 3. Então, dividi o intervalo da reta entre 2 e 3 em quatro partes iguais. O terceiro ponto a partir do 2 para a direita é o que corresponde a $2\frac{3}{4}$, ou seja, a $\frac{11}{4}$.

O número –2,3 está entre –3 e –2. Então, dividi o intervalo da reta entre –3 e –2 em dez partes iguais. Em seguida, localizei o terceiro ponto a partir do –2 para a esquerda, que corresponde ao número –2,3.

Rubens

Roberta

Para pensar

Como você faria para representar o número –0,333... na reta numérica? **Para pensar:** Resposta em *Orientações*.

ATIVIDADES FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Quais dos números a seguir são racionais? Por quê?

–2,3 –9 $-3\frac{1}{2}$ $\sqrt{6}$ $\frac{7}{2}$ 2,82 0 $-\frac{9}{10}$ $\sqrt{9}$

1. –2,3, –9, $-3\frac{1}{2}$, 2,82, 0, $-\frac{9}{10}$, $\sqrt{9}$, $\frac{7}{2}$; porque podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e $b \neq 0$.

2. Responda às questões no caderno.

a) O número $\frac{17}{5}$ é racional? Justifique sua resposta. **2. a)** Sim; porque $\frac{17}{5}$ é fração cujo numerador e denominador são números inteiros, e $5 \neq 0$.

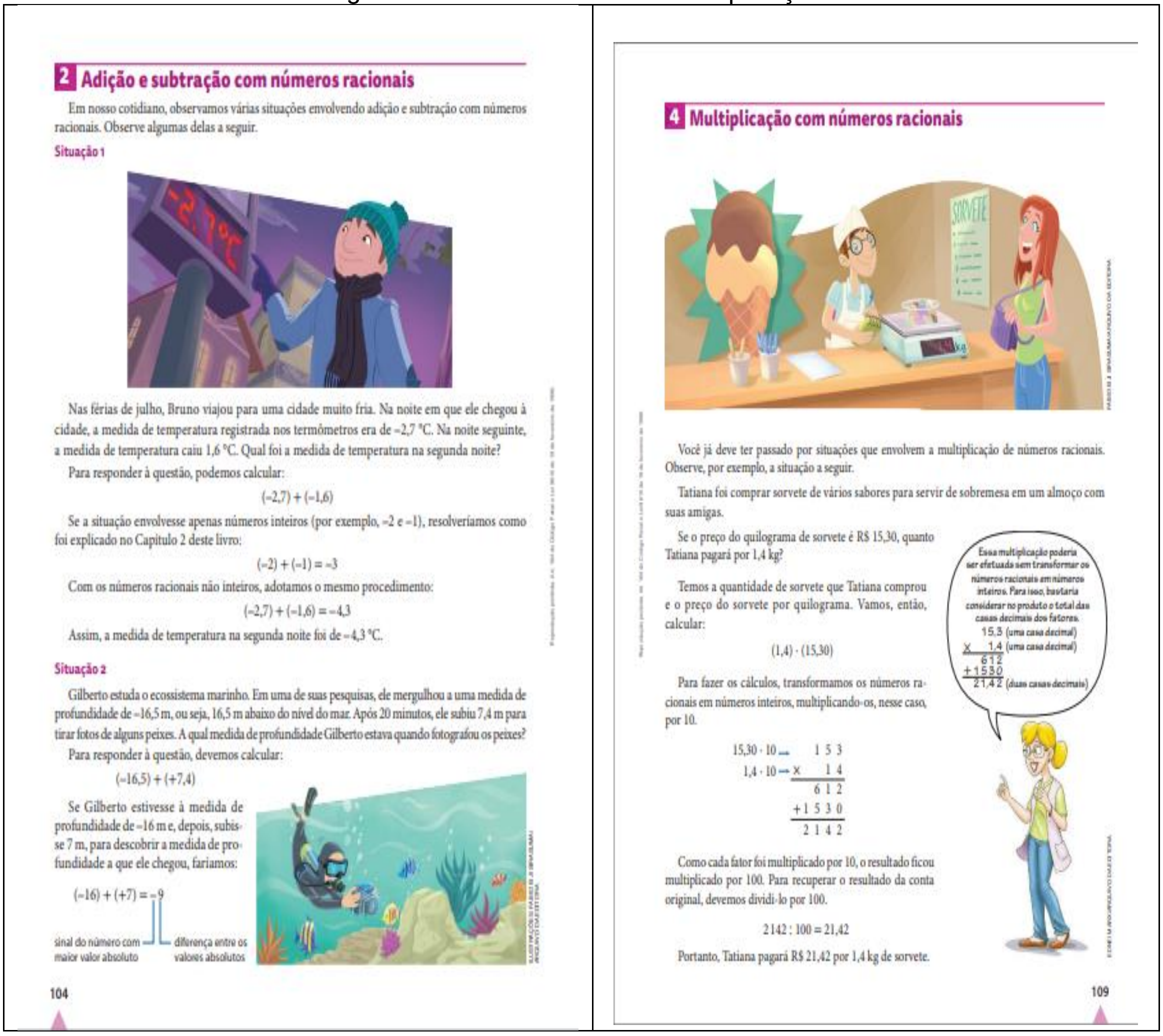
b) Na reta numérica, $\frac{17}{5}$ está entre quais números naturais? **2. b)** 3 e 4

97

Fonte: retirado Gay (2022, p. 97).

Destacou-se que a abordagem utilizada nas operações fundamentais com Números Racionais se deu com rigor. Sendo que, na adição e subtração, teve como ênfase estratégias para encontrar denominadores comuns, destacando a importância da simplificação das frações. Já na multiplicação e divisão foram apresentadas de maneira prática, com explicações sobre a multiplicação direta de numeradores e denominadores, bem como, a utilização do inverso multiplicativo na divisão. A potenciação de Números Racionais foi explorada com exemplos que incluíram frações elevadas a expoentes inteiros, enquanto a radiciação introduzira-se com uma abordagem que conectou raízes à potenciação com expoentes fracionários conforme exposto na Figura 26.

Figura 26 - Números Racionais: Operações



2 Adição e subtração com números racionais

Em nosso cotidiano, observamos várias situações envolvendo adição e subtração com números racionais. Observe algumas delas a seguir.

Situação 1

Nas férias de julho, Bruno viajou para uma cidade muito fria. Na noite em que ele chegou à cidade, a medida de temperatura registrada nos termômetros era de −2,7 °C. Na noite seguinte, a medida de temperatura caiu 1,6 °C. Qual foi a medida de temperatura na segunda noite?

Para responder à questão, podemos calcular:

$$(-2{,}7) + (-1{,}6)$$

Se a situação envolvesse apenas números inteiros (por exemplo, −2 e −1), resolveríamos como foi explicado no Capítulo 2 deste livro:

$$(-2) + (-1) = -3$$

Com os números racionais não inteiros, adotamos o mesmo procedimento:

$$(-2{,}7) + (-1{,}6) = -4{,}3$$

Assim, a medida de temperatura na segunda noite foi de −4,3 °C.

Situação 2

Gilberto estuda o ecossistema marinho. Em uma de suas pesquisas, ele mergulhou a uma medida de profundidade de −16,5 m, ou seja, 16,5 m abaixo do nível do mar. Após 20 minutos, ele subiu 7,4 m para tirar fotos de alguns peixes. A qual medida de profundidade Gilberto estava quando fotografou os peixes?

Para responder à questão, devemos calcular:

$$(-16{,}5) + (+7{,}4)$$

Se Gilberto estivesse à medida de profundidade de −16 m e, depois, subisse 7 m, para descobrir a medida de profundidade a que ele chegou, faríamos:

$$(-16) + (+7) = -9$$

sinal do número com maior valor absoluto — diferença entre os valores absolutos

104

4 Multiplicação com números racionais

Você já deve ter passado por situações que envolvem a multiplicação de números racionais. Observe, por exemplo, a situação a seguir.

Tatiana foi comprar sorvete de vários sabores para servir de sobremesa em um almoço com suas amigas.

Se o preço do quilograma de sorvete é R$ 15,30, quanto Tatiana pagará por 1,4 kg?

Temos a quantidade de sorvete que Tatiana comprou e o preço do sorvete por quilograma. Vamos, então, calcular:

$$(1{,}4) \cdot (15{,}30)$$

Para fazer os cálculos, transformamos os números racionais em números inteiros, multiplicando-os, nesse caso, por 10.

$$\begin{array}{rr} 15{,}30 \cdot 10 \rightarrow & 153 \\ 1{,}4 \cdot 10 \rightarrow & \times\ 14 \\ \hline & 612 \\ & +1530 \\ \hline & 2142 \end{array}$$

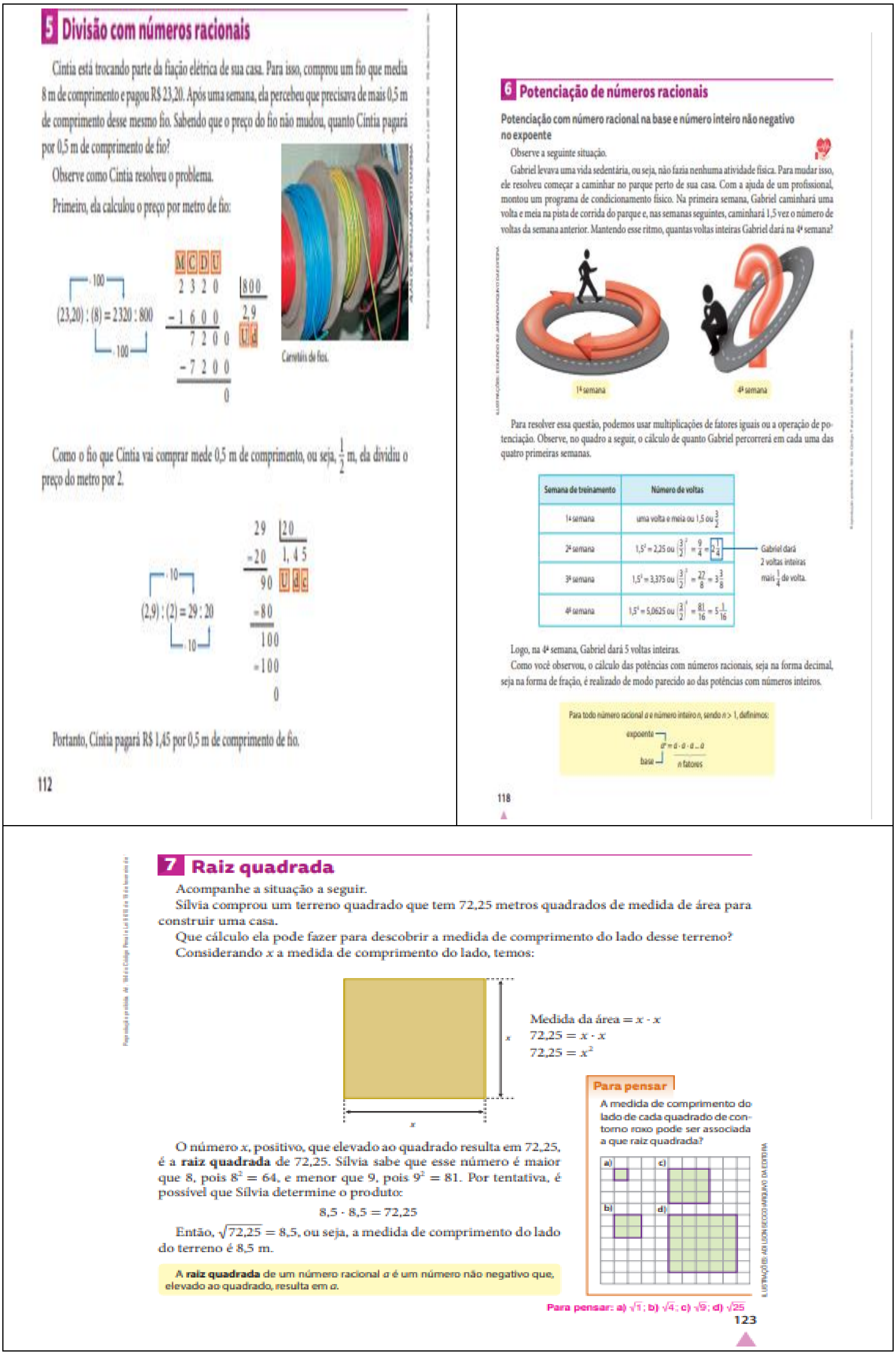
Esse multiplicação poderia ser efetuada sem transformar os números racionais em números inteiros. Para isso, bastaria considerar no produto o total das casas decimais dos fatores.
15,3 (uma casa decimal)
× 1,4 (uma casa decimal)
612
+1530
21,42 (duas casas decimais)

Como cada fator foi multiplicado por 10, o resultado ficou multiplicado por 100. Para recuperar o resultado da conta original, devemos dividi-lo por 100.

$$2142 : 100 = 21{,}42$$

Portanto, Tatiana pagará R$ 21,42 por 1,4 kg de sorvete.

109



5 Divisão com números racionais

Cíntia está trocando parte da fiação elétrica de sua casa. Para isso, comprou um fio que media 8 m de comprimento e pagou R$ 23,20. Após uma semana, ela percebeu que precisava de mais 0,5 m de comprimento desse mesmo fio. Sabendo que o preço do fio não mudou, quanto Cíntia pagará por 0,5 m de comprimento de fio?

Observe como Cíntia resolveu o problema.

Primeiro, ela calculou o preço por metro de fio:

$(23{,}20) : (8) = 2320 : 800$

Carretéis de fios.

Como o fio que Cíntia vai comprar mede 0,5 m de comprimento, ou seja, $\frac{1}{2}$ m, ela dividiu o preço do metro por 2.

$(2{,}9) : (2) = 29 : 20$

Portanto, Cíntia pagará R$ 1,45 por 0,5 m de comprimento de fio.

112

6 Potenciação de números racionais

Potenciação com número racional na base e número inteiro não negativo no expoente

Observe a seguinte situação.

Gabriel levava uma vida sedentária, ou seja, não fazia nenhuma atividade física. Para mudar isso, ele resolveu começar a caminhar no parque perto de sua casa. Com a ajuda de um profissional, montou um programa de condicionamento físico. Na primeira semana, Gabriel caminhará uma volta e meia na pista de corrida do parque e, nas semanas seguintes, caminhará 1,5 vez o número de voltas da semana anterior. Mantendo esse ritmo, quantas voltas inteiras Gabriel dará na 4ª semana?

1ª semana

4ª semana

Para resolver essa questão, podemos usar multiplicações de fatores iguais ou a operação de potenciação. Observe, no quadro a seguir, o cálculo de quanto Gabriel percorrerá em cada uma das quatro primeiras semanas.

Semana de treinamento	Número de voltas
1ª semana	uma volta e meia ou 1,5 ou $\frac{3}{2}$
2ª semana	$1{,}5^2 = 2{,}25$ ou $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = \boxed{2\frac{1}{4}}$
3ª semana	$1{,}5^3 = 3{,}375$ ou $\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$
4ª semana	$1{,}5^4 = 5{,}0625$ ou $\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16} = 5\frac{1}{16}$

Gabriel dará 2 voltas inteiras mais $\frac{1}{4}$ de volta.

Logo, na 4ª semana, Gabriel dará 5 voltas inteiras.

Como você observou, o cálculo das potências com números racionais, seja na forma decimal, seja na forma de fração, é realizado de modo parecido ao das potências com números inteiros.

Para todo número racional a e número inteiro n, sendo $n > 1$, definimos:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots a}_{n \text{ fatores}}$$

(expoente: n; base: a)

118

7 Raiz quadrada

Acompanhe a situação a seguir.

Sílvia comprou um terreno quadrado que tem 72,25 metros quadrados de medida de área para construir uma casa.

Que cálculo ela pode fazer para descobrir a medida de comprimento do lado desse terreno?

Considerando x a medida de comprimento do lado, temos:

Medida da área $= x \cdot x$

$72{,}25 = x \cdot x$

$72{,}25 = x^2$

O número x, positivo, que elevado ao quadrado resulta em 72,25, é a **raiz quadrada** de 72,25. Sílvia sabe que esse número é maior que 8, pois $8^2 = 64$, e menor que 9, pois $9^2 = 81$. Por tentativa, é possível que Sílvia determine o produto:

$$8{,}5 \cdot 8{,}5 = 72{,}25$$

Então, $\sqrt{72{,}25} = 8{,}5$, ou seja, a medida de comprimento do lado do terreno é 8,5 m.

A **raiz quadrada** de um número racional a é um número não negativo que, elevado ao quadrado, resulta em a.

Para pensar

A medida de comprimento do lado de cada quadrado de contorno roxo pode ser associada a que raiz quadrada?

a) b) c) d)

Para pensar: a) $\sqrt{1}$; b) $\sqrt{4}$; c) $\sqrt{9}$; d) $\sqrt{25}$

123

Fonte: retirado Gay (2022, p.104 - 123).

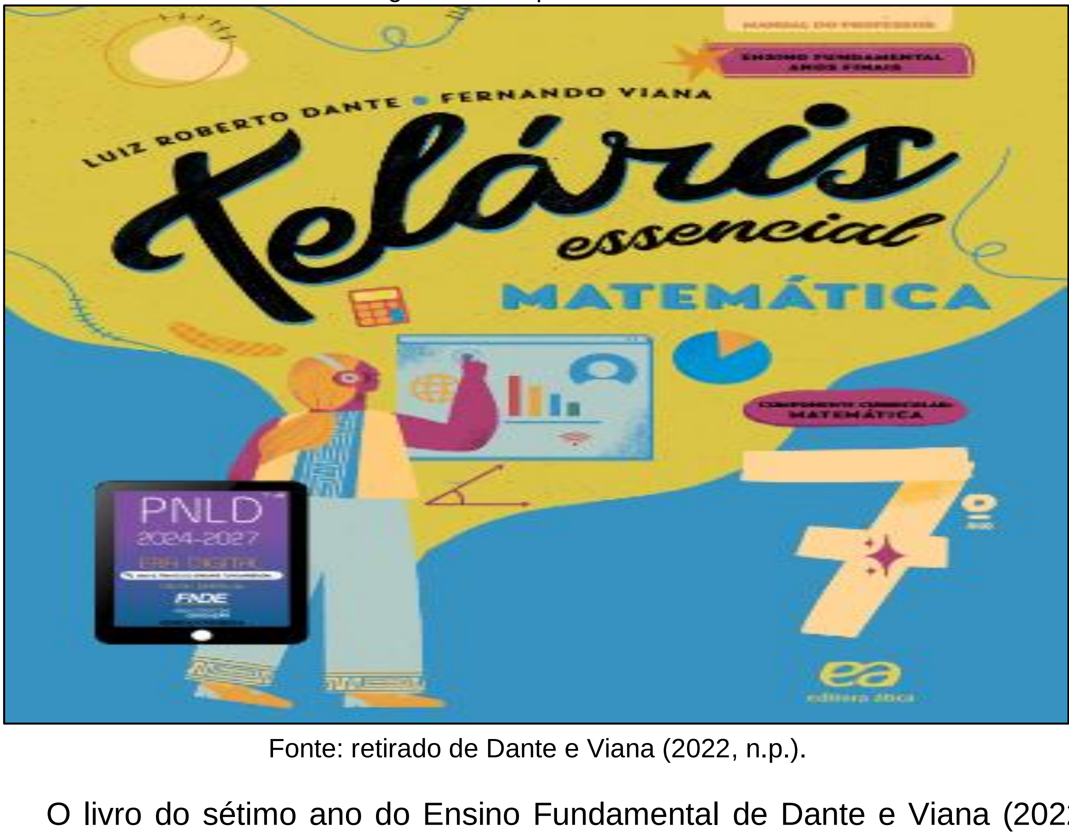
Sendo que o material ofereceu atividades contextualizadas a fim de promover a aplicação dos conceitos no cotidiano, favorecendo a resolução de problemas. Além disso, existem exercícios que estimulam a análise crítica e o desenvolvimento do raciocínio lógico, auxiliando os estudantes a estabelecerem conexões entre diferentes representações e a construir uma visão integrada dos Números Racionais e suas propriedades.

Na sequência, salienta-se aspectos e uma breve análise da obra Teláris: Essencial Matemática.

6.4 ANÁLISE DO LIVRO TELÁRIS: ESSENCIAL MATEMÁTICA

Para introduzir a obra Teláris: Essencial Matemática, de Dante e Viana (2022), a Figura 27 apresenta a capa do livro, destacando o público-alvo e o tema central abordado pela publicação.

Figura 27 - Capa livro Teláris



Fonte: retirado de Dante e Viana (2022, n.p.).

O livro do sétimo ano do Ensino Fundamental de Dante e Viana (2022) da editora Ática, introduziu os Números Racionais no Capítulo 2, após revisar os Números Naturais, Inteiros e Frações. A abordagem inicial apresentou exemplos do cotidiano envolvendo Números Racionais, como medidas de comprimento e temperatura, contextualizando o assunto. Em seguida, Figura 28, definiu-se que os Números Racionais como a união dos Números Inteiros com as frações.

Figura 28 - Revisando frações

Abertura

Comente com os estudantes que, neste capítulo, serão retomados e ampliados alguns conceitos estudados no 6º ano. Múltiplos e divisores de um número natural, frações equivalentes, simplificação de frações, comparação de frações, operações com frações e decimais, entre outros.

Reúna os estudantes para que possam analisar e interpretar a ilustração da rodoviária. Em seguida, pergunte quais deles utilizam ônibus para ir à escola ou se locomover pela cidade. Pergunte a eles se conhecem as linhas de ônibus existentes no bairro onde moram e a rota que realizam ou, ainda, quais linhas de ônibus têm paradas próximas à escola. Aproveite para comentar como a utilização de meios de transporte coletivos contribui para a redução da poluição do ar e, com isso, é possível colocar em pauta o Tema Contemporâneo Transversal *Educação Ambiental*. Propostas como essa favorecem o desenvolvimento da competência geral 7 da BNCC ao abordar questões ambientais.

Questione também se utilizam ônibus em viagens com a família ou se conhecem alguém que utilize habitualmente esse tipo de transporte. Comente com os estudantes sobre os assentos reservados aos idosos nos ônibus e pergunte se eles têm conhecimento sobre a gratuidade para pessoas idosas. Com isso, é possível colocar em pauta o Tema Contemporâneo Transversal *Processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso*.

A partir das respostas, cite mais algumas indagações, como: "Vocês conhecem os horários em que o ônibus passa pelo bairro onde moram?"; "Vocês conhecem os horários em que o ônibus passa pelas imediações da escola?"; "Vocês acreditam que esses horários seguem algum padrão?"; "Acreditam que a quantidade de vezes que o ônibus passa por essas imediações obedece a alguma frequência? Se sim, qual?".

Se necessário, anote na lousa as informações que os estudantes apresentarem e, caso residam em bairros diferentes, faça uma tabulação desses horários para que entendam que o simples fato de os ônibus circularem pelas ruas da cidade obedece a um padrão matemático, ou seja, que a Matemática é utilizada para organizar os horários dos ônibus e a frequência com que circulam pela cidade.

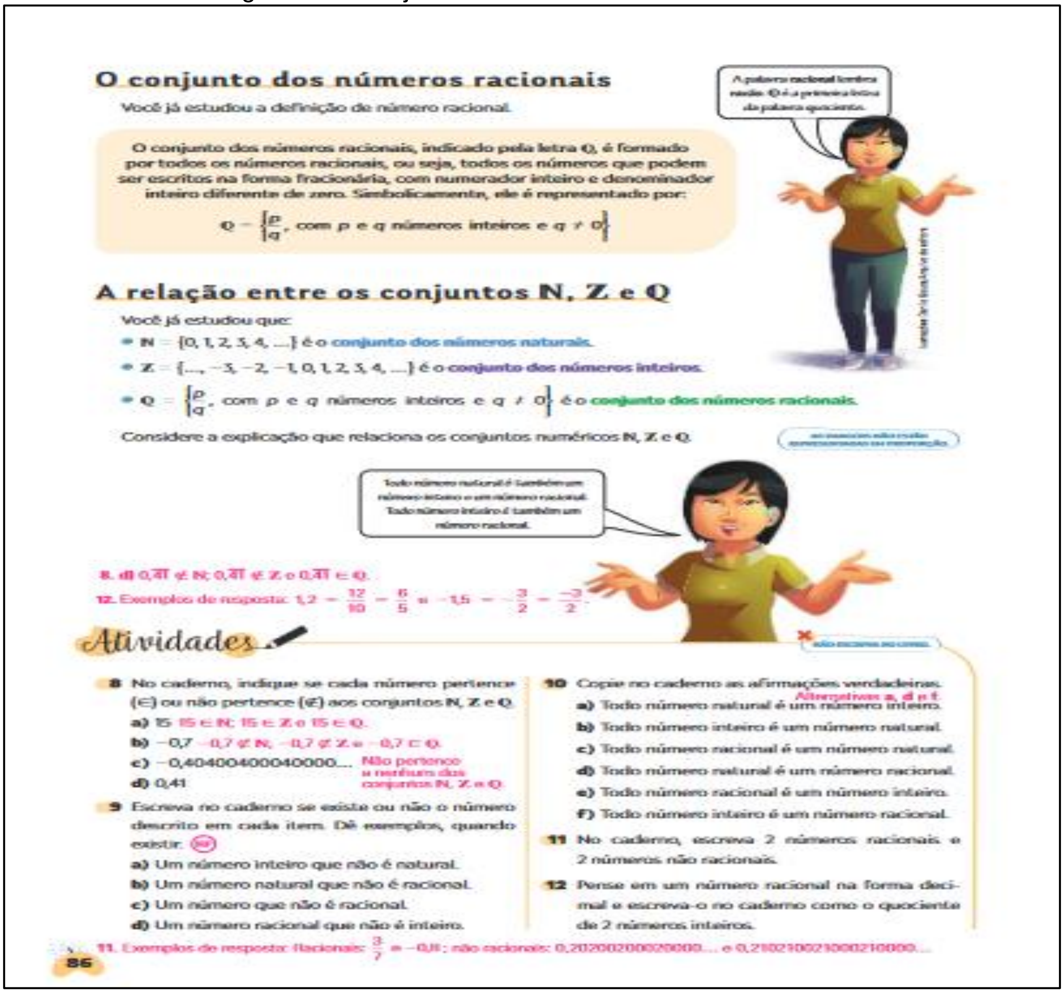
Pergunte também se percebem que, em determinados horários, a frequência de circulação dos ônibus é maior do que em outros horários. Explique que, como as pessoas se deslocam para o trabalho ou para a escola pela manhã, a circulação de passageiros é maior nesse período e, dessa maneira, a empresa de ônibus precisa aumentar a circulação da frota para se adequar à necessidade da população.

Explique aos estudantes que esse tipo de organização (definir os horários dos ônibus, a quantidade de vezes que eles devem passar pelo mesmo lugar, a quantidade de veículos disponíveis para fazer o transporte e os momentos com mais passageiros) é responsabilidade de um profissional que estuda a necessidade da população local, de acordo com o número de habitantes do bairro e a frequência com que essas pessoas se locomovem dentro da cidade, e calcula o que será suficiente para suprir a demanda em cada horário.

Fonte: retirado de Dante e Viana (2022, p. 52).

Assim, as características dos Números Racionais foram exploradas, sendo definidos como a razão entre dois Números Inteiros, com o denominador diferente de zero. Os autores destacaram, também, as formas de representação fracionária, decimal e porcentagem. Além disso, o material classificou os Números Racionais em próprios, impróprios e equivalentes conforme se pode observar na Figura 29.

Figura 29 - Conjunto dos Números Racionais: Teláris



O conjunto dos números racionais

Você já estudou a definição de número racional.

O conjunto dos números racionais, indicado pela letra Q, é formado por todos os números racionais, ou seja, todos os números que podem ser escritos na forma fracionária, com numerador inteiro e denominador inteiro diferente de zero. Simbolicamente, ele é representado por:

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q}, \text{ com } p \text{ e } q \text{ números inteiros e } q \neq 0\right\}$$

A relação entre os conjuntos N, Z e Q

Você já estudou que:

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$ é o conjunto dos números naturais.
- $\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$ é o conjunto dos números inteiros.
- $\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q}, \text{ com } p \text{ e } q \text{ números inteiros e } q \neq 0\right\}$ é o conjunto dos números racionais.

Considere a explicação que relaciona os conjuntos numéricos N, Z e Q.

8. d) $0,41 \notin \mathbb{N}$; $0,41 \notin \mathbb{Z}$ e $0,41 \in \mathbb{Q}$.

12. Exemplos de resposta: $1,2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$ e $-1,5 = -\frac{3}{2} = \frac{-3}{2}$.

Atividades

8 No caderno, indique se cada número pertence ($\in$) ou não pertence ($\notin$) aos conjuntos N, Z e Q.

a) 15 $15 \in \mathbb{N}$; $15 \in \mathbb{Z}$ e $15 \in \mathbb{Q}$.

b) $-0,7$ $-0,7 \notin \mathbb{N}$; $-0,7 \notin \mathbb{Z}$ e $-0,7 \in \mathbb{Q}$.

c) $-0,404004000400000...$ Não pertence a nenhum dos conjuntos N, Z e Q.

d) 0,41

9 Escreva no caderno se existe ou não o número descrito em cada item. Dê exemplos, quando existir.

a) Um número inteiro que não é natural.

b) Um número natural que não é racional.

c) Um número que não é racional.

d) Um número racional que não é inteiro.

10 Copie no caderno as afirmações verdadeiras. Alternativas a, d e f.

a) Todo número natural é um número inteiro.

b) Todo número inteiro é um número natural.

c) Todo número racional é um número natural.

d) Todo número natural é um número racional.

e) Todo número racional é um número inteiro.

f) Todo número inteiro é um número racional.

11 No caderno, escreva 2 números racionais e 2 números não racionais.

12 Pense em um número racional na forma decimal e escreva-o no caderno como o quociente de 2 números inteiros.

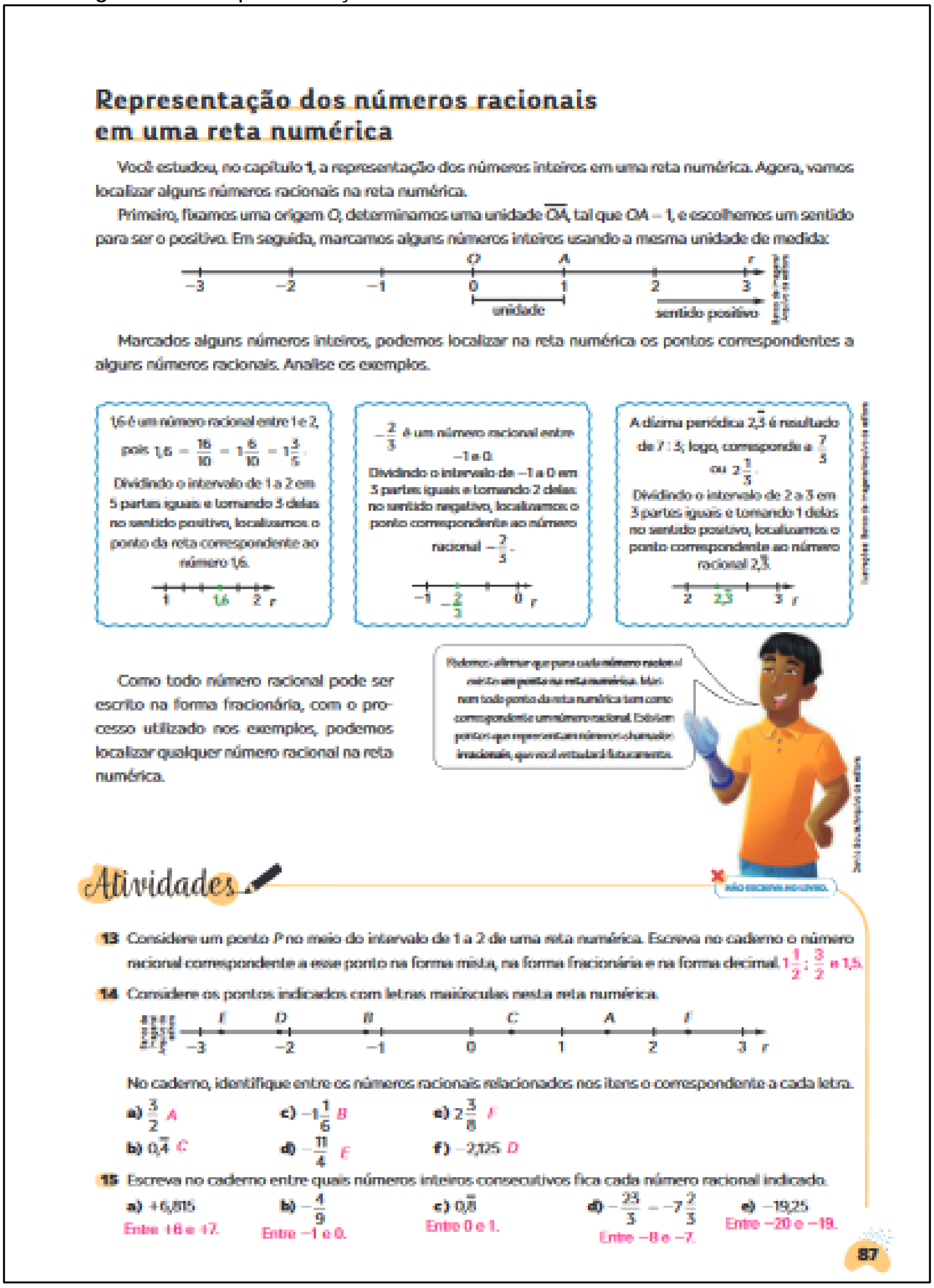
11. Exemplos de resposta: Racionais: $\frac{3}{7}$ e $-0,8$; não racionais: 0,20200200020000... e 0,21021002100021000...

86

Fonte: retirado de Dante e Viana (2022, p. 86).

No entanto, a representação dos Números Racionais na reta numérica foi abordada de maneira visual e prática, com exemplos de localização desses números na reta de acordo com a Figura 30. Desta forma, essa abordagem pode facilitar a compreensão do conceito desse conjunto.

Figura 30 - Representação na reta numérica dos Números Racionais



Representação dos números racionais em uma reta numérica

Você estudou, no capítulo 1, a representação dos números inteiros em uma reta numérica. Agora, vamos localizar alguns números racionais na reta numérica.

Primeiro, fixamos uma origem O, determinamos uma unidade $\overline{OA}$, tal que OA = 1, e escolhemos um sentido para ser o positivo. Em seguida, marcamos alguns números inteiros usando a mesma unidade de medida:

Marcados alguns números inteiros, podemos localizar na reta numérica os pontos correspondentes a alguns números racionais. Analise os exemplos.

1,6 é um número racional entre 1 e 2, pois $1{,}6 = \frac{16}{10} = 1\frac{6}{10} = 1\frac{3}{5}$.
Dividindo o intervalo de 1 a 2 em 5 partes iguais e tomando 3 delas no sentido positivo, localizamos o ponto da reta correspondente ao número 1,6.

$-\frac{2}{3}$ é um número racional entre −1 e 0.
Dividindo o intervalo de −1 a 0 em 3 partes iguais e tomando 2 delas no sentido negativo, localizamos o ponto correspondente ao número racional $-\frac{2}{3}$.

A dízima periódica $2,\overline{3}$ é resultado de 7 : 3; logo, corresponde a $\frac{7}{3}$ ou $2\frac{1}{3}$.
Dividindo o intervalo de 2 a 3 em 3 partes iguais e tomando 1 delas no sentido positivo, localizamos o ponto correspondente ao número racional $2,\overline{3}$.

Como todo número racional pode ser escrito na forma fracionária, com o processo utilizado nos exemplos, podemos localizar qualquer número racional na reta numérica.

Atividades

13 Considere um ponto P no meio do intervalo de 1 a 2 de uma reta numérica. Escreva no caderno o número racional correspondente a esse ponto na forma mista, na forma fracionária e na forma decimal. $1\frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$ e 1,5.

14 Considere os pontos indicados com letras maiúsculas nesta reta numérica.

No caderno, identifique entre os números racionais relacionados nos itens o correspondente a cada letra.

a) $\frac{3}{2}$ A
b) $0,\overline{4}$ C
c) $-1\frac{1}{6}$ B
d) $-\frac{11}{4}$ E
e) $2\frac{3}{8}$ F
f) −2,125 D

15 Escreva no caderno entre quais números inteiros consecutivos fica cada número racional indicado.

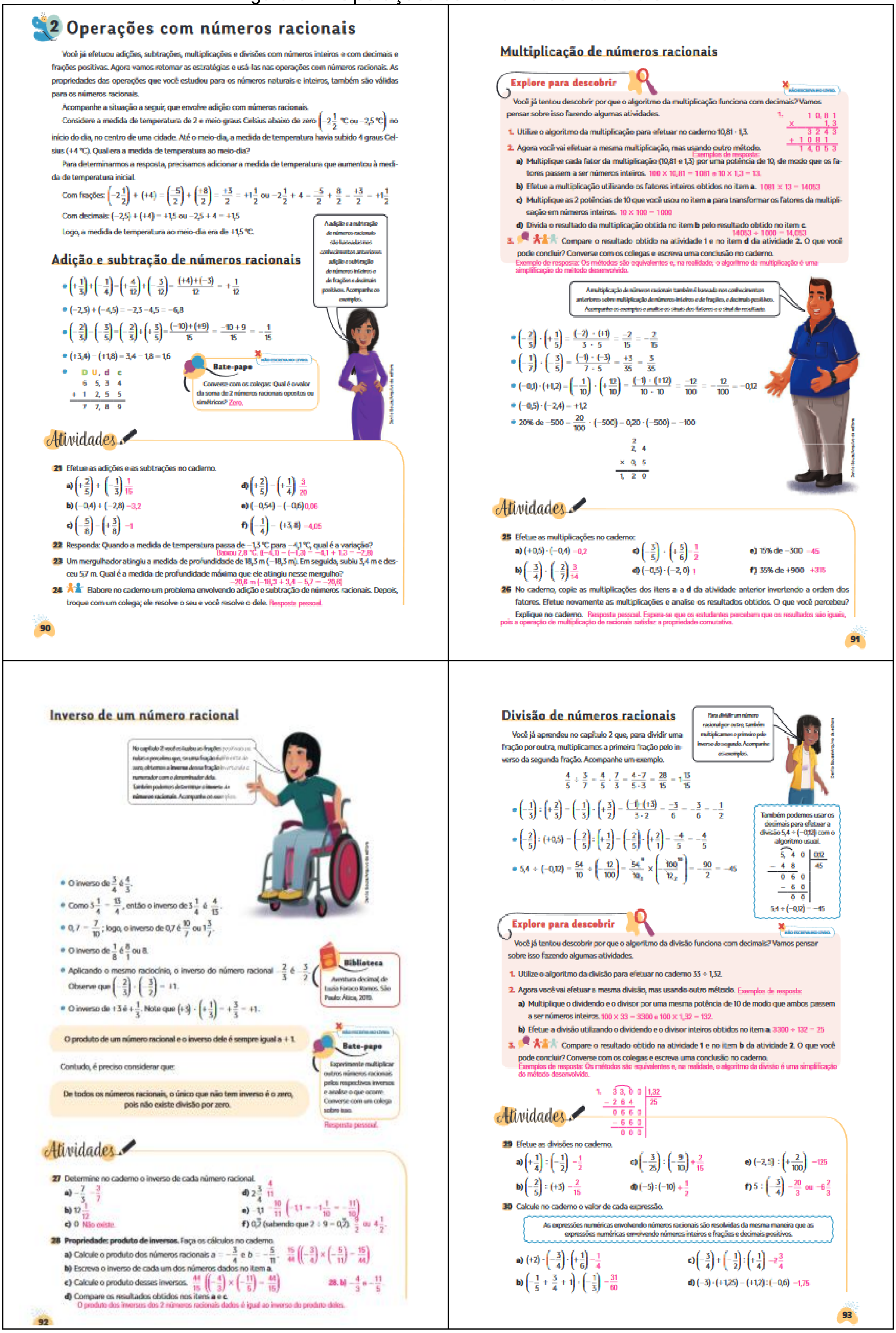
a) +6,815 Entre +6 e +7.
b) $-\frac{4}{9}$ Entre −1 e 0.
c) $0,\overline{8}$ Entre 0 e 1.
d) $-\frac{23}{3} = -7\frac{2}{3}$ Entre −8 e −7.
e) −19,25 Entre −20 e −19.

87

Fonte: retirado de Dante e Viana (2022, p. 87).

Com relação às operações com Números Racionais, Dante e Viana (2022) introduziram a adição e subtração por meio de procedimentos para adicionar e subtrair frações com denominadores iguais e diferentes, incluindo exemplos com números mistos. Já com relação a multiplicação de frações, buscaram explicar de forma detalhada, com exemplos práticos e a divisão de frações também foi contemplada, abrangendo a divisão por Números Inteiros e frações. Esses aspectos acima mencionados podem ser observados na Figura 31.

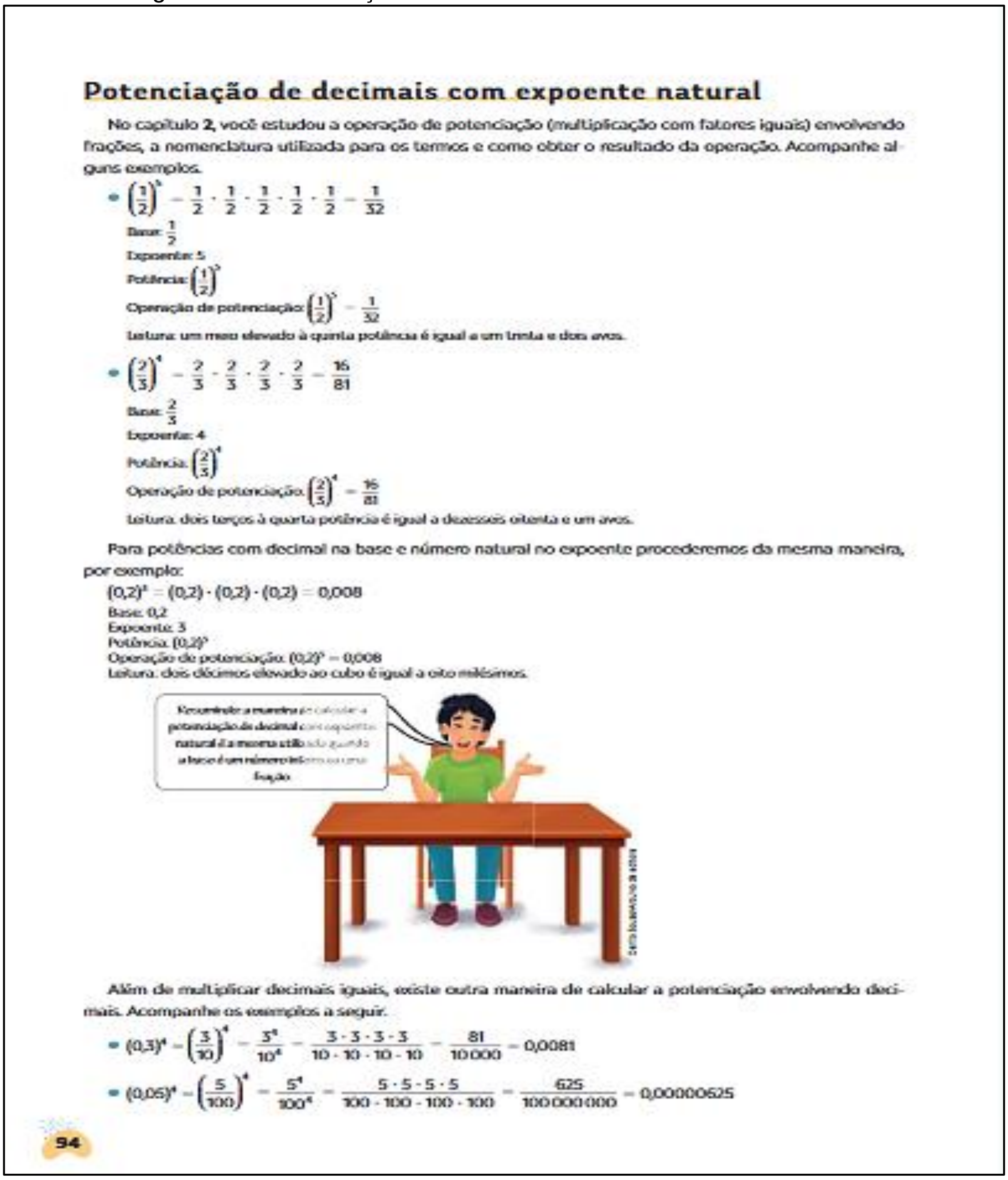
Figura 31 - Operações com Números Racionais



Fonte: retirado de Dante e Viana (2022, p. 90 - 93).

No entanto, pode-se perceber na Figura 32, que a operação de potenciação não foi abordada com muito foco nesse material, sendo só mencionada no formato procedimental. Deixando, assim, de trabalhar com situações contextualizadas ou de aplicação, as quais poderiam trazer significado para os estudantes.

Figura 32 - Potenciação de Números Racionais na forma decimal



Potenciação de decimais com expoente natural

No capítulo **2**, você estudou a operação de potenciação (multiplicação com fatores iguais) envolvendo frações, a nomenclatura utilizada para os termos e como obter o resultado da operação. Acompanhe alguns exemplos.

- $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$

  Base: $\frac{1}{2}$
  Expoente: 5
  Potência: $\left(\frac{1}{2}\right)^5$
  Operação de potenciação: $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$
  Leitura: um meio elevado à quinta potência é igual a um trinta e dois avos.

- $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$

  Base: $\frac{2}{3}$
  Expoente: 4
  Potência: $\left(\frac{2}{3}\right)^4$
  Operação de potenciação: $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$
  Leitura: dois terços à quarta potência é igual a dezesseis oitenta e um avos.

Para potências com decimal na base e número natural no expoente procederemos da mesma maneira, por exemplo:

$(0{,}2)^3 = (0{,}2) \cdot (0{,}2) \cdot (0{,}2) = 0{,}008$
Base: 0,2
Expoente: 3
Potência: $(0{,}2)^3$
Operação de potenciação: $(0{,}2)^3 = 0{,}008$
Leitura: dois décimos elevado ao cubo é igual a oito milésimos.

Além de multiplicar decimais iguais, existe outra maneira de calcular a potenciação envolvendo decimais. Acompanhe os exemplos a seguir.

- $(0{,}3)^4 = \left(\frac{3}{10}\right)^4 = \frac{3^4}{10^4} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{81}{10\,000} = 0{,}0081$
- $(0{,}05)^4 = \left(\frac{5}{100}\right)^4 = \frac{5^4}{100^4} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100} = \frac{625}{100\,000\,000} = 0{,}00000625$

94

Fonte: retirado de Dante e Viana (2022, p. 94).

Contudo, a operação de radiciação com o conjunto dos Números Racionais não foi abordada neste material didático do 7º ano, o foco voltou-se para as operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão com esse conjunto numérico.

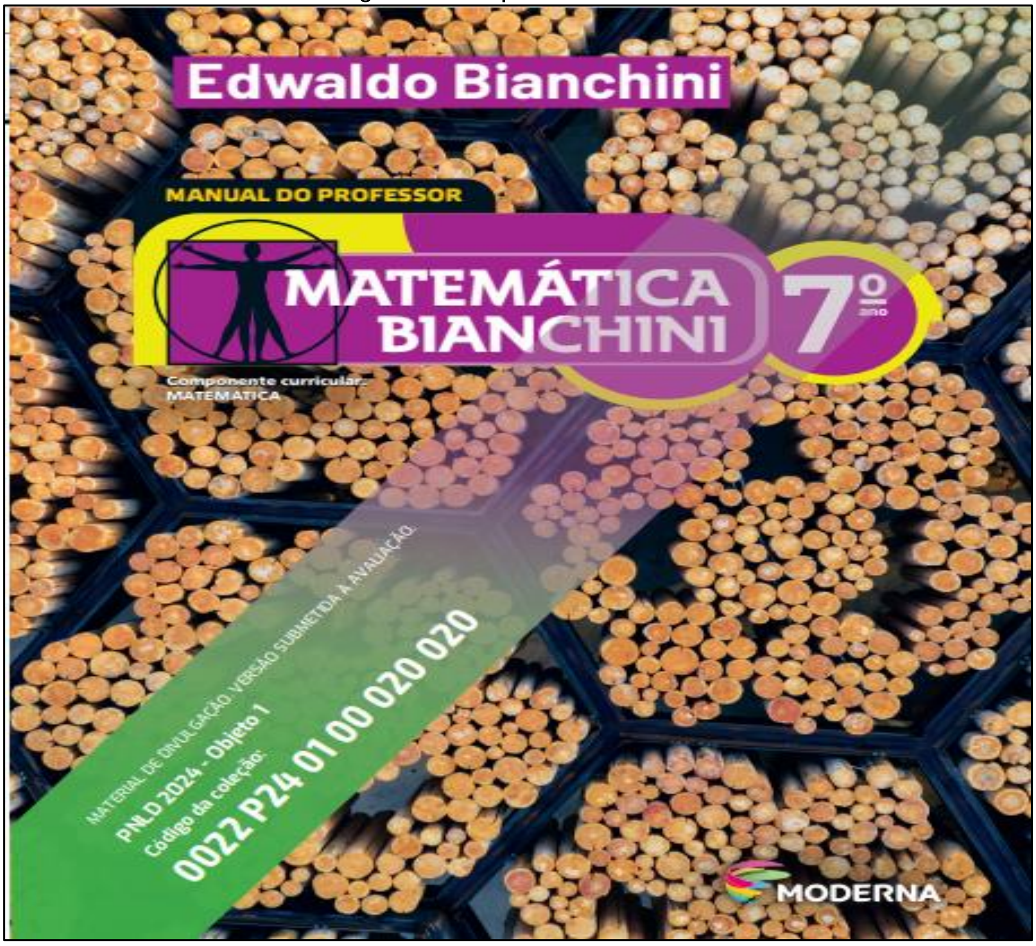
Por meio da análise realizada, percebeu-se que o material apresentou uma progressão gradual e contextualizada do assunto, com exemplos práticos e exercícios de fixação ao longo do capítulo, facilitando a compreensão e o desenvolvimento das habilidades relacionadas aos Números Racionais neste nível escolar, porém não dando ênfase a operação da radiciação.

Após essa descrição e análise, apresentaram-se, no subcapítulo a seguir, aspectos relevantes da obra de Bianchini (2022).

6.5 ANÁLISE DO LIVRO – MATEMÁTICA BIANCHINI

Bianchini (2022) no livro destinado ao sétimo ano do Ensino Fundamental da editora Moderna abordou os conceitos matemáticos utilizados nos Anos Finais do Ensino Fundamental, sendo que na Figura 33 mostra-se a capa do livro como elemento visual do trabalho que foi realizado.

Figura 33 - capa livro Bianchini

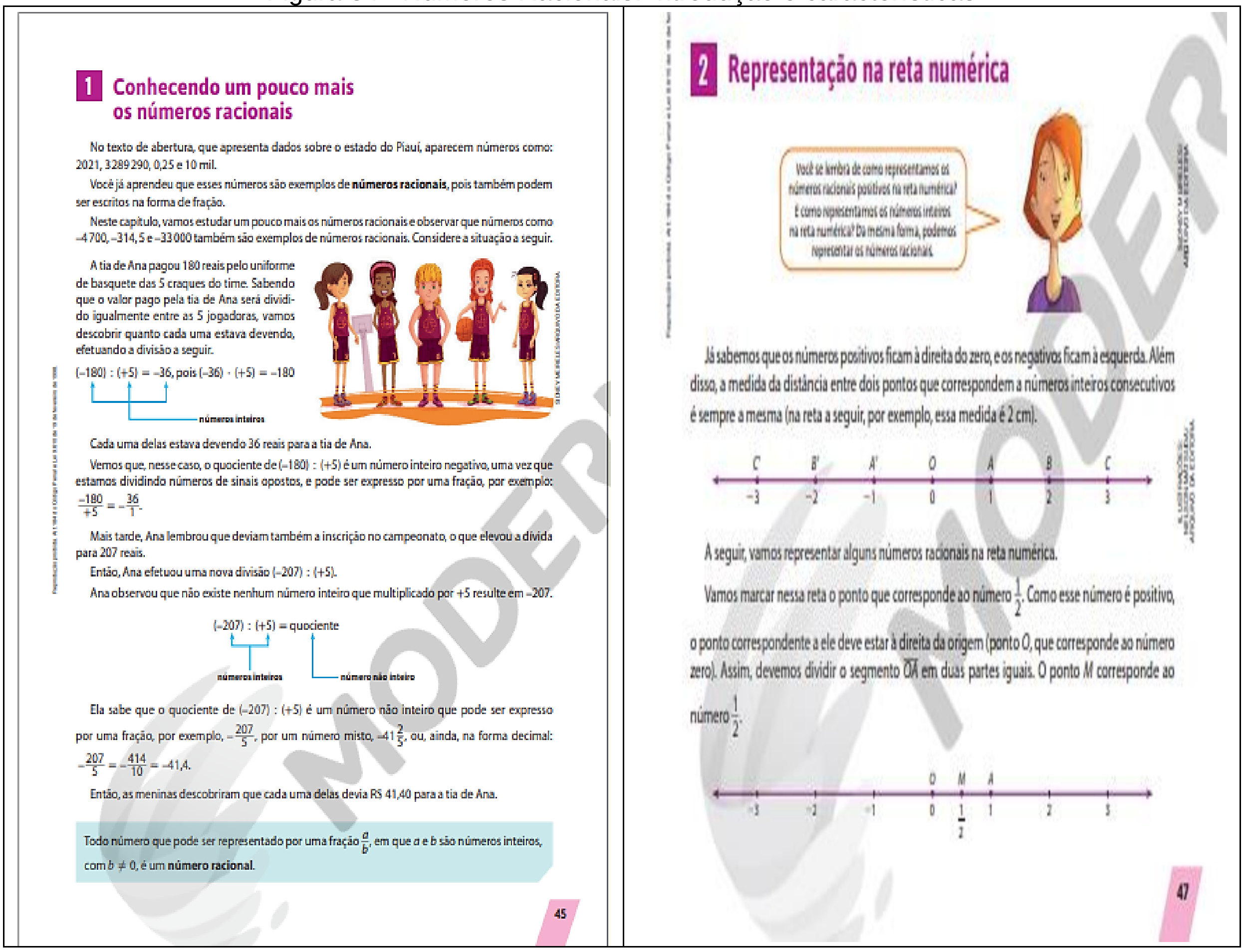


Fonte: retirado de Bianchini (2022, n.p.).

O material apresentou os Números Racionais de maneira detalhada, começando com uma introdução ao conceito que os define como uma extensão dos Números Inteiros, abrangendo tanto as frações quanto suas representações decimais. Destacando a importância de compreender que um mesmo Número Racional pode ser expresso de diferentes formas, o que acaba sendo fundamental para cálculos e manipulações algébricas.

A inclusão de Números Negativos foi explorada como ampliação dos conceitos vistos nos anos iniciais, permitindo um entendimento mais abrangente desse conjunto numérico. Além disso, o estudo dos Números Racionais acaba sendo contextualizado por meio de sua representação na reta numérica, utilizada como ferramenta pedagógica para visualização de suas propriedades, comparação e ordenação. A reta numérica possibilita que os alunos percebam, por exemplo, que os números positivos estão à direita do zero e os negativos à esquerda, além de reforçar a ideia de simetria em relação ao zero, conforme pode-se ser observado na Figura 34.

Figura 34 - Números Racionais: Introdução e características



1 Conhecendo um pouco mais os números racionais

No texto de abertura, que apresenta dados sobre o estado do Piauí, aparecem números como: 2021, 3289290, 0,25 e 10 mil.

Você já aprendeu que esses números são exemplos de **números racionais**, pois também podem ser escritos na forma de fração.

Neste capítulo, vamos estudar um pouco mais os números racionais e observar que números como −4700, −314,5 e −33000 também são exemplos de números racionais. Considere a situação a seguir.

A tia de Ana pagou 180 reais pelo uniforme de basquete das 5 craques do time. Sabendo que o valor pago pela tia de Ana será dividido igualmente entre as 5 jogadoras, vamos descobrir quanto cada uma estava devendo, efetuando a divisão a seguir.

$(-180) : (+5) = -36$, pois $(-36) \cdot (+5) = -180$

números inteiros

Cada uma delas estava devendo 36 reais para a tia de Ana.

Vemos que, nesse caso, o quociente de $(-180) : (+5)$ é um número inteiro negativo, uma vez que estamos dividindo números de sinais opostos, e pode ser expresso por uma fração, por exemplo: $\frac{-180}{+5} = -\frac{36}{1}$.

Mais tarde, Ana lembrou que deviam também a inscrição no campeonato, o que elevou a dívida para 207 reais.

Então, Ana efetuou uma nova divisão $(-207) : (+5)$.

Ana observou que não existe nenhum número inteiro que multiplicado por +5 resulte em −207.

$(-207) : (+5) = \text{quociente}$

números inteiros — número não inteiro

Ela sabe que o quociente de $(-207) : (+5)$ é um número não inteiro que pode ser expresso por uma fração, por exemplo, $-\frac{207}{5}$, por um número misto, $-41\frac{2}{5}$, ou, ainda, na forma decimal: $-\frac{207}{5} = -\frac{414}{10} = -41,4$.

Então, as meninas descobriram que cada uma delas devia R$ 41,40 para a tia de Ana.

Todo número que pode ser representado por uma fração $\frac{a}{b}$, em que a e b são números inteiros, com $b \neq 0$, é um **número racional**.

45

2 Representação na reta numérica

Você se lembra de como representamos os números racionais positivos na reta numérica? E como representamos os números inteiros na reta numérica? Da mesma forma, podemos representar os números racionais.

Já sabemos que os números positivos ficam à direita do zero, e os negativos ficam à esquerda. Além disso, a medida da distância entre dois pontos que correspondem a números inteiros consecutivos é sempre a mesma (na reta a seguir, por exemplo, essa medida é 2 cm).

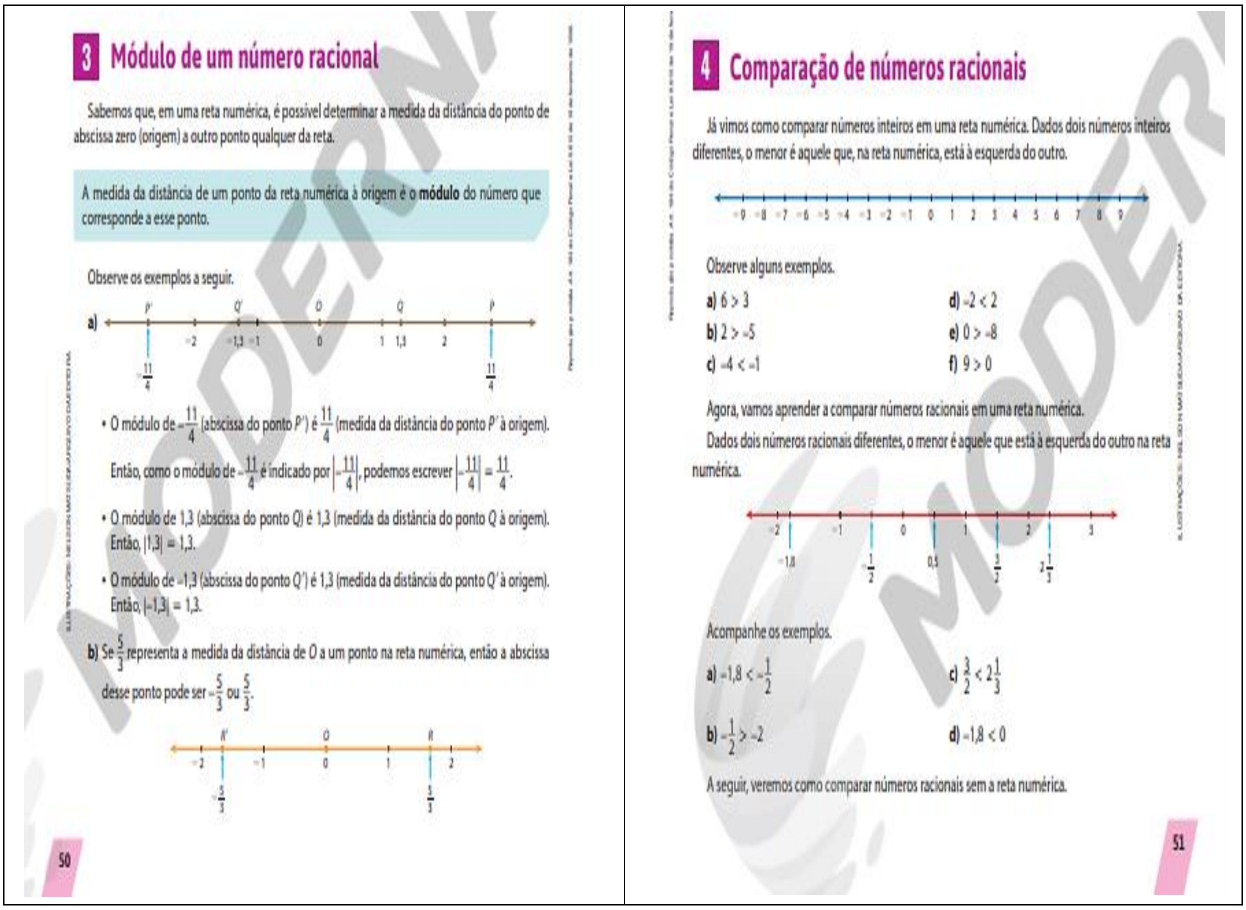
C' B' A' O A B C
−3 −2 −1 0 1 2 3

A seguir, vamos representar alguns números racionais na reta numérica.

Vamos marcar nessa reta o ponto que corresponde ao número $\frac{1}{2}$. Como esse número é positivo, o ponto correspondente a ele deve estar à direita da origem (ponto O, que corresponde ao número zero). Assim, devemos dividir o segmento $\overline{OA}$ em duas partes iguais. O ponto M corresponde ao número $\frac{1}{2}$.

O M A
−3 −2 −1 0 $\frac{1}{2}$ 1 2 3

47



3 Módulo de um número racional

Sabemos que, em uma reta numérica, é possível determinar a medida da distância do ponto de abscissa zero (origem) a outro ponto qualquer da reta.

A medida da distância de um ponto da reta numérica à origem é o **módulo** do número que corresponde a esse ponto.

Observe os exemplos a seguir.

a)

- O módulo de $-\frac{11}{4}$ (abscissa do ponto P') é $\frac{11}{4}$ (medida da distância do ponto P' à origem). Então, como o módulo de $-\frac{11}{4}$ é indicado por $\left|-\frac{11}{4}\right|$, podemos escrever $\left|-\frac{11}{4}\right| = \frac{11}{4}$.
- O módulo de 1,3 (abscissa do ponto Q) é 1,3 (medida da distância do ponto Q à origem). Então, $|1{,}3| = 1{,}3$.
- O módulo de $-1{,}3$ (abscissa do ponto Q') é 1,3 (medida da distância do ponto Q' à origem). Então, $|-1{,}3| = 1{,}3$.

b) Se $\frac{5}{3}$ representa a medida da distância de O a um ponto na reta numérica, então a abscissa desse ponto pode ser $-\frac{5}{3}$ ou $\frac{5}{3}$.

50

4 Comparação de números racionais

Já vimos como comparar números inteiros em uma reta numérica. Dados dois números inteiros diferentes, o menor é aquele que, na reta numérica, está à esquerda do outro.

Observe alguns exemplos.

a) $6 > 3$
b) $2 > -5$
c) $-4 < -1$
d) $-2 < 2$
e) $0 > -8$
f) $9 > 0$

Agora, vamos aprender a comparar números racionais em uma reta numérica.

Dados dois números racionais diferentes, o menor é aquele que está à esquerda do outro na reta numérica.

Acompanhe os exemplos.

a) $-1{,}8 < -\frac{1}{2}$
b) $-\frac{1}{2} > -2$
c) $\frac{3}{2} < 2\frac{1}{3}$
d) $-1{,}8 < 0$

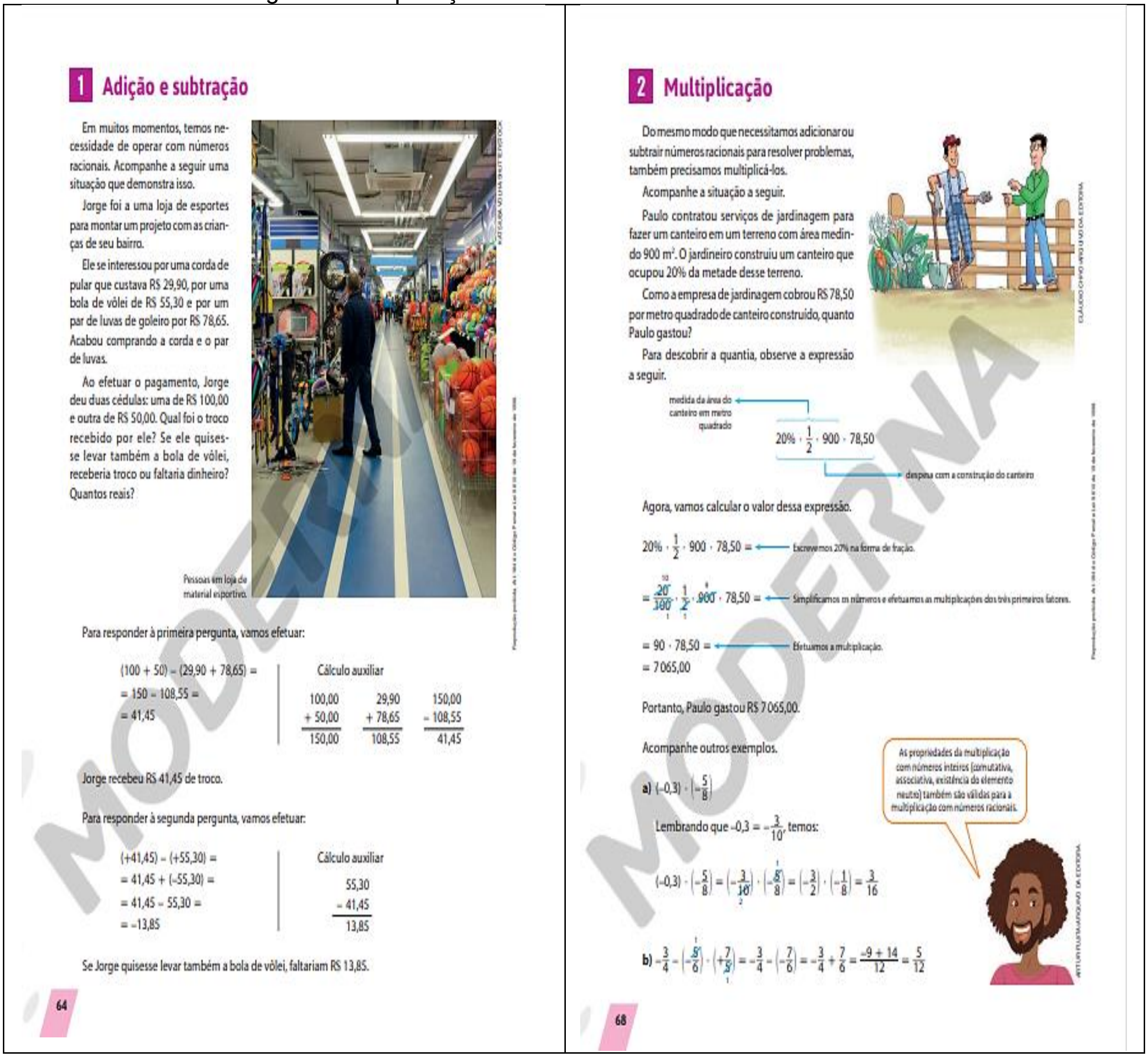
A seguir, veremos como comparar números racionais sem a reta numérica.

51

Fonte: retirado de Bianchini (2022, p.45 - 51).

No que diz respeito às operações com Números Racionais, Figura 35, o material introduziu a adição e a subtração com foco na necessidade de encontrar denominadores comuns ao trabalhar com frações, promovendo a reescrita de termos para facilitar os cálculos. A multiplicação foi explorada em diferentes contextos, enfatizando as propriedades dessa operação, como o fechamento e a associação, e mostrando como operar com frações e decimais. A divisão de Números Racionais apresenta-se de forma didática, destacando a relação entre frações e decimais e ensinando a converter entre essas representações para resolver problemas práticos. Também se introduziu a potenciação, inicialmente com expoentes naturais, permitindo que os alunos compreendam propriedades importantes, como a de que qualquer número elevado a zero é igual a um, ou que uma base elevada ao expoente um resulta no próprio número. No entanto, o tema da radiciação não foi trabalhado nessa obra de maneira contextualizada.

Figura 35 - Operações com Números Racionais: Bianchini



1 Adição e subtração

Em muitos momentos, temos necessidade de operar com números racionais. Acompanhe a seguir uma situação que demonstra isso.

Jorge foi a uma loja de esportes para montar um projeto com as crianças de seu bairro.

Ele se interessou por uma corda de pular que custava R$ 29,90, por uma bola de vôlei de R$ 55,30 e por um par de luvas de goleiro por R$ 78,65. Acabou comprando a corda e o par de luvas.

Ao efetuar o pagamento, Jorge deu duas cédulas: uma de R$ 100,00 e outra de R$ 50,00. Qual foi o troco recebido por ele? Se ele quisesse levar também a bola de vôlei, receberia troco ou faltaria dinheiro? Quantos reais?

Pessoas em loja de material esportivo.

Para responder à primeira pergunta, vamos efetuar:

$(100 + 50) - (29{,}90 + 78{,}65) =$
$= 150 - 108{,}55 =$
$= 41{,}45$

Cálculo auxiliar

$$\begin{array}{r} 100{,}00 \\ +\ 50{,}00 \\ \hline 150{,}00 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 29{,}90 \\ +\ 78{,}65 \\ \hline 108{,}55 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 150{,}00 \\ -\ 108{,}55 \\ \hline 41{,}45 \end{array}$$

Jorge recebeu R$ 41,45 de troco.

Para responder à segunda pergunta, vamos efetuar:

$(+41{,}45) - (+55{,}30) =$
$= 41{,}45 + (-55{,}30) =$
$= 41{,}45 - 55{,}30 =$
$= -13{,}85$

Cálculo auxiliar

$$\begin{array}{r} 55{,}30 \\ -\ 41{,}45 \\ \hline 13{,}85 \end{array}$$

Se Jorge quisesse levar também a bola de vôlei, faltariam R$ 13,85.

64

2 Multiplicação

Do mesmo modo que necessitamos adicionar ou subtrair números racionais para resolver problemas, também precisamos multiplicá-los.

Acompanhe a situação a seguir.

Paulo contratou serviços de jardinagem para fazer um canteiro em um terreno com área medindo 900 m². O jardineiro construiu um canteiro que ocupou 20% da metade desse terreno.

Como a empresa de jardinagem cobrou R$ 78,50 por metro quadrado de canteiro construído, quanto Paulo gastou?

Para descobrir a quantia, observe a expressão a seguir.

$$\underbrace{\overbrace{20\% \cdot \frac{1}{2} \cdot 900}^{\text{medida da área do canteiro em metro quadrado}} \cdot 78{,}50}_{\text{despesa com a construção do canteiro}}$$

Agora, vamos calcular o valor dessa expressão.

$20\% \cdot \frac{1}{2} \cdot 900 \cdot 78{,}50 =$ ← Escrevemos 20% na forma de fração.

$= \frac{\cancel{20}^{10}}{\cancel{100}_{1}} \cdot \frac{1}{\cancel{2}_{1}} \cdot \cancel{900}^{9} \cdot 78{,}50 =$ ← Simplificamos os números e efetuamos as multiplicações dos três primeiros fatores.

$= 90 \cdot 78{,}50 =$ ← Efetuamos a multiplicação.
$= 7\,065{,}00$

Portanto, Paulo gastou R$ 7 065,00.

Acompanhe outros exemplos.

As propriedades da multiplicação com números inteiros (comutativa, associativa, existência do elemento neutro) também são válidas para a multiplicação com números racionais.

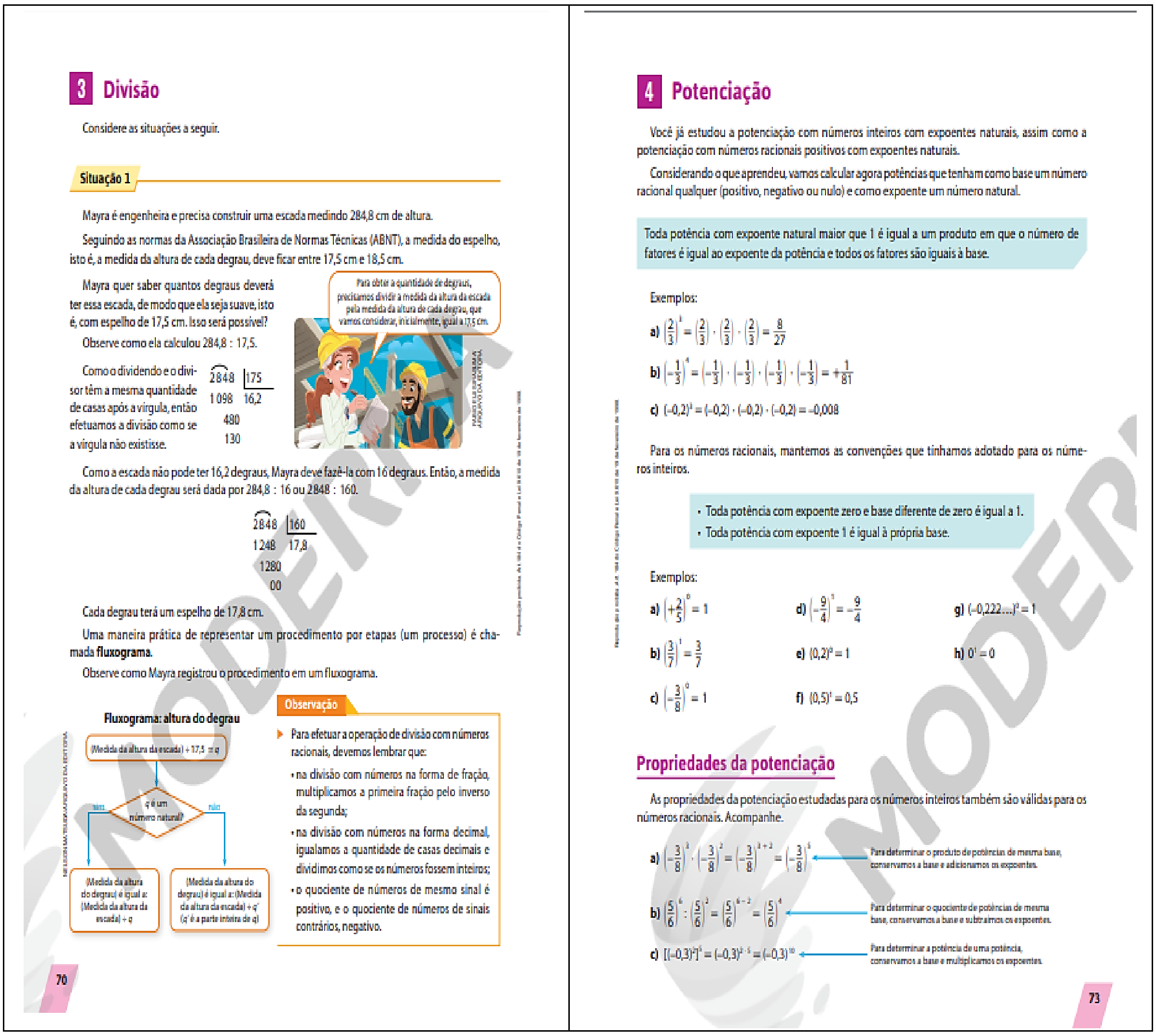
a) $(-0{,}3) \cdot \left(-\frac{5}{8}\right)$

Lembrando que $-0{,}3 = -\frac{3}{10}$, temos:

$(-0{,}3) \cdot \left(-\frac{5}{8}\right) = \left(-\frac{3}{\cancel{10}_{2}}\right) \cdot \left(-\frac{\cancel{5}^{1}}{8}\right) = \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{3}{16}$

b) $-\frac{3}{4} - \left(-\frac{\cancel{5}^{1}}{6}\right) \cdot \left(+\frac{7}{\cancel{5}_{1}}\right) = -\frac{3}{4} - \left(-\frac{7}{6}\right) = -\frac{3}{4} + \frac{7}{6} = \frac{-9 + 14}{12} = \frac{5}{12}$

68



3 Divisão

Considere as situações a seguir.

Situação 1

Mayra é engenheira e precisa construir uma escada medindo 284,8 cm de altura.

Seguindo as normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), a medida do espelho, isto é, a medida da altura de cada degrau, deve ficar entre 17,5 cm e 18,5 cm.

Mayra quer saber quantos degraus deverá ter essa escada, de modo que ela seja suave, isto é, com espelho de 17,5 cm. Isso será possível?

Observe como ela calculou 284,8 : 17,5.

Como o dividendo e o divisor têm a mesma quantidade de casas após a vírgula, então efetuamos a divisão como se a vírgula não existisse.

Como a escada não pode ter 16,2 degraus, Mayra deve fazê-la com 16 degraus. Então, a medida da altura de cada degrau será dada por 284,8 : 16 ou 2848 : 160.

Cada degrau terá um espelho de 17,8 cm.

Uma maneira prática de representar um procedimento por etapas (um processo) é chamada **fluxograma**.

Observe como Mayra registrou o procedimento em um fluxograma.

Fluxograma: altura do degrau

Observação

Para efetuar a operação de divisão com números racionais, devemos lembrar que:

- na divisão com números na forma de fração, multiplicamos a primeira fração pelo inverso da segunda;
- na divisão com números na forma decimal, igualamos a quantidade de casas decimais e dividimos como se os números fossem inteiros;
- o quociente de números de mesmo sinal é positivo, e o quociente de números de sinais contrários, negativo.

70

4 Potenciação

Você já estudou a potenciação com números inteiros com expoentes naturais, assim como a potenciação com números racionais positivos com expoentes naturais.

Considerando o que aprendeu, vamos calcular agora potências que tenham como base um número racional qualquer (positivo, negativo ou nulo) e como expoente um número natural.

Toda potência com expoente natural maior que 1 é igual a um produto em que o número de fatores é igual ao expoente da potência e todos os fatores são iguais à base.

Exemplos:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27}$

b) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 = \left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) = +\frac{1}{81}$

c) $(-0{,}2)^3 = (-0{,}2)\cdot(-0{,}2)\cdot(-0{,}2) = -0{,}008$

Para os números racionais, mantemos as convenções que tínhamos adotado para os números inteiros.

- Toda potência com expoente zero e base diferente de zero é igual a 1.
- Toda potência com expoente 1 é igual à própria base.

Exemplos:

a) $\left(+\frac{2}{5}\right)^0 = 1$ d) $\left(-\frac{9}{4}\right)^1 = -\frac{9}{4}$ g) $(-0{,}222...)^0 = 1$

b) $\left(\frac{3}{7}\right)^1 = \frac{3}{7}$ e) $(0{,}2)^0 = 1$ h) $0^1 = 0$

c) $\left(-\frac{3}{8}\right)^0 = 1$ f) $(0{,}5)^1 = 0{,}5$

Propriedades da potenciação

As propriedades da potenciação estudadas para os números inteiros também são válidas para os números racionais. Acompanhe.

a) $\left(-\frac{3}{8}\right)^3\cdot\left(-\frac{3}{8}\right)^2 = \left(-\frac{3}{8}\right)^{3+2} = \left(-\frac{3}{8}\right)^5$ Para determinar o produto de potências de mesma base, conservamos a base e adicionamos os expoentes.

b) $\left(\frac{5}{6}\right)^6 : \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \left(\frac{5}{6}\right)^{6-2} = \left(\frac{5}{6}\right)^4$ Para determinar o quociente de potências de mesma base, conservamos a base e subtraímos os expoentes.

c) $[(-0{,}3)^2]^5 = (-0{,}3)^{2\cdot5} = (-0{,}3)^{10}$ Para determinar a potência de uma potência, conservamos a base e multiplicamos os expoentes.

73

Fonte: retirado de Bianchini (2022, p. 64 - 73).

Entendeu-se que a obra articula as operações por meio de situações práticas, incentivando a aplicação dos conhecimentos em problemas reais e promovendo conexões com o cotidiano dos alunos. Além disso, valorizou o uso de ferramentas como a calculadora para complementar os métodos tradicionais, estimulando um aprendizado mais abrangente e acessível. Dessa forma, os Números Racionais foram abordados de forma integrada, podendo levar o estudante a um entendimento não apenas dos aspectos técnicos, mas também a relevância desses números em diversos contextos.

No subcapítulo a seguir, apresentou-se elementos essenciais do livro do 7º Ano Desafios da Matemática e uma breve análise dos conteúdos relacionados a temática em investigação.

6.6 ANÁLISE DO LIVRO – DESAFIOS DA MATEMÁTICA

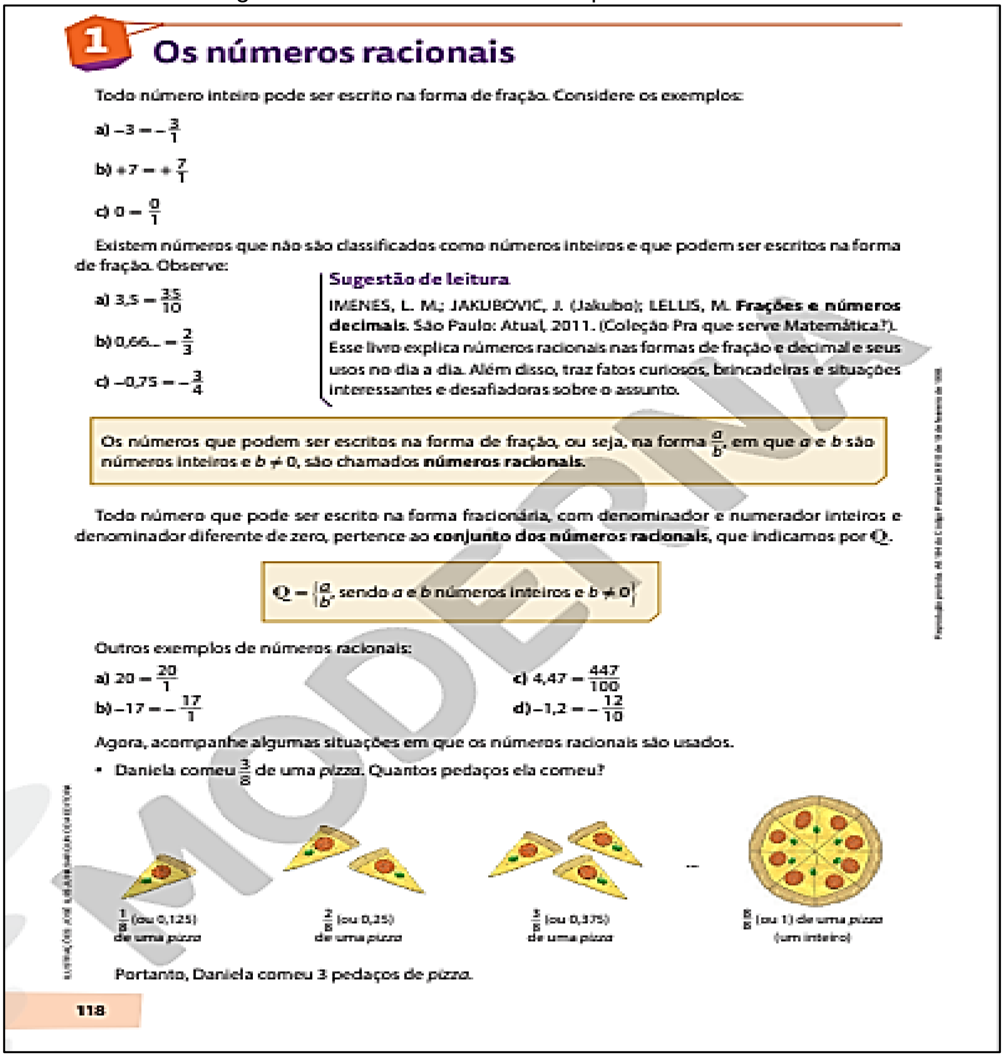
O livro do sétimo ano do Ensino Fundamental da editora Moderna de Silveira (2022) traz em sua capa, Figura 36, uma balança que pode dar a ideia de um trabalho com o conjunto dos Números Racionais, pois pesos e medidas são representados por meio de frações e números decimais.

Figura 36 - Capa do livro: Conexões E Vivências: Matemática

Fonte: retirado de Silveira (2022, n.p.).

O capítulo dedicado aos Números Racionais explorou diferentes aspectos desse conjunto numérico de maneira detalhada. Já na introdução, o conceito foi apresentado com base em exemplos práticos, com frações, números decimais e proporções, destacando a relevância deles em situações cotidianas. A abordagem enfatizou a importância de compreender as várias representações desses números e suas aplicações em contextos diversos, o que pode ser observado na Figura 37.

Figura 37 - Números Racionas: parte introdutória



1 Os números racionais

Todo número inteiro pode ser escrito na forma de fração. Considere os exemplos:

a) $-3 = -\frac{3}{1}$

b) $+7 = +\frac{7}{1}$

c) $0 = \frac{0}{1}$

Existem números que não são classificados como números inteiros e que podem ser escritos na forma de fração. Observe:

a) $3,5 = \frac{35}{10}$

b) $0,66... = \frac{2}{3}$

c) $-0,75 = -\frac{3}{4}$

Sugestão de leitura

IMENES, L. M.; JAKUBOVIC, J. (Jakubo); LELLIS, M. **Frações e números decimais**. São Paulo: Atual, 2011. (Coleção Pra que serve Matemática?).
Esse livro explica números racionais nas formas de fração e decimal e seus usos no dia a dia. Além disso, traz fatos curiosos, brincadeiras e situações interessantes e desafiadoras sobre o assunto.

Os números que podem ser escritos na forma de fração, ou seja, na forma $\frac{a}{b}$, em que a e b são números inteiros e $b \neq 0$, são chamados **números racionais**.

Todo número que pode ser escrito na forma fracionária, com denominador e numerador inteiros e denominador diferente de zero, pertence ao **conjunto dos números racionais**, que indicamos por $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b}, \text{ sendo } a \text{ e } b \text{ números inteiros e } b \neq 0\right\}$$

Outros exemplos de números racionais:

a) $20 = \frac{20}{1}$

b) $-17 = -\frac{17}{1}$

c) $4,47 = \frac{447}{100}$

d) $-1,2 = -\frac{12}{10}$

Agora, acompanhe algumas situações em que os números racionais são usados.

- Daniela comeu $\frac{3}{8}$ de uma *pizza*. Quantos pedaços ela comeu?

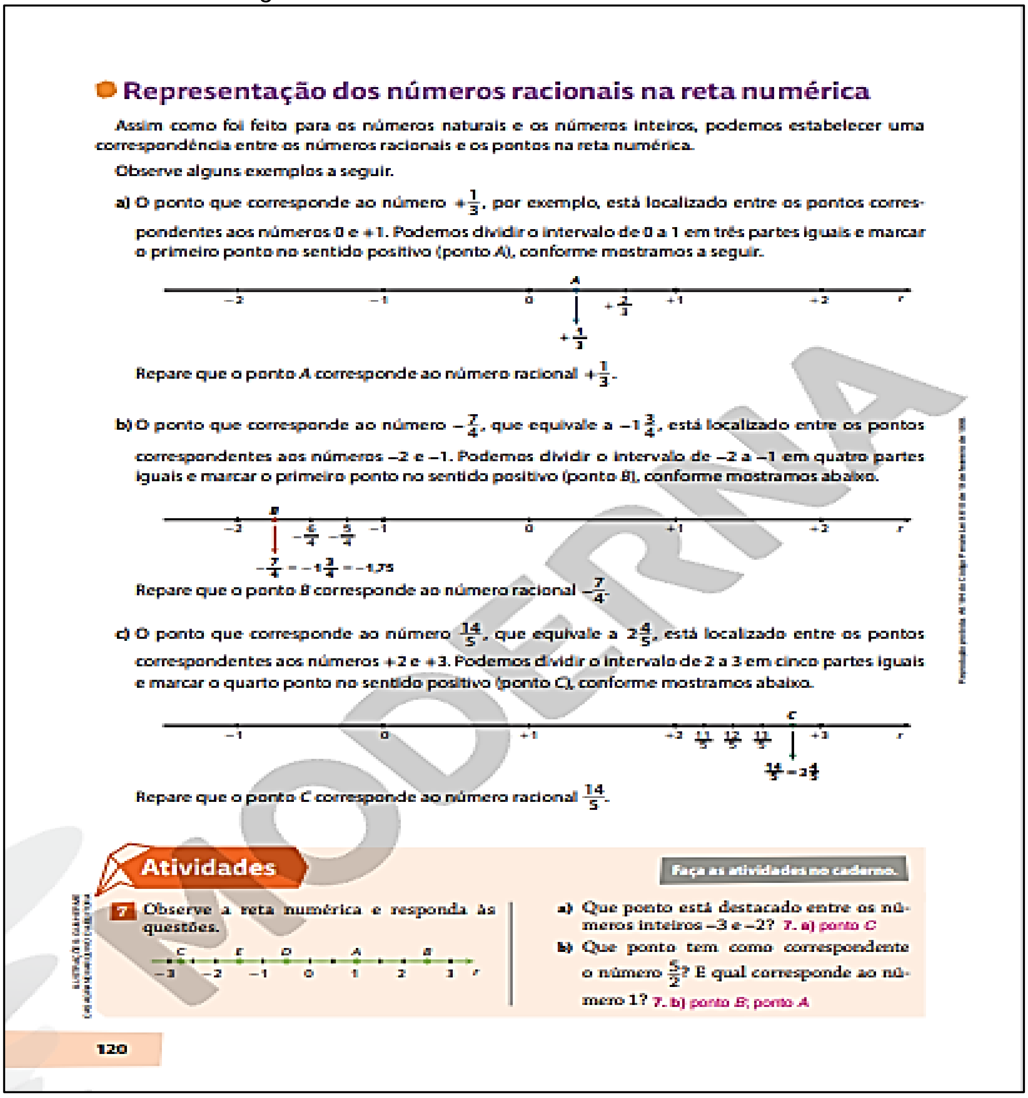
Portanto, Daniela comeu 3 pedaços de *pizza*.

118

Fonte: retirado de Silveira (2022, p. 118).

Por outro lado, a reta numérica foi utilizada como ferramenta essencial para a representação, comparação e ordenação de Números Racionais. Buscou exemplificar posicionamento das frações e números decimais na reta, permitindo visualizar relações como maior, menor e igual, além de identificar intervalos e trabalhar com a densidade, uma característica dos Números Racionais como pode ser observado na Figura 38.

Figura 38 - Reta numérica: Números Racionais



Representação dos números racionais na reta numérica

Assim como foi feito para os números naturais e os números inteiros, podemos estabelecer uma correspondência entre os números racionais e os pontos na reta numérica.

Observe alguns exemplos a seguir.

a) O ponto que corresponde ao número $+\frac{1}{3}$, por exemplo, está localizado entre os pontos correspondentes aos números 0 e +1. Podemos dividir o intervalo de 0 a 1 em três partes iguais e marcar o primeiro ponto no sentido positivo (ponto *A*), conforme mostramos a seguir.

Repare que o ponto *A* corresponde ao número racional $+\frac{1}{3}$.

b) O ponto que corresponde ao número $-\frac{7}{4}$, que equivale a $-1\frac{3}{4}$, está localizado entre os pontos correspondentes aos números −2 e −1. Podemos dividir o intervalo de −2 a −1 em quatro partes iguais e marcar o primeiro ponto no sentido positivo (ponto *B*), conforme mostramos abaixo.

Repare que o ponto *B* corresponde ao número racional $-\frac{7}{4}$.

c) O ponto que corresponde ao número $\frac{14}{5}$, que equivale a $2\frac{4}{5}$, está localizado entre os pontos correspondentes aos números +2 e +3. Podemos dividir o intervalo de 2 a 3 em cinco partes iguais e marcar o quarto ponto no sentido positivo (ponto *C*), conforme mostramos abaixo.

Repare que o ponto *C* corresponde ao número racional $\frac{14}{5}$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

7 Observe a reta numérica e responda às questões.

a) Que ponto está destacado entre os números inteiros −3 e −2? 7. a) ponto *C*

b) Que ponto tem como correspondente o número $\frac{5}{2}$? E qual corresponde ao número 1? 7. b) ponto *B*; ponto *A*

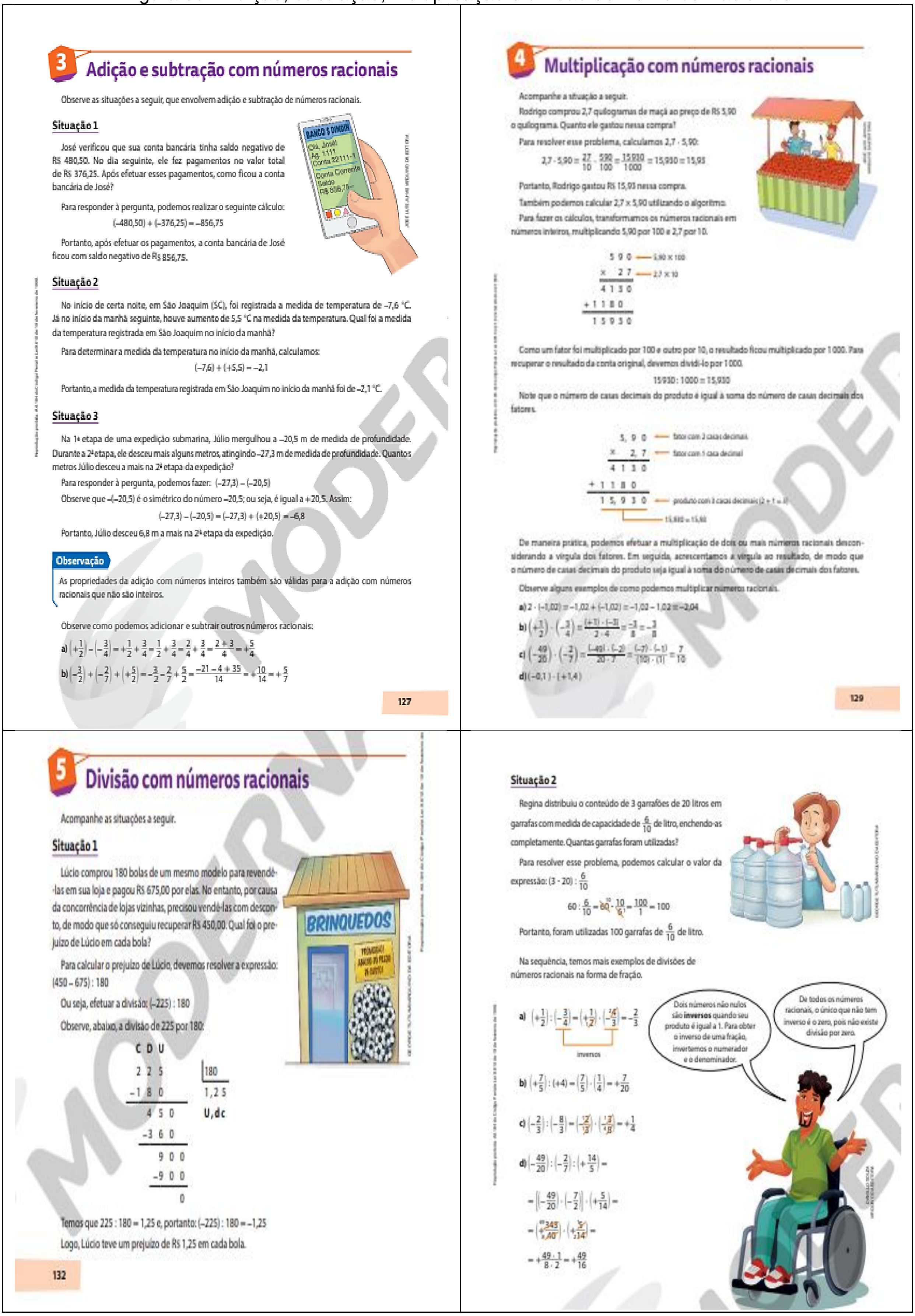
120

Fonte: retirado de Silveira (2022, p. 120).

Já as operações com Números Racionais, Figura 39, foram desenvolvidas a partir da adição e subtração tanto com frações, destacando a necessidade de denominadores comuns, quanto com números decimais, mostrando a importância do alinhamento das casas decimais, os mesmos foram desenvolvidos por meio de exemplos concretos e exercícios.

Na sequência, a multiplicação e a divisão ocorreram com explicações detalhadas. A multiplicação foi apresentada como uma extensão do cálculo com Números Naturais e Inteiros, com destaque para a simplificação de frações antes e depois do cálculo. A divisão sendo explicada como a multiplicação pelo inverso de um número, facilitando a resolução de problemas e a compreensão do conceito.

Figura 39 - Adição, subtração, multiplicação e divisão de Números Racionais



3 Adição e subtração com números racionais

Observe as situações a seguir, que envolvem adição e subtração de números racionais.

Situação 1

José verificou que sua conta bancária tinha saldo negativo de R$ 480,50. No dia seguinte, ele fez pagamentos no valor total de R$ 376,25. Após efetuar esses pagamentos, como ficou a conta bancária de José?

Para responder à pergunta, podemos realizar o seguinte cálculo:

$$(-480,50) + (-376,25) = -856,75$$

Portanto, após efetuar os pagamentos, a conta bancária de José ficou com saldo negativo de R$ 856,75.

Situação 2

No início de certa noite, em São Joaquim (SC), foi registrada a medida de temperatura de −7,6 °C. Já no início da manhã seguinte, houve aumento de 5,5 °C na medida da temperatura. Qual foi a medida da temperatura registrada em São Joaquim no início da manhã?

Para determinar a medida da temperatura no início da manhã, calculamos:

$$(-7,6) + (+5,5) = -2,1$$

Portanto, a medida da temperatura registrada em São Joaquim no início da manhã foi de −2,1 °C.

Situação 3

Na 1ª etapa de uma expedição submarina, Júlio mergulhou a −20,5 m de medida de profundidade. Durante a 2ª etapa, ele desceu mais alguns metros, atingindo −27,3 m de medida de profundidade. Quantos metros Júlio desceu a mais na 2ª etapa da expedição?

Para responder à pergunta, podemos fazer: $(-27,3) - (-20,5)$

Observe que $-(-20,5)$ é o simétrico do número −20,5; ou seja, é igual a +20,5. Assim:

$$(-27,3) - (-20,5) = (-27,3) + (+20,5) = -6,8$$

Portanto, Júlio desceu 6,8 m a mais na 2ª etapa da expedição.

Observação

As propriedades da adição com números inteiros também são válidas para a adição com números racionais que não são inteiros.

Observe como podemos adicionar e subtrair outros números racionais:

a) $\left(+\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right) = +\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{2+3}{4} = +\frac{5}{4}$

b) $\left(-\frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{2}{7}\right) + \left(+\frac{5}{2}\right) = -\frac{3}{2} - \frac{2}{7} + \frac{5}{2} = \frac{-21-4+35}{14} = +\frac{10}{14} = +\frac{5}{7}$

127

4 Multiplicação com números racionais

Acompanhe a situação a seguir.

Rodrigo comprou 2,7 quilogramas de maçã ao preço de R$ 5,90 o quilograma. Quanto ele gastou nessa compra?

Para resolver esse problema, calculamos $2,7 \cdot 5,90$:

$$2,7 \cdot 5,90 = \frac{27}{10} \cdot \frac{590}{100} = \frac{15\,930}{1\,000} = 15,930 = 15,93$$

Portanto, Rodrigo gastou R$ 15,93 nessa compra.

Também podemos calcular $2,7 \times 5,90$ utilizando o algoritmo.

Para fazer os cálculos, transformamos os números racionais em números inteiros, multiplicando 5,90 por 100 e 2,7 por 10.

$$\begin{array}{r l} 590 & \leftarrow 5,90 \times 100 \\ \times\ 27 & \leftarrow 2,7 \times 10 \\ \hline 4130 & \\ +1180 & \\ \hline 15930 & \end{array}$$

Como um fator foi multiplicado por 100 e outro por 10, o resultado ficou multiplicado por 1 000. Para recuperar o resultado da conta original, devemos dividi-lo por 1 000.

$$15\,930 : 1\,000 = 15,930$$

Note que o número de casas decimais do produto é igual à soma do número de casas decimais dos fatores.

$$\begin{array}{r l} 5,90 & \leftarrow \text{fator com 2 casas decimais} \\ \times\ 2,7 & \leftarrow \text{fator com 1 casa decimal} \\ \hline 4130 & \\ +1180 & \\ \hline 15,930 & \leftarrow \text{produto com 3 casas decimais } (2 + 1 = 3) \end{array}$$

15,930 = 15,93

De maneira prática, podemos efetuar a multiplicação de dois ou mais números racionais desconsiderando a vírgula dos fatores. Em seguida, acrescentamos a vírgula ao resultado, de modo que o número de casas decimais do produto seja igual à soma do número de casas decimais dos fatores.

Observe alguns exemplos de como podemos multiplicar números racionais.

a) $2 \cdot (-1,02) = -1,02 + (-1,02) = -1,02 - 1,02 = -2,04$

b) $\left(+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{(+1) \cdot (-3)}{2 \cdot 4} = \frac{-3}{8} = -\frac{3}{8}$

c) $\left(-\frac{49}{20}\right) \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{(-49) \cdot (-2)}{20 \cdot 7} = \frac{(-7) \cdot (-1)}{(10) \cdot (1)} = \frac{7}{10}$

d) $(-0,1) \cdot (+1,4)$

129

5 Divisão com números racionais

Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

Lúcio comprou 180 bolas de um mesmo modelo para revendê-las em sua loja e pagou R$ 675,00 por elas. No entanto, por causa da concorrência de lojas vizinhas, precisou vendê-las com desconto, de modo que só conseguiu recuperar R$ 450,00. Qual foi o prejuízo de Lúcio em cada bola?

Para calcular o prejuízo de Lúcio, devemos resolver a expressão: $(450 - 675) : 180$

Ou seja, efetuar a divisão: $(-225) : 180$

Observe, abaixo, a divisão de 225 por 180:

$$\begin{array}{r | l} \text{C D U} & \\ 2\ 2\ 5 & 180 \\ -1\ 8\ 0 & 1,25 \\ \hline 4\ 5\ 0 & \text{U,dc} \\ -3\ 6\ 0 & \\ \hline 9\ 0\ 0 & \\ -9\ 0\ 0 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Temos que $225 : 180 = 1,25$ e, portanto: $(-225) : 180 = -1,25$

Logo, Lúcio teve um prejuízo de R$ 1,25 em cada bola.

132

Situação 2

Regina distribuiu o conteúdo de 3 garrafões de 20 litros em garrafas com medida de capacidade de $\frac{6}{10}$ de litro, enchendo-as completamente. Quantas garrafas foram utilizadas?

Para resolver esse problema, podemos calcular o valor da expressão: $(3 \cdot 20) : \frac{6}{10}$

$$60 : \frac{6}{10} = \cancel{60}^{10} \cdot \frac{10}{\cancel{6}_1} = \frac{100}{1} = 100$$

Portanto, foram utilizadas 100 garrafas de $\frac{6}{10}$ de litro.

Na sequência, temos mais exemplos de divisões de números racionais na forma de fração.

a) $\left(+\frac{1}{2}\right) : \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(+\frac{1}{\cancel{2}_1}\right) \cdot \left(-\frac{\cancel{4}^2}{3}\right) = -\frac{2}{3}$

inversos

Dois números não nulos são **inversos** quando seu produto é igual a 1. Para obter o inverso de uma fração, invertemos o numerador e o denominador.

De todos os números racionais, o único que não tem inverso é o zero, pois não existe divisão por zero.

b) $\left(+\frac{7}{5}\right) : (+4) = \left(\frac{7}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) = +\frac{7}{20}$

c) $\left(-\frac{2}{3}\right) : \left(-\frac{8}{3}\right) = \left(-\frac{\cancel{2}^1}{\cancel{3}_1}\right) \cdot \left(-\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{8}_4}\right) = +\frac{1}{4}$

d) $\left(-\frac{49}{20}\right) : \left(-\frac{2}{7}\right) : \left(+\frac{14}{5}\right) =$

$= \left[\left(-\frac{49}{20}\right) \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)\right] \cdot \left(+\frac{5}{14}\right) =$

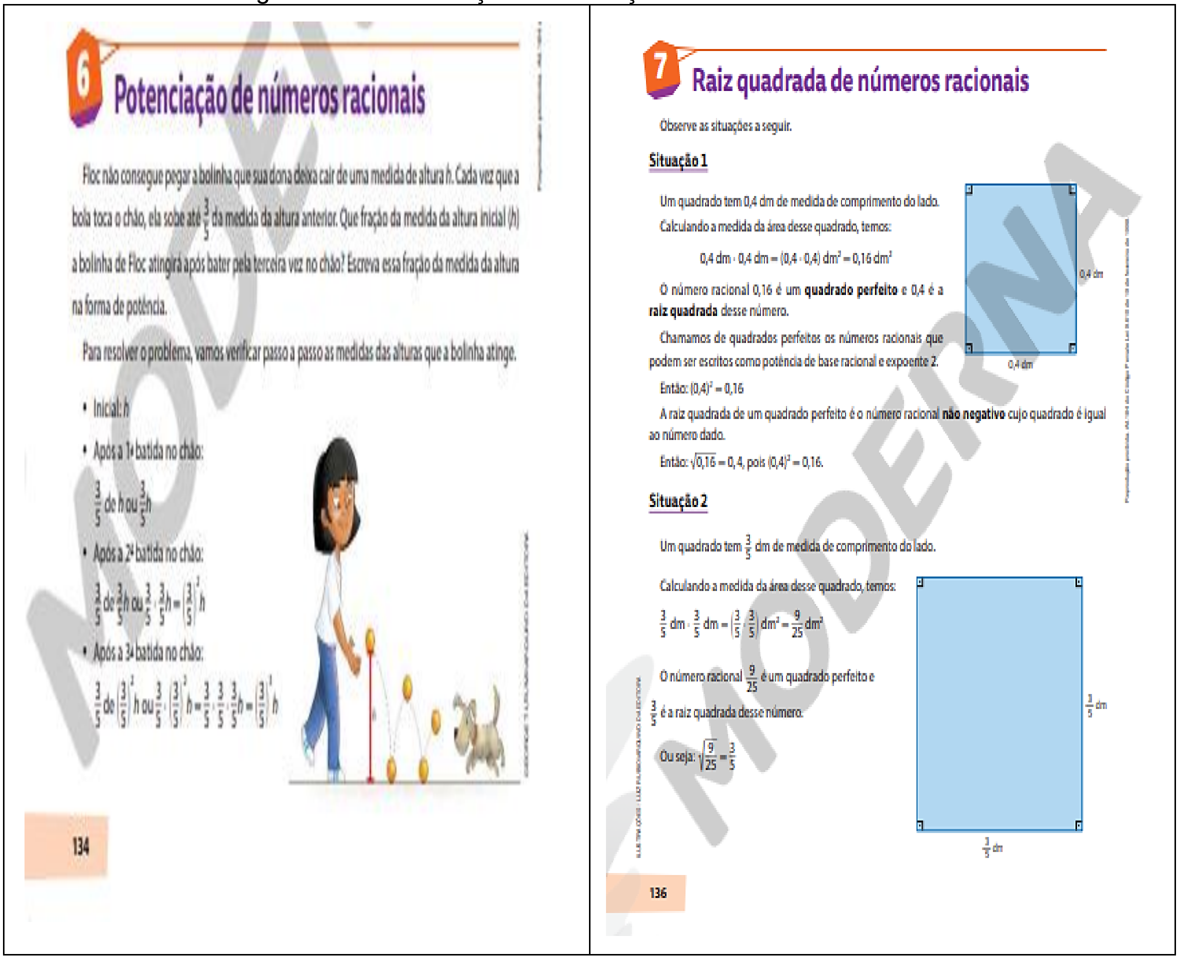
$= \left(+\frac{\cancel{343}^{49}}{\cancel{40}_8}\right) \cdot \left(+\frac{\cancel{5}^1}{\cancel{14}_2}\right) =$

$= +\frac{49 \cdot 1}{8 \cdot 2} = +\frac{49}{16}$

Fonte: retirado de Silveira (2022, p.127 - 133).

Além disso, o livro também abordou a potenciação e radiciação. A potenciação sendo introduzida como a repetição de multiplicações, tanto para frações quanto para decimais. Já a radiciação foi explorada a partir de exemplos que envolvem raízes quadradas e cúbicas com Números Racionais, bem como, a simplificação de radicais e a relação entre potenciação e radiciação de acordo com o exposto na Figura 40.

Figura 40 - Potenciação e radiciação de Números Racionais



6 Potenciação de números racionais

Floc não consegue pegar a bolinha que sua dona deixa cair de uma medida de altura h. Cada vez que a bola toca o chão, ela sobe até $\frac{3}{5}$ da medida da altura anterior. Que fração da medida da altura inicial (h) a bolinha de Floc atingirá após bater pela terceira vez no chão? Escreva essa fração da medida da altura na forma de potência.

Para resolver o problema, vamos verificar passo a passo as medidas das alturas que a bolinha atinge.

- Inicial: h
- Após a 1ª batida no chão:
  $\frac{3}{5}$ de h ou $\frac{3}{5}h$
- Após a 2ª batida no chão:
  $\frac{3}{5}$ de $\frac{3}{5}h$ ou $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}h = \left(\frac{3}{5}\right)^2 h$
- Após a 3ª batida no chão:
  $\frac{3}{5}$ de $\left(\frac{3}{5}\right)^2 h$ ou $\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 h = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} h = \left(\frac{3}{5}\right)^3 h$

134

7 Raiz quadrada de números racionais

Observe as situações a seguir.

Situação 1

Um quadrado tem 0,4 dm de medida de comprimento do lado.

Calculando a medida da área desse quadrado, temos:

$$0{,}4\ dm \cdot 0{,}4\ dm = (0{,}4 \cdot 0{,}4)\ dm^2 = 0{,}16\ dm^2$$

O número racional 0,16 é um **quadrado perfeito** e 0,4 é a **raiz quadrada** desse número.

Chamamos de quadrados perfeitos os números racionais que podem ser escritos como potência de base racional e expoente 2.

Então: $(0{,}4)^2 = 0{,}16$

A raiz quadrada de um quadrado perfeito é o número racional **não negativo** cujo quadrado é igual ao número dado.

Então: $\sqrt{0{,}16} = 0{,}4$, pois $(0{,}4)^2 = 0{,}16$.

Situação 2

Um quadrado tem $\frac{3}{5}$ dm de medida de comprimento do lado.

Calculando a medida da área desse quadrado, temos:

$\frac{3}{5}\ dm \cdot \frac{3}{5}\ dm = \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}\right) dm^2 = \frac{9}{25}\ dm^2$

O número racional $\frac{9}{25}$ é um quadrado perfeito e $\frac{3}{5}$ é a raiz quadrada desse número.

Ou seja: $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$

136

Fonte: retirado de Silveira (2022, p. 134 e 136).

Sendo que, o capítulo sobre Números Racionais é enriquecido com atividades que ajudam a contextualizar o conteúdo, ou seja, que reforçam os conceitos e permitem que os estudantes consolidem seu aprendizado por meio de exercícios variados e desafios matemáticos. Em resumo, o material possui uma abordagem sólida e progressiva sobre os Números Racionais, contemplando seus conceitos, representações, propriedades e operações fundamentais.

Na sequência, apresentou-se e analisou-se a obra Conexões e Vivências: Matemática.

6.7 ANÁLISE DO LIVRO – CONEXÕES E VIVÊNCIAS: MATEMÁTICA

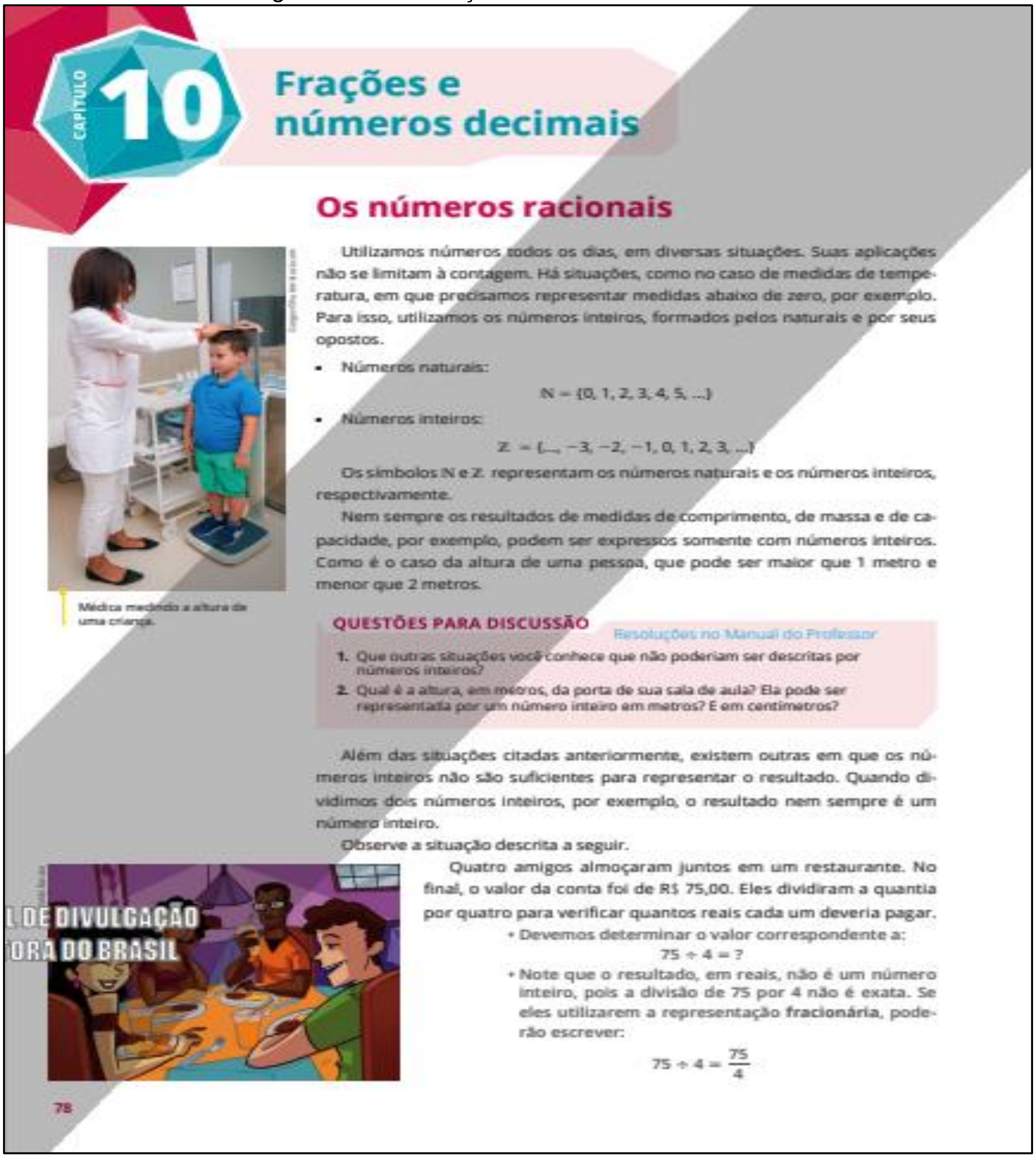
Inicialmente, foi exibida a capa do livro didático desenvolvido por Longen (2022) referente ao sétimo ano do Ensino Fundamental e publicado pela Editora Brasil, conforme mostrado na Figura 41. Esta apresentação visa introduzir o recurso didático a ser analisado, proporcionando uma primeira impressão dos elementos visuais e editoriais que compõem a obra.

Figura 41 - Capa do livro: Conexões e vivências

Fonte: retirado de Longen (2022, n.p.).

A apresentação dos Números Racionais no material acabou sendo demonstrada como uma extensão dos Números Inteiros, definidos como aqueles que podem ser representados pela divisão entre dois inteiros, com o denominador diferente de zero. Na introdução ao tema, destacou-se que esses números podem ser expressos tanto em forma decimal quanto fracionária, permitindo uma ampla aplicação em diversas situações do cotidiano, como medições e operações financeiras, conforme destacado na Figura 42.

Figura 42 - Introdução aos Números Racionais



CAPÍTULO 10

Frações e números decimais

Os números racionais

Utilizamos números todos os dias, em diversas situações. Suas aplicações não se limitam à contagem. Há situações, como no caso de medidas de temperatura, em que precisamos representar medidas abaixo de zero, por exemplo. Para isso, utilizamos os números inteiros, formados pelos naturais e por seus opostos.

- Números naturais:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$$

- Números inteiros:

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

Os símbolos $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$ representam os números naturais e os números inteiros, respectivamente.

Nem sempre os resultados de medidas de comprimento, de massa e de capacidade, por exemplo, podem ser expressos somente com números inteiros. Como é o caso da altura de uma pessoa, que pode ser maior que 1 metro e menor que 2 metros.

Médica medindo a altura de uma criança.

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO

Resoluções no Manual do Professor

1. Que outras situações você conhece que não poderiam ser descritas por números inteiros?
2. Qual é a altura, em metros, da porta de sua sala de aula? Ela pode ser representada por um número inteiro em metros? E em centímetros?

Além das situações citadas anteriormente, existem outras em que os números inteiros não são suficientes para representar o resultado. Quando dividimos dois números inteiros, por exemplo, o resultado nem sempre é um número inteiro.

Observe a situação descrita a seguir.

Quatro amigos almoçaram juntos em um restaurante. No final, o valor da conta foi de R$ 75,00. Eles dividiram a quantia por quatro para verificar quantos reais cada um deveria pagar.

- Devemos determinar o valor correspondente a:

$$75 \div 4 = ?$$

- Note que o resultado, em reais, não é um número inteiro, pois a divisão de 75 por 4 não é exata. Se eles utilizarem a representação fracionária, poderão escrever:

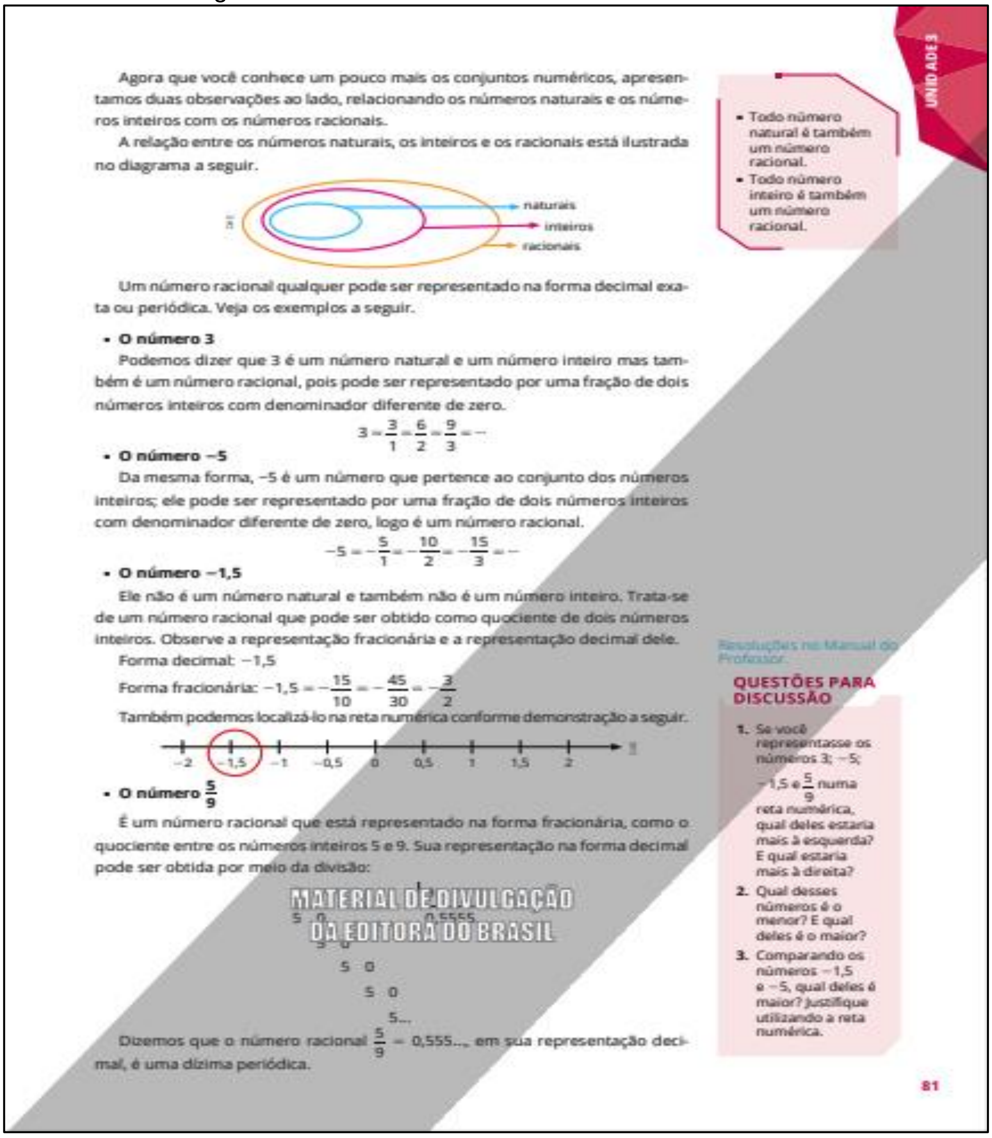
$$75 \div 4 = \frac{75}{4}$$

78

Fonte: retirado de Longen (2022, p. 78).

Por outro lado, a representação na reta numérica foi utilizada para preencher o espaço entre os inteiros, formando uma densidade de pontos infinitos entre quaisquer dois números. A abordagem também enfatizou que a localização dos Números Racionais na reta depende de sua forma positiva ou negativa, assim como das divisões proporcionais associadas, isso pode ser observado na Figura 43. Sendo que, essa propriedade é diferente da reta numérica dos Números Inteiros, onde os pontos são discretos.

Figura 43 - Reta Numérica e os Números Racionais



UNIDADE 3

Agora que você conhece um pouco mais os conjuntos numéricos, apresentamos duas observações ao lado, relacionando os números naturais e os números inteiros com os números racionais.

A relação entre os números naturais, os inteiros e os racionais está ilustrada no diagrama a seguir.

- Todo número natural é também um número racional.
- Todo número inteiro é também um número racional.

Um número racional qualquer pode ser representado na forma decimal exata ou periódica. Veja os exemplos a seguir.

- **O número 3**

Podemos dizer que 3 é um número natural e um número inteiro mas também é um número racional, pois pode ser representado por uma fração de dois números inteiros com denominador diferente de zero.

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = ...$$

- **O número −5**

Da mesma forma, −5 é um número que pertence ao conjunto dos números inteiros; ele pode ser representado por uma fração de dois números inteiros com denominador diferente de zero, logo é um número racional.

$$-5 = -\frac{5}{1} = -\frac{10}{2} = -\frac{15}{3} = ...$$

- **O número −1,5**

Ele não é um número natural e também não é um número inteiro. Trata-se de um número racional que pode ser obtido como quociente de dois números inteiros. Observe a representação fracionária e a representação decimal dele.

Forma decimal: −1,5

Forma fracionária: $-1{,}5 = -\frac{15}{10} = -\frac{45}{30} = -\frac{3}{2}$

Também podemos localizá-lo na reta numérica conforme demonstração a seguir.

- **O número $\frac{5}{9}$**

É um número racional que está representado na forma fracionária, como o quociente entre os números inteiros 5 e 9. Sua representação na forma decimal pode ser obtida por meio da divisão:

Dizemos que o número racional $\frac{5}{9} = 0{,}555...$, em sua representação decimal, é uma dízima periódica.

Resoluções no Manual do Professor.

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO

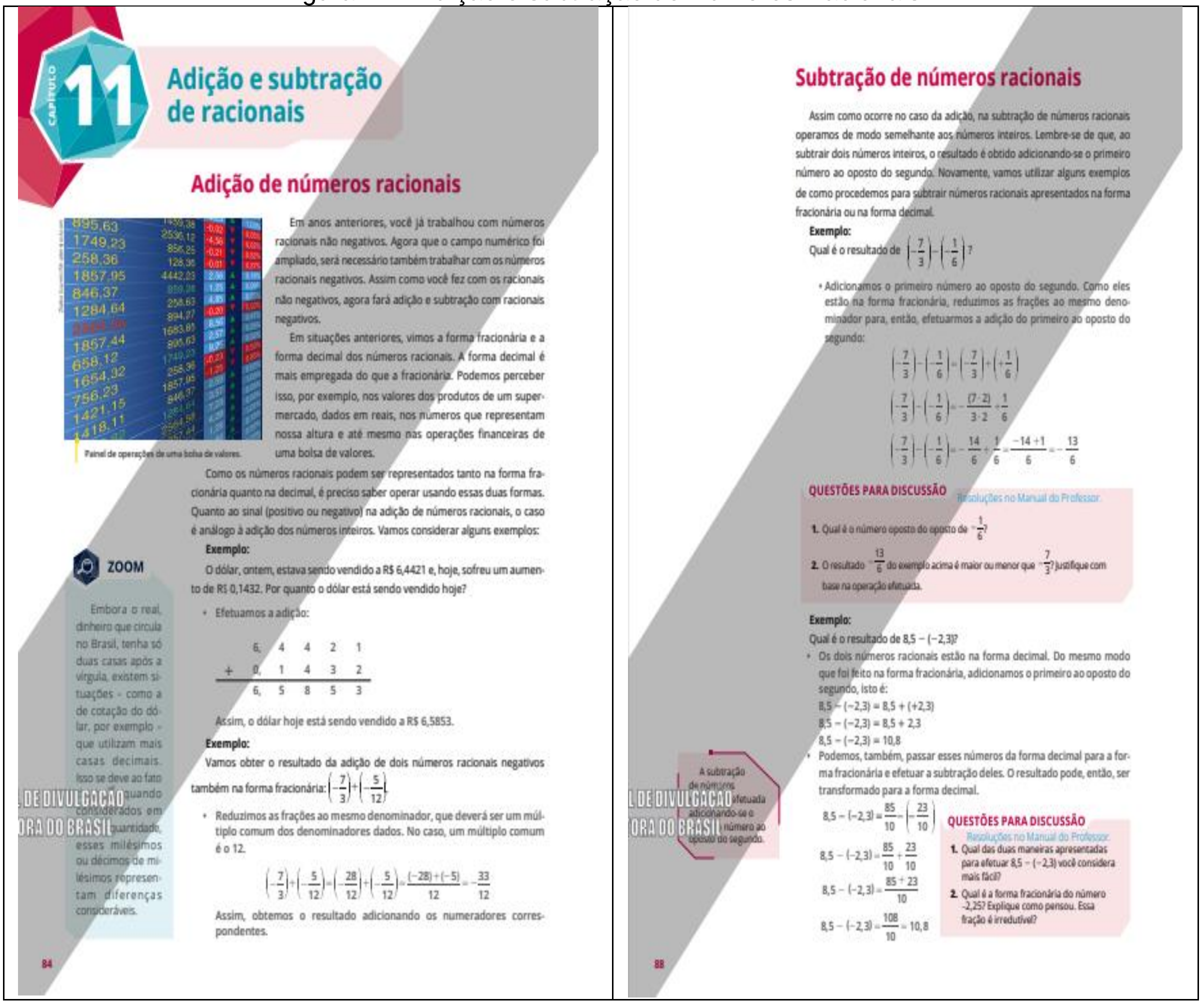
1. Se você representasse os números 3; −5; −1,5 e $\frac{5}{9}$ numa reta numérica, qual deles estaria mais à esquerda? E qual estaria mais à direita?
2. Qual desses números é o menor? E qual deles é o maior?
3. Comparando os números −1,5 e −5, qual deles é maior? Justifique utilizando a reta numérica.

81

Fonte: retirado de Longen (2022, p. 81).

Já nas operações da adição e subtração foram exploradas a partir da forma decimal e fracionária. Destacando-se que a soma ou diferença entre Racionais segue as mesmas regras de sinais e reduções ao denominador comum, como nos inteiros. Exemplificados em contextos financeiros ou problemas fracionários, conforme Figura 44.

Figura 44 - Adição e subtração de Números Racionais



CAPÍTULO 11

Adição e subtração de racionais

Adição de números racionais

Painel de operações de uma bolsa de valores.

Em anos anteriores, você já trabalhou com números racionais não negativos. Agora que o campo numérico foi ampliado, será necessário também trabalhar com os números racionais negativos. Assim como você fez com os racionais não negativos, agora fará adição e subtração com racionais negativos.

Em situações anteriores, vimos a forma fracionária e a forma decimal dos números racionais. A forma decimal é mais empregada do que a fracionária. Podemos perceber isso, por exemplo, nos valores dos produtos de um supermercado, dados em reais, nos números que representam nossa altura e até mesmo nas operações financeiras de uma bolsa de valores.

Como os números racionais podem ser representados tanto na forma fracionária quanto na decimal, é preciso saber operar usando essas duas formas. Quanto ao sinal (positivo ou negativo) na adição de números racionais, o caso é análogo à adição dos números inteiros. Vamos considerar alguns exemplos:

Exemplo:

O dólar, ontem, estava sendo vendido a R$ 6,4421 e, hoje, sofreu um aumento de R$ 0,1432. Por quanto o dólar está sendo vendido hoje?

- Efetuamos a adição:

$$\begin{array}{r} 6,4421 \\ +\ 0,1432 \\ \hline 6,5853 \end{array}$$

Assim, o dólar hoje está sendo vendido a R$ 6,5853.

Exemplo:

Vamos obter o resultado da adição de dois números racionais negativos também na forma fracionária: $\left(-\frac{7}{3}\right)+\left(-\frac{5}{12}\right)$.

- Reduzimos as frações ao mesmo denominador, que deverá ser um múltiplo comum dos denominadores dados. No caso, um múltiplo comum é o 12.

$$\left(-\frac{7}{3}\right)+\left(-\frac{5}{12}\right)=\left(-\frac{28}{12}\right)+\left(-\frac{5}{12}\right)=\frac{(-28)+(-5)}{12}=-\frac{33}{12}$$

Assim, obtemos o resultado adicionando os numeradores correspondentes.

ZOOM

Embora o real, dinheiro que circula no Brasil, tenha só duas casas após a vírgula, existem situações – como a de cotação do dólar, por exemplo – que utilizam mais casas decimais. Isso se deve ao fato de que, quando considerados em grande quantidade, esses milésimos ou décimos de milésimos representam diferenças consideráveis.

84

Subtração de números racionais

Assim como ocorre no caso da adição, na subtração de números racionais operamos de modo semelhante aos números inteiros. Lembre-se de que, ao subtrair dois números inteiros, o resultado é obtido adicionando-se o primeiro número ao oposto do segundo. Novamente, vamos utilizar alguns exemplos de como procedemos para subtrair números racionais apresentados na forma fracionária ou na forma decimal.

Exemplo:

Qual é o resultado de $\left(-\frac{7}{3}\right)-\left(-\frac{1}{6}\right)$?

- Adicionamos o primeiro número ao oposto do segundo. Como eles estão na forma fracionária, reduzimos as frações ao mesmo denominador para, então, efetuarmos a adição do primeiro ao oposto do segundo:

$$\left(-\frac{7}{3}\right)-\left(-\frac{1}{6}\right)=\left(-\frac{7}{3}\right)+\left(+\frac{1}{6}\right)$$

$$\left(-\frac{7}{3}\right)-\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{(7\cdot 2)}{3\cdot 2}+\frac{1}{6}$$

$$\left(-\frac{7}{3}\right)-\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{14}{6}+\frac{1}{6}=\frac{-14+1}{6}=-\frac{13}{6}$$

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO Resoluções no Manual do Professor.

1. Qual é o número oposto do oposto de $-\frac{1}{6}$?
2. O resultado $-\frac{13}{6}$ do exemplo acima é maior ou menor que $-\frac{7}{3}$? Justifique com base na operação efetuada.

Exemplo:

Qual é o resultado de 8,5 − (−2,3)?

- Os dois números racionais estão na forma decimal. Do mesmo modo que foi feito na forma fracionária, adicionamos o primeiro ao oposto do segundo, isto é:

$8{,}5-(-2{,}3)=8{,}5+(+2{,}3)$

$8{,}5-(-2{,}3)=8{,}5+2{,}3$

$8{,}5-(-2{,}3)=10{,}8$

- Podemos, também, passar esses números da forma decimal para a forma fracionária e efetuar a subtração deles. O resultado pode, então, ser transformado para a forma decimal.

$$8{,}5-(-2{,}3)=\frac{85}{10}-\left(-\frac{23}{10}\right)$$

$$8{,}5-(-2{,}3)=\frac{85}{10}+\frac{23}{10}$$

$$8{,}5-(-2{,}3)=\frac{85+23}{10}$$

$$8{,}5-(-2{,}3)=\frac{108}{10}=10{,}8$$

A subtração de números racionais é efetuada adicionando-se o primeiro número ao oposto do segundo.

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO Resoluções no Manual do Professor.

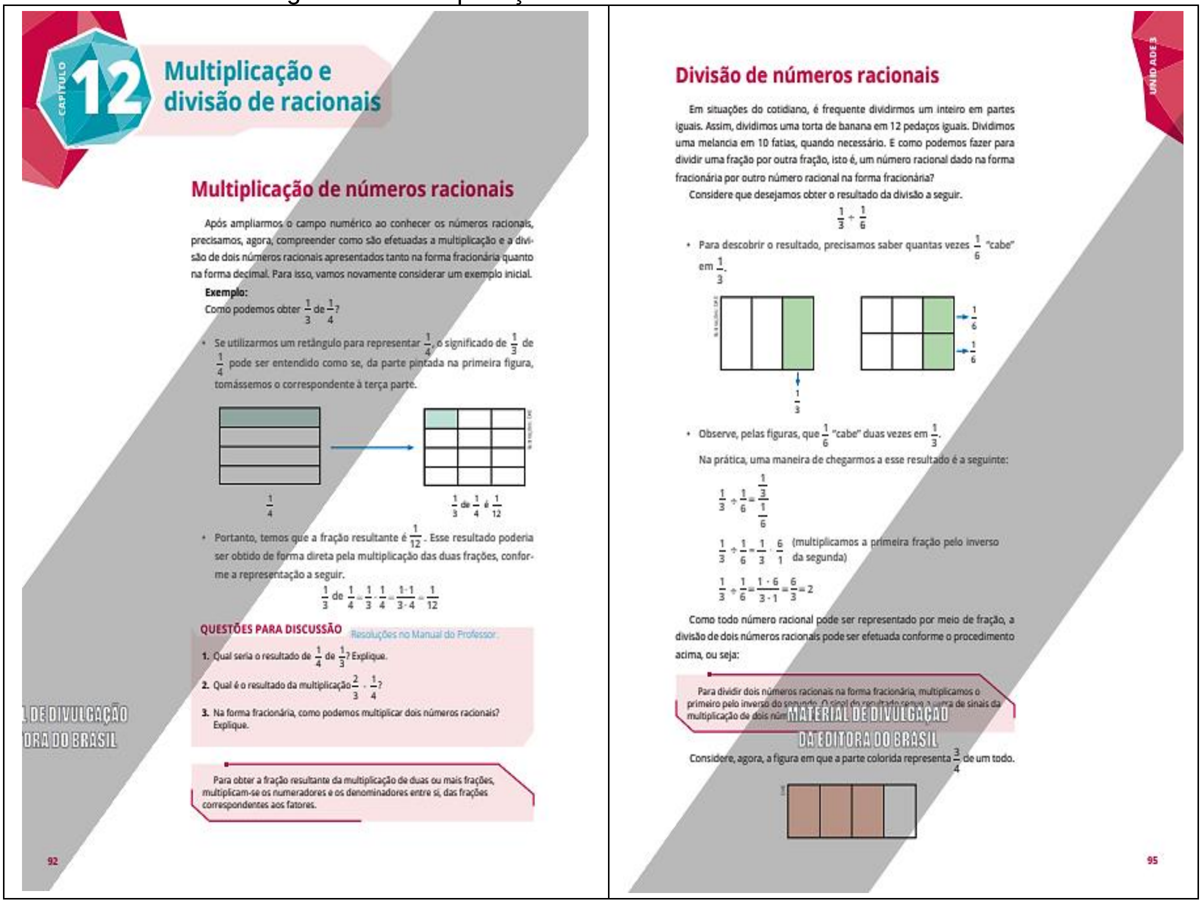
1. Qual das duas maneiras apresentadas para efetuar 8,5 − (−2,3) você considera mais fácil?
2. Qual é a forma fracionária do número -2,25? Explique como pensou. Essa fração é irredutível?

88

Fonte: retirado de Longen (2022, p. 84 e 88).

Na Figura 45 apresentou-se a multiplicação e divisão com Números Racionais, os conceitos foram trabalhados por meio do cálculo direto entre numeradores e denominadores ou pelas propriedades de simplificação. Assim, não foram apresentadas atividades que exploram situações do cotidiano ou com o uso de tecnologias. Esses fatos poderiam tornar o conteúdo atrativo e de fácil compreensão por parte dos estudantes.

Figura 45 - Multiplicação e divisão de Números Racionais



CAPÍTULO 12

Multiplicação e divisão de racionais

Multiplicação de números racionais

Após ampliarmos o campo numérico ao conhecer os números racionais, precisamos, agora, compreender como são efetuadas a multiplicação e a divisão de dois números racionais apresentados tanto na forma fracionária quanto na forma decimal. Para isso, vamos novamente considerar um exemplo inicial.

Exemplo:
Como podemos obter $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$?

- Se utilizarmos um retângulo para representar $\frac{1}{4}$, o significado de $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ pode ser entendido como se, da parte pintada na primeira figura, tomássemos o correspondente à terça parte.

$\frac{1}{4}$ $\qquad$ $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ é $\frac{1}{12}$

- Portanto, temos que a fração resultante é $\frac{1}{12}$. Esse resultado poderia ser obtido de forma direta pela multiplicação das duas frações, conforme a representação a seguir.

$$\frac{1}{3} \text{ de } \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{12}$$

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO Resoluções no Manual do Professor.

1. Qual seria o resultado de $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$? Explique.
2. Qual é o resultado da multiplicação $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}$?
3. Na forma fracionária, como podemos multiplicar dois números racionais? Explique.

Para obter a fração resultante da multiplicação de duas ou mais frações, multiplicam-se os numeradores e os denominadores entre si, das frações correspondentes aos fatores.

L DE DIVULGAÇÃO
ORA DO BRASIL

92

UNIDADE 3

Divisão de números racionais

Em situações do cotidiano, é frequente dividirmos um inteiro em partes iguais. Assim, dividimos uma torta de banana em 12 pedaços iguais. Dividimos uma melancia em 10 fatias, quando necessário. E como podemos fazer para dividir uma fração por outra fração, isto é, um número racional dado na forma fracionária por outro número racional na forma fracionária?

Considere que desejamos obter o resultado da divisão a seguir.

$$\frac{1}{3} \div \frac{1}{6}$$

- Para descobrir o resultado, precisamos saber quantas vezes $\frac{1}{6}$ "cabe" em $\frac{1}{3}$.

$\frac{1}{3}$ $\qquad$ $\frac{1}{6}$ $\qquad$ $\frac{1}{6}$

- Observe, pelas figuras, que $\frac{1}{6}$ "cabe" duas vezes em $\frac{1}{3}$.

Na prática, uma maneira de chegarmos a esse resultado é a seguinte:

$$\frac{1}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{6}}$$

$\frac{1}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{1}$ (multiplicamos a primeira fração pelo inverso da segunda)

$$\frac{1}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 6}{3 \cdot 1} = \frac{6}{3} = 2$$

Como todo número racional pode ser representado por meio de fração, a divisão de dois números racionais pode ser efetuada conforme o procedimento acima, ou seja:

Para dividir dois números racionais na forma fracionária, multiplicamos o primeiro pelo inverso do [illegible] de sinais da multiplicação de dois núm[illegible]

MATERIAL DE DIVULGAÇÃO
DA EDITORA DO BRASIL

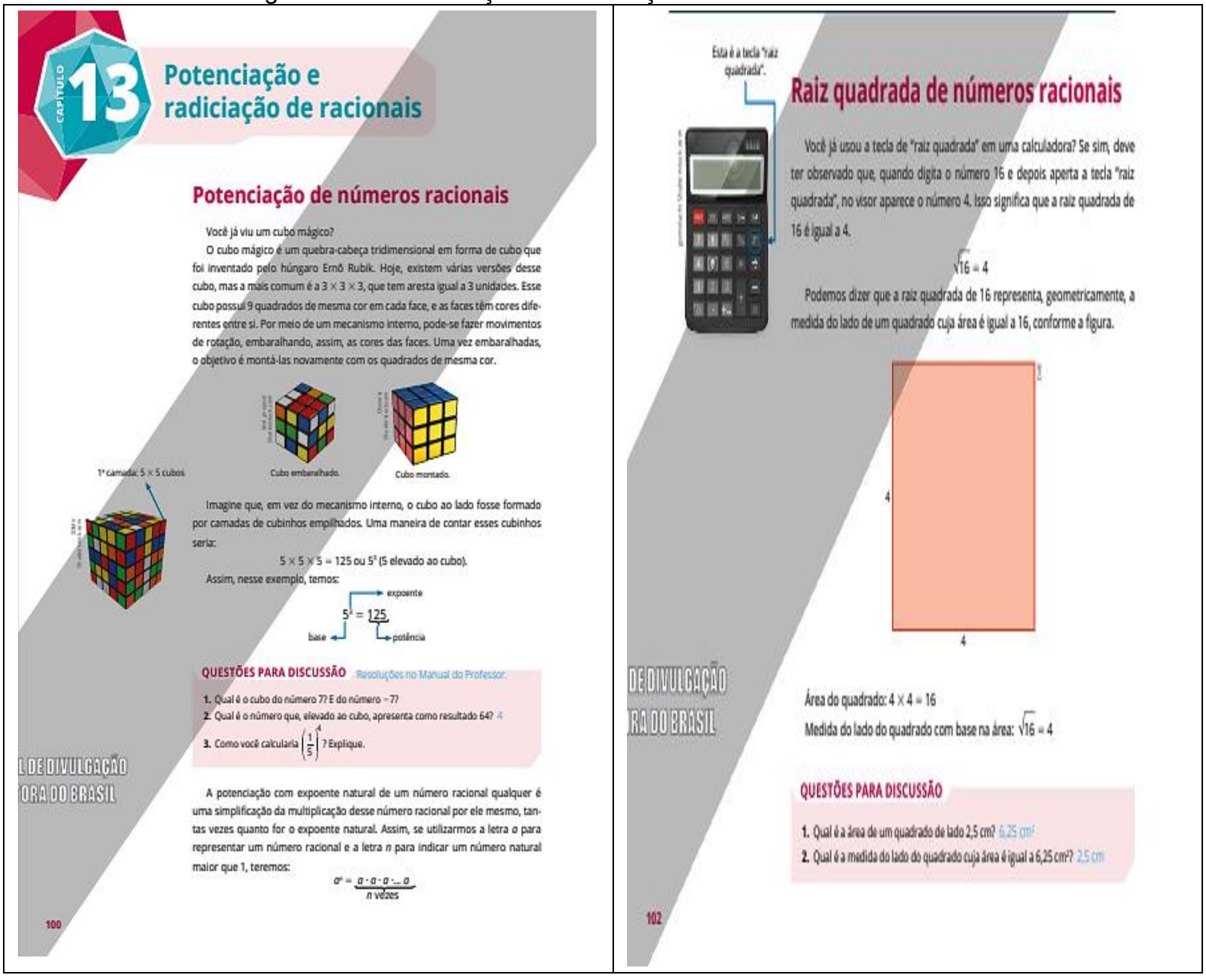
Considere, agora, a figura em que a parte colorida representa $\frac{3}{4}$ de um todo.

95

Fonte: retirado de Longen (2022, p. 92 e 95).

Para a potenciação, as regras abordadas incluíram a repetição da base conforme o expoente, indicando a simplificação por multiplicações sucessivas, e a aplicação de propriedades como a conservação do sinal com base negativa, dependendo da paridade do expoente. Na radiciação, o enfoque foi sobre raízes quadradas, restringindo-se a quadrados perfeitos, e buscando proporcionar uma compreensão gradual que se expande nos anos seguintes. Observa-se, na Figura 46, a preocupação do autor em utilizar conceitos da geometria e o uso da calculadora para auxiliar na compreensão dos conteúdos de potenciação e radiciação.

Figura 46 - Potenciação e Radiciação de Números Racionais



CAPÍTULO 13
Potenciação e radiciação de racionais

Potenciação de números racionais

Você já viu um cubo mágico?

O cubo mágico é um quebra-cabeça tridimensional em forma de cubo que foi inventado pelo húngaro Ernő Rubik. Hoje, existem várias versões desse cubo, mas a mais comum é a 3 × 3 × 3, que tem aresta igual a 3 unidades. Esse cubo possui 9 quadrados de mesma cor em cada face, e as faces têm cores diferentes entre si. Por meio de um mecanismo interno, pode-se fazer movimentos de rotação, embaralhando, assim, as cores das faces. Uma vez embaralhadas, o objetivo é montá-las novamente com os quadrados de mesma cor.

Imagine que, em vez do mecanismo interno, o cubo ao lado fosse formado por camadas de cubinhos empilhados. Uma maneira de contar esses cubinhos seria:

$$5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ ou } 5^3 \text{ (5 elevado ao cubo).}$$

Assim, nesse exemplo, temos:

$$\underset{\text{base}}{5}^{\overset{\text{expoente}}{3}} = \underbrace{125}_{\text{potência}}$$

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO Resoluções no Manual do Professor.

1. Qual é o cubo do número 7? E do número −7?
2. Qual é o número que, elevado ao cubo, apresenta como resultado 64? 4
3. Como você calcularia $\left(\frac{1}{5}\right)^4$? Explique.

A potenciação com expoente natural de um número racional qualquer é uma simplificação da multiplicação desse número racional por ele mesmo, tantas vezes quanto for o expoente natural. Assim, se utilizarmos a letra *a* para representar um número racional e a letra *n* para indicar um número natural maior que 1, teremos:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ vezes}}$$

100

Raiz quadrada de números racionais

Você já usou a tecla de "raiz quadrada" em uma calculadora? Se sim, deve ter observado que, quando digita o número 16 e depois aperta a tecla "raiz quadrada", no visor aparece o número 4. Isso significa que a raiz quadrada de 16 é igual a 4.

$$\sqrt{16} = 4$$

Podemos dizer que a raiz quadrada de 16 representa, geometricamente, a medida do lado de um quadrado cuja área é igual a 16, conforme a figura.

Área do quadrado: 4 × 4 = 16

Medida do lado do quadrado com base na área: $\sqrt{16} = 4$

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO

1. Qual é a área de um quadrado de lado 2,5 cm? 6,25 cm²
2. Qual é a medida do lado do quadrado cuja área é igual a 6,25 cm²? 2,5 cm

102

Fonte: retirado de Longen (2022, p.100 e 102).

De forma geral, a apresentação dos Números Racionais e suas operações na obra foi estruturada a fim de reforçar a continuidade do aprendizado iniciado nos Números Inteiros ampliando as possibilidades matemáticas. Isso é feito especialmente por meio de aplicações práticas e representações gráficas que facilitam a visualização e a resolução de problemas.

A seguir destacou-se a análise do livro Geração Alpha: Matemática de Oliveira e Fugita (2022).

6.8 ANÁLISE DO LIVRO – GERAÇÃO ALPHA: MATEMÁTICA

Para introduzir a análise do livro do sétimo ano do Ensino Fundamental de Oliveira e Fugita (2022), publicado pela editora SM, a Figura 47 exibe a capa do material, oferecendo ao leitor uma primeira impressão visual do recurso didático e do conteúdo apresentado.

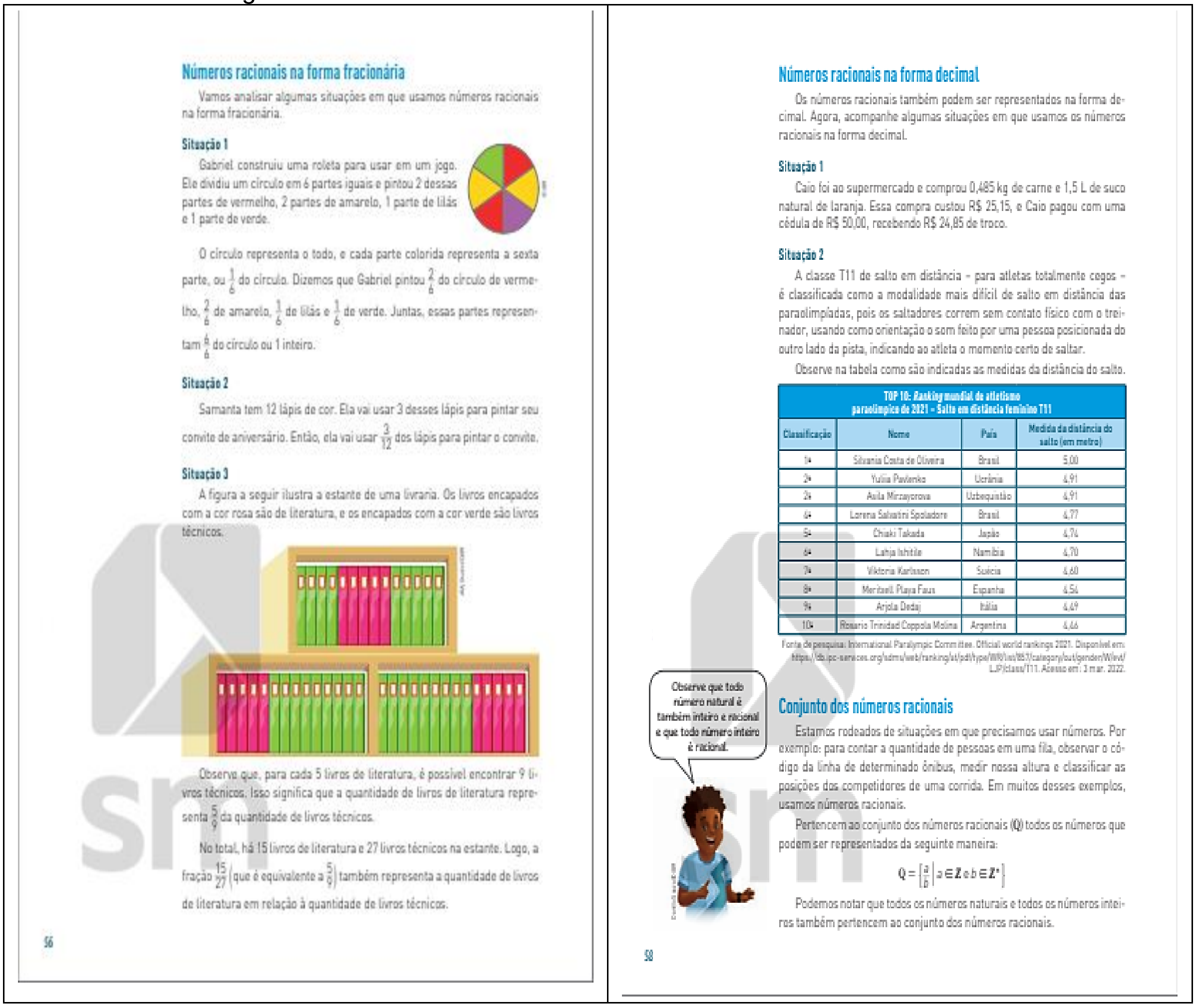
Figura 47 - Capa do livro Geração Alpha

Fonte: retirado de Oliveira e Fugita (2022, n.p.).

O material didático elaborado por Oliveira e Fugita (2022) possui uma abordagem clara e abrangente sobre os Números Racionais, destacando tanto sua importância teórica quanto sua aplicação prática em diferentes contextos. Na introdução, os autores definem os Números Racionais como aqueles que podem ser expressos na forma de fração $\frac{a}{b}$, em que a e b são inteiros e $b \neq 0$. Essa definição é complementada por exemplos que exploram situações do cotidiano, como medidas, proporções e divisões, enfatizando a relevância do conceito na prática. Situações do cotidiano, como medidas, proporções e divisões, são usadas para ilustrar sua relevância prática.

O livro, também, trouxe de maneira detalhada a equivalência entre frações e sua representação decimal, classificando-as em exatas ou periódicas. Além disso, são exploradas propriedades fundamentais dos Números Racionais, como densidade e ordenação, reforçando sua aplicabilidade em diferentes ramos da Matemática. Tais aspectos evidenciam a relevância do tema e o posicionam como um dos conceitos mais amplamente utilizados na disciplina, esses aspectos são visualizados na Figura 48.

Figura 48 - Forma fracionária e decimal dos Números Racionais



Números racionais na forma fracionária

Vamos analisar algumas situações em que usamos números racionais na forma fracionária.

Situação 1

Gabriel construiu uma roleta para usar em um jogo. Ele dividiu um círculo em 6 partes iguais e pintou 2 dessas partes de vermelho, 2 partes de amarelo, 1 parte de lilás e 1 parte de verde.

O círculo representa o todo, e cada parte colorida representa a sexta parte, ou $\frac{1}{6}$ do círculo. Dizemos que Gabriel pintou $\frac{2}{6}$ do círculo de vermelho, $\frac{2}{6}$ de amarelo, $\frac{1}{6}$ de lilás e $\frac{1}{6}$ de verde. Juntas, essas partes representam $\frac{6}{6}$ do círculo ou 1 inteiro.

Situação 2

Samanta tem 12 lápis de cor. Ela vai usar 3 desses lápis para pintar seu convite de aniversário. Então, ela vai usar $\frac{3}{12}$ dos lápis para pintar o convite.

Situação 3

A figura a seguir ilustra a estante de uma livraria. Os livros encapados com a cor rosa são de literatura, e os encapados com a cor verde são livros técnicos.

Observe que, para cada 5 livros de literatura, é possível encontrar 9 livros técnicos. Isso significa que a quantidade de livros de literatura representa $\frac{5}{9}$ da quantidade de livros técnicos.

No total, há 15 livros de literatura e 27 livros técnicos na estante. Logo, a fração $\frac{15}{27}$ $\left(\text{que é equivalente a } \frac{5}{9}\right)$ também representa a quantidade de livros de literatura em relação à quantidade de livros técnicos.

56

Números racionais na forma decimal

Os números racionais também podem ser representados na forma decimal. Agora, acompanhe algumas situações em que usamos os números racionais na forma decimal.

Situação 1

Caio foi ao supermercado e comprou 0,485 kg de carne e 1,5 L de suco natural de laranja. Essa compra custou R$ 25,15, e Caio pagou com uma cédula de R$ 50,00, recebendo R$ 24,85 de troco.

Situação 2

A classe T11 de salto em distância – para atletas totalmente cegos – é classificada como a modalidade mais difícil de salto em distância das paraolimpíadas, pois os saltadores correm sem contato físico com o treinador, usando como orientação o som feito por uma pessoa posicionada do outro lado da pista, indicando ao atleta o momento certo de saltar.

Observe na tabela como são indicadas as medidas da distância do salto.

TOP 10: *Ranking* mundial de atletismo paraolímpico de 2021 – Salto em distância feminino T11

Classificação	Nome	País	Medida da distância do salto (em metro)
1ª	Silvania Costa de Oliveira	Brasil	5,00
2ª	Yuliia Pavlenko	Ucrânia	4,91
2ª	Asila Mirzayorova	Uzbequistão	4,91
4ª	Lorena Salvatini Spoladore	Brasil	4,77
5ª	Chiaki Takada	Japão	4,74
6ª	Lahja Ishitile	Namíbia	4,70
7ª	Viktoria Karlsson	Suécia	4,60
8ª	Meritxell Playa Faus	Espanha	4,54
9ª	Arjola Dedaj	Itália	4,49
10ª	Rosario Trinidad Coppola Molina	Argentina	4,46

Fonte de pesquisa: International Paralympic Committee. Official world rankings 2021. Disponível em: https://db.ipc-services.org/sdms/web/ranking/at/pdf/type/WR/list/857/category/out/gender/W/evt/LJP/class/T11. Acesso em: 3 mar. 2022.

Conjunto dos números racionais

Observe que todo número natural é também inteiro e racional e que todo número inteiro é racional.

Estamos rodeados de situações em que precisamos usar números. Por exemplo: para contar a quantidade de pessoas em uma fila, observar o código da linha de determinado ônibus, medir nossa altura e classificar as posições dos competidores de uma corrida. Em muitos desses exemplos, usamos números racionais.

Pertencem ao conjunto dos números racionais (Q) todos os números que podem ser representados da seguinte maneira:

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \middle| a \in Z \text{ e } b \in Z^* \right\}$$

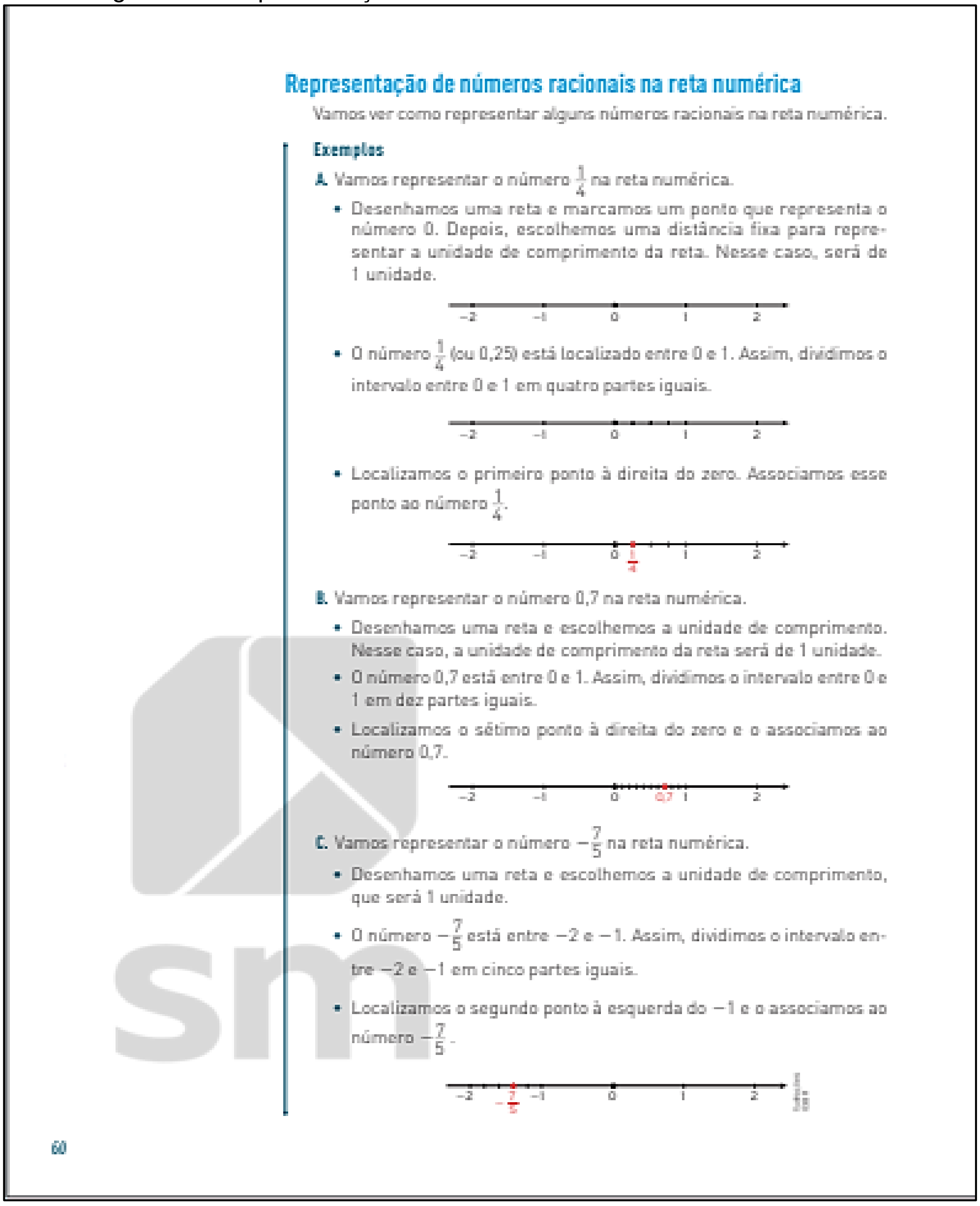
Podemos notar que todos os números naturais e todos os números inteiros também pertencem ao conjunto dos números racionais.

58

Fonte: retirado de Oliveira e Fugita (2022, p. 56 e 58).

A reta numérica foi apresentada como uma ferramenta essencial para compreender os Números Racionais. O material, Figura 49, mostrou como posicionar frações e números decimais na reta, enfatizando a relação entre frações equivalentes e a visualização de intervalos. A densidade dos Números Racionais foi abordada com exemplos práticos, ilustrando que entre quaisquer dois Números Racionais sempre existe outro Número Racional, reforçando a ideia de sua infinita subdivisão.

Figura 49 - Representação na reta numérica dos Números Racionais



Representação de números racionais na reta numérica

Vamos ver como representar alguns números racionais na reta numérica.

Exemplos

A. Vamos representar o número $\frac{1}{4}$ na reta numérica.

- Desenhamos uma reta e marcamos um ponto que representa o número 0. Depois, escolhemos uma distância fixa para representar a unidade de comprimento da reta. Nesse caso, será de 1 unidade.
- O número $\frac{1}{4}$ (ou 0,25) está localizado entre 0 e 1. Assim, dividimos o intervalo entre 0 e 1 em quatro partes iguais.
- Localizamos o primeiro ponto à direita do zero. Associamos esse ponto ao número $\frac{1}{4}$.

B. Vamos representar o número 0,7 na reta numérica.

- Desenhamos uma reta e escolhemos a unidade de comprimento. Nesse caso, a unidade de comprimento da reta será de 1 unidade.
- O número 0,7 está entre 0 e 1. Assim, dividimos o intervalo entre 0 e 1 em dez partes iguais.
- Localizamos o sétimo ponto à direita do zero e o associamos ao número 0,7.

C. Vamos representar o número $-\frac{7}{5}$ na reta numérica.

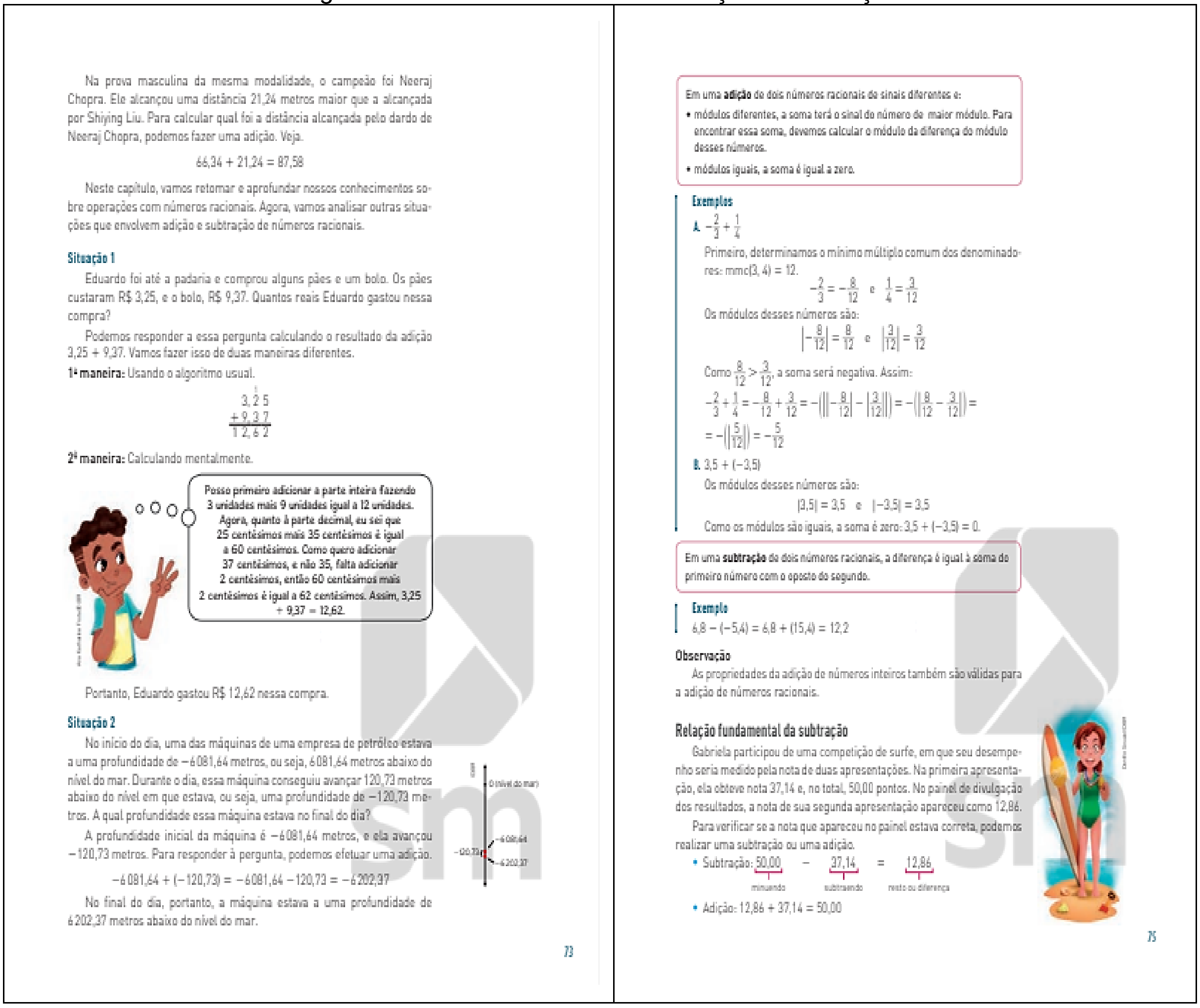
- Desenhamos uma reta e escolhemos a unidade de comprimento, que será 1 unidade.
- O número $-\frac{7}{5}$ está entre -2 e -1. Assim, dividimos o intervalo entre -2 e -1 em cinco partes iguais.
- Localizamos o segundo ponto à esquerda do -1 e o associamos ao número $-\frac{7}{5}$.

60

Fonte: retirado de Oliveira e Fugita (2022, p. 60).

As operações com Números Racionais, Figura 50, são abordadas de maneira detalhada e progressiva, garantindo uma construção gradual do conhecimento. A adição e a subtração são apresentadas com explicações claras e didáticas, incluindo o procedimento para operar frações com denominadores iguais e diferentes. Nesse contexto, o livro destaca a importância de determinar o mínimo múltiplo comum (MMC), tornando o processo de cálculo mais acessível e organizado. Além disso, a inclusão de exemplos práticos enriquece a compreensão, conectando os conceitos matemáticos a situações do cotidiano. Essa abordagem facilita a aplicação dos conteúdos a problemas reais, contribuindo para a consolidação do aprendizado pelos alunos.

Figura 50 - Números Racionais: Adição e subtração



Na prova masculina da mesma modalidade, o campeão foi Neeraj Chopra. Ele alcançou uma distância 21,24 metros maior que a alcançada por Shiying Liu. Para calcular qual foi a distância alcançada pelo dardo de Neeraj Chopra, podemos fazer uma adição. Veja.

$$66,34 + 21,24 = 87,58$$

Neste capítulo, vamos retomar e aprofundar nossos conhecimentos sobre operações com números racionais. Agora, vamos analisar outras situações que envolvem adição e subtração de números racionais.

Situação 1

Eduardo foi até a padaria e comprou alguns pães e um bolo. Os pães custaram R$ 3,25, e o bolo, R$ 9,37. Quantos reais Eduardo gastou nessa compra?

Podemos responder a essa pergunta calculando o resultado da adição 3,25 + 9,37. Vamos fazer isso de duas maneiras diferentes.

1ª maneira: Usando o algoritmo usual.

$$\begin{array}{r} 3,25 \\ +\,9,37 \\ \hline 12,62 \end{array}$$

2ª maneira: Calculando mentalmente.

Portanto, Eduardo gastou R$ 12,62 nessa compra.

Situação 2

No início do dia, uma das máquinas de uma empresa de petróleo estava a uma profundidade de −6 081,64 metros, ou seja, 6 081,64 metros abaixo do nível do mar. Durante o dia, essa máquina conseguiu avançar 120,73 metros abaixo do nível em que estava, ou seja, uma profundidade de −120,73 metros. A qual profundidade essa máquina estava no final do dia?

A profundidade inicial da máquina é −6 081,64 metros, e ela avançou −120,73 metros. Para responder à pergunta, podemos efetuar uma adição.

$$-6\,081,64 + (-120,73) = -6081,64 - 120,73 = -6\,202,37$$

No final do dia, portanto, a máquina estava a uma profundidade de 6 202,37 metros abaixo do nível do mar.

73

Em uma **adição** de dois números racionais de sinais diferentes e:

- módulos diferentes, a soma terá o sinal do número de maior módulo. Para encontrar essa soma, devemos calcular o módulo da diferença do módulo desses números.
- módulos iguais, a soma é igual a zero.

Exemplos

A. $-\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$

Primeiro, determinamos o mínimo múltiplo comum dos denominadores: mmc(3, 4) = 12.

$$-\frac{2}{3} = -\frac{8}{12} \quad e \quad \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

Os módulos desses números são:

$$\left|-\frac{8}{12}\right| = \frac{8}{12} \quad e \quad \left|\frac{3}{12}\right| = \frac{3}{12}$$

Como $\frac{8}{12} > \frac{3}{12}$, a soma será negativa. Assim:

$$-\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = -\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = -\left(\left|\left|-\frac{8}{12}\right| - \left|\frac{3}{12}\right|\right|\right) = -\left(\left|\frac{8}{12} - \frac{3}{12}\right|\right) =$$
$$= -\left(\left|\frac{5}{12}\right|\right) = -\frac{5}{12}$$

B. 3,5 + (−3,5)

Os módulos desses números são:

$$|3,5| = 3,5 \quad e \quad |-3,5| = 3,5$$

Como os módulos são iguais, a soma é zero: 3,5 + (−3,5) = 0.

Em uma **subtração** de dois números racionais, a diferença é igual à soma do primeiro número com o oposto do segundo.

Exemplo

6,8 − (−5,4) = 6,8 + (15,4) = 12,2

Observação

As propriedades da adição de números inteiros também são válidas para a adição de números racionais.

Relação fundamental da subtração

Gabriela participou de uma competição de surfe, em que seu desempenho seria medido pela nota de duas apresentações. Na primeira apresentação, ela obteve nota 37,14 e, no total, 50,00 pontos. No painel de divulgação dos resultados, a nota de sua segunda apresentação apareceu como 12,86.

Para verificar se a nota que apareceu no painel estava correta, podemos realizar uma subtração ou uma adição.

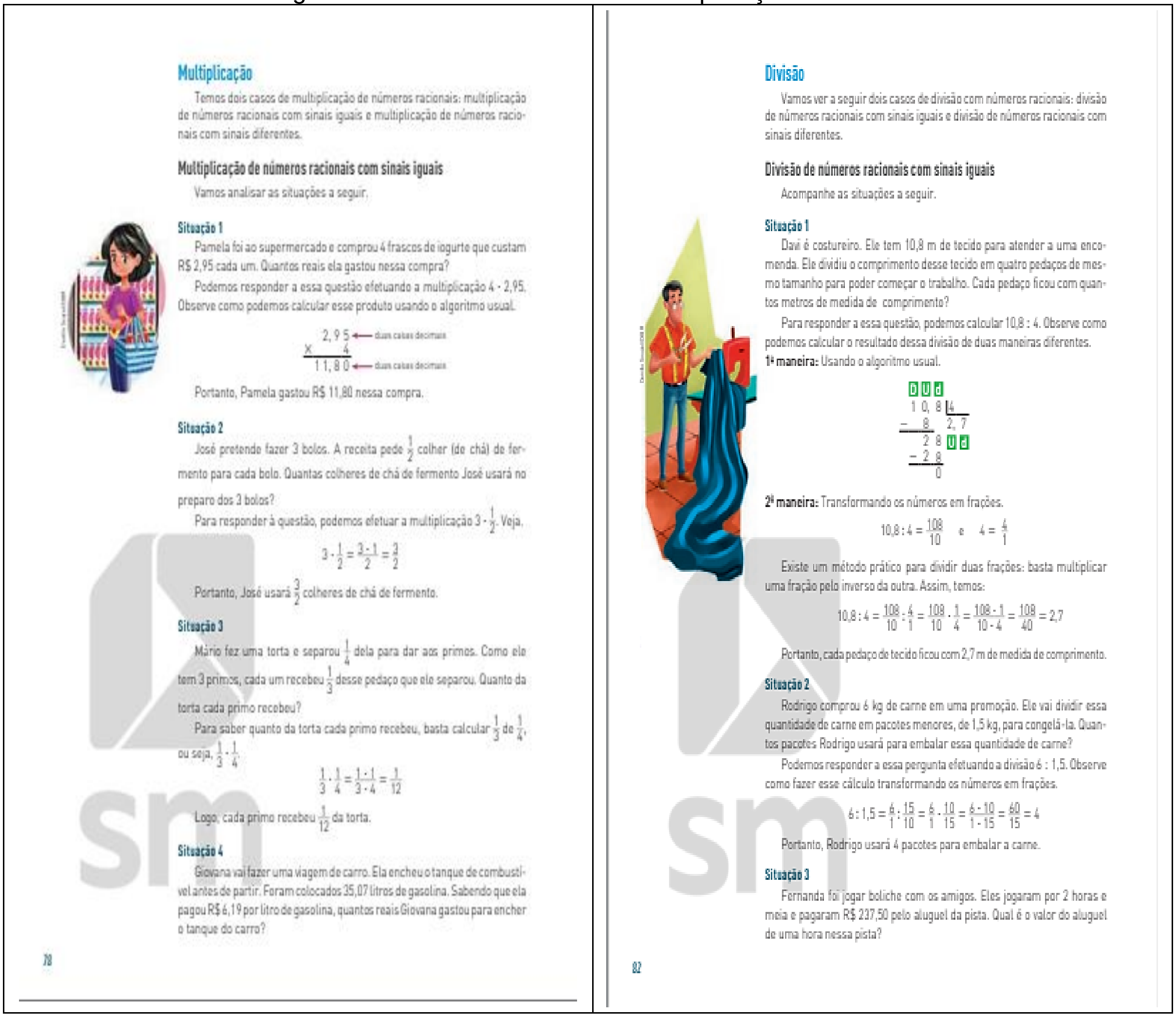
- Subtração: $\underbrace{50,00}_{\text{minuendo}} - \underbrace{37,14}_{\text{subtraendo}} = \underbrace{12,86}_{\text{resto ou diferença}}$
- Adição: 12,86 + 37,14 = 50,00

75

Fonte: retirado de Oliveira e Fugita (2022, p.73 e 75).

Na multiplicação, o foco estava na simplificação de frações antes ou depois da operação, explorando o conceito de cancelamento entre numeradores e denominadores. A divisão, por sua vez, foi explicada como a multiplicação pelo inverso de um Número Racional, com exemplos que reforçaram a aplicabilidade dessa operação em diferentes contextos. Na Figura 51 percebe-se que a introdução dos conceitos da multiplicação e divisão com Números Racionais foi realizada por meio de situações contextualizadas, o pode auxiliar os estudantes na compreensão desses conceitos.

Figura 51 - Números Racionais: Multiplicação e divisão



Multiplicação

Temos dois casos de multiplicação de números racionais: multiplicação de números racionais com sinais iguais e multiplicação de números racionais com sinais diferentes.

Multiplicação de números racionais com sinais iguais

Vamos analisar as situações a seguir.

Situação 1

Pamela foi ao supermercado e comprou 4 frascos de iogurte que custam R$ 2,95 cada um. Quantos reais ela gastou nessa compra?

Podemos responder a essa questão efetuando a multiplicação $4 \cdot 2{,}95$. Observe como podemos calcular esse produto usando o algoritmo usual.

$$\begin{array}{r} 2{,}95 \leftarrow \text{duas casas decimais} \\ \times \quad 4 \\ \hline 11{,}80 \leftarrow \text{duas casas decimais} \end{array}$$

Portanto, Pamela gastou R$ 11,80 nessa compra.

Situação 2

José pretende fazer 3 bolos. A receita pede $\frac{1}{2}$ colher (de chá) de fermento para cada bolo. Quantas colheres de chá de fermento José usará no preparo dos 3 bolos?

Para responder à questão, podemos efetuar a multiplicação $3 \cdot \frac{1}{2}$. Veja.

$$3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1}{2} = \frac{3}{2}$$

Portanto, José usará $\frac{3}{2}$ colheres de chá de fermento.

Situação 3

Mário fez uma torta e separou $\frac{1}{4}$ dela para dar aos primos. Como ele tem 3 primos, cada um recebeu $\frac{1}{3}$ desse pedaço que ele separou. Quanto da torta cada primo recebeu?

Para saber quanto da torta cada primo recebeu, basta calcular $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$, ou seja, $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{12}$$

Logo, cada primo recebeu $\frac{1}{12}$ da torta.

Situação 4

Giovana vai fazer uma viagem de carro. Ela encheu o tanque de combustível antes de partir. Foram colocados 35,07 litros de gasolina. Sabendo que ela pagou R$ 6,19 por litro de gasolina, quantos reais Giovana gastou para encher o tanque do carro?

78

Divisão

Vamos ver a seguir dois casos de divisão com números racionais: divisão de números racionais com sinais iguais e divisão de números racionais com sinais diferentes.

Divisão de números racionais com sinais iguais

Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

Davi é costureiro. Ele tem 10,8 m de tecido para atender a uma encomenda. Ele dividiu o comprimento desse tecido em quatro pedaços de mesmo tamanho para poder começar o trabalho. Cada pedaço ficou com quantos metros de medida de comprimento?

Para responder a essa questão, podemos calcular 10,8 : 4. Observe como podemos calcular o resultado dessa divisão de duas maneiras diferentes.

1ª maneira: Usando o algoritmo usual.

$$\begin{array}{r|l} \text{D U d} & \\ 10{,}8 & 4 \\ \hline -\ 8 \quad & 2{,}7 \\ 2\ 8 & \text{U d} \\ -\ 2\ 8 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

2ª maneira: Transformando os números em frações.

$$10{,}8 : 4 = \frac{108}{10} \quad \text{e} \quad 4 = \frac{4}{1}$$

Existe um método prático para dividir duas frações: basta multiplicar uma fração pelo inverso da outra. Assim, temos:

$$10{,}8 : 4 = \frac{108}{10} : \frac{4}{1} = \frac{108}{10} \cdot \frac{1}{4} = \frac{108 \cdot 1}{10 \cdot 4} = \frac{108}{40} = 2{,}7$$

Portanto, cada pedaço de tecido ficou com 2,7 m de medida de comprimento.

Situação 2

Rodrigo comprou 6 kg de carne em uma promoção. Ele vai dividir essa quantidade de carne em pacotes menores, de 1,5 kg, para congelá-la. Quantos pacotes Rodrigo usará para embalar essa quantidade de carne?

Podemos responder a essa pergunta efetuando a divisão 6 : 1,5. Observe como fazer esse cálculo transformando os números em frações.

$$6 : 1{,}5 = \frac{6}{1} : \frac{15}{10} = \frac{6}{1} \cdot \frac{10}{15} = \frac{6 \cdot 10}{1 \cdot 15} = \frac{60}{15} = 4$$

Portanto, Rodrigo usará 4 pacotes para embalar a carne.

Situação 3

Fernanda foi jogar boliche com os amigos. Eles jogaram por 2 horas e meia e pagaram R$ 237,50 pelo aluguel da pista. Qual é o valor do aluguel de uma hora nessa pista?

82

Fonte: retirado de Oliveira e Fugita (2022, p. 78 e 82).

Porém, a potenciação e a radiciação não foram abordadas nesse material, ou seja, não tinham explicações e tão pouco, exercícios sobre essas operações. Deixando, assim, parte importante do conteúdo de Números Racionais de ser desenvolvido, o que pode causar lacunas no aprendizado dos estudantes.

De forma geral, o material ofereceu uma abordagem clara e progressiva sobre os Números Racionais, conectando teoria e prática por meio de exemplos contextualizados e exercícios variados. Essa estrutura didática acaba por permitir ao estudante desenvolver uma compreensão sólida do tema, abrangendo desde os conceitos fundamentais até a aplicação prática das operações matemáticas.

Esses materiais contribuíram de forma significativa para a construção da sequência didática junto as atividades interativas realizadas. Entretanto, cabe destacar a carência existente em relação a pouca demonstração dos Números Racionais em sua forma decimal, sendo mais destaca a forma fracionária.

Na sequência apresenta-se o Capítulo envolvendo a descrição da Sequência Didática.

7 DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA: CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Esta seção apresenta uma descrição detalhada da sequência didática aplicada durante as etapas do desenvolvimento da pesquisa. A proposta abordou o conceito de **Números Racionais** e as **operações matemáticas** associadas, com o objetivo de promover a compreensão e o desenvolvimento das habilidades relacionadas a este conteúdo. Salienta-se que as atividades foram adaptadas dos livros didáticos analisados.

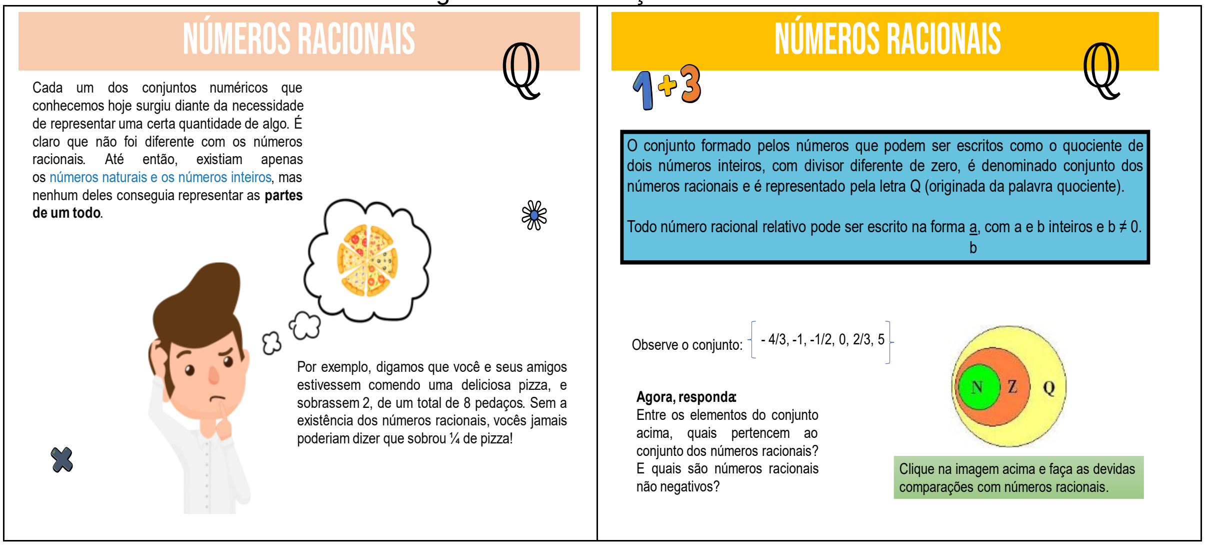
Os encontros foram ministrados de maneira expositiva, com o professor assumindo o papel de orientador e mediador do processo de ensino e aprendizagem, com o uso dos recursos tecnológicos disponíveis na sala de informática da Escola onde ocorreu a Aplicação. Cada aluno recebeu um *Chromebook* individual para acompanhar e interagir com os conteúdos e atividades propostas. A sequência didática foi disponibilizada no *Google Classroom*.

Os alunos acessaram o material utilizando seus próprios logins, o que garantiu uma experiência personalizada e organizada. Para complementar a apresentação dos conteúdos, foi usado o *datashow*, projetando visualizações relevantes das aplicações e atividades a serem realizadas, onde cada estudante recebeu uma folha impressa para registrar suas resoluções e anotações relacionadas às questões apresentadas durante a aula. Esse material funcionaria como um registro do progresso individual e seria entregue ao professor ao final da aula para avaliação deles.

7.1 NÚMEROS RACIONAIS: INTRODUÇÃO

A introdução contextualizou o surgimento dos Números Racionais, explicando que cada conjunto numérico foi criado para atender a uma necessidade específica de representar quantidades. Com os Números Naturais e Inteiros já existentes, os Racionais surgiram para representar partes de um todo, como no exemplo de uma pizza dividida em 8 pedaços, onde 2 pedaços correspondem à fração $\frac{1}{4}$. Essa fração é um exemplo de Número Racional, um conceito que abrange todos os números que podem ser expressos como o quociente entre dois inteiros, desde que o denominador seja diferente de zero. Este conjunto é representado pela letra Q, originada da palavra quociente. Conforme demonstrado na Figura 52.

Figura 52 - Introdução: Conceito

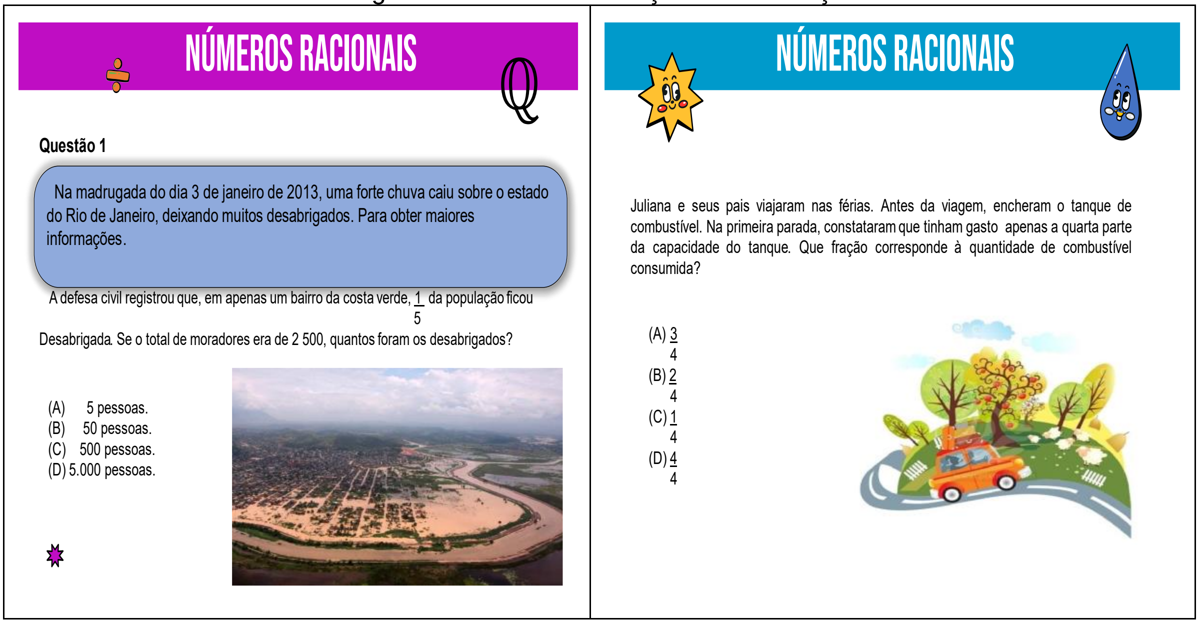


Fonte: a pesquisa.

Durante a apresentação, o conceito foi reforçado por meio de exercícios e exemplos práticos. Um dos exercícios iniciais sugeriu identificar Números Racionais em um conjunto dado e classificá-los como positivo ou negativo o que ajuda a consolidar a ideia de que os Números Racionais podem ter diferentes representações.

Para ilustrar a aplicabilidade dos Números Racionais, foi apresentado um problema relacionado a uma enchente no Rio de Janeiro, onde $\frac{1}{5}$ da população de um bairro ficou desabrigada. Os alunos foram desafiados a calcular o número exato de desabrigados, dado o total de moradores. Em outro exercício, a fração $\frac{1}{4}$ utilizada para representar o consumo de combustível durante uma viagem em família. Conforme demonstrado na Figura 53.

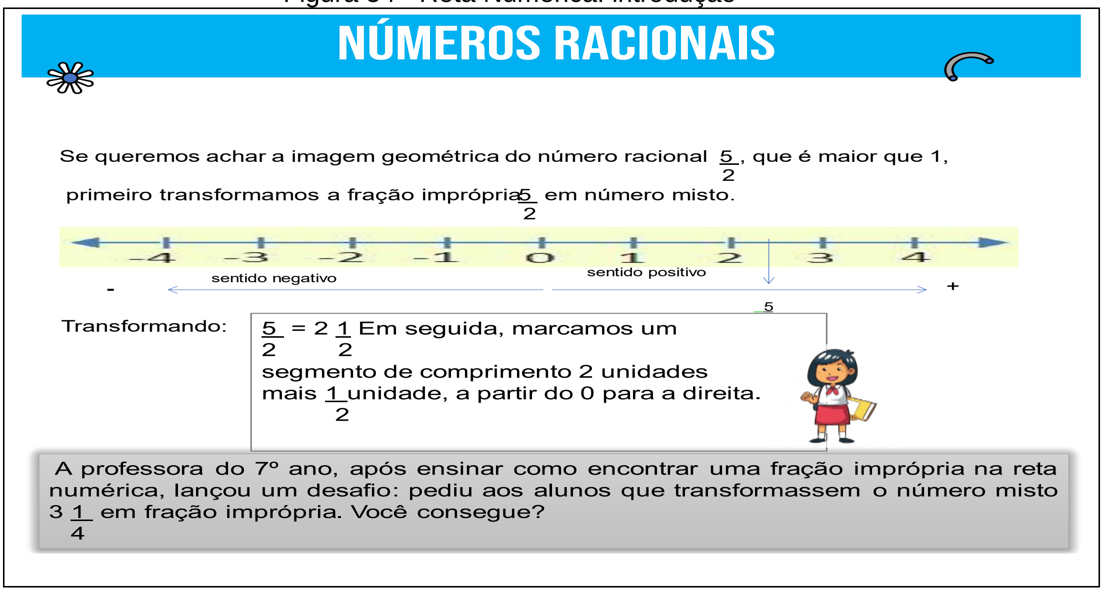
Figura 53 - Contextualização da Introdução



Fonte: adaptada de Bonjorno *et al*. (2022)..

A apresentação também abordou a representação na reta numérica, Figura 54, destacando a conversão de frações impróprias em números mistos e sua localização geométrica. Por exemplo, a fração $\frac{5}{2}$ transformada no número misto $2\frac{1}{2}$ e a construção desse número é demonstrada graficamente na reta numérica.

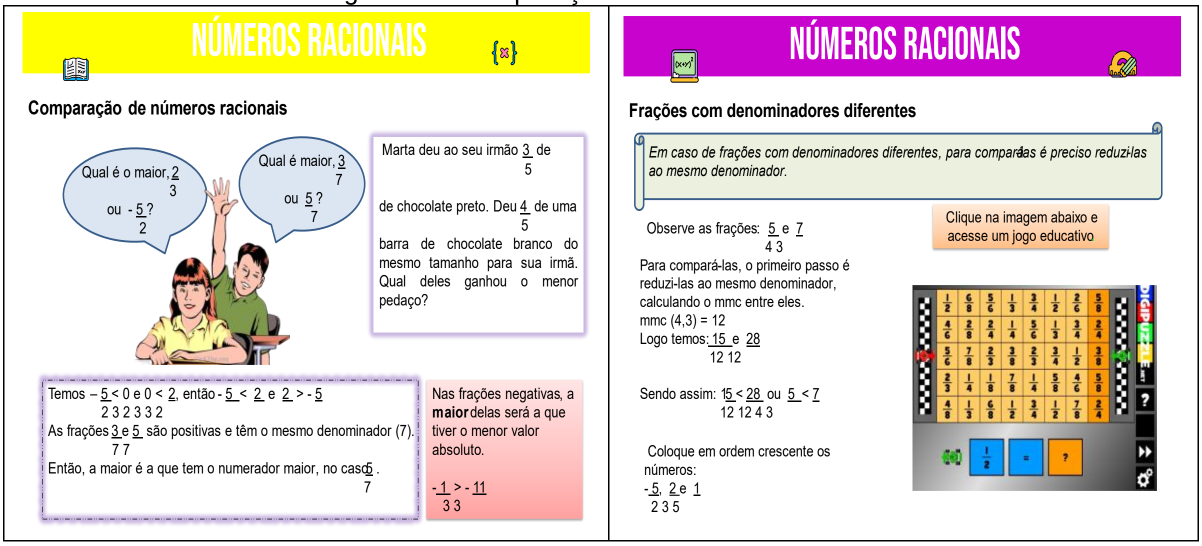
Figura 54 - Reta Numérica: introdução



Fonte: a pesquisa.

Outro ponto importante foi a comparação entre frações, que envolveu tanto frações com denominadores iguais quanto diferentes. Para as últimas, eram necessários reduzi-las a um denominador comum, utilizando o mínimo múltiplo comum (MMC). Problemas adicionais incluem ordenar frações e decidir qual foi maior ou menor, usando conceitos como o módulo ou valor absoluto. Conforme trazido na Figura 55.

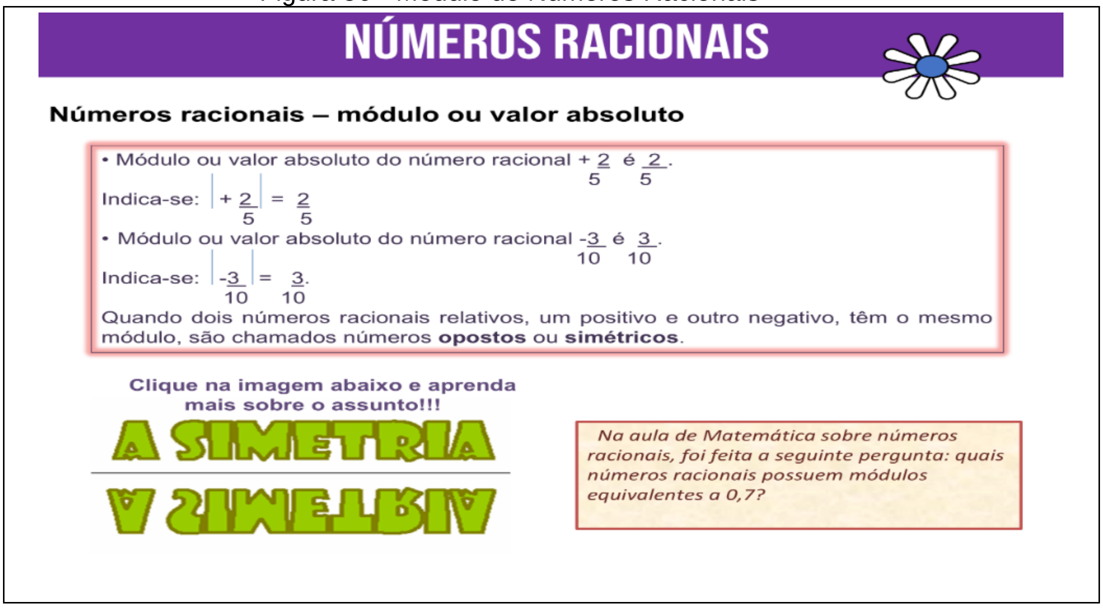
Figura 55 - Comparação de Números Racionais



Fonte: a pesquisa.

O módulo acabou sendo explicado como a distância de um número ao zero na reta numérica, independentemente do sinal. Números com módulos iguais, mas sinais opostos, são chamados de simétricos. Para aprofundar a compreensão do conceito, foi perguntado quais números possuem módulo equivalente a 0,7 (Figura 56).

Figura 56 - Módulo de Números Racionais

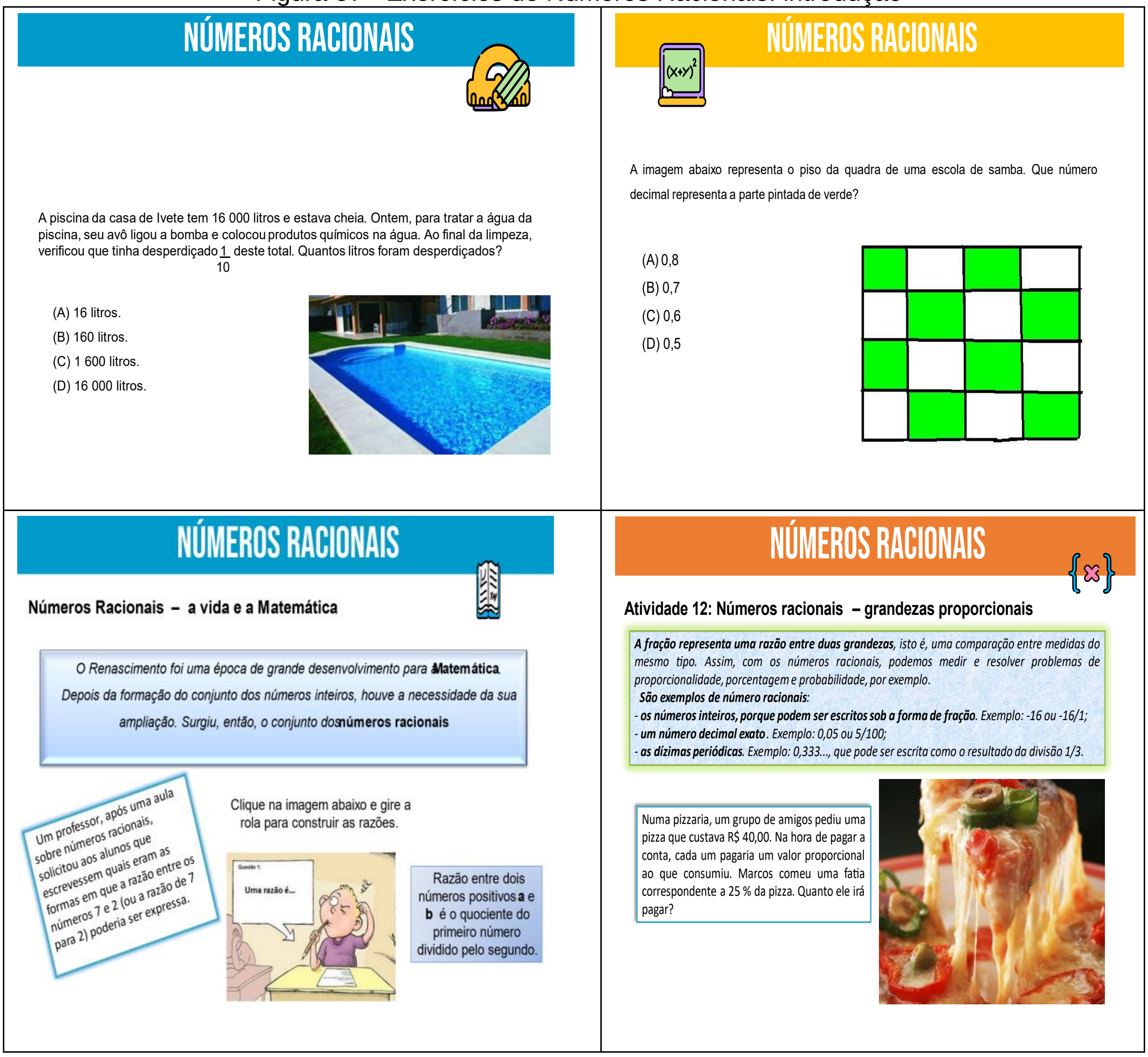


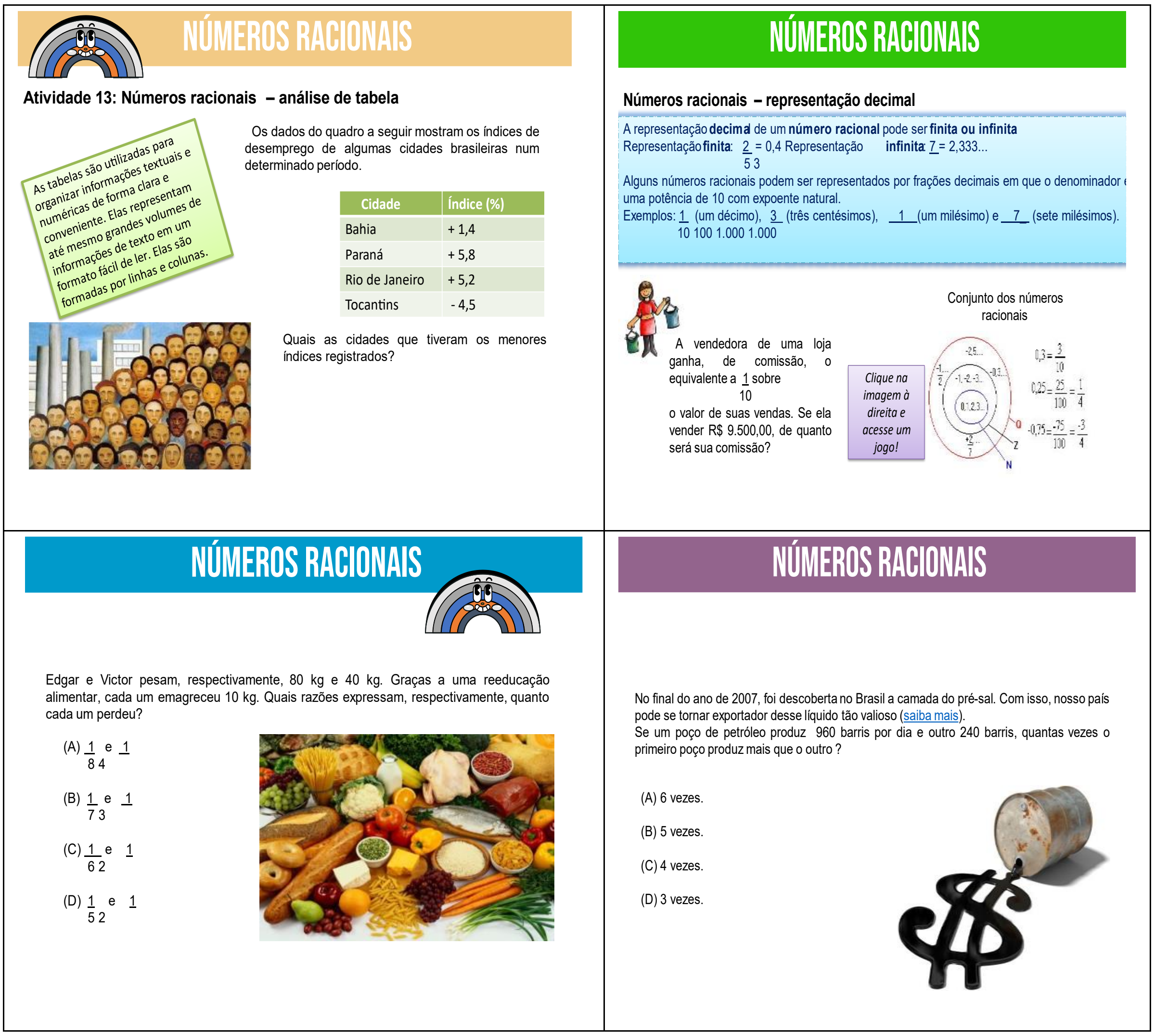
Fonte: a pesquisa.

A apresentação continuou com a exploração do uso de Números Racionais em situações cotidianas, como o cálculo de desperdício de água em uma piscina. Se $\frac{1}{10}$ do volume total foi desperdiçado, os alunos deveriam determinar quantos litros foram perdidos. Outros problemas incluíram o pagamento proporcional de uma pizza com base no consumo individual e a representação decimal de frações, abordando tanto casos finitos quanto dízimas periódicas.

Os Números Racionais também são utilizados para resolver questões de proporcionalidade, como comparar razões entre os pesos de pessoas ou entre os perímetros de triângulos. No final, foram apresentados exercícios envolvendo tabelas de índices de desemprego e frações relacionadas a vendas e comissões, reforçando a importância da organização de dados para facilitar sua análise. Na Figura 57 foram trazidos os exercícios da sequência.

Figura 57 - Exercícios de Números Racionais: introdução

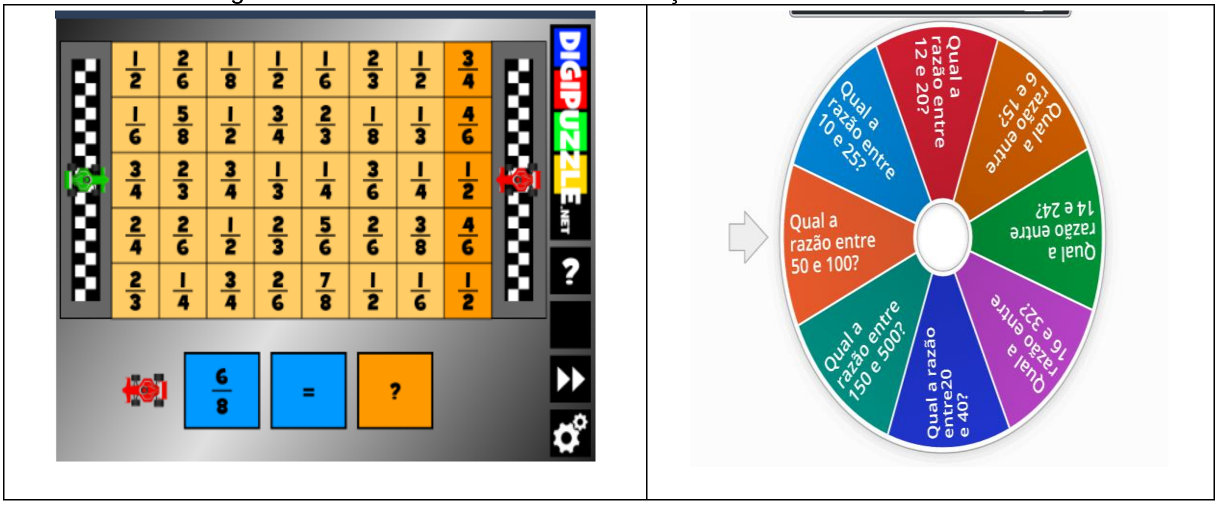




Fonte: adaptada de Bonjorno *et al*. (2022).

Algumas atividades interativas foram abordadas, como por exemplo envolvendo comparações entre Números Racionais, tanto na forma fracionária quanto na forma decimal, o jogo dos carrinhos demonstrou essa compreensão, onde os estudantes marcam a fração correspondente aquela em que o carrinho está localizado, já na roleta foi envolvido o formato de resolver a razão entre dois números distinto (Figura 58).

Figura 58 - Atividade interativa: Introdução aos Números Racionais



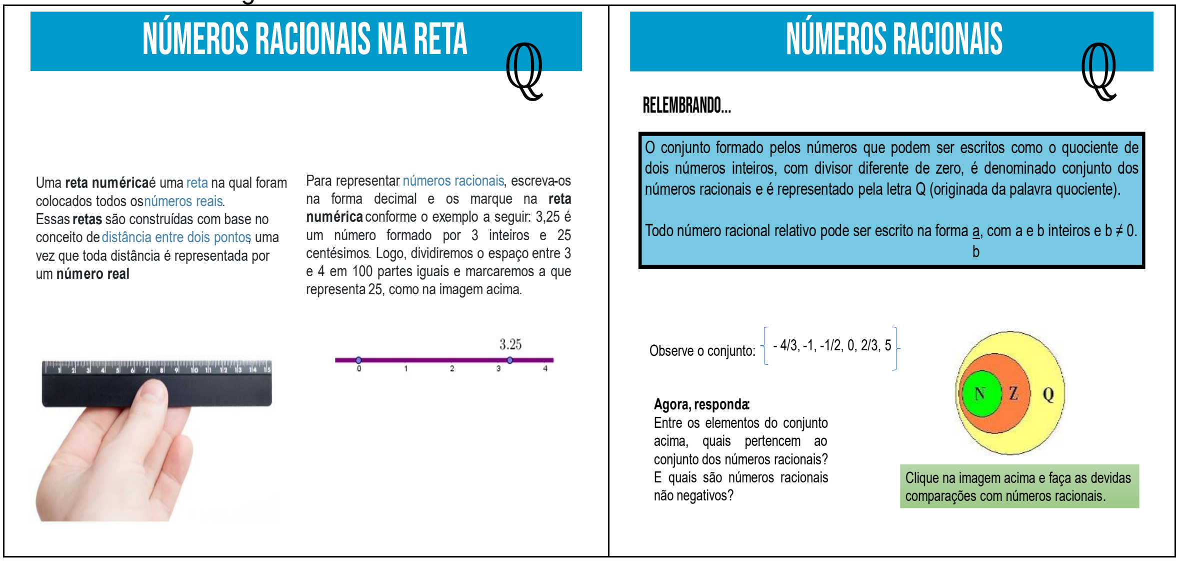
Fonte: Coquinhos (2024) e Wordwall (2024).

7.2 NÚMEROS RACIONAIS: CARACTERÍSTICAS E RETA NUMÉRICA

Neste encontro foi trazida a formalização da reta numérica em relação aos Números Racionais.

A reta numérica como uma linha onde todos os Números Reais são posicionados, baseando-se no conceito de distância entre dois pontos. Foi explicado que os Números Racionais podem ser representados na reta (Figura 59) ao convertê-los em decimais. Por exemplo, 3,25 seria posicionado dividindo o espaço entre 3 e 4 em 100 partes e marcando o ponto correspondente a $\frac{25}{100}$. Novamente foi mencionado o conceito de Números Racionais, sendo ele como aqueles que podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e b ≠ 0. O público acabou sendo convidado a identificar os Números Racionais e classificá-los como positivo ou negativo.

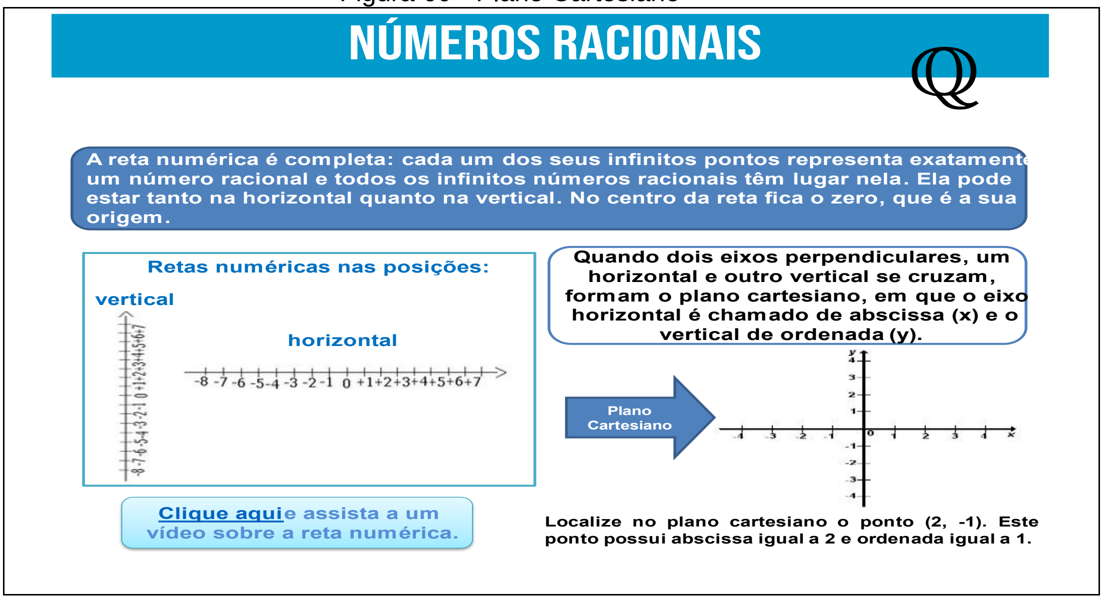
Figura 59 - Conceito na reta numérica de Números Racionais.



Fonte: a pesquisa.

Destacou-se que a reta numérica é completa, representando todos os Números Racionais de maneira única, com o zero no centro como origem. Quando duas retas perpendiculares (horizontal e vertical) se cruzam, formam o plano cartesiano, onde os eixos, horizontal (abscissa) e vertical (ordenada) permitem a localização de pontos, como (2, −1). Conforme trazido na Figura 60.

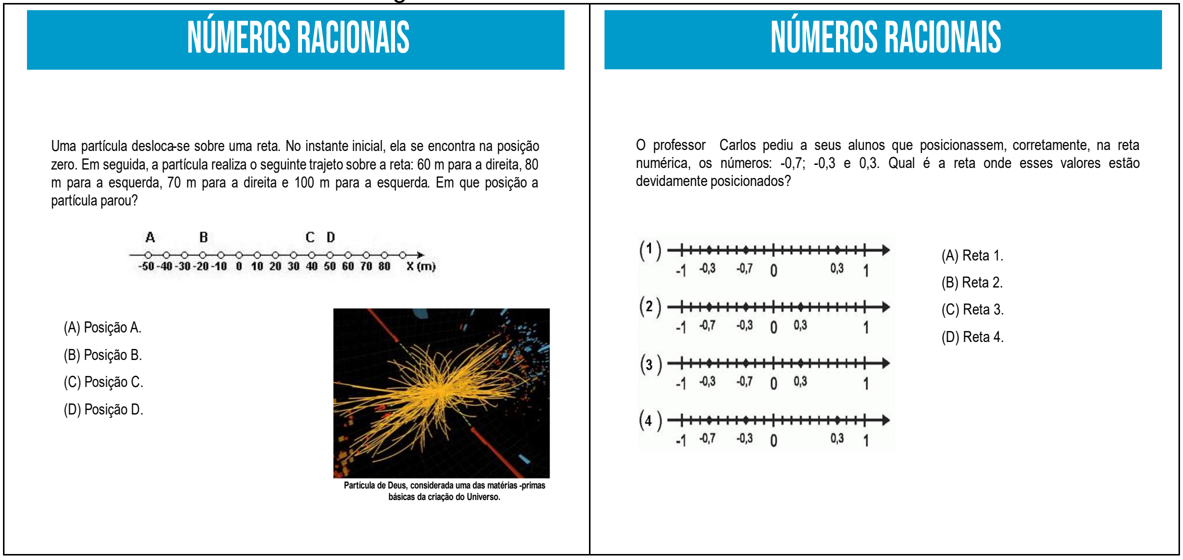
Figura 60 - Plano Cartesiano



Fonte: a pesquisa.

Foram introduzidas atividades práticas, como o cálculo da posição de uma partícula que se move alternadamente para a direita e para a esquerda na reta numérica. Além disso, os alunos são desafiados a posicionar corretamente números como −0,7, −0,3 e 0,3 em diferentes retas fornecidas (Figura 61).

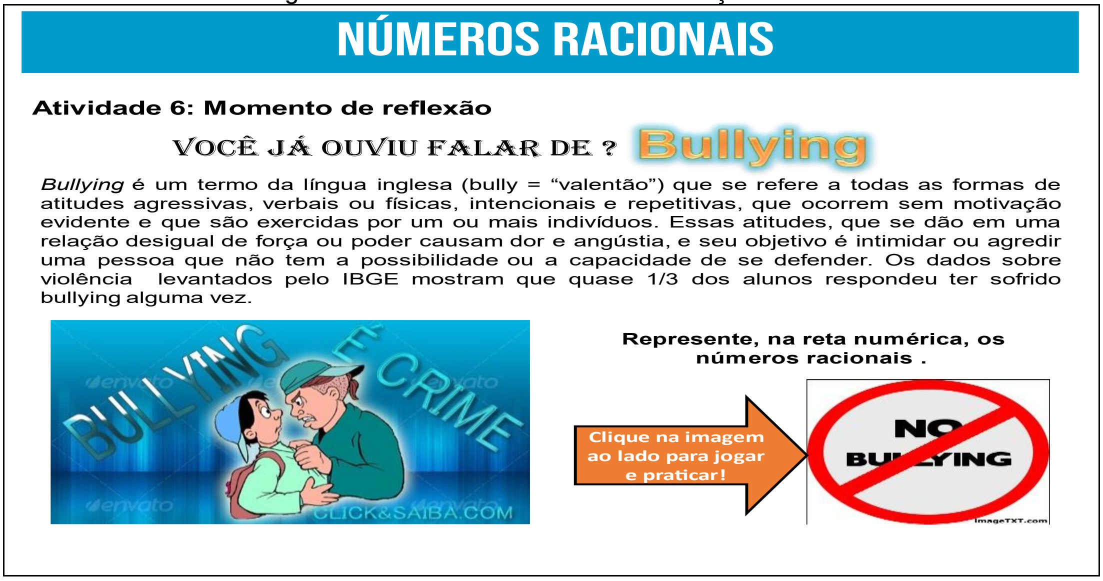
Figura 61 - Reta numérica: atividade



Fonte: adaptada de Silveira (2022).

Outro momento da apresentação aborda a relação entre Números Racionais e questões sociais, como os dados sobre *bullying* no Brasil, apresentados em forma de frações. Os alunos acabaram sendo desafiados a representar esses valores na reta numérica. Conforme demonstrado na Figura 62.

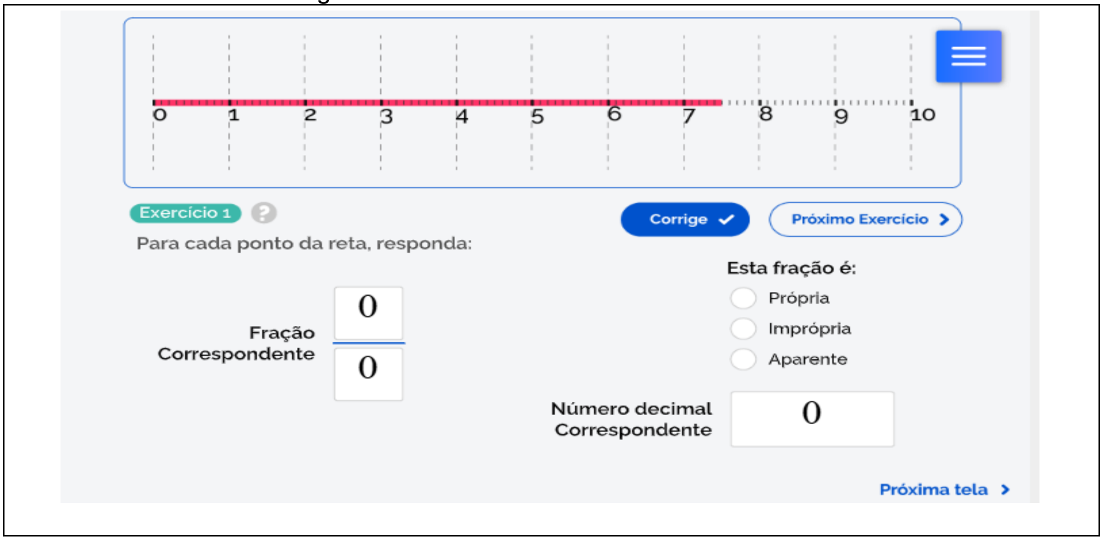
Figura 62 - Atividade de Contextualização



Fonte: a pesquisa.

A atividade interativa trazida, demonstrou realizar a localização de uma dada fração na reta numérica, além disso expor qual decimal que era feito a correspondência (Figura 63), essa atividade encontrasse no NOAS[8].

Figura 63 - Atividade Reta Numérica



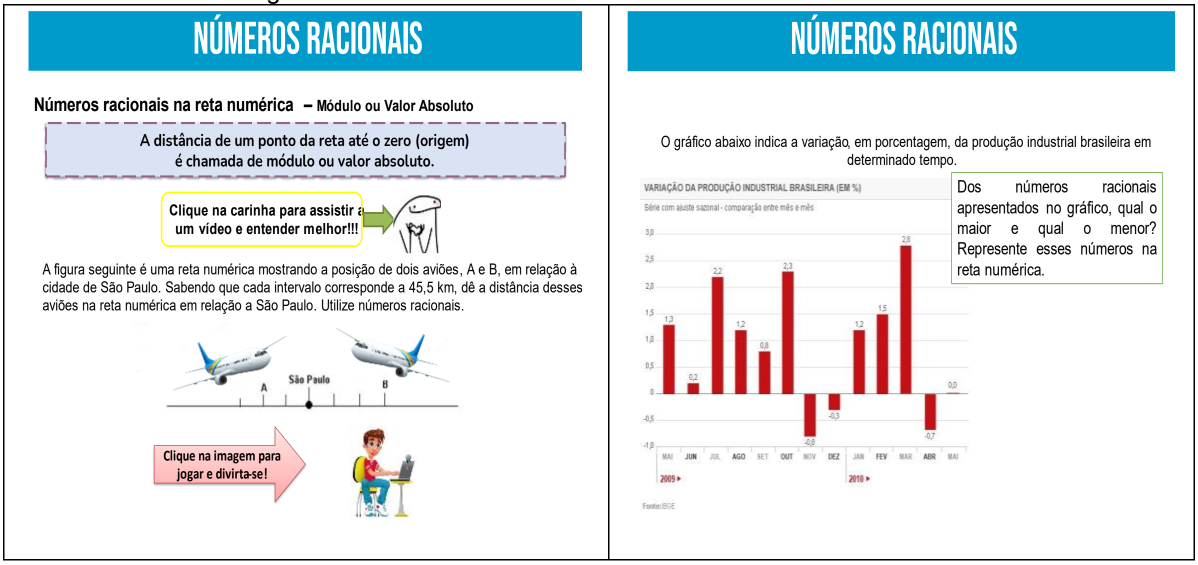
Fonte: Noas (2024).

O conceito de módulo ou valor absoluto é explicado como a distância de um ponto ao zero na reta numérica, sendo sempre positivo. Um exemplo prático é utilizado com aviões para calcular distâncias em relação a São Paulo, onde cada intervalo na reta representa 45,5 km.

Uma atividade relaciona números racionais a dados econômicos, analisando a variação da produção industrial brasileira. Os participantes devem identificar os maiores e menores valores e posicioná-los na reta numérica. Atividades demonstradas na Figura 64.

[8] É um núcleo de computação aplicado que foca no desenvolvimento de objetos de aprendizagem significativa, estruturados em simulações computacionais de fenômenos. Link: https://www.noas.com.br/. Acesso: 10 Jul 2024.

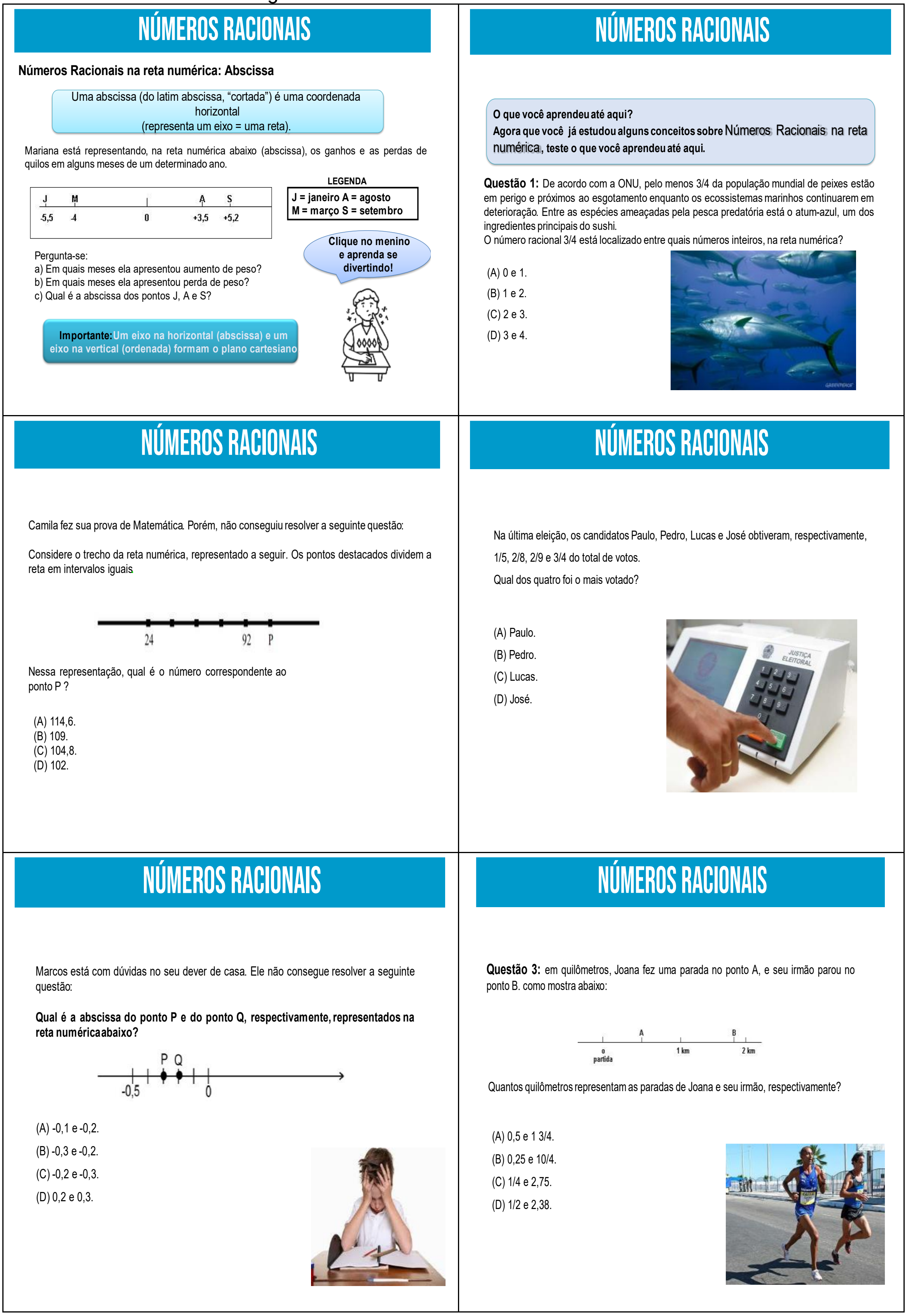
Figura 64 - Módulo e Valor absoluto dos Números Racionais.



Fonte: a pesquisa.

Foi realizado a exploração do conceito de abscissa, que está relacionado ao eixo horizontal. Um exercício ilustrou variações de peso registradas ao longo dos meses do ano, representando ganhos e perdas de peso em um gráfico na reta numérica, e ainda, apresentação também incluiu desafios práticos, como a determinação em quais intervalos da reta numérica se encontra a fração $\frac{3}{4}$. Questões adicionais que pediam para identificar números correspondentes a pontos marcados na reta, como 114,6 ou 102, e determinar qual fração representa a maior votação entre candidatos fictícios. Ainda na sequência existia a solicitação aos alunos que calculassem a abscissa de pontos específicos em diferentes situações, como a posição de Joana e seu irmão na reta, representando distâncias em quilômetros (Figura 65).

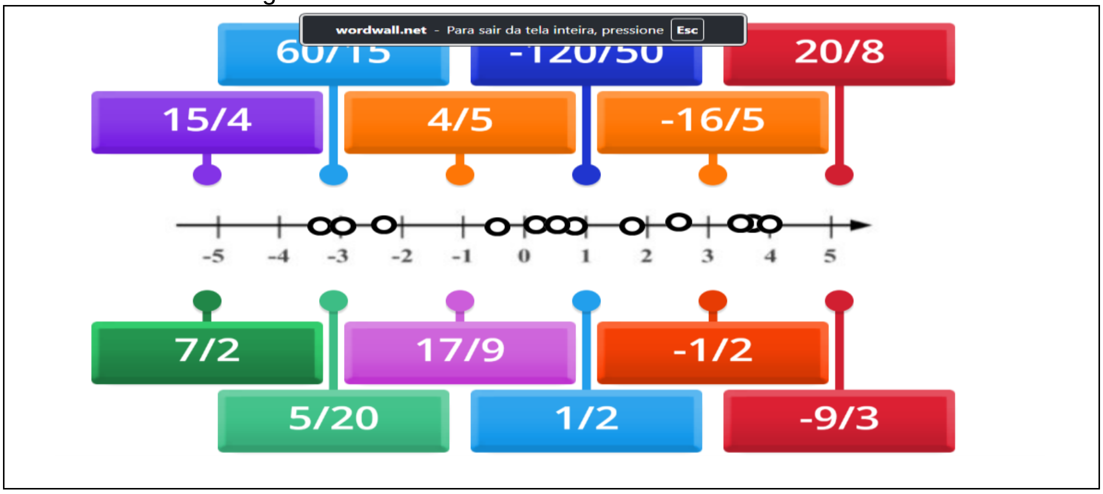
Figura 65 - Atividade sobre reta numérica



Fonte: adaptada de Silveira (2022) e Dante e Viana (2022).

Entretanto foi trazido a atividade interativa aplicada junto a essas atividades sobre reta numérica e características dos Números Racionais, onde os estudantes deveriam ligar os números aos seus respectivos pontos (Figura 66), essa atividade está disponível no *Wordwal*[9].

Figura 66 - Atividade interativa: reta numérica

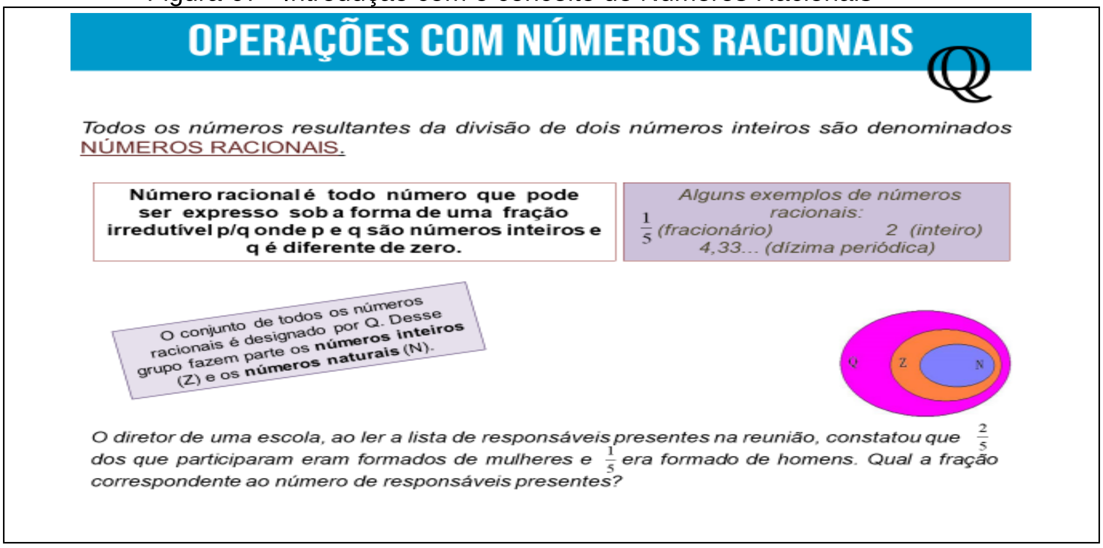


Fonte: Wordwall (2024).

7.3 OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS: ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO, DIVISÃO, POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

Inicialmente foi reforçado o conceito de Números Racionais que ele acaba sendo composto pelos Números Inteiros e os Números Naturais (Figura 67).

Figura 67 - Introdução com o conceito de Números Racionais



Fonte: a pesquisa.

[9] Plataforma de criar e realizar atividades interativas. Link: https://wordwall.net/pt. Acesso: 2 Nov 2024.

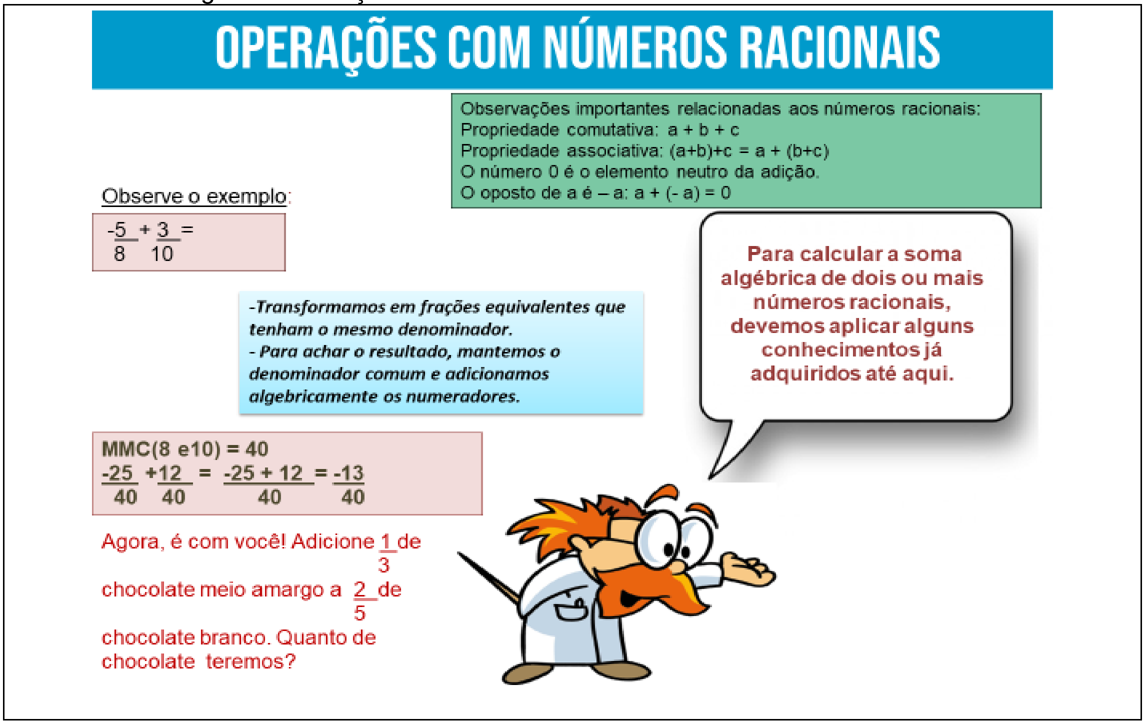
A apresentação continuou com uma atividade que propunha identificar Números Racionais entre as opções fornecidas, promovendo a compreensão do conceito. Um exemplo relacionado à figura de Malala foi apresentado (Figura 68), conectando os Números Racionais a temas sociais, como a porcentagem de mulheres na terceira idade no Brasil, representada por 0,55.

Figura 68 - Atividade sobre contextualização das operações com Números Racionais

Fonte: adaptada de Silveira (2022).

O procedimento de resolução de Números Racionais na forma fracionária trata da adição de frações com denominadores diferentes, sendo mencionado que na subtração a forma de resolução é a mesma. Inclui encontrar o mínimo múltiplo comum (MMC) dos denominadores, ajustar os numeradores proporcionalmente e realizar a soma, conforme demonstrado em exemplos detalhados. São destacadas propriedades fundamentais (Figura 69), como comutatividade, associatividade e o elemento neutro (zero).

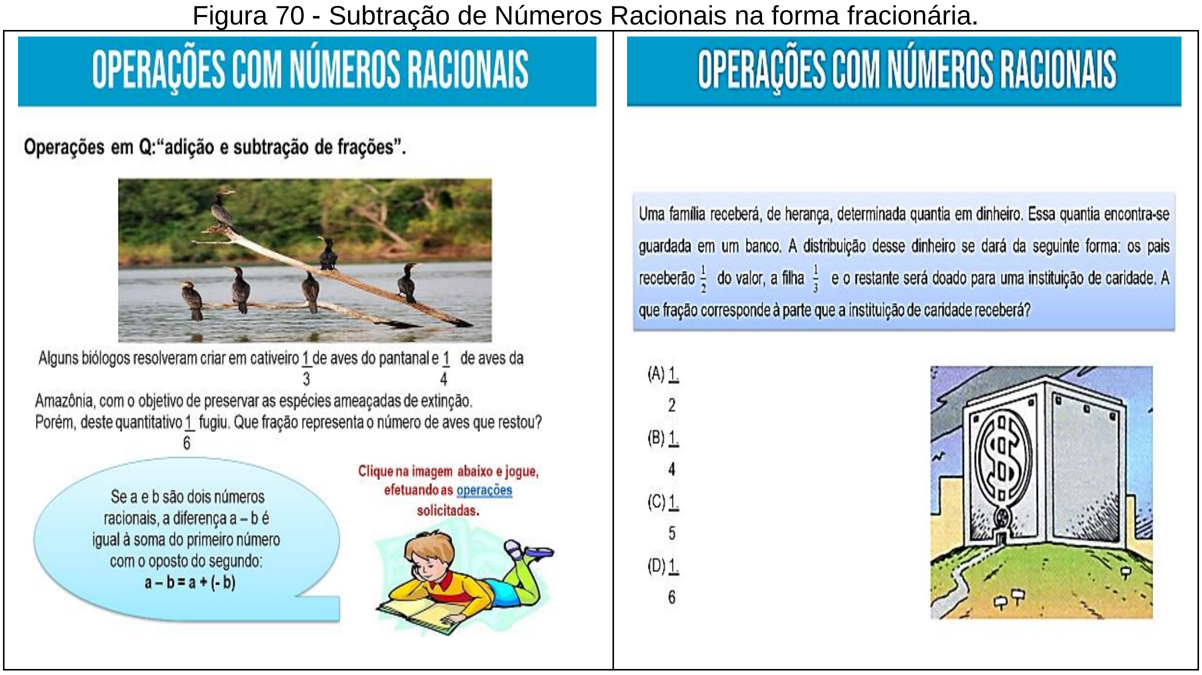
Figura 69 - Adição de Números Racionais na forma fracionária.



Fonte: a pesquisa.

A subtração de frações partiu da explicação de como a soma do primeiro número com o oposto do segundo a – b = a + (−b). Problemas contextualizados foram apresentados, como a fração de aves restantes após fugas em cativeiro e a parcela de herança destinada a instituições de caridade (Figura 70).

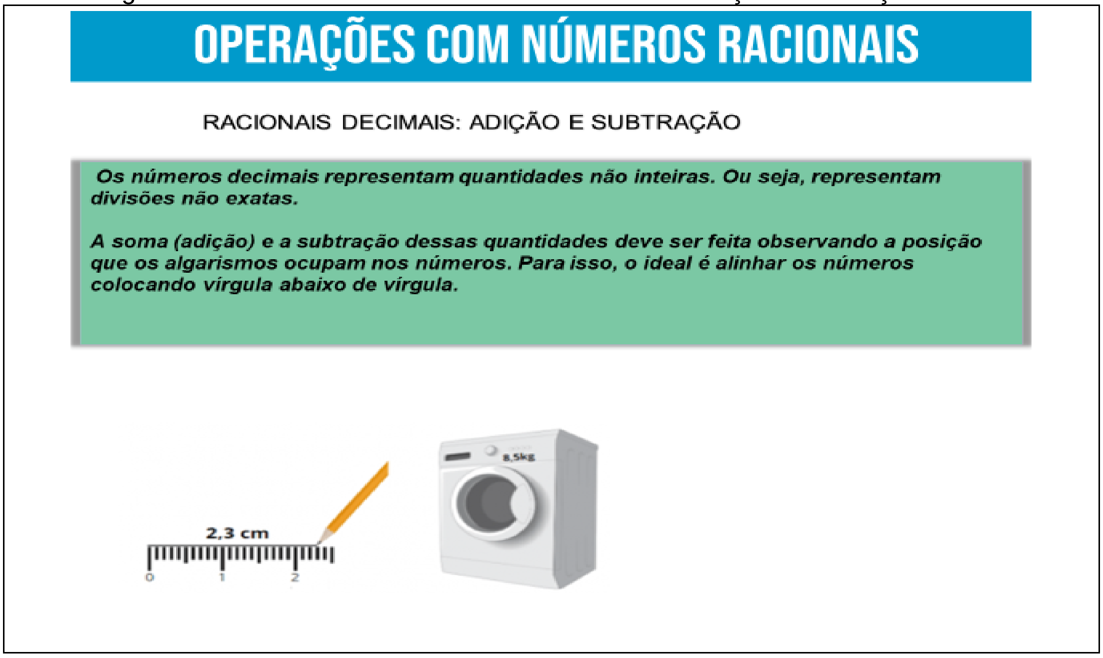
Figura 70 - Subtração de Números Racionais na forma fracionária.



Fonte: adaptada de Bonjorno *et al*. (2022).

Em seguida, foram exploradas operações com Números Racionais na forma decimal, enfatizando a importância de alinhar corretamente as casas decimais para realizar adições e subtrações. Situações do cotidiano, como um saldo bancário negativo e a compra de um caderno, ilustram o uso prático de números decimais. (Figura 71)

Figura 71 - Números Racionais na forma decimal: adição e subtração

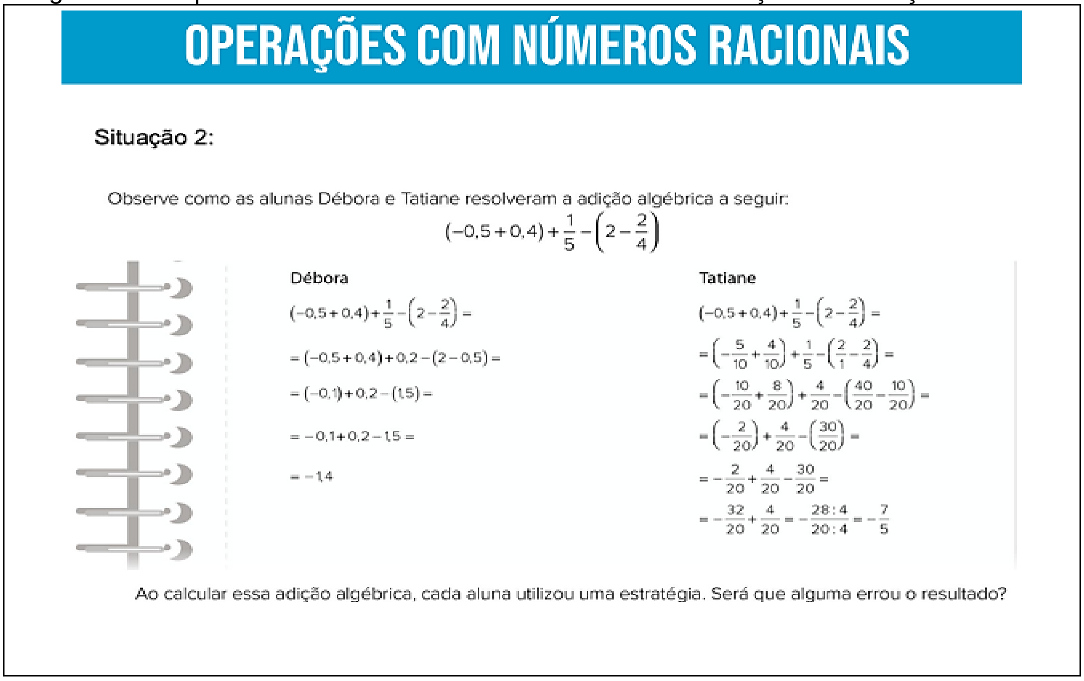


Fonte: a pesquisa.

Um exemplo adicional abordou um submarino que submergiu frações específicas da distância até o fundo do mar. A soma dessas frações resultou na distância total percorrida.

Entretanto, foram trazidos ainda sobre a adição e subtração, como calcular a fração restante de um percurso em uma gincana, reforçando as operações com frações e números decimais no envolvimento das expressões numéricas (Figura 72).

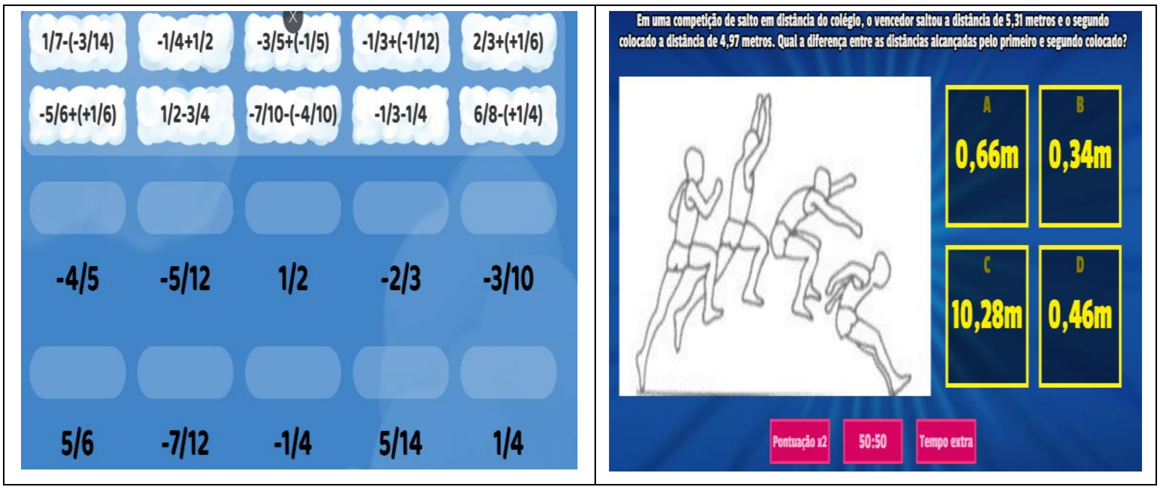
Figura 72 - Expressão Numérica nos Números Racionais: Adição e Subtração.



Fonte: a pesquisa.

A apresentação conclui com um agradecimento, incentivando o aprendizado interativo por meio de jogos e exemplos práticos. Conforme mencionado na Figura 73.

Figura 73 - Atividades interativas: Adição e Subtração de Números Racionais.

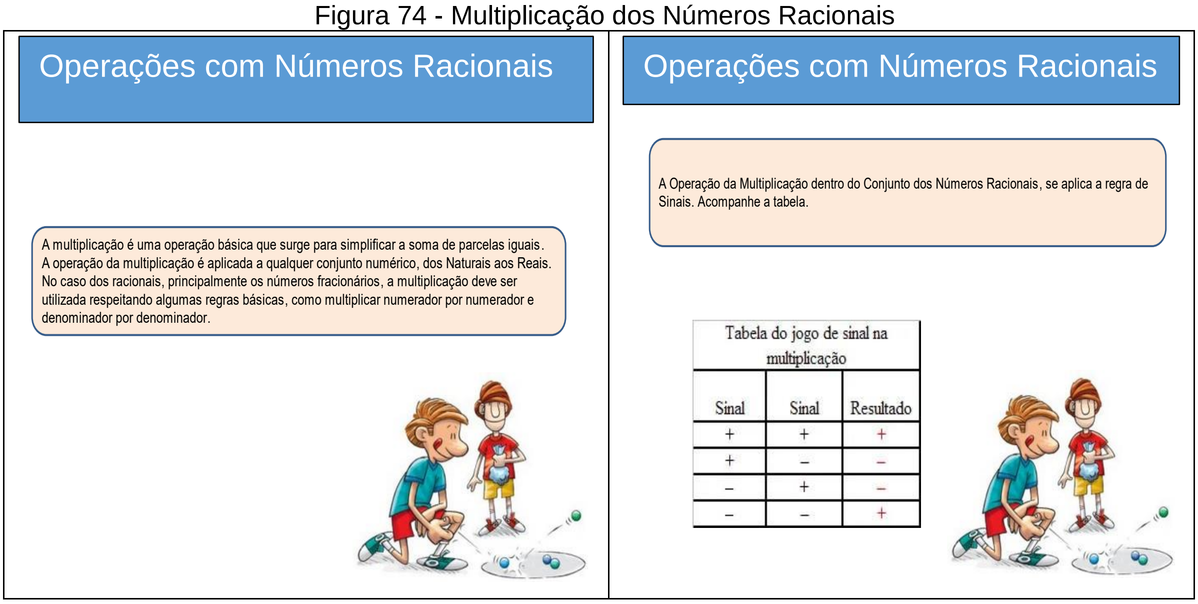


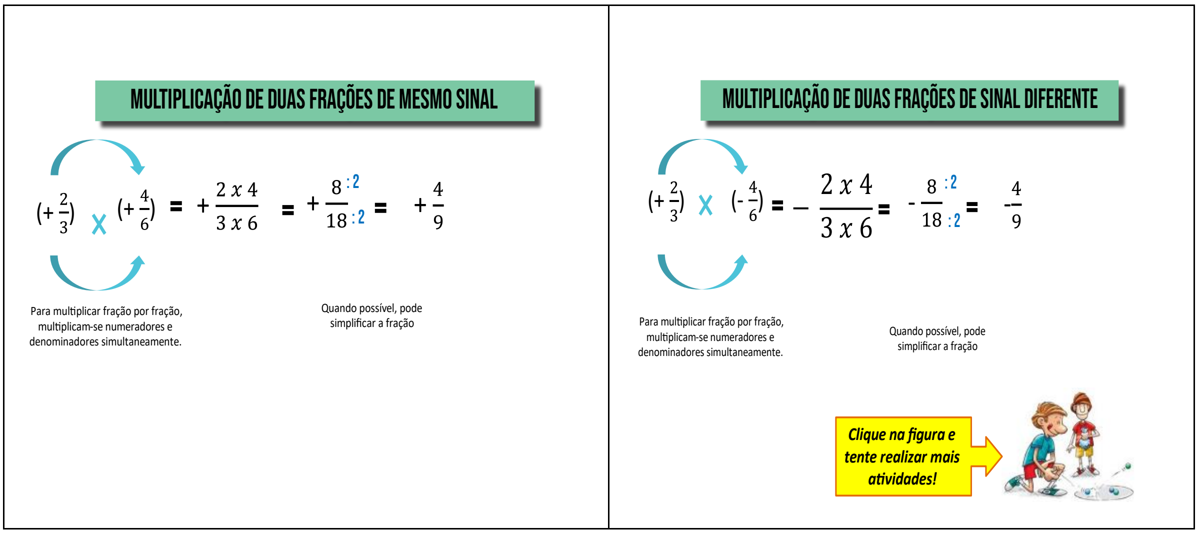
Fonte: Wordwall (2024).

Sobre as operações de Multiplicação e Divisão de Números Racionais a Sequência se iniciou falando sobre a Multiplicação sendo apresentada como uma operação simplificada, onde a regra básica é multiplicar numeradores e denominadores diretamente. A regra de sinais foi destacada, mostrando que frações com sinais iguais resultam em um número positivo, enquanto frações com sinais diferentes produzem um número negativo. Sendo mencionado que a regra de sinais segue o mesmo princípio dos Números Inteiros, foram trazidos exemplos demonstrativos como $(+\frac{2}{3})$ x $(+\frac{4}{6})$ = + $\frac{8}{18}$ e $(+\frac{2}{3})$ x $(-\frac{4}{6})$ = - $\frac{8}{18}$.

Exemplos ilustraram como multiplicar frações e Números Inteiros, como no caso de 8 amigas, das quais $\frac{3}{8}$ moram na mesma rua (Figura 74).

Figura 74 - Multiplicação dos Números Racionais

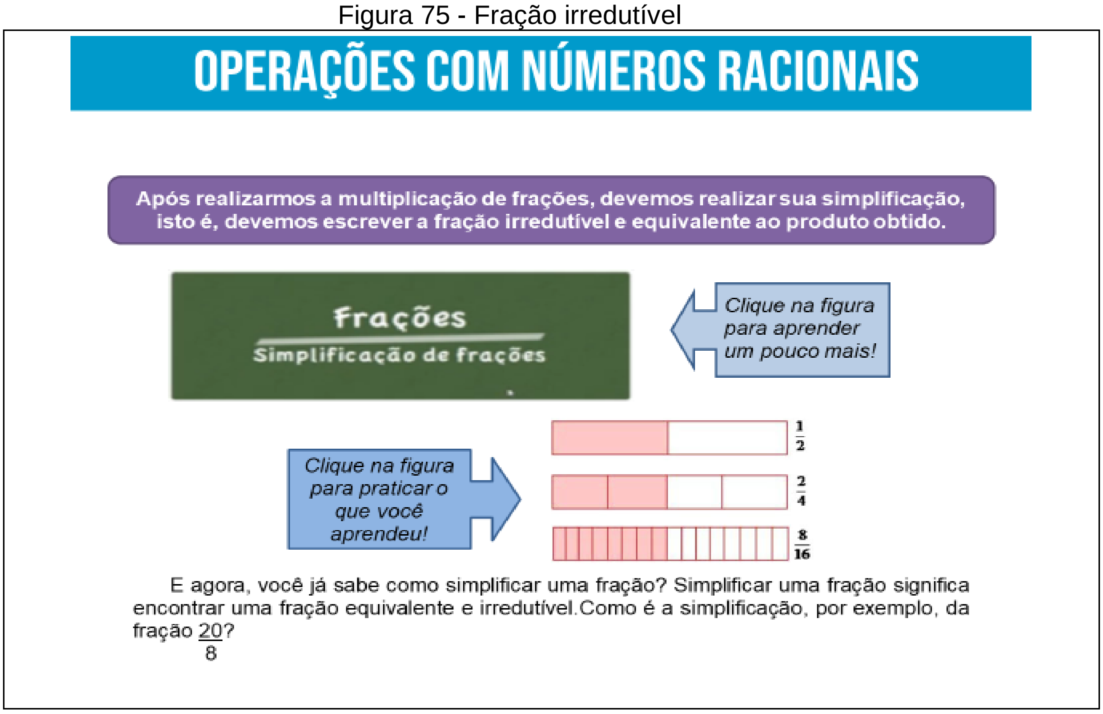




Fonte: a pesquisa.

Em seguida, explicou-se como simplificar frações após a multiplicação. Apresentando o conceito de fração irredutível com exemplos práticos de simplificação como $\frac{20}{8}$ para $\frac{5}{2}$ (Figura 75).

Figura 75 - Fração irredutível

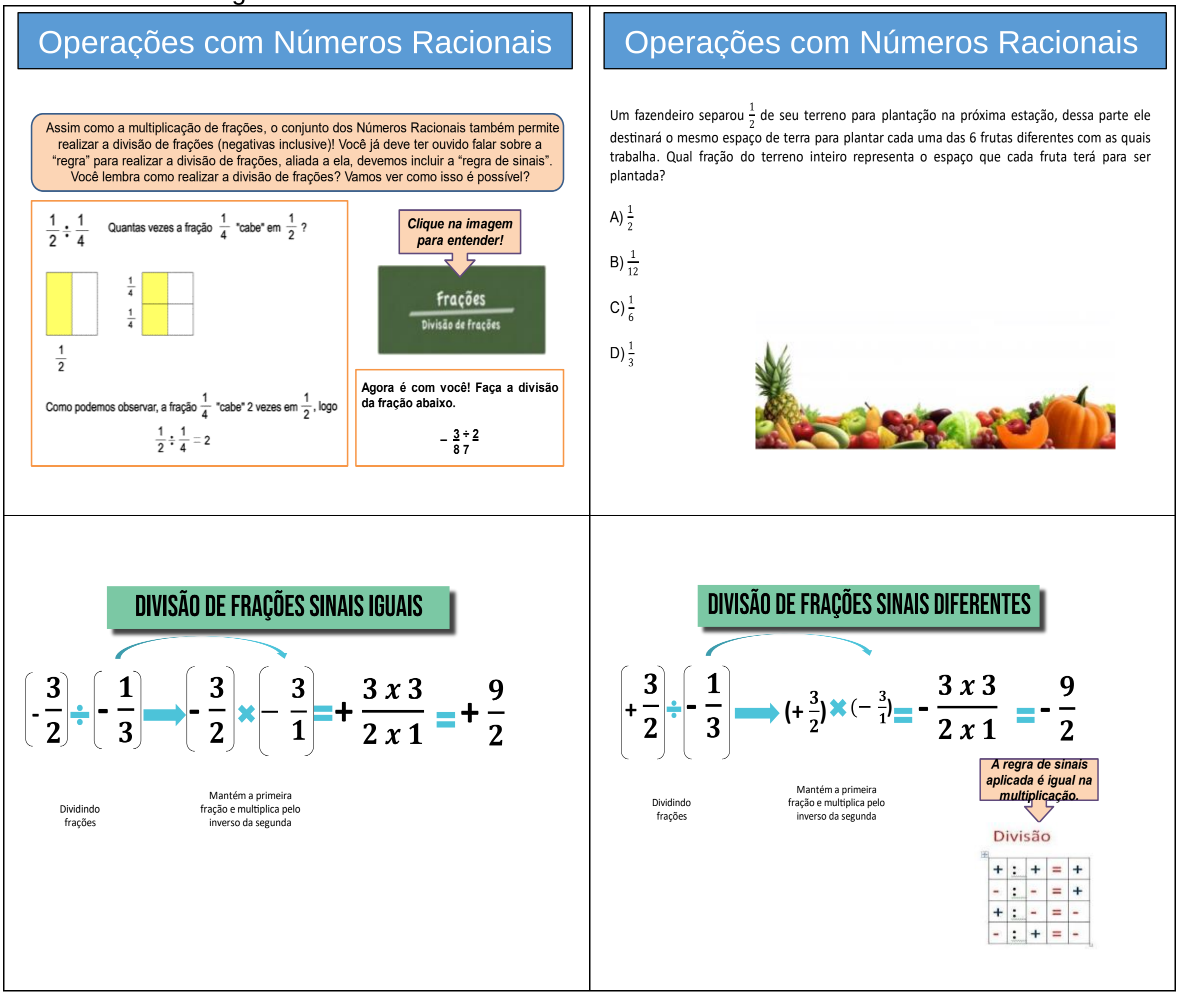


Fonte: a pesquisa.

Foi mencionado que a regra de divisão de Números Racionais consiste em multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda, é baseada na propriedade fundamental dos números racionais. Quando se divide uma fração por outra, essencialmente pergunta-se quantas vezes a segunda fração cabe na primeira. Para simplificar esse processo, utiliza-se a multiplicação pelo inverso.

Exemplos práticos, como calcular o espaço inteiro de um terreno que cada fruta terá para ser plantada sendo que são 6 frutas diferentes, ajudaram a consolidar o conceito (Figura 76).

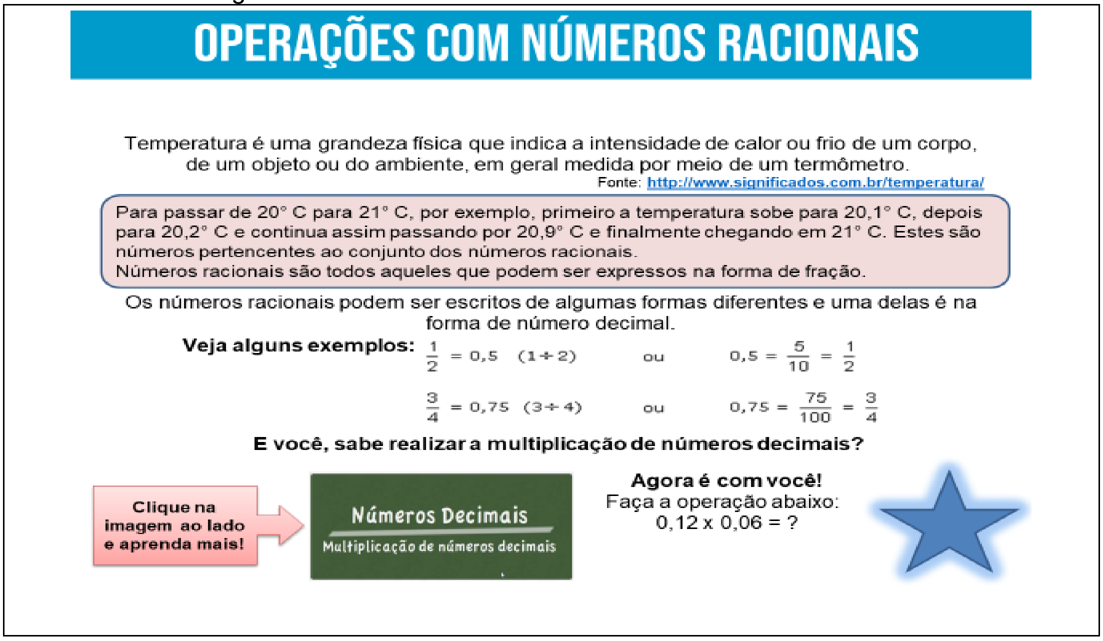
Figura 76 - Divisão de Números Racionais na forma fracionária.



Fonte: adaptada de Bonjorno *et al*. (2022).

O conteúdo também explorou a multiplicação e divisão de números decimais. As operações foram apresentadas em contextos do dia a dia, como calcular a área de um retângulo (multiplicando 3,60 por 4,35) ou o custo total de compras em uma papelaria (Figura 77).

Figura 77 - Forma Decimal de Números Racionais.

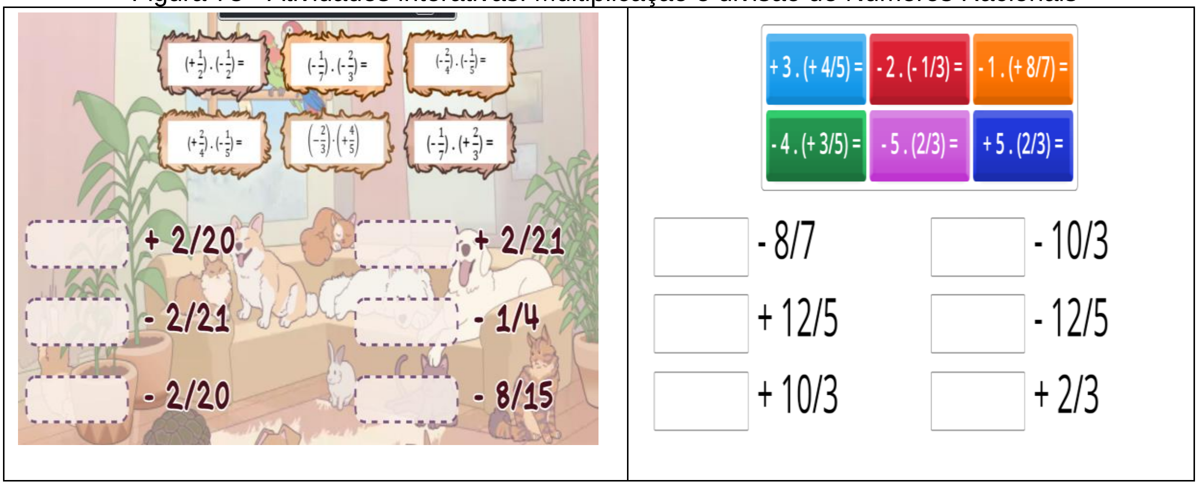


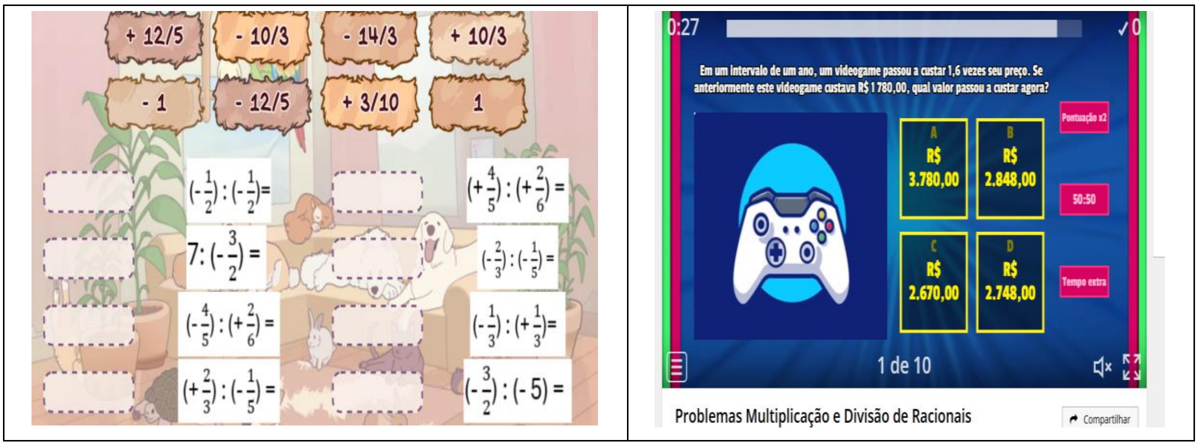
Fonte: a pesquisa.

A contextualização foi enriquecida com perguntas adicionais, como o cálculo do valor gasto em gasolina (multiplicando o preço por litro pela quantidade abastecida) ou a conversão de unidades de peso, destacando a importância das operações racionais em diferentes sistemas de medidas.

A parte sobre Multiplicação e Divisão de Números Racionais encerrou-se com desafios para os alunos, como calcular quantas vezes $\frac{1}{4}$ cabe em $\frac{3}{8}$, além de problemas práticos relacionados a esportes e combustível. Na Figura 78 foram mencionadas as atividades interativas aplicadas ao longo das apresentações, como situações problemas, multiplicação e divisão de Números Racionais.

Figura 78 - Atividades interativas: Multiplicação e divisão de Números Racionais

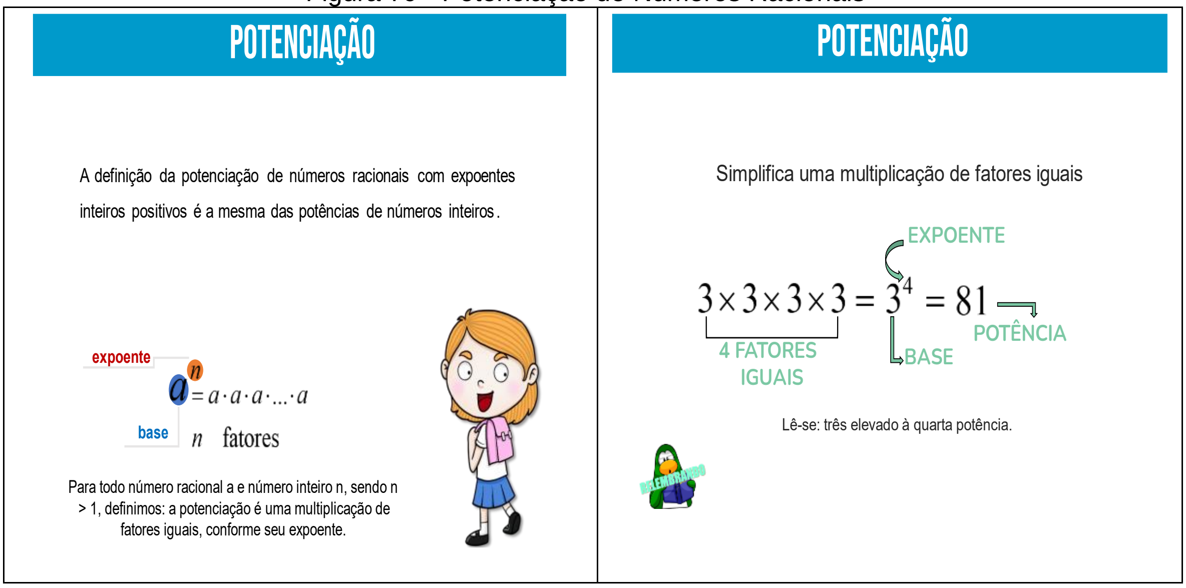




Fonte: Wordwall (2024).

Na parte sobre Potenciação de Números Racionais a apresentação explicou o conceito de potenciação como uma multiplicação de fatores iguais, definida para Números Racionais com expoentes inteiros positivos. A base é o número que será repetido como fator, e o expoente indica quantas vezes essa repetição ocorrerá. Exemplos simples, como 3^4 (três elevado à quarta potência), ajudaram a compreender a ideia (Figura 79).

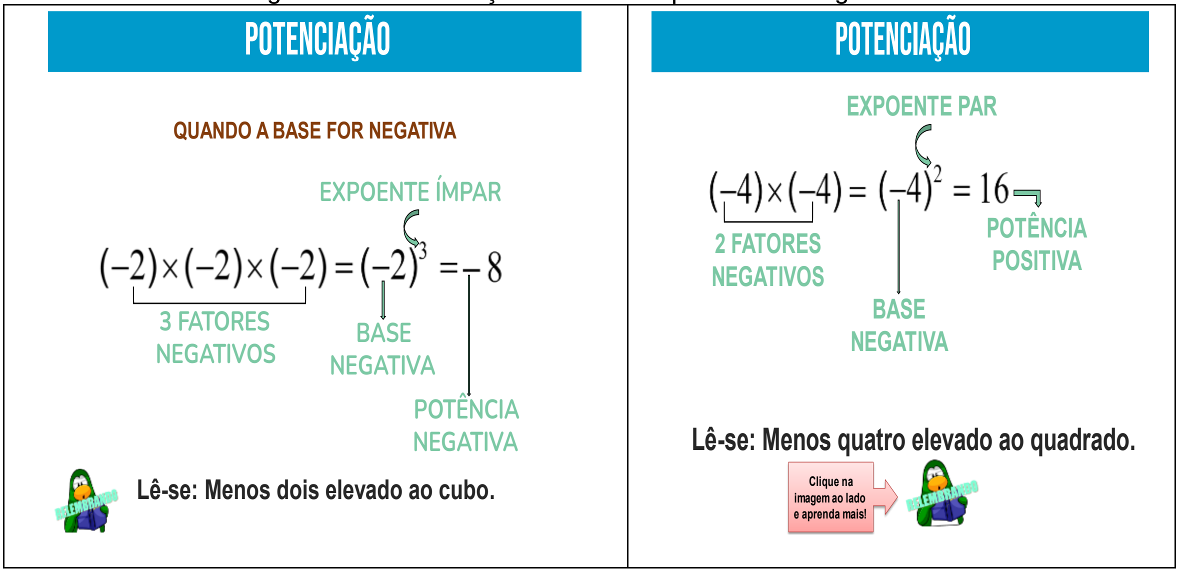
Figura 79 - Potenciação de Números Racionais



Fonte: a pesquisa.

A análise das potências com bases negativas revelou que, quando o expoente é par, o resultado da potência é positivo; já quando o expoente é ímpar, o resultado é negativo. A apresentação incluiu exemplos práticos, como $(-4)^2$ e $(-2)^3$, demonstrando como o sinal da base acaba sendo afetando o resultado (Figura 80).

Figura 80 - Potenciação com bases positivas e negativas.



Fonte: a pesquisa.

Outro ponto, a potência de base 10, abordou a explicação de que o expoente corresponde ao número de zeros no resultado. Por exemplo, $10^2 = 100$.

Foram discutidos casos especiais:

a) Qualquer número elevado a 1 é igual à própria base.

b) Qualquer número elevado a 0, desde que a base não seja zero, é igual a 1. A razão pela qual qualquer número elevado a zero é igual a 1 está relacionada às propriedades dos expoentes e à definição matemática de potências. Considerando que $a^n \div a^n = a^0$. Levando em conta que qualquer número dividido por ele mesmo é igual a 1, então $a^0 = 1$

c) Potências com expoentes negativos são explicadas como o inverso da base elevada ao expoente positivo. Levando em conta as propriedades e que o expoente é a quantidade de repetições da base. Isso significa que elevar um número a um expoente negativo é o mesmo que tomar o inverso desse número elevado ao expoente positivo correspondente. Logo, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Propriedades da potenciação foram apresentadas:

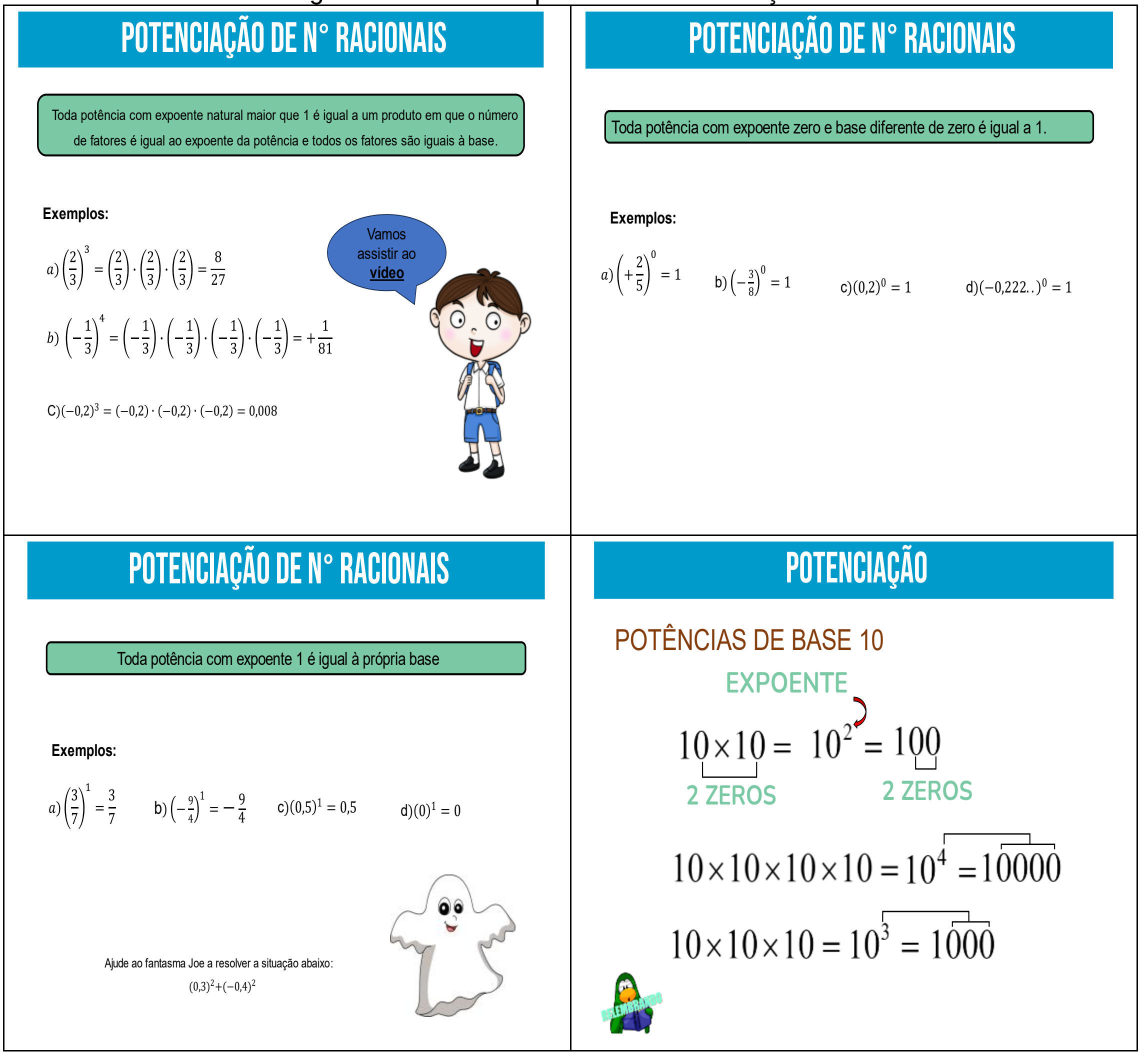
d) Produto de potências de mesma base: soma-se os expoentes.

e) Quociente de potências de mesma base: subtraem-se os expoentes.

f) Potência de uma potência: multiplicam-se os expoentes.

Conforme trazido na Figura 81.

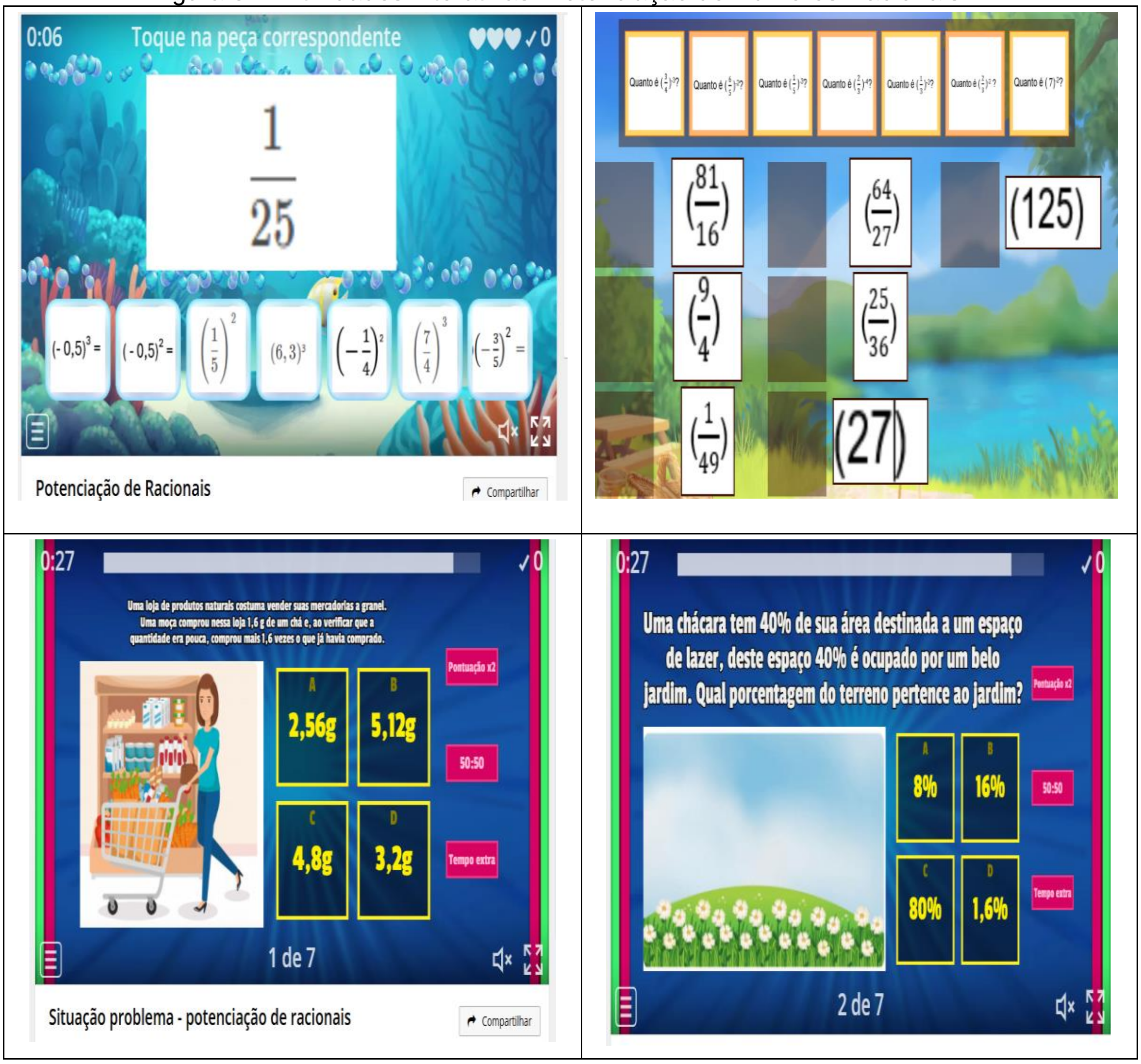
Figura 81 - Casos especiais na Potenciação



Fonte: a pesquisa.

Aplicações práticas incluem o cálculo da área de um terreno quadrado com lado de 34,5 metros (34,5 x 34,5) e questões de consumo, como a compra de mercadorias a granel. Na Figura 82 foram trazidas atividades interativas aplicadas, como corresponder a operação a sua devida potenciação e a realização quando os expoentes são negativos.

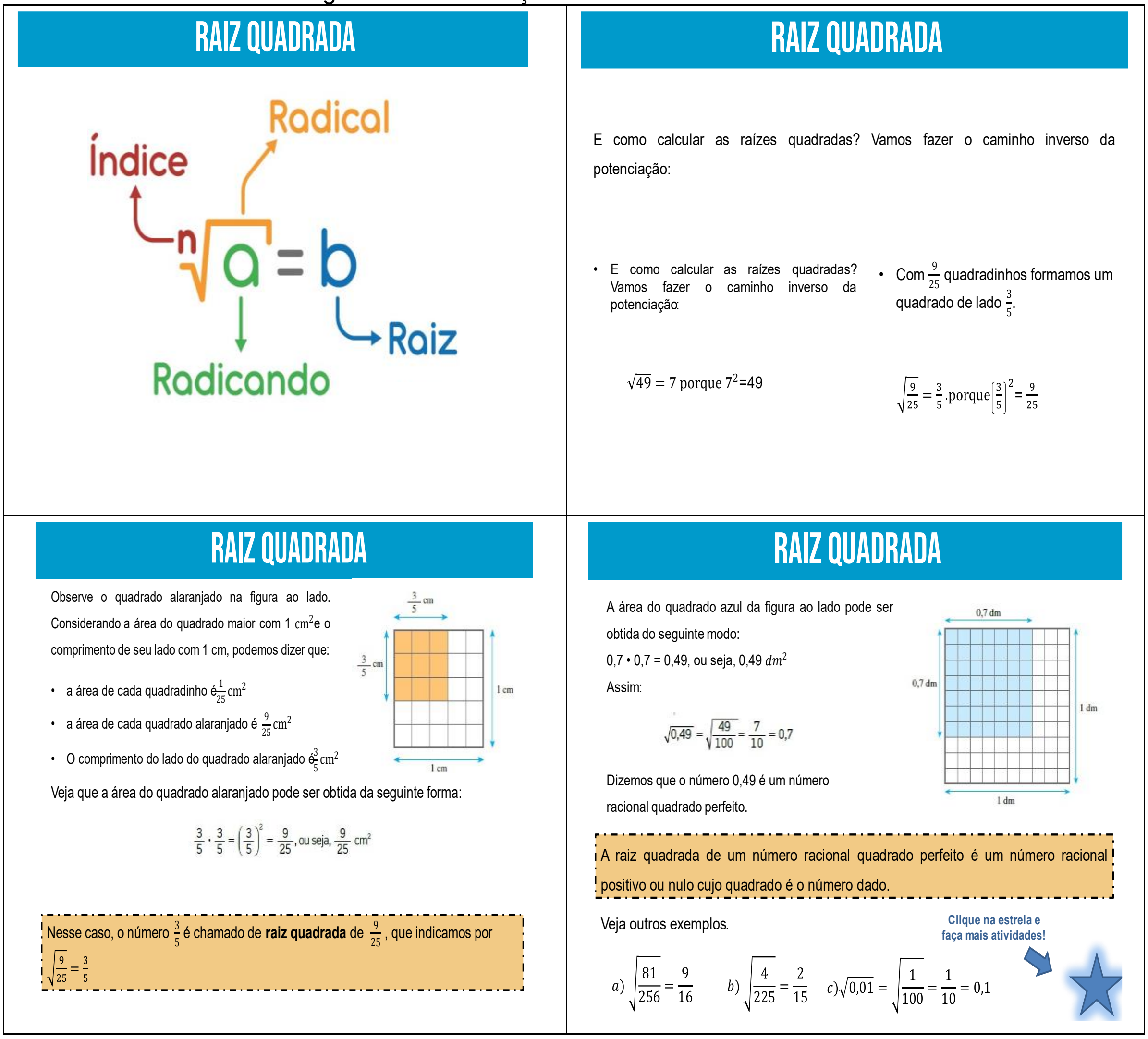
Figura 82 - Atividades interativas: Potenciação de Números Racionais



Fonte: Wordwall (2024).

Falando sobre a Radiciação de Números Racionais a apresentação iniciou explicando somente sobre a raiz quadrada que é o processo inverso da potenciação de expoente 2. A raiz quadrada de um Número Racional que é um quadrado perfeito é um Número Racional positivo, ou seja, cujo quadrado resulta no número original. Por exemplo, $\sqrt{0{,}49} = 0{,}7 \; pois \; 0{,}7^{\,2} = 0{,}49$ (Figura 83).

Figura 83 - Radiciação de Números Racionais



Fonte: a pesquisa.

Exemplos práticos ajudaram a ilustrar o conceito, como a determinação da medida dos lados de um quadro quadrado com área de 1,44 m². ($\sqrt{1,44}$ = 1,2).

Problemas contextualizados envolveram o uso da raiz quadrada para determinar a quantidade de fita necessária para proteger as bordas de uma parede quadrada com área de 12,96 m². Além de exercícios envolvendo expressões numéricas com Números Racionais (Figura 84).

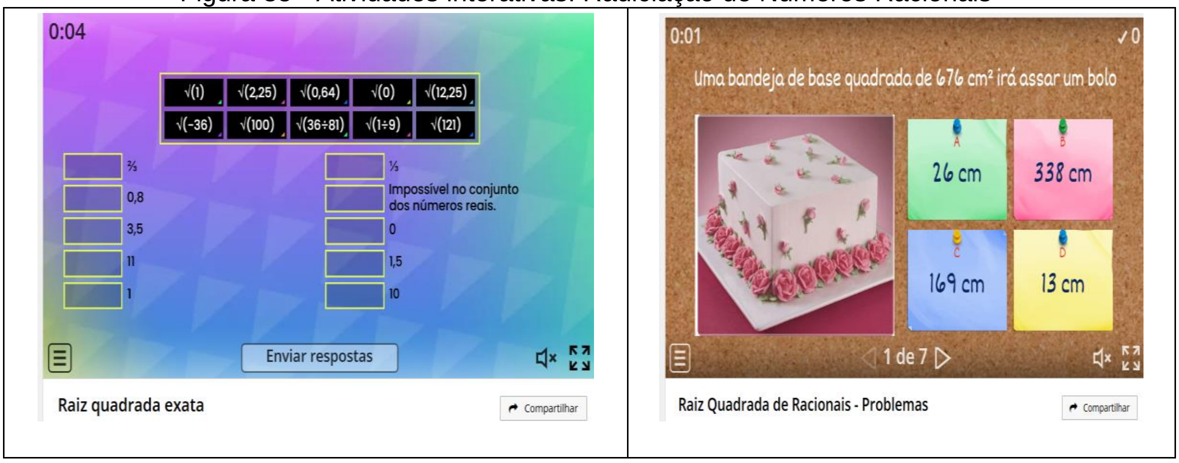
Figura 84 - Problemas com Radiciação de Números Racionais

Fonte: adaptada de Longen (2022).

Os alunos foram encorajados a participar de atividades práticas e assistir a vídeos para reforçar o aprendizado.

Ressaltou-se que Números Racionais que não são quadrados perfeitos têm raízes não exatas, e seu cálculo geralmente resulta em aproximações. Esse conceito está relacionado à geometria, evidenciando como a raiz quadrada aparece em problemas cotidianos. Na Figura 85 foi trazido as atividades interativas aplicadas, utilizando as resoluções de problemas com um jogo de perguntas e respostas e o outro, realizar a correspondência da operação com a sua determinada raiz.

Figura 85 - Atividades interativas: Radiciação de Números Racionais



Fonte: Wordwall (2024).

Com isso, obteve-se suporte para discussão e análise dos dados obtidos ao longo da pesquisa.

8 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Análise de dados é o processo de localizar informações, comunicar conclusões e sustentar a tomada de decisões a partir de dados. Para isso, são aplicadas, dentre outras técnicas, as estatísticas e lógicas para avaliar, examinar, transformar, moldar, armazenar e acompanhar dados de diferentes tipos e fontes. De acordo com Yin (2015, p. 136):

> [...] a análise dos dados consiste no exame, na categorização, na tabulação, no teste ou nas evidências recombinadas de outra forma, para produzir descobertas baseadas em empirismo.

Entretanto ainda se menciona sobre a estatística descritiva que levando em conta algumas tabelas e gráficos que são trazidos na análise a fim de facilitar a compreensão e a interpretação das informações. Ao contrário da análise confirmatória, que tem como objetivo tirar conclusões sobre uma população com base em dados amostrais, a estatística descritiva, também conhecida como análise exploratória, foca exclusivamente em organizar, resumir e apresentar os dados coletados (Collis; Hussey,2005) e ainda conforme Freund e Simon (2000, p. 14) “A estatística descritiva estará presente sempre que a coleta, o processamento, a interpretação e a apresentação de dados numéricos se fizerem necessárias”.

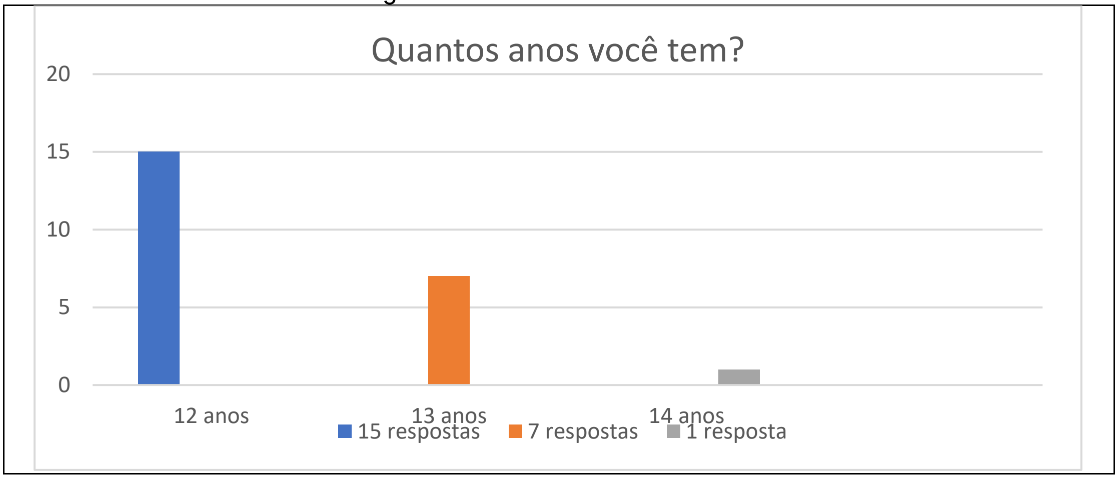
Com isso, apresenta-se nesse capítulo o perfil das participantes da pesquisa, a análise dos registros dos estudantes e do professor pesquisador durante o desenvolvimento da sequência didática proposta, as contribuições da pesquisa sob o olhar dos participantes e as reflexões do professor/pesquisador.

Ressalta-se que para as análises das atividades desenvolvidas em grupo, os participantes utilizaram *Chromebook* disponível na sala de informática da escola e foram denominados por E1, E2, E3 e assim por diante, onde E corresponde a estudante.

8.1 PERFIL DOS PARTICIPANTES

Inicialmente foi realizado um levantamento do perfil dos alunos participantes, levando em conta que eram 23 estudantes participantes do experimento. A Figura 86 apresenta um gráfico com a idade dos estudantes.

Figura 86 – Idade dos estudantes



Fonte: a pesquisa.

Após essa pergunta foram realizados questionamentos que envolve reflexões frente a disciplina de Matemática. A Figura 87 traz a primeira pergunta com as respostas dos estudantes sem revelar suas identidades.

Figura 87 – Gosto pela Matemática

2. Você gosta de matemática? Justifique.
E1: não material difícil. E2: sim. E3: sim, acho legal. E4: não. E5: sim e muito legal. E6: não. E7: não, porque eu acho meio difícil. E8: sim. E9: "não gosto muito, mas gosto do prof. E10: sim. E11: não, porque é difícil. E12: sim. E13: Sim. E a minha matéria preferida. E14: sim porque é minha matéria preferida. E15: sim é legal. E16: sim. por que matemática e uma matéria muito usada pelo futuro da população brasileira. E17: não, muito complicado. E18: não muito é bem difícil. E19: não, porque é chato e difícil. E20: mais ou menos não sou muito chegada. E21: não. E22: sim, gosto muito. E23: gosto mais acho difícil.

Fonte: a pesquisa.

Quando perguntados se eles gostam de Matemática, pode se observar que 12 participantes afirmam que gostam, que tem paixão natural pelo tema e em relação à percepção de que a matéria faz sentido. Além disso, responderam que veem valor em estudar Matemática para seu futuro.

Ainda, 9 participantes afirmaram não gostar de Matemática, argumentaram justamente sobre os desafios que enfrentam nessa disciplina. Dois participantes dizem que não gostam muito que se deve a percepção da complexidade envolvida no desenvolvimento dessa componente curricular.

A Figura 88 traz o questionamento frente as dificuldades encontradas na disciplina de Matemática.

Figura 88 - Sobre a dificuldade em Matemática

3. Você tem dificuldade na disciplina de Matemática? Justifique.
E1: um pouco. E2: "sim, eu gosto de números. E3: sim, as vezes não entendo. E4: Sim. E5: mais ou menos. E6: sim muito difícil. E7: sim, acho difícil. E8: sim, muito. E9: eu sei matemática, mas eu não sei muitos em vezes e esqueço as vezes. E10: sim porque me perco as vezes. E11: sim, porque eu acho muito difícil. E12: sim as vezes. E13: Nunca tive, mas eu tenho que estudar mais porque estou me esquecendo de algumas coisas. E14: não muita porque sempre quis muito me esforçar para entender. E15: sim por que as contas difíceis. E16: obvio. tenho TDAH. E17: "sim, em questões especificas. E18: um pouco é difícil prestar atenção com tanta gente falando. E19: sim, muitas matérias novas. E20: um pouco acho meio complicada. E21: Sim. E22: Às vezes tenho um pouco de dificuldade. E23: sim acho complicado de entender.

Fonte: a pesquisa.

Quando perguntados sobre a dificuldade com a disciplina, 14 alunos reconheceram ter problemas. Os relatos variam de referências à dificuldade em questões específicas a afirmações de que é “muito complicado”. Além disso, 5 estudantes mencionaram que, embora tentem prestar atenção em classe, são distraídos pelo resto da sala, enquanto dois indicaram dificuldade de concentração.

Apesar de não haver uma diferença significativa no número de respostas que afirmam 'um pouco' ter problemas e 'muito trabalho', essas respostas ainda podem indicar diferentes níveis de domínio do conteúdo e variadas necessidades de auxílio.

Já trazendo o questionamento sobre a importância do estudo da Matemática, observou-se que os estudantes reconhecem a essencialidade da

Matemática no cotidiano, conforme pode-se perceber na Figura 89 que mostra o percentual desse questionamento.

Figura 89 - Importância de estudar Matemática

Legenda: (1) Discordo plenamente, (2) Discordo, (3) Nem discordo nem concordo, (4) Concordo e (5) Concordo plenamente.

Fonte: a pesquisa.

Ao ser analisado as barras, pode-se observar que a resposta mais marcada é o "Concordo plenamente" e o "concordo", com aproximadamente 18 votos os dois juntos, o que resulta em 78,2% do total. Já em segundo lugar, temos o "Nem discordo nem concordo", com cerca de 3 votos, ou seja, 13% do total. Sendo o "Discordo" e o "Discordo Plenamente", com aproximadamente, 2 votos o que demonstra 8,6% do total, se tornando ínfimo como dado. Concluindo assim que os participantes da pesquisa consideram importante o estudo da Matemática. Na Figura 90 apresenta-se a justificativa dos estudantes quanto a importância de estudar Matemática.

Figura 90 - Justificativa sobre a importância de estudar Matemática

5. Justificativa dos estudantes em relação a questão anterior.
E1: "usa matemática quase tudo. E2: sempre vamos usar números na nossa vida. E3: é importante estudar para ganhar estudo. E4: concordo é importante estudar matemática. E5: porque a gente vai ter umas coisas da vida sobre matemática muito importantes. E6: não acho muito necessário, mas também não acho desnecessário. E7: acho importante principalmente para quem tem dificuldade. E8: - E9: porque pra poder trabalhar em qualquer trabalho precisa o básico. E10: sim porque serve para o resto da nossas vidas. E11: por que estudar e importante principalmente quem tem dificuldade. E12: Não sei. E13: A gente a usa no dia a dia, seja para contar dinheiro, para fazer um orçamento, enfim, a gente usa para quase tudo. E14: porque serve para toda vida. E15: é uma matéria interessante. E16: e porque a matemática e usada em várias situações. E17: deveras, complicado para iniciantes, porém fácil para pessoas mais experientes. E18: eu concordo que devemos aprender o necessário. E19: e inútil e útil para algumas ocasiões. E20:- E21: matemática e importante para fazer muitas coisas. E22: é uma matéria muito importante. E23: eu concordo que tenha que estudar matemática por que se usa matemática no dia a dia.

Fonte: a pesquisa.

Dos 23 estudantes da turma 17 concordam com a importância da Matemática com base em justificativas sobre a aplicação prática. Percebe-se que essas respostas refletem a percepção do papel da Matemática na vida e no futuro. Trazendo assim, as especificidades sobre o uso do dinheiro, a realização de orçamento, o sentimento de que vai utilizar pelo resto da vida, a indicação da necessidade de uso em situações cotidianas.

Todavia, 6 respostas destacaram a neutralidade em relação à Matemática, não apresentando a matéria como “necessária”. Talvez, isso possa indicar que os alunos reconhecem a utilidade dos conceitos matemáticos, mas ainda não os relacionam com benefícios diretos e práticos que podem ser obtidos por meio deles.

Na Figura 91 pode-se observar as respostas ao questionamento sobre a reprovação na disciplina de Matemática.

Figura 91 - Reprovação em Matemática

6. Você já reprovou na disciplina de Matemática? Se sim, quantas vezes? Em qual ano?
E1: nunca.
E2: não.
E3: nunca.
E4: nunca reprovei.
E5: "não nunca.
E6: nunca até agora.
E7: reprovei uma vez e peguei recuperação 4.
E8: sim, muitas.
E9: não.
E10: eu já tirei nota vermelha no 5º e 6º anos.
E11: nunca reprovei de ano na disciplina, mas já fiquei de recuperação.
E12: sim.
E13: Não, eu nunca reprovei em matemática.
E14:
E15: não só fiquei uma vez nota vermelho.
E16: sim. 5, 6, 7.
E17: não.
E18: não.
E19: não.
E20: nunca.
E21: sim, uma vez no 7ano.
E22: Nunca.
E23: já fiquei de recuperação, mas nunca rodei.

Fonte: a pesquisa.

Sobre reprovações, dos 23 estudantes 17 afirmaram que nunca reprovaram em Matemática. Ainda assim, 3 estudantes mencionaram terem ficado de recuperação. A recuperação foi mencionada como uma experiência em anos diferentes, mas em especial no 5º e 7º anos.

Essas respostas indicam que, mesmo entre aqueles que não reprovam, existe um subgrupo enfrentando dificuldades pontuais em que é colocado em recuperação. Esse dado é importante porque pode indicar a necessidade de intervenção ou atividades para auxiliar esses estudantes na construção e compreensão dos conceitos.

Em outro questão levantou o questionamento quanto ao momento de estudos fora do ambiente escolar, observam-se as respostas trazidas pelos estudantes conforme Figura 92.

Figura 92 - Estudar Matemática fora da escola

7. Você costuma estudar Matemática fora do ambiente escolar? Quanto tempo? Justifique o porquê você considera esse tempo importante.
E1: nunca estudei. E2: não. E3: só estudo em dia de prova. E4: só estudo dia de prova. E5: sim já tirei nota baixa. E6: não costumo. E7: não costumo. E8: sim. E9: não muito só quando vale ponto. E10: eu não estudo fora da escola. E11: não costumo. E12: Não muito. E13: Às vezes, uma hora normalmente, ele me ajuda a entender mais a matemática. E14: sim 1h porque é o essencial. E15: sim 1 hora eu acho que sim é importante. E16: eu não estudo fora de ambiente escolar porque a minha vida é muito corrida. E17: sim, porém muito pouco. E18: normalmente não, mas eu acho um tempo importante. E19: Não. E20: não. E21: sim. E22: as vezes sim, antes de provas e enfim. E23: Não.

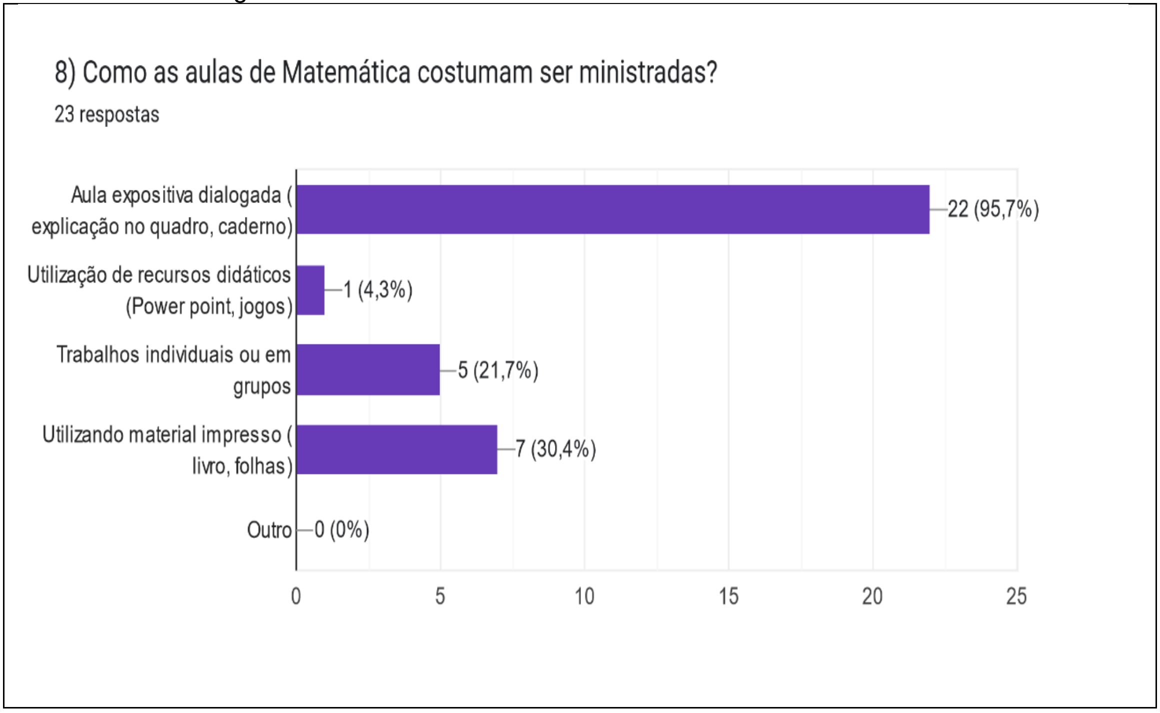
Fonte: a pesquisa.

Dos 23 alunos, 15 afirmaram não estudar Matemática fora da escola, a menos que seja na véspera de uma prova. Esse conhecimento indica uma abordagem mais reativa do que proativa do ensino de Matemática, com alunos justificando sua baixa dedicação aos estudos da disciplina com a explicação de que estudam em casa quando têm uma pontuação muito ruim ou quando ocorrerá uma prova.

Mas também há aqueles que estão cientes da urgência do estudo de Matemática, mas, ainda, às vezes, não têm tempo devido a uma "vida ocupada". Porém 8 alunos mencionaram que ocasionalmente estudam Matemática fora da escola. Mostrando que o método de ensino deve conter elementos que despertem o interesse e a importância do estudo contínuo ou incentivem a criação de um programa de prática regular de estudo.

Ainda, foi perguntado a respeito de como as aulas de Matemática são expostas, conforme demonstrado na Figura 93.

Figura 93 – Como as aulas de Matemática são ministradas?



Fonte: a pesquisa.

Pelo gráfico, pode-se observar que as aulas de Matemática são sempre típicas de um formato tradicional, sendo realizada somente na utilização da exposição de conteúdo, incluindo a explicação conceitual, exemplos resolvidos na lousa, entre outros.

Além da exposição teórica, a maior parte do tempo das aulas é gasta na resolução de exercícios. Tal resolução pode ser feita pelos alunos, em grupo, permitindo aplicar conceitos aprendidos e desenvolver habilidades de resolução de problemas. As respostas incluem o uso de recursos tecnológicos, como calculadoras, *softwares* educacionais e multimídia. Isso sugere que tais recursos são, de fato, de vez em quando incluídos nas aulas de Matemática, mas não é a prática regular, como mostram os dados. Metodologias ativas, como jogos, atividades do tipo projeto, atividades práticas, também são indicadas.

As respostas sugerem que as aulas de Matemática tendem a ser tradicionais, centradas no professor, com exposição de conteúdo e exercícios. Os respondentes indicam, no entanto, o uso de tecnologias e métodos ativos, mas em um grau menor.

Levando em conta os meios de exposição das aulas de Matemática, foi perguntado aos estudantes a respeito do uso das Tecnologias Digitais nas aulas, conforme demonstra a Figura 94.

Figura 94 - Utilização de meios tecnológicos nas aulas de Matemática

9. Nas aulas de Matemática são utilizados meios tecnológicos? Quais?
E1: nenhum. E2: não, nunca usaram me dando aula pelo menos. E3: Computador, quando é preciso. E4: computador. E5: não. E6: sim notebooks. E7: normalmente não, mas quando usamos os computadores. E8: sim. E9: não sei. E10: não usamos. E11: normalmente não. E12: sim. E13: Às vezes usamos o computador e calculadora. E14: nenhum, mas agora sim. E15: não. E16: sim usado geralmente para aprender com a *internet*. E17: sim, *Chromebook*. E18: Não. E19: sim, crome book. E20: sim são usados conteúdos com a *internet*. E21: não. E22: sim, pelo crome. E23: sim computador.

Fonte: a pesquisa.

As respostas sobre o uso de tecnologia em aula no contexto de aprender Matemática mostram que, embora haja menção ocasional ao uso de computadores por meio de "*notebooks" e "Chromebook*", a utilização ainda é pouca. Além disso, mesmo que a tecnologia seja empregada, é vista como facilitadora e veículo para tornar o conteúdo acessível. Indo ao encontro do que menciona Costa (2009) que é possível melhorar significativamente o ensino da Matemática utilizando tecnologias como um recurso atraente e motivador para os alunos desde que haja um planejamento com objetivos definidos para esta finalidade.

O questionamento seguinte foi a opinião dos participantes sobre o uso das Tecnologias Digitais nas aulas de Matemática, sendo exposto na Figura 95.

Figura 95 - Opinião sobre envolver Matemática e Tecnologia

10. O que achas sobre envolver tecnologias na Matemática?
E1: adoraria. E2: legal. E3: Acho bom, divertido. E4: legal. E5: não acho meio certo. E6: acho um ótimo meio de ensino. E7: acho legal. E8: sim muito. E9: só que ajuda mais. E10: acho muito interessante e legal. E11: acho bom. E12: muito bom. E13: Acho uma sugestão muito boa pois pode ajudar algumas crianças que tem dificuldade através de um método tecnológico interativo. E14: eu acho uma ideia perfeita, evoluir as formas de aprendizado quer dizer evoluir mais. E15: muito legal. E16: muito bom porque e muito importante aprender com as telas dos monitores porque geralmente as crianças ficam muito tempo. E17: muito interessantes. E18: eu acho muito legal e melhor. E19: não sei. E20: muito bom. E21: bom. E22: Uma ótima ideia. E23: acho legal acho mais eu entendo mais quando e explicado em quadro.

Fonte: a pesquisa.

Tendo em vista essas afirmações, se demonstra claro que os 21 alunos acham que tal abordagem seria "uma boa ideia" e ajuda ou possibilita as aulas serem mais "interessantes e legais". Dessa forma, eles acreditam que combinar os recursos tecnológicos com uma forma de tornar a matéria mais acessível, especialmente para os que têm dificuldades. Indo ao encontro com Borin (1996), mencionando que a utilização de aplicativos educacionais nas aulas de Matemática contribui para diminuir as dificuldades de muitos estudantes, criando um ambiente mais significativo para o aprendizado e a construção de conceitos matemáticos.

Por outro lado, também, mencionaram 2 estudantes, que o ensino tradicional é adequado. Os alunos indicam "Eu entendo quando você (se refere ao professor) explica no quadro branco". Embora a divisão de opiniões mostre que a abordagem tecnológica seja positiva para a maioria das pessoas, é necessário manter o equilíbrio entre as estratégias didáticas utilizadas em sala de aula. Felipe (2012) destaca a importância de promover uma aprendizagem em Matemática, por meio de estratégias que incentivam o aluno a propor sentido e construir significado às ideias matemáticas. Esse processo possibilita ao estudante estabelecer relações, prever, analisar, discutir e criar. Assim, é fundamental superar uso único de métodos tradicionais, integrando-os e combinando-os com novas abordagens, como o uso de tecnologias, para enriquecer a prática pedagógica.

No que tange ao próximo questionamento, foi perguntado sobre os conteúdos de frações e decimais trabalhados no 6º ano do Ensino Fundamental, obtendo as respostas apresentadas na Figura 96.

Figura 96 - Descrição de conteúdos de frações e decimais

11. Descreva o que você lembra sobre os conteúdos de frações e números decimais, estudados no 6º ano?
E1: quase nada tipo uns 15%. E2: ano passado eu aprendi sobre frações e números decimais e figuras geométricas e também aprendi sobre multiplicação com 2 algarismos, e até agora me lembro de algumas coisas. E3: Lembro a maioria, mas, não sei descrever cada um. E4: não lembro. E5: eu lembro de umas regrinhas. E6: não me lembro de nada. E7: não lembro. E8: sim muito. E9: mais e menos potência multiplicação adição fração divisão virgula. E10: não me lembre de muita coisa só o mínimo. E11: não lembro. E12: Não me lembro. E13: Lembro que frações são partes por exemplo 3\4 de uma pizza, e números decimais não são números inteiros. E14: "eu lembro um pouco das regras de cada. E15: eu lembro muito pouco. E16: Professor nesse momento específico me esqueci das frações mais se deus quiser me lembro. E17: quase nada. E18: eu lembro até que lembro bastante eu acho. E19: Nada. E20: não lembro de muita coisa tenho que revisar. E21: Nada. E22: Adição e subtração de frações, e muitos outros. E23: não lembro.

Fonte: a pesquisa.

Quando perguntados sobre conteúdos aprendidos no 6º ano, como frações e números decimais, 18 alunos mencionaram lembrar pouco ou nada. Enquanto 3 recordam de “regras”, mas apenas vagamente, e 2 alunos conseguiram descrever conceitos ou exemplos práticos.

Essas respostas mostram que o conteúdo provavelmente não foi totalmente assimilado pelos alunos e que pode ser necessária uma revisão constante desses temas para garantir a construção e compreensão desses conceitos. A falta de clareza nas respostas indica a importância de práticas de revisão e métodos que reforcem a compreensão dos conceitos, isso mostra o que Romanatto (1997) menciona que muitas das dificuldades que os alunos enfrentam no compreender certas classes de problemas e na resolução de algoritmos que estão associados a operações Matemáticas com certos tipos de números podem ser relacionados ao fato de que, em cada conjunto numérico, as operações realizadas são, na maioria das vezes, diferentes das do conjunto numérico anterior, verificando isso, que o conjunto com maior ênfase no 6º ano é dos Naturais.

Seguindo os questionamentos, foi levanto a questão sobre exemplos que poderia ser dado em questão aos Números Fracionários e Decimais, conforme demonstra a Figura 97, trazendo as respostas dos estudantes.

Figura 97 - Exemplos de frações e decimais

12. Você saberia dar um exemplo de uma situação envolvendo números fracionários ou decimais?
E1: não. E2: mais ou menos. E3: "Sim. E4: Ex: Gastei em compras um quinto do que gostaria de gastar." E5: sim, comprei um terço de bala. E6: 2,5+2,0=4,5. E7: não. E8: sim. E9: não. E10: sim. E11: não. E12: Não sei explicar. E13: Comprei três macas por R$2,19, juntas elas deram R$6,57, eu paguei com R$10,00 a atendente tem que me dar um troco de R$3,43. E14: 0,1+1;21=1,31. E15: não muito. E16: bah me esqueci. E17: não. E18: 12,6 -11,2=1,4. E19: não. E20: eu e minha amiga comemos 2 terços de uma pizza. E21: sim. E22: Não sei. E23: não sei.

Fonte: a pesquisa.

As respostas mostram que 15 alunos apresentaram dificuldades em formular exemplos concretos que envolvem números fracionários ou decimais. Exceções se destacam, com 8 alunos fornecendo exemplos do cotidiano, como cálculos de troco e divisão de pizza, mas no geral, a aplicação prática parece ser um desafio para muitos.

Esse ponto evidencia a necessidade de mais atividades contextualizadas no cotidiano para que os alunos consigam visualizar a utilidade dos conceitos estudados. Isso pode facilitar a compreensão e aplicação do conteúdo. Ainda, levantou-se o questionamento sobre se os estudantes achavam importante estudar frações e decimais, obtendo as seguintes respostas apresentadas na Figura 98.

Figura 98 - Importância sobre estudar frações e decimais

13. Você considera importante estudar os números fracionários ou decimais? Justifique.
E1: não usamos muito pouco na vida.
E2: sim.
E3: Sim, para aprender.
E4: sim.
E5: sim você aprende muitas coisas.
E6: não acho tão importante.
E7: acho importante, pode cair em prova e tal.
E8: sim, muito.
E9: sim, porque uma hora vou precisar.
E10: sim, porque e muito importante.
E11: sim, porque pode cair em prova.
E12: Sim.
E13: Sim, a gente precisa estudar os números pois sem estudar eles nós não saberíamos matemática, e existem muitos métodos para facilitar contas com eles.
E14: sim, porque em muitas situações a gente usa isso, como pagamentos e contas.
E15: sim, é importante para passar.
E16: Muito. Porque a gente precisa saber das coisas.
E17: sim, usado em situações do dia a dia.
E18: sim por exemplo no mercado para saber os preços.
E19: não, porque n tem utilidade para mim.
E20: acho que sim porque a gente tem que saber por causa do dia a dia.
E21: sim.
E22: Sim, é muitíssimo importante estudar esses conteúdos.
E23: acho importante.

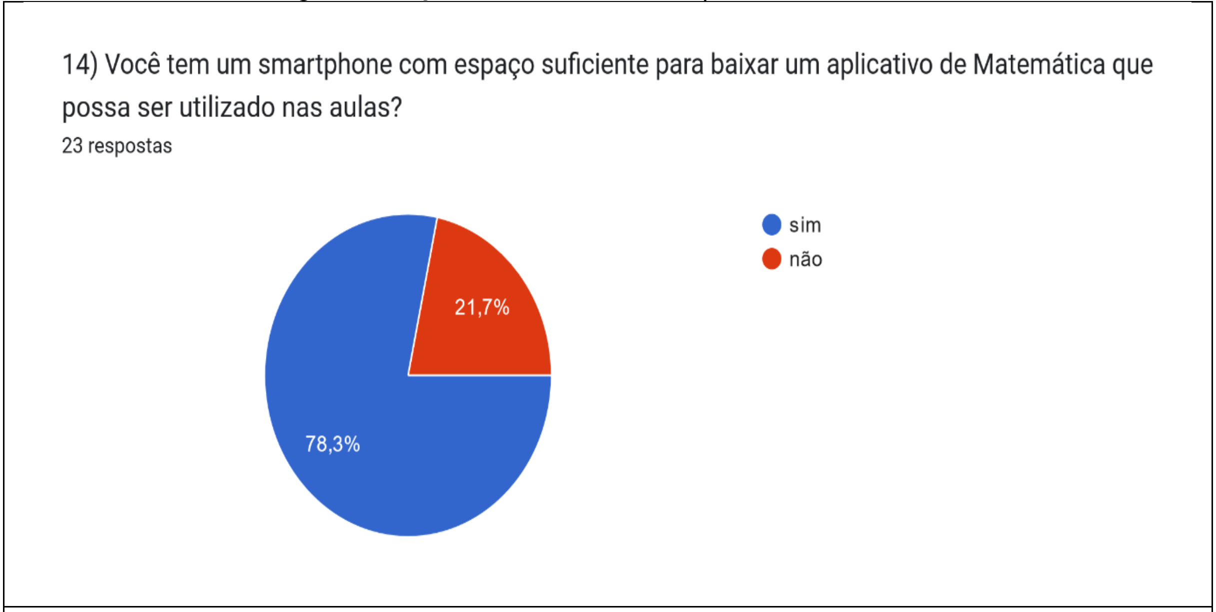
Fonte: a pesquisa.

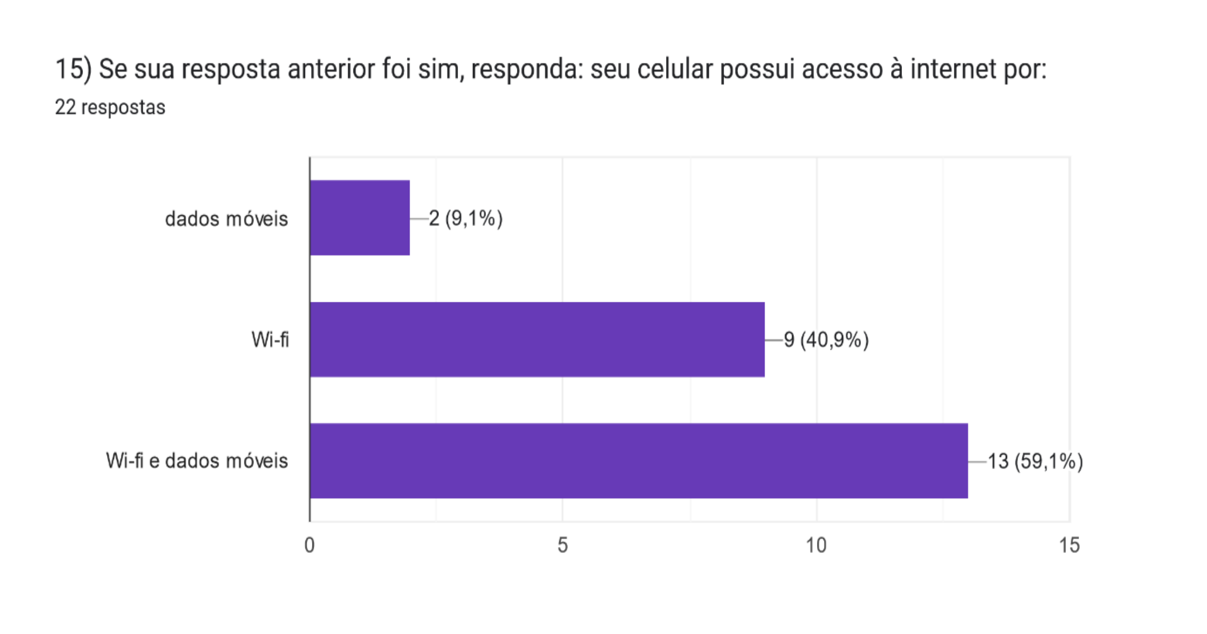
No que tange, sobre a importância de estudar frações e decimais, 20 estudantes consideram o aprendizado essencial. Eles mencionam que “precisamos para fazer contas” ou que será necessário para atividades futuras, como mercado e finanças. Entretanto 3 alunos apontam que a matéria é útil apenas para passar nas provas ou que não veem relevância para sua vida prática.

Essas respostas refletem a percepção de utilidade que muitos alunos têm, mesmo que sua aplicação direta ainda não esteja totalmente clara para eles. É fundamental ajudar os estudantes a reconhecerem o valor desses conhecimentos para situações rotineiras, reforçando o vínculo entre a Matemática e suas atividades cotidianas. Conforme reforça a BNCC (Brasil, 2018) trazendo que não existe somente o Conjunto dos Números Naturais e que ele se torna inadequado a diversas situações do cotidiano, sendo necessário o aprendizado e a ampliação dos conjuntos numéricos.

No que tange as questões sobre dispositivos e conexão à *internet* os gráficos da Figura 99 trouxeram informações importantes.

Figura 99 - Questionamento sobre aparelhos eletrônicos





Fonte: a pesquisa.

O primeiro gráfico descreve as respostas fornecidas à questão sobre espaço para *download* no telefone e 18 estudantes participantes responderam que possuíam. De acordo com isso, eles têm a capacidade de instalar aplicativos de Matemática em seus smartphones, entre outras atividades. O gráfico seguinte indica o modo como os participantes estão acessando à *internet* em seus dispositivos. Mostrando que 2 alunos possuíam pacotes de dados para seus telefones. Portanto, eles têm acesso à *internet*, podendo usar aplicativos de Matemática *on-line* e outros aplicativos que precisam estar *on-line*. Nove alunos possuem acesso à *internet* via rede *Wi-Fi* e 13 alunos possuíam acesso com pacotes de dados e *Wi-Fi*. Tendo analisado os dois gráficos, conclui-se que a maioria dos alunos tem um smartphone e acesso à *internet*.

Em resumo, a análise revela uma ampla gama de percepções, onde as dificuldades enfrentadas na Matemática são frequentemente associadas à complexidade e à falta de prática extraclasse. A aceitação do uso de tecnologia demonstra abertura para métodos de ensino inovadores, e há um reconhecimento geral da importância da Matemática. No entanto, alguns conteúdos, como por exemplo, frações, regra de sinais, dentre outros, parecem não ter sido totalmente compreendidos, o que reforça a necessidade de práticas contínuas de revisão. Ainda, identificou-se a necessidade de trabalhar com metodologias que conectem o conteúdo ao dia a dia dos estudantes. Essa abordagem pode aumentar a motivação, consolidar o aprendizado e ajudar os alunos a desenvolverem uma relação mais positiva com a Matemática.

8.2 ANÁLISE DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A análise das produções foi realizada após sistemática leitura e correção das atividades buscando identificar: acertos (resolução completa ou só resposta), buscando evidências da compreensão e aplicação adequada dos conceitos e operações envolvendo o conjunto dos Números Racionais. Já os possíveis erros foram investigados, procurando classificá-los em diferentes categorias:

- dificuldades referentes ao algoritmo - falhas na execução dos algoritmos;
- dificuldades em fatos básicos - domínio insuficiente dos fatos relativos ao conjunto dos Números Racionais;
- dificuldades de leitura e interpretação - dificuldades na compreensão dos enunciados das atividades.

As atividades foram desenvolvidas durante 16 aulas com duração de 40 horas aula ao todo (Figura 100).

Figura 100 - Desenvolvimento da sequência didática

Números Racionais	Descrição	Duração
Introdução	Conceito de Números Racionais; Contextualização por meio de situações problemas; Utilização de recursos tecnológicos para exercitar a compreensão.	5 horas aula

Características e Reta Numérica	Conceito de Reta Numérica; Contextualização por meio de situações problemas; Uso de recursos tecnológicos para exercitar e ampliar a compreensão.	10 horas aula
Operações – Adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação	Resolução de problemas contextualizados, atividades didáticas com uso de recursos tecnológicos para exercitar e ampliar a compreensão dos conteúdos abordados	25 horas aula

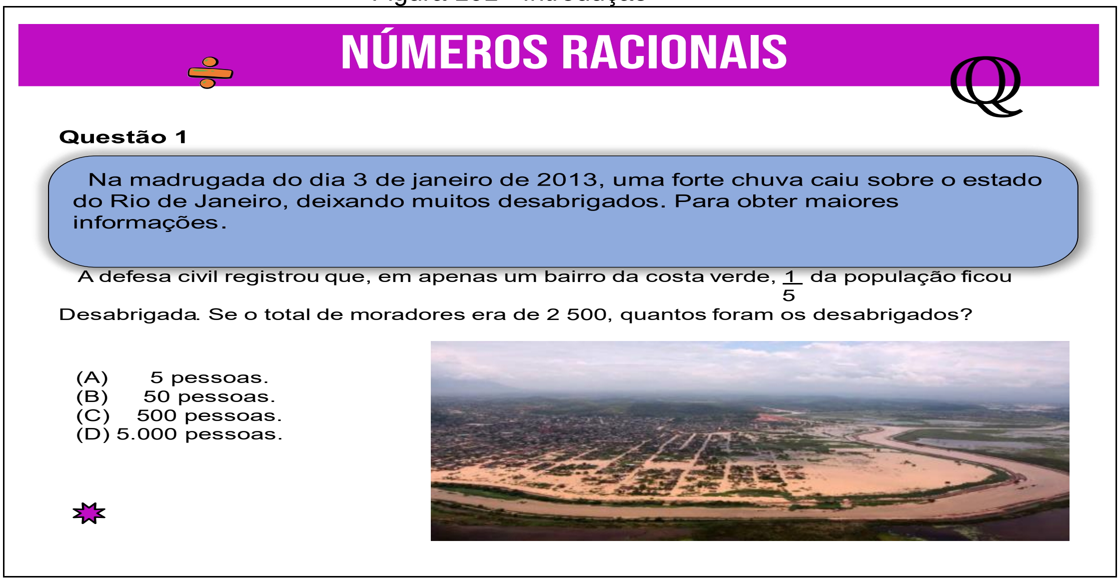
Fonte: a pesquisa.

Então, levando em consideração ao exposto segue as análises separadas em momentos de aplicação com os estudantes.

8.2.1 Números Racionais - Introdução

A primeira atividade em relação introdução dos Números Racionais envolveu uma problematização seguindo o tópico de aplicação de fração, levando em conta que as frações são partes do Conjunto dos Números Racionais, os estudantes deveriam interpretar o problema proposto e resolver demonstrando os conhecimentos Matemáticos já adquiridos do conteúdo de frações (Figura 101).

Figura 101 - Introdução



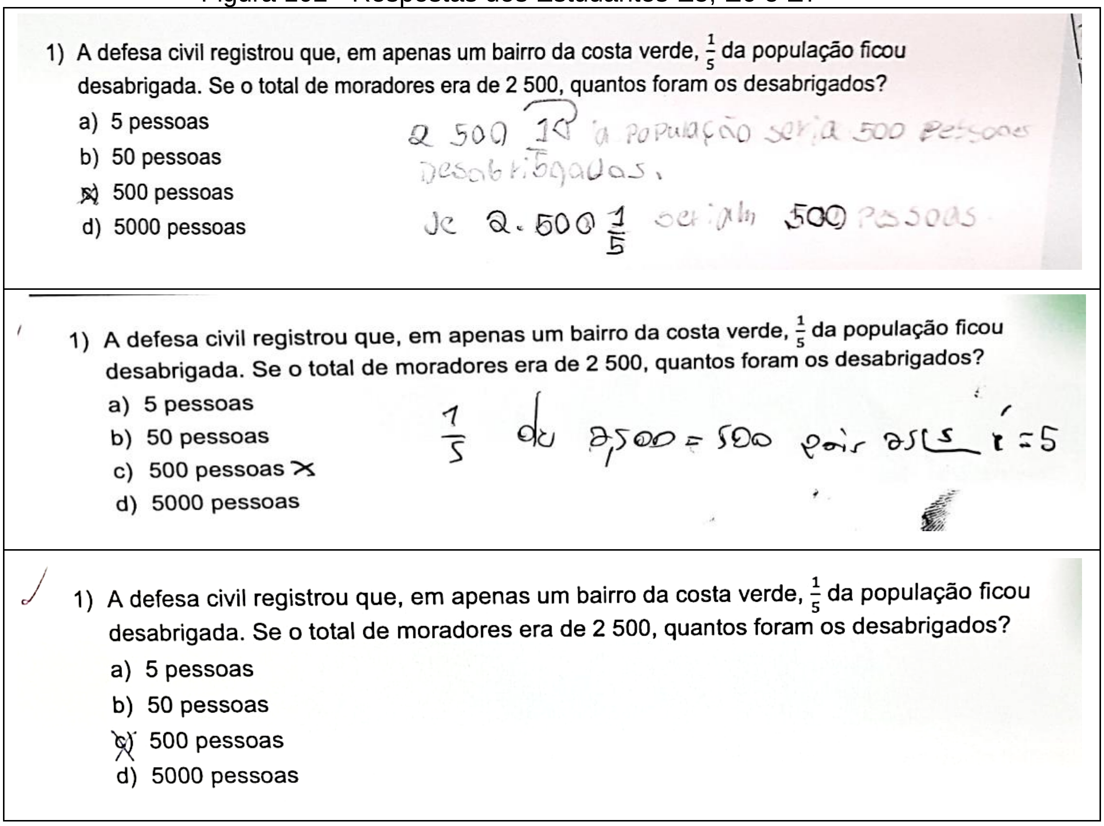
Fonte: adaptada de Bonjorno *et al*. (2022).

Analisando a questão proposta e a resolução dos estudantes, é possível identificar as principais dificuldades enfrentadas pela turma, especialmente em relação aos Números Racionais e ao conceito de fração.

A questão envolvia calcular uma fração de uma quantidade, exigindo a compreensão do conceito de fração e a habilidade de realizar operações com frações, que conforme Quaresma e Pontes (2014) são partes dos conceitos fundamentais dos Números Racionais.

Na análise da atividade, apesar de 14 dos 23 alunos ter respondido corretamente à questão, existe indícios que sugerem, mesmo entre os que acertaram, pode haver lacunas no entendimento sólido do conceito e isso mostra o que menciona Quaresma e Pontes (2014) sobre o aprendizado rápido de operar com diferentes representações e de elas não serem devidamente trabalhadas, mostrando assim as lacunas de aprendizagem. Quatro alunos não apresentaram o cálculo realizado, o que sugere que possivelmente fizeram o cálculo de forma mental ou adivinharam a resposta correta, sem necessariamente compreender o conceito subjacente de fração e as operações envolvidas (Figura 102).

Figura 102 - Respostas dos Estudantes E5, E6 e E7



1) A defesa civil registrou que, em apenas um bairro da costa verde, $\frac{1}{5}$ da população ficou desabrigada. Se o total de moradores era de 2 500, quantos foram os desabrigados?
a) 5 pessoas
b) 50 pessoas
c) 500 pessoas
d) 5000 pessoas

2 500 1/5 a população seria 500 pessoas desabrigadas.
de 2.500 $\frac{1}{5}$ seriam 500 pessoas

1) A defesa civil registrou que, em apenas um bairro da costa verde, $\frac{1}{5}$ da população ficou desabrigada. Se o total de moradores era de 2 500, quantos foram os desabrigados?
a) 5 pessoas
b) 50 pessoas
c) 500 pessoas
d) 5000 pessoas

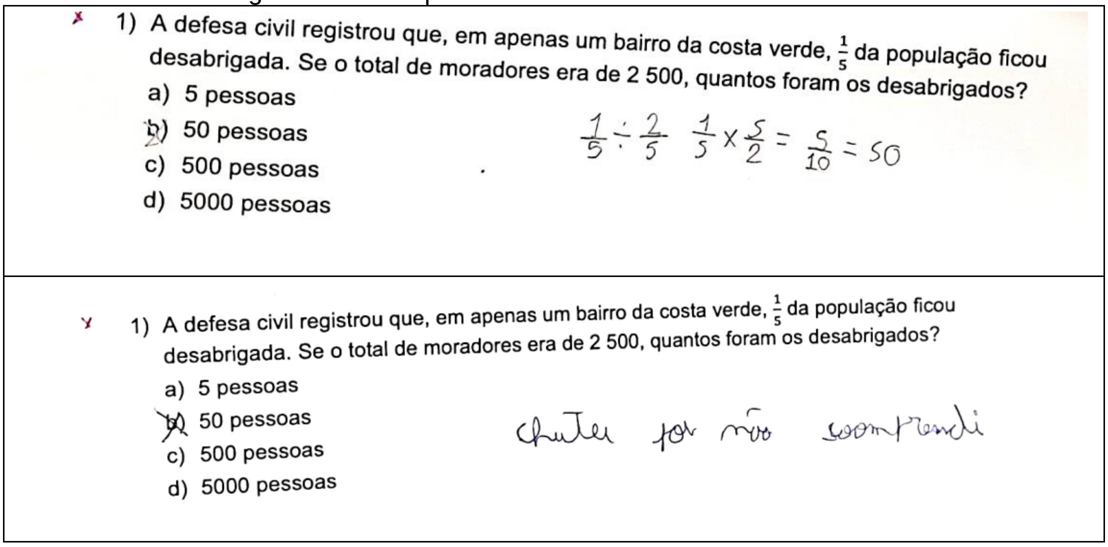
$\frac{1}{5}$ de 2500 = 500 pois 2500 ÷ 5

1) A defesa civil registrou que, em apenas um bairro da costa verde, $\frac{1}{5}$ da população ficou desabrigada. Se o total de moradores era de 2 500, quantos foram os desabrigados?
a) 5 pessoas
b) 50 pessoas
c) 500 pessoas
d) 5000 pessoas

Fonte: a pesquisa.

Por outro lado, os 9 alunos que erraram a questão usaram estratégias inadequadas, como divisão de frações, multiplicação com números que não estavam na atividade ou simplesmente tentaram adivinhar a alternativa. Isso demonstra dificuldades no domínio dos conceitos básicos relacionados aos Números Racionais indo ao encontro do que já mencionava os PCNs (Brasil, 2018) onde relatava a existência da falta de assimilação do conhecimento dos aspectos relevantes sobre os Números Racionais na forma fracionária (Figura 103).

Figura 103 - Respostas dos estudantes E8 e E9



1) A defesa civil registrou que, em apenas um bairro da costa verde, $\frac{1}{5}$ da população ficou desabrigada. Se o total de moradores era de 2 500, quantos foram os desabrigados?
a) 5 pessoas
b) 50 pessoas
c) 500 pessoas
d) 5000 pessoas

$\frac{1}{5} \div \frac{2}{5} \quad \frac{1}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{10} = 50$

1) A defesa civil registrou que, em apenas um bairro da costa verde, $\frac{1}{5}$ da população ficou desabrigada. Se o total de moradores era de 2 500, quantos foram os desabrigados?
a) 5 pessoas
b) 50 pessoas
c) 500 pessoas
d) 5000 pessoas

Chutei por não compreendi

Fonte: a pesquisa.

Portanto, a principal dificuldade identificada nesta questão acaba estando diretamente ligada ao domínio insuficiente dos conceitos básicos sobre Números Racionais, especialmente no que diz respeito ao conceito de fração e às operações com frações. Embora os alunos tenham acertado, é evidente a necessidade de um auxílio adicional nesse tópico abordado para garantir que todos tenham uma compreensão sólida desses conceitos fundamentais.

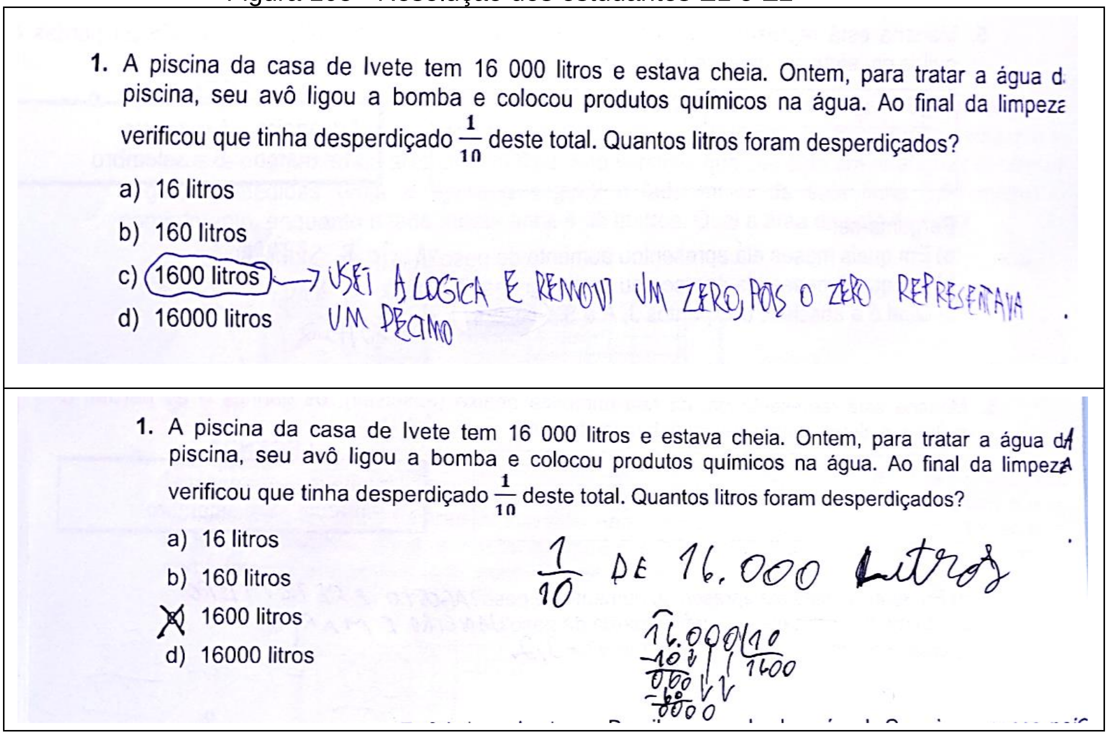
A segunda atividade didática envolvendo a parte introdutória dos Números Racionais retrata uma questão problematizando o tópico de Números Racionais na forma de fração trazendo o modo de quantidade, onde os estudantes deveriam demonstrar a estratégia ou cálculo de como chegaram na resposta (Figura 104).

Figura 104 - Atividade 2 - parte de introdução

Fonte: adaptada de Bonjorno *et al*. (2022).

Dos 23 alunos da turma, 13 responderam corretamente à questão, representando pouco mais da metade. Entre os que acertaram, observou-se o uso de diferentes estratégias. Dois alunos não demonstraram o cálculo. Outros dois utilizaram a regra da simplificação, anulando o último zero de 16.000 e $\frac{1}{10}$, o que pode indicar uma compreensão parcial do conceito de Números Racionais na forma de fração. Já nove alunos aplicaram corretamente a regra da fração de quantidade, dividindo 16.000 por 10 e multiplicando por 1, demonstrando um entendimento adequado do conceito. Trazido na Figura 105 a resposta de dois estudantes.

Figura 105 - Resolução dos estudantes E1 e E2



1. A piscina da casa de Ivete tem 16 000 litros e estava cheia. Ontem, para tratar a água d piscina, seu avô ligou a bomba e colocou produtos químicos na água. Ao final da limpeze verificou que tinha desperdiçado $\frac{1}{10}$ deste total. Quantos litros foram desperdiçados?

a) 16 litros
b) 160 litros
c) 1600 litros → USEI A LOGICA E REMOVI UM ZERO, POIS O ZERO REPRESENTAVA UM DECIMO
d) 16000 litros

1. A piscina da casa de Ivete tem 16 000 litros e estava cheia. Ontem, para tratar a água dA piscina, seu avô ligou a bomba e colocou produtos químicos na água. Ao final da limpezA verificou que tinha desperdiçado $\frac{1}{10}$ deste total. Quantos litros foram desperdiçados?

a) 16 litros
b) 160 litros
X) 1600 litros
d) 16000 litros

$\frac{1}{10}$ DE 16.000 litros

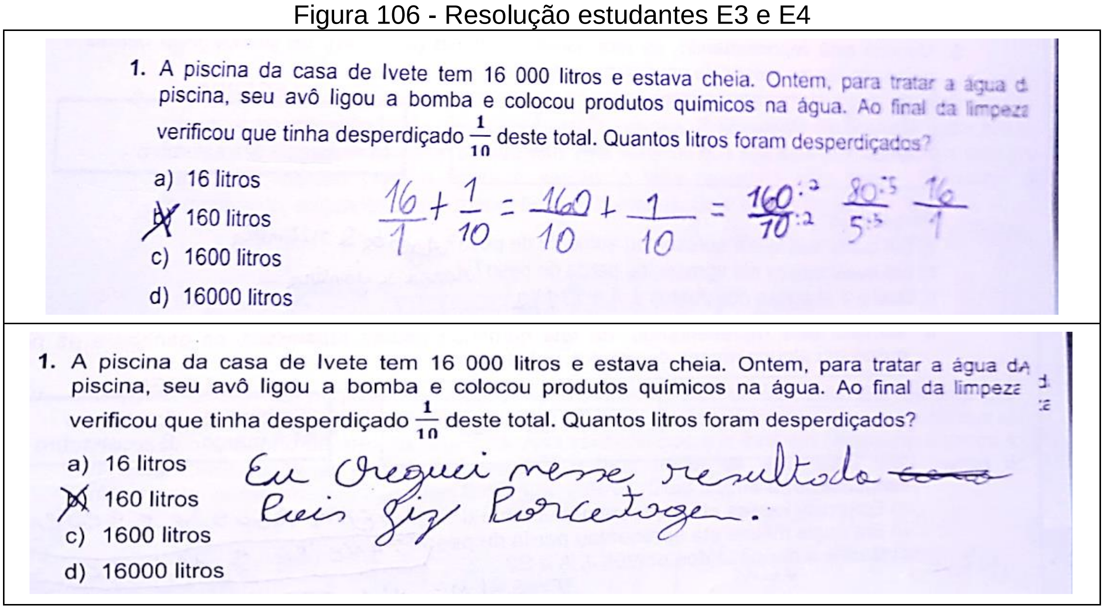
16.000 | 10 = 1600

Fonte: a pesquisa.

Por outro lado, 10 alunos cometeram erros na questão, aplicando estratégias inadequadas, como adição de frações, porcentagem ou simplesmente chutando a resposta, o que indica dificuldades com o conceito de fração e/ou falta de atenção aos detalhes da questão o que vai ao encontro o que menciona Romanatto (1997) trazendo que os estudantes apresentam dificuldades na compreensão de classes de problemas, ou seja, em saber fazer associações com as operações matemáticas.

Esse resultado sugere que uma parte significativa da turma (10 estudantes) ainda precisa reforçar a compreensão do conceito de Números Racionais na forma fracionária e a habilidade de realizar operações com frações de quantidades. Na Figura 106 apresentam-se os equívocos observados.

Figura 106 - Resolução estudantes E3 e E4



1. A piscina da casa de Ivete tem 16 000 litros e estava cheia. Ontem, para tratar a água da piscina, seu avô ligou a bomba e colocou produtos químicos na água. Ao final da limpeza verificou que tinha desperdiçado $\frac{1}{10}$ deste total. Quantos litros foram desperdiçados?

a) 16 litros
b) 160 litros
c) 1600 litros
d) 16000 litros

$$\frac{16}{1} + \frac{1}{10} = \frac{160}{10} + \frac{1}{10} = \frac{160^{:2}}{10^{:2}} \quad \frac{80^{:5}}{5^{:5}} \quad \frac{16}{1}$$

1. A piscina da casa de Ivete tem 16 000 litros e estava cheia. Ontem, para tratar a água da piscina, seu avô ligou a bomba e colocou produtos químicos na água. Ao final da limpeza verificou que tinha desperdiçado $\frac{1}{10}$ deste total. Quantos litros foram desperdiçados?

a) 16 litros
b) 160 litros
c) 1600 litros
d) 16000 litros

Eu Cheguei nesse resultado Pois fiz Porcentagem.

Fonte: a pesquisa.

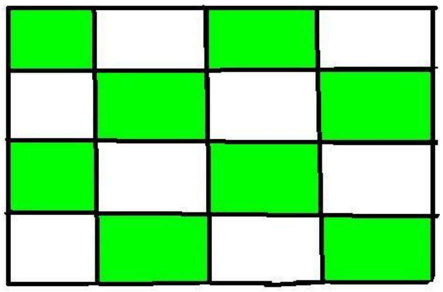
Contudo percebeu-se que baseado na resolução da questão pelos estudantes, conforme Romanatto (1997) a atividade se enquadra nas dificuldades em fatos básicos - domínio insuficiente dos fatos relativos ao conjunto dos Números Racionais, isso acabou sendo demonstrado nas resoluções trazidas pelos estudantes. Destaca-se que mesmo trazendo as operações na introdução do conteúdo, essas são possíveis, pois os estudantes já trabalharam as mesmas em anos anteriores e que foram aprofundadas ao longo do desenvolvimento da sequência didática proposta.

A terceira questão a ser analisada em relação a parte introdutória dos Números Racionais, foi abordada, especificamente na forma decimal (Figura 107).

Figura 107 - Atividade 3: da parte introdutória

A imagem abaixo representa o piso da quadra de uma escola de samba. Que número decimal representa a parte pintada de verde?

(A) 0,8
(B) 0,7
(C) 0,6
(D) 0,5



Fonte: adaptada do Educopédia (2015).

A questão apresentada envolveu a identificação da parte pintada de verde em uma representação visual, onde a resposta correta é 0,5. Dos 23 alunos que participaram da atividade, apenas 7 chegaram à resposta correta, sendo que 6 deles justificaram o raciocínio utilizado, seja por meio de cálculos ou pela percepção de que a área pintada representava a metade e um estudante utilizou a técnica do chute, marcando a alternativa que lhe agradava. No entanto, 16 alunos erraram a questão, demonstrando dificuldades em sua resolução, muitas vezes utilizando métodos inadequados, como dividir por dois e acrescentar um zero. Essa análise revela aspectos importantes sobre as dificuldades enfrentadas pelos alunos no que diz respeito ao tema dos Números Racionais.

O erro apresentado pelos 16 alunos pode ser classificado principalmente como falhas na execução dos algoritmos. A estratégia incorreta de dividir por dois e acrescentar um zero reflete uma aplicação inadequada dos procedimentos matemáticos necessários para a solução correta. Além disso, segundo Catoo (2000) essa dificuldade sugere também uma lacuna no domínio dos fatos básicos relacionados aos Números Racionais, especialmente no que tange à equivalência entre frações e números decimais. A noção de que 'metade' corresponde ao valor decimal 0,5 parece não estar suficientemente consolidada para parte dos alunos, o que contribui para os erros observados.

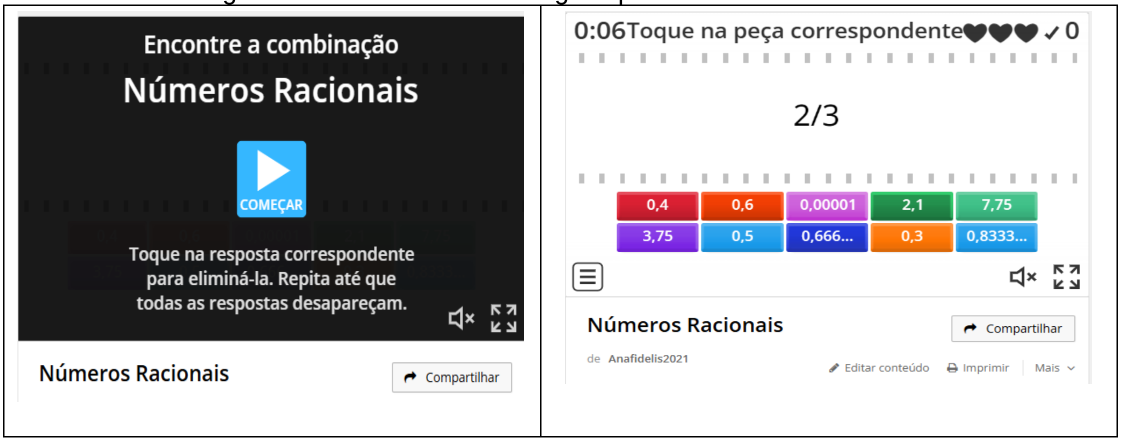
Embora menos evidente, a dificuldade de leitura e interpretação do enunciado também pode ter influenciado a resolução inadequada da questão. Identificar a parte pintada de verde e relacioná-la com o conceito de 'metade' exige uma interpretação clara tanto do problema quanto da representação visual apresentada. A falta dessa compreensão integral pode resultar em respostas incorretas, mesmo que o aluno tenha conhecimento prévio sobre os algoritmos ou os conceitos básicos.

Dessa forma, a principal dificuldade demonstrada pelos alunos está relacionada às falhas na execução dos algoritmos, agravadas por um domínio insuficiente dos conceitos básicos sobre Números Racionais, trazendo o que mencionado por Monteiro e Pinto (2007) que esses erros mostram que o sistema de numeração decimal não está completamente compreendido e que os alunos não associam as representações às quantidades correspondentes.

Contudo, essa análise da atividade evidencia que foi reduzida a assimilação para se obter a compreensão dos conceitos fundamentais quanto a aplicação correta dos algoritmos matemáticos em situações práticas.

Ainda foi analisado uma atividade do ambiente virtual *wordwall,* a fim de perceber o engajamento entre os estudantes e de estimular o seu senso lógico. (Figura 108).

Figura 108 - Atividade tecnológica: parte introdutória



Fonte: wordwall (2024).

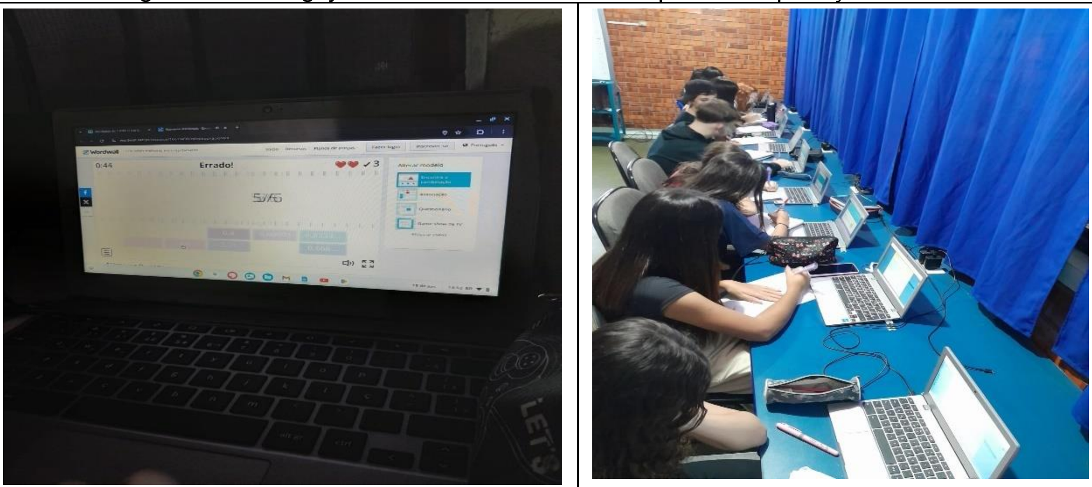
A atividade “Números Racionais - Encontre a combinação”, ofereceu uma abordagem pedagógica interessante a fim de estimular o aprendizado dos estudantes sobre o conceito de Números Racionais e suas diferentes representações. A atividade consiste em uma série de pares de números, onde um é apresentado na forma decimal e o outro na forma fracionária equivalente. O objetivo foi que os estudantes fizessem a correspondência correta entre cada número decimal e sua respectiva fração.

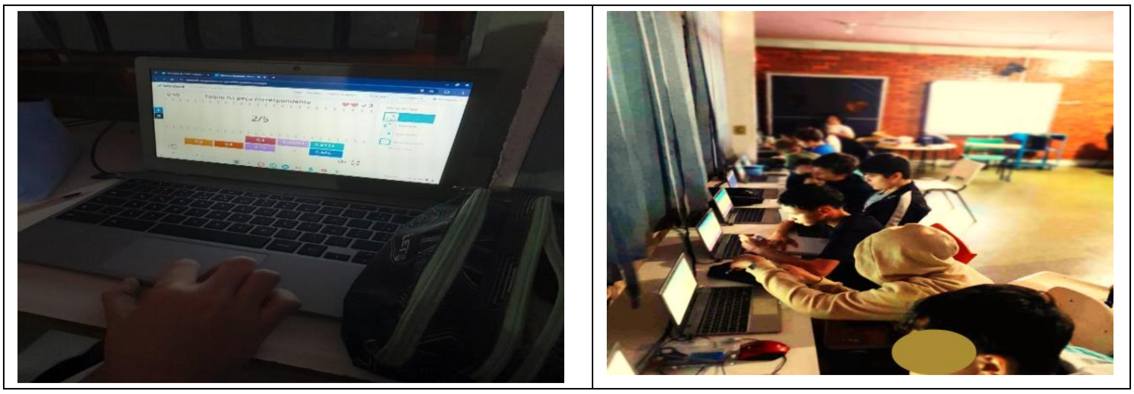
Essa abordagem prática incentivou os alunos a entenderem os Números Racionais conceitualmente, em vez de apenas memorizar fórmulas ou procedimentos. Ao conectar as representações decimais e fracionárias, eles desenvolvem uma compreensão mais profunda do tema, conforme menciona Valera (2003). Além disso, a atividade oferece uma oportunidade valiosa para praticar e reforçar a habilidade de converter entre essas duas formas de representação numérica.

O formato interativo e envolvente da atividade, conforme trazido por Alves (2001) pode aumentar a motivação e o engajamento dos estudantes no processo de aprendizagem. O desafio de encontrar a combinação correta transforma o exercício em um jogo, tornando-o mais divertido e cativante. Além disso, o feedback imediato sobre as respostas permite que os alunos identifiquem e corrijam eventuais erros ou mal-entendidos em tempo real.

Em resumo, ao envolver ativamente os estudantes na descoberta das relações entre representações decimais e fracionárias, ela promove uma compreensão conceitual mais profunda, além de proporcionar prática e revisão das habilidades fundamentais de maneira envolvente e motivadora. A Figura 109 mostra o momento de engajamento dos estudantes.

Figura 109 - Engajamento dos estudantes na primeira aplicação





Fonte: a pesquisa.

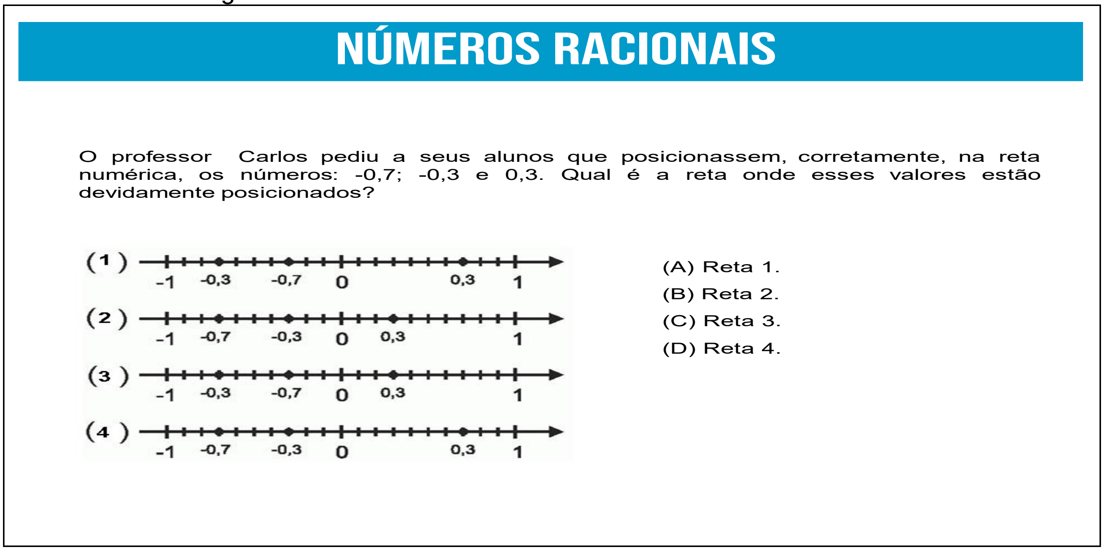
A seguir apresentam-se as análises dos tópicos envolvendo o conjunto dos Números Racionais, explorando as características e a reta numérica.

8.2.2 Números Racionais - Características e Reta Numérica

Para o segundo momento da sequência aplicada foi falado sobre a localização dos Números Racionais na reta numérica onde foram escolhidas três atividades para serem analisadas conforme respostas dos estudantes.

No primeiro momento foi explorada a questão de identificar qual reta numérica correspondia a localização dos pontos mencionados. Conforme trazido na Figura 110.

Figura 110 - Reta numérica com Números Racionais

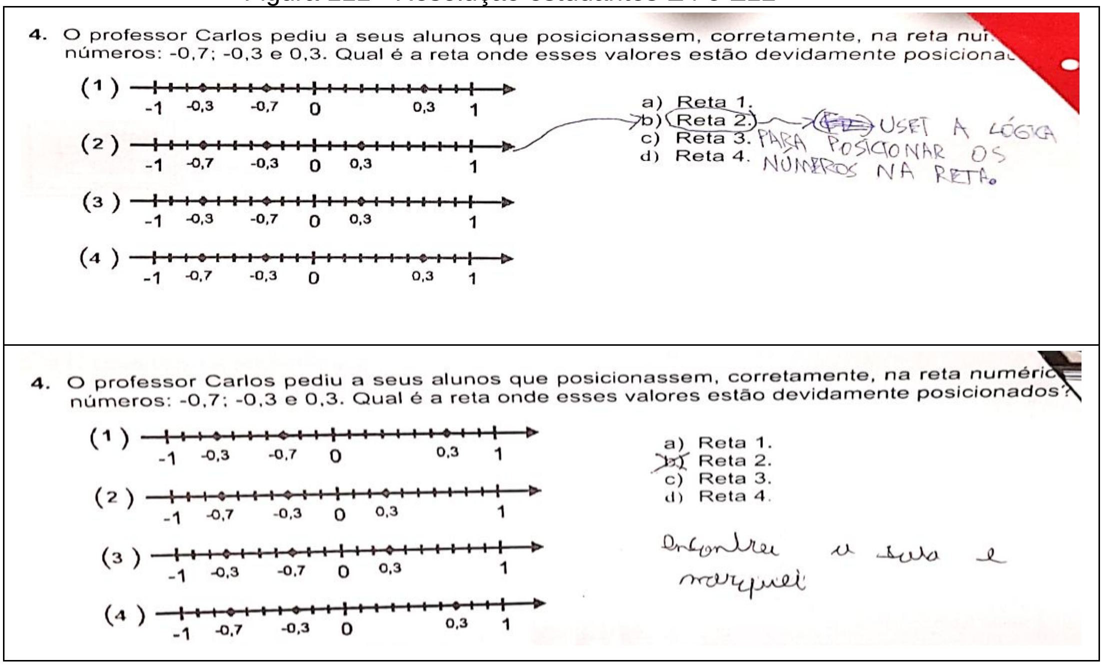


Fonte: adaptada de Silveira (2022).

A questão apresentada pede que os alunos posicionem corretamente os números -0,7, -0,3 e 0,3 em uma reta numérica, identificando qual alternativa apresenta os valores na posição correta. A resposta correta é a alternativa B, reta 2.

Dos 23 alunos que participaram da atividade, 20 responderam corretamente, mas apenas 2 justificaram a escolha, mencionando que utilizaram a lógica de contar os pontos para identificar as posições (Figura 111).

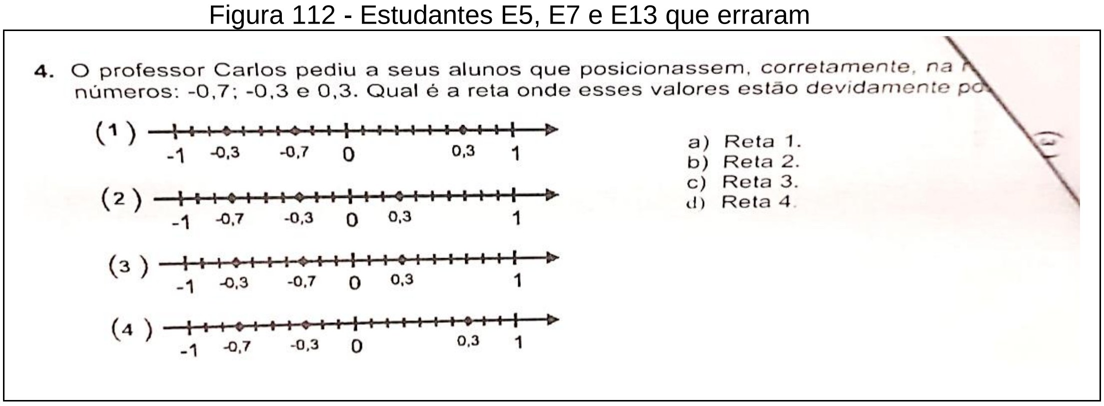
Figura 111 - Resolução estudantes E4 e E12

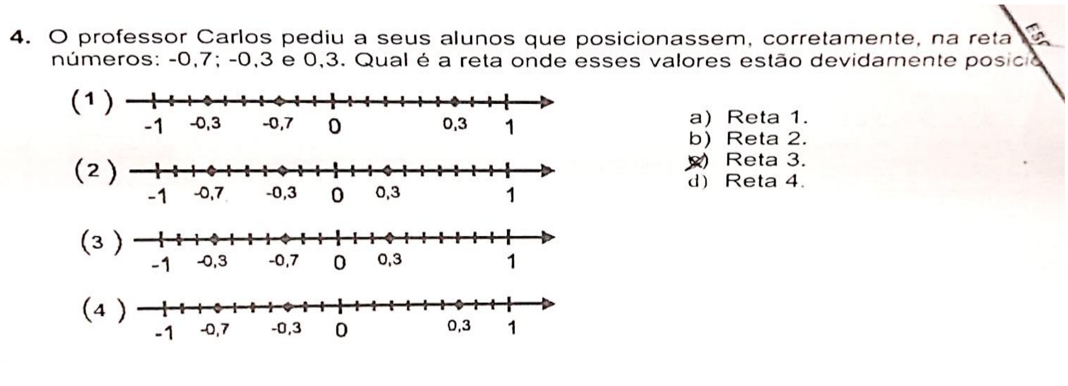


Fonte: a pesquisa.

Os outros 18 alunos que acertaram, não apresentaram justificativa para a resposta, o que impede uma análise mais detalhada sobre seu raciocínio ou método de resolução. No entanto, 3 alunos não chegaram à resposta correta, seja por marcar uma alternativa errada ou por não responder à questão (Figura 112).

Figura 112 - Estudantes E5, E7 e E13 que erraram





4. O professor Carlos pediu a seus alunos que posicionassem, corretamente, na reta
números: -0,7; -0,3 e 0,3. Qual é a reta onde esses valores estão devidamente posic

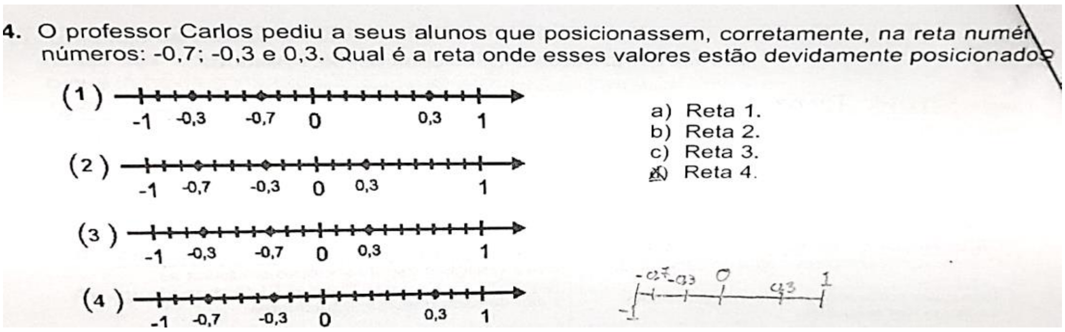
(1) -1 -0,3 -0,7 0 0,3 1

(2) -1 -0,7 -0,3 0 0,3 1

(3) -1 -0,3 -0,7 0 0,3 1

(4) -1 -0,7 -0,3 0 0,3 1

a) Reta 1.
b) Reta 2.
c) Reta 3.
d) Reta 4.



4. O professor Carlos pediu a seus alunos que posicionassem, corretamente, na reta numér
números: -0,7; -0,3 e 0,3. Qual é a reta onde esses valores estão devidamente posicionados

(1) -1 -0,3 -0,7 0 0,3 1

(2) -1 -0,7 -0,3 0 0,3 1

(3) -1 -0,3 -0,7 0 0,3 1

(4) -1 -0,7 -0,3 0 0,3 1

a) Reta 1.
b) Reta 2.
c) Reta 3.
d) Reta 4.

Fonte: a pesquisa.

A análise dos erros cometidos pelos três alunos que não acertaram a questão permite identificar as dificuldades enfrentadas. Esses erros podem ser classificados principalmente como dificuldades relacionadas ao domínio insuficiente dos conceitos básicos sobre os Números Racionais. Posicionar Números Racionais na reta numérica conforme Valera (2003) exige um entendimento claro da organização da reta e das propriedades dos números negativos e positivos. Quando um aluno apresenta dificuldade em identificar corretamente a posição de -0,7 ou -0,3, por exemplo, isso pode indicar que ele não compreende plenamente a relação entre a magnitude e o sinal dos números racionais. Segundo Souza (2002) Muitas das dificuldades que os estudantes encontram ao entender certos tipos de problemas e resolver algoritmos podem estar associadas à falta de compreensão sobre a transição entre os conjuntos numéricos.

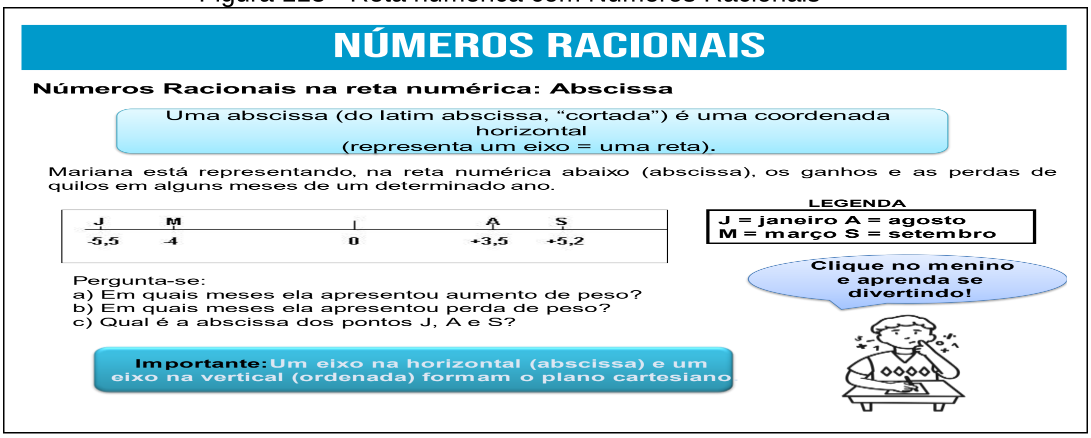
Além disso, é possível que alguns desses erros estejam relacionados à interpretação inadequada do enunciado. A atividade exige que o aluno leia, compreenda e conecte as informações apresentadas para realizar a tarefa de identificação na reta. Conforme Romanatto (1997) se essa leitura não for feita de forma cuidadosa, o aluno pode não entender corretamente o que é solicitado ou não associar o enunciado à representação gráfica das retas. Esse fator pode ter contribuído para a confusão ou para a ausência de resposta em alguns casos.

Embora menos evidente, não se pode descartar completamente a possibilidade de falhas na execução de algoritmos simples, como a contagem de pontos ou a relação proporcional entre as divisões na reta numérica. Se um aluno utilizar um raciocínio equivocado ao contar ou estimar as distâncias na reta, isso pode levar a erros na identificação dos pontos.

No entanto, como a questão não envolvia cálculos complexos ou procedimentos matemáticos elaborados, os erros apresentados pelos alunos que não responderam corretamente parecem estar mais fortemente associados ao domínio insuficiente dos conceitos fundamentais dos Números Racionais e, em menor grau, à interpretação do enunciado.

A segunda atividade da aplicação do tópico sobre reta numérica envolvendo os Números Racionais permite identificar os tipos de dificuldades enfrentados pelos alunos ao resolverem o problema (Figura 113).

Figura 113 - Reta numérica com Números Racionais

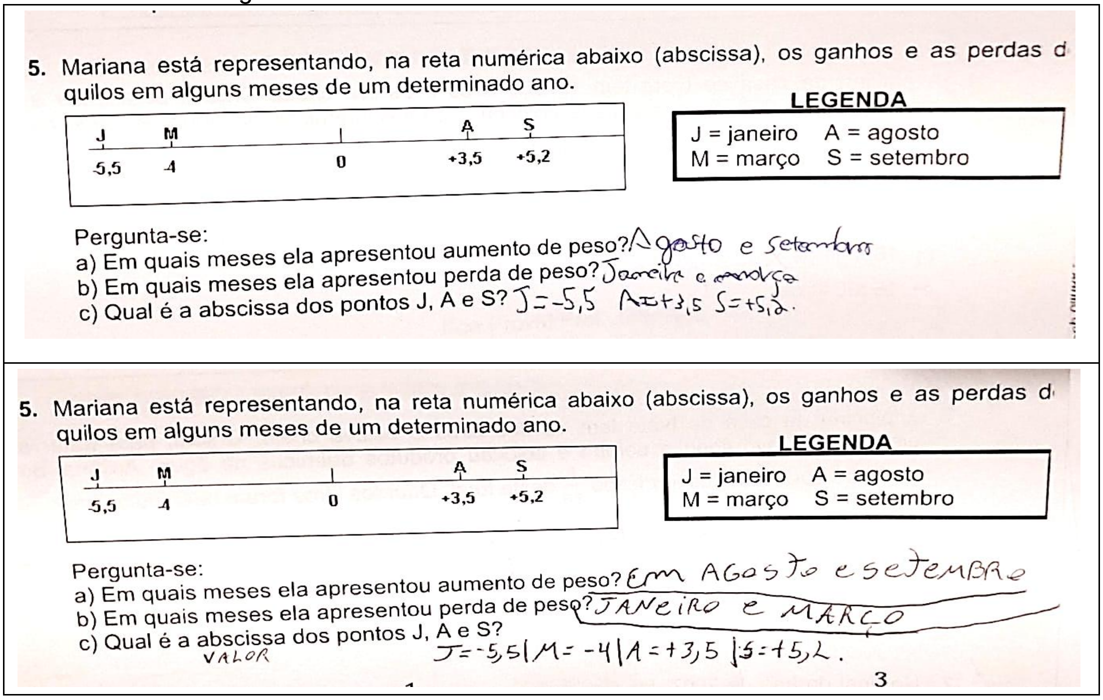


Fonte: adaptada de Silveira (2022).

Na atividade proposta, Mariana representa os ganhos e perdas de peso em uma reta numérica, e os alunos são solicitados a identificar os meses correspondentes ao aumento e à perda de peso, além de determinar as abscissas dos pontos J, A e S. A resposta correta envolve identificar os meses com base no sinal dos números (positivo para ganho, negativo para perda) e interpretar corretamente os valores na reta numérica para associá-los às abscissas indicadas.

Entre os 23 alunos que realizaram a atividade, apenas 7 responderam corretamente a todas as alternativas, demonstrando capacidade de interpretar a reta numérica e compreender a relação entre os sinais dos números e os conceitos de ganho e perda (Figura 114).

Figura 114 – Atividade dos estudantes E15 e E17



5. Mariana está representando, na reta numérica abaixo (abscissa), os ganhos e as perdas d quilos em alguns meses de um determinado ano.

J M A S
-5,5 -4 0 +3,5 +5,2

LEGENDA
J = janeiro A = agosto
M = março S = setembro

Pergunta-se:
a) Em quais meses ela apresentou aumento de peso? Agosto e setembro
b) Em quais meses ela apresentou perda de peso? Janeiro e março
c) Qual é a abscissa dos pontos J, A e S? J=-5,5 A=+3,5 S=+5,2.

5. Mariana está representando, na reta numérica abaixo (abscissa), os ganhos e as perdas d quilos em alguns meses de um determinado ano.

J M A S
-5,5 -4 0 +3,5 +5,2

LEGENDA
J = janeiro A = agosto
M = março S = setembro

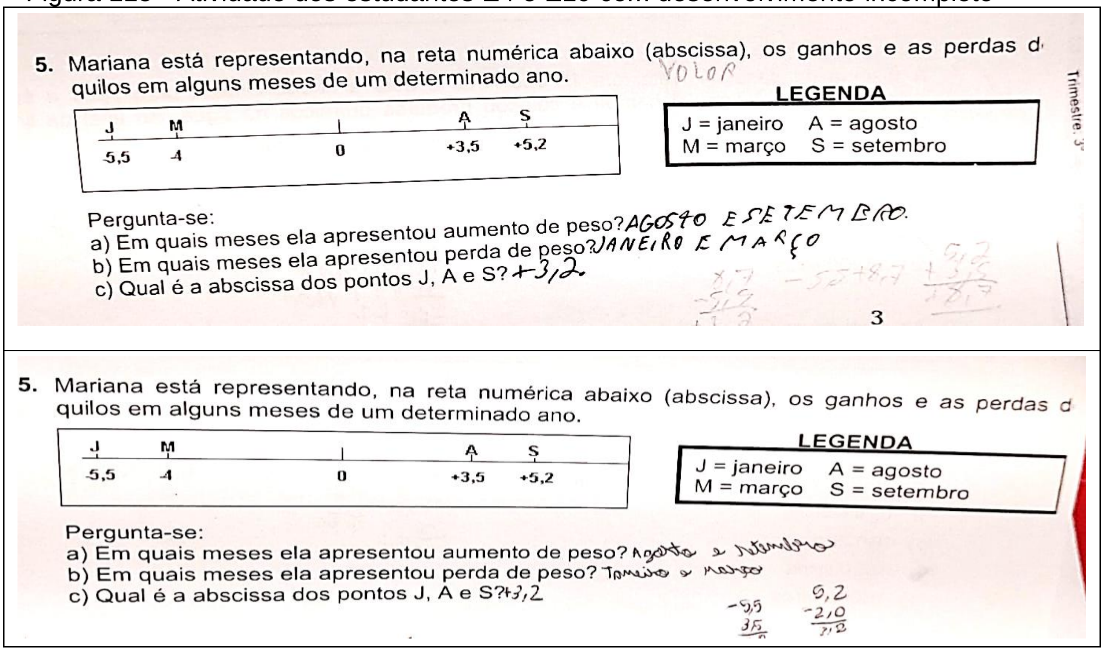
Pergunta-se:
a) Em quais meses ela apresentou aumento de peso? Em Agosto e setembro
b) Em quais meses ela apresentou perda de peso? JANEIRO E MARÇO
c) Qual é a abscissa dos pontos J, A e S? VALOR J=-5,5 | M=-4 | A=+3,5 | S=+5,2.

3

Fonte: a pesquisa.

Entretanto, 16 alunos apresentaram dificuldades em responder de forma completa à questão, principalmente na exposição correta das abscissas dos pontos J, A e S (Figura 115).

Figura 115 - Atividade dos estudantes E4 e E19 com desenvolvimento incompleto



5. Mariana está representando, na reta numérica abaixo (abscissa), os ganhos e as perdas d quilos em alguns meses de um determinado ano. VALOR

J M A S
-5,5 -4 0 +3,5 +5,2

LEGENDA
J = janeiro A = agosto
M = março S = setembro

Trimestre: 3º

Pergunta-se:
a) Em quais meses ela apresentou aumento de peso? AGOSTO E SETEMBRO.
b) Em quais meses ela apresentou perda de peso? JANEIRO E MARÇO
c) Qual é a abscissa dos pontos J, A e S? +3,2.

3

5. Mariana está representando, na reta numérica abaixo (abscissa), os ganhos e as perdas d quilos em alguns meses de um determinado ano.

J M A S
-5,5 -4 0 +3,5 +5,2

LEGENDA
J = janeiro A = agosto
M = março S = setembro

Pergunta-se:
a) Em quais meses ela apresentou aumento de peso? Agosto e setembro
b) Em quais meses ela apresentou perda de peso? Janeiro e março
c) Qual é a abscissa dos pontos J, A e S? +3,2

Fonte: a pesquisa.

Esses erros podem ser, em grande parte, atribuídos a dificuldades com conceitos básicos. A identificação das abscissas dos pontos na reta numérica requer uma compreensão sobre os Números Racionais, incluindo a interpretação de números positivos e negativos e a precisão necessária para identificar valores como -5,5 ou +5,2, ou seja, conforme Monteiro e Pinto (2007) esses erros mostram que os Números Racionais na forma decimal não estão completamente compreendidos e que os alunos não associam as representações às quantidades correspondentes. Os alunos que não conseguiram fornecer respostas coerentes parecem ter um domínio insuficiente desses conceitos básicos, o que comprometeu a interpretação correta da reta e a associação dos valores aos pontos indicados.

Além disso, foi possível que alguns erros estejam ligados a dificuldades de leitura e interpretação. A questão requer que os alunos leiam as instruções com atenção, compreendam a correspondência entre os meses e os pontos na reta, e interpretem a relação entre os sinais dos números e os conceitos de ganho e perda de peso. A falta de clareza na leitura ou na interpretação das informações apresentadas pode ter levado alguns alunos a respostas incorretas ou incompletas.

Por outro lado, é menos provável que os erros sejam atribuídos a falhas na execução de algoritmos, pois a atividade requer mais a identificação e leitura correta de valores na reta do que cálculos elaborados. No entanto, pode haver uma sobreposição entre dificuldades em fatos básicos e a execução de algoritmos simples, especialmente se o aluno não conseguir associar a posição na reta a um Número Racional específico.

Em resumo, a principal dificuldade dos alunos que não acertaram a questão foi a falta de domínio dos conceitos básicos sobre Números Racionais, especialmente na leitura e interpretação de valores na reta numérica.

A terceira atividade da aplicação do tópico sobre reta numérica envolvendo os Números Racionais retrata a localização de um Número Racional na forma fracionária na reta numérica (Figura 116).

Figura 116 - Atividade 3: reta numérica com Números Racionais

NÚMEROS RACIONAIS

O que você aprendeu até aqui?
Agora que você já estudou alguns conceitos sobre Números Racionais na reta numérica, teste o que você aprendeu até aqui.

Questão 1: De acordo com a ONU, pelo menos 3/4 da população mundial de peixes estão em perigo e próximos ao esgotamento enquanto os ecossistemas marinhos continuarem em deterioração. Entre as espécies ameaçadas pela pesca predatória está o atum-azul, um dos ingredientes principais do sushi.
O número racional 3/4 está localizado entre quais números inteiros, na reta numérica?

(A) 0 e 1.
(B) 1 e 2.
(C) 2 e 3.
(D) 3 e 4.

Fonte: adaptada de Dante e Viana (2022).

A análise da questão sobre a localização de Números Racionais na reta numérica revela que os alunos enfrentaram dificuldades significativas em dois aspectos principais: o domínio conceitual dos Números Racionais e a interpretação do enunciado da atividade. A questão, que pede a identificação do intervalo entre inteiros onde se encontra o Número Racional $\frac{3}{4}$, exige habilidades fundamentais de compreensão sobre frações e sua representação na reta numérica, pois de acordo com Valera (2003), os alunos encontram dificuldades ao posicionar Números Racionais, tanto em forma de fração quanto em forma decimal, em uma reta numérica.

Essa questão foi minimizada a dificuldade com o demonstrar da parte inicial do conceito de Números Racionais na reta numérica (Figura 117), onde foram marcados os números inteiros de 0 a 1 e dividindo cada intervalo em quatro partes iguais, oferece uma representação visual clara da localização de $\frac{3}{4}$. Foi demonstrado que ao contar as partes a partir de 0 até chegar a $\frac{3}{4}$ e enfatizado que essa fração se encontra após três dessas partes, mas antes de 1, reforça a compreensão.

Figura 117 - Reta numérica: demonstração do conceito

Fonte: a pesquisa.

Dos 23 alunos que realizaram a atividade, apenas 6 acertaram a resposta. Desses, 3 justificaram adequadamente o raciocínio utilizado, enquanto os outros 3 acertaram por sorte, sem explicar de forma satisfatória como chegaram à conclusão correta. Ainda, 17 alunos, responderam de forma incorretamente. Muitos justificaram que o número $\frac{3}{4}$ deveria estar entre os inteiros 3 e 4, demonstrando uma compreensão equivocada sobre o significado de frações. Outros nem responderam, deixando a questão em branco.

Os erros identificados podem ser divididos em duas categorias principais. Primeiro, há uma dificuldade com conceitos básicos, evidenciada pela associação incorreta entre o número racional e os inteiros 3 e 4, indicando claramente que os alunos não entendem que $\frac{3}{4}$ representa uma fração entre 0 e 1. Essa dificuldade revela um domínio insuficiente dos conceitos fundamentais relacionados aos Números Racionais e sua representação na reta numérica conforme trazido por Catoo (2005) que na transposição de registros dos Números Racionais, é comum os alunos cometerem o erro de estabelecer uma equivalência incorreta entre uma fração e um decimal, separando o numerador do denominador com uma vírgula. Em segundo lugar, há uma dificuldade de leitura e interpretação, pois alguns alunos parecem não ter compreendido corretamente o enunciado. O uso da notação $\frac{3}{4}$ e a necessidade de relacionar frações a números inteiros parecem ter levado a uma leitura equivocada, onde o foco foi colocado nos números 3 e 4 devido à representação da fração, sem a devida análise de seu valor numérico real.

Embora a questão não traga exigências a execução de algoritmos matemáticos complexos, como cálculos ou operações, os erros observados não estão relacionados a falhas no uso de procedimentos. Isso reforça que as dificuldades são predominantemente conceituais e interpretativas. Assim, os erros identificados se classificam, em sua maioria, como dificuldades em fatos básicos e dificuldades de leitura e interpretação.

Para demonstração de uma atividade interativa foi trazido falando sobre a reta numérica e os Números Racionais (Figura 118).

Figura 118 - Atividade interativa: Números Racionais e a reta numérica

Fonte: *Wordwall* (2024).

A atividade mencionada, sobre Números Racionais na reta numérica, realizada no *Wordwall*, permitiu que os alunos tivessem uma experiência interativa e prática ao explorar tópicos fundamentais para encontrar os Números Racionais na reta numérica. Através desse recurso, os estudantes foram convidados a posicionar e a achar Números Racionais a partir de frações e decimais, para entender melhor suas grandezas e como eles estão relacionados com os números inteiros. O uso de imagens com legenda e interação direta, como arrastar números para os locais corretos, tornou o aprendizado mais dinâmico e envolvente.

Essa atividade contribuiu para o desenvolvimento de algumas habilidades essenciais, como entender a localização e diferenciar decimal de fração. Primeiramente, promove a compreensão visual, ajudando os alunos a entenderem como frações e decimais se comportam na reta numérica, especialmente em relação aos intervalos entre números inteiros. Por exemplo, ao posicionar números como $\frac{3}{4}$ (0,75) ou $\frac{7}{2}$ (3,5), os estudantes aprendem a reconhecer que esses valores ocupam posições específicas entre inteiros consecutivos. Além disso, a atividade reforça a ordem e a comparação de valores, uma vez que os alunos precisam identificar qual número é maior ou menor ao realizar a tarefa.

A atividade interativa incentiva a aprendizagem ativa, conforme trazido por Gutiérrez-Fallas e Henriques (2020), ela permite que os alunos participem diretamente do processo, corrijam erros e repitam a atividade para consolidar o conhecimento. Esse tipo de prática é especialmente valioso para alunos que têm dificuldades com a abstração de Números Racionais, pois conforme Onuchic e Allevato (2008) a interação com a reta numérica facilita a internalização do conceito, aprimorando o engajamento estudantil (Figura 119).

Figura 119 - Engajamento dos estudantes: Números Racionais e a reta numérica

Fonte: a pesquisa.

Na seção seguinte serão analisadas as atividades envolvendo as operações com Números Racionais exploradas na sequência didática.

8.2.3 Números Racionais e Operações

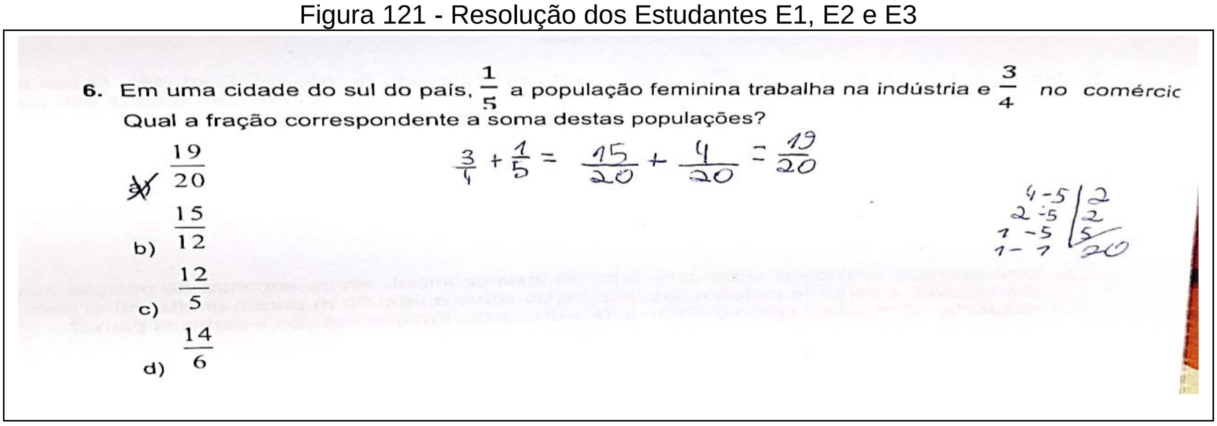
A primeira atividade em relação as operações com Números Racionais é uma problematização envolvendo a Adição de Números Racionais na forma fracionária, os alunos deveriam calcular corretamente a fração resultante, uma tarefa que exige o domínio dos conceitos básicos de frações e a aplicação do algoritmo adequado para a Adição de Números Racionais na forma fracionária (Figura 120).

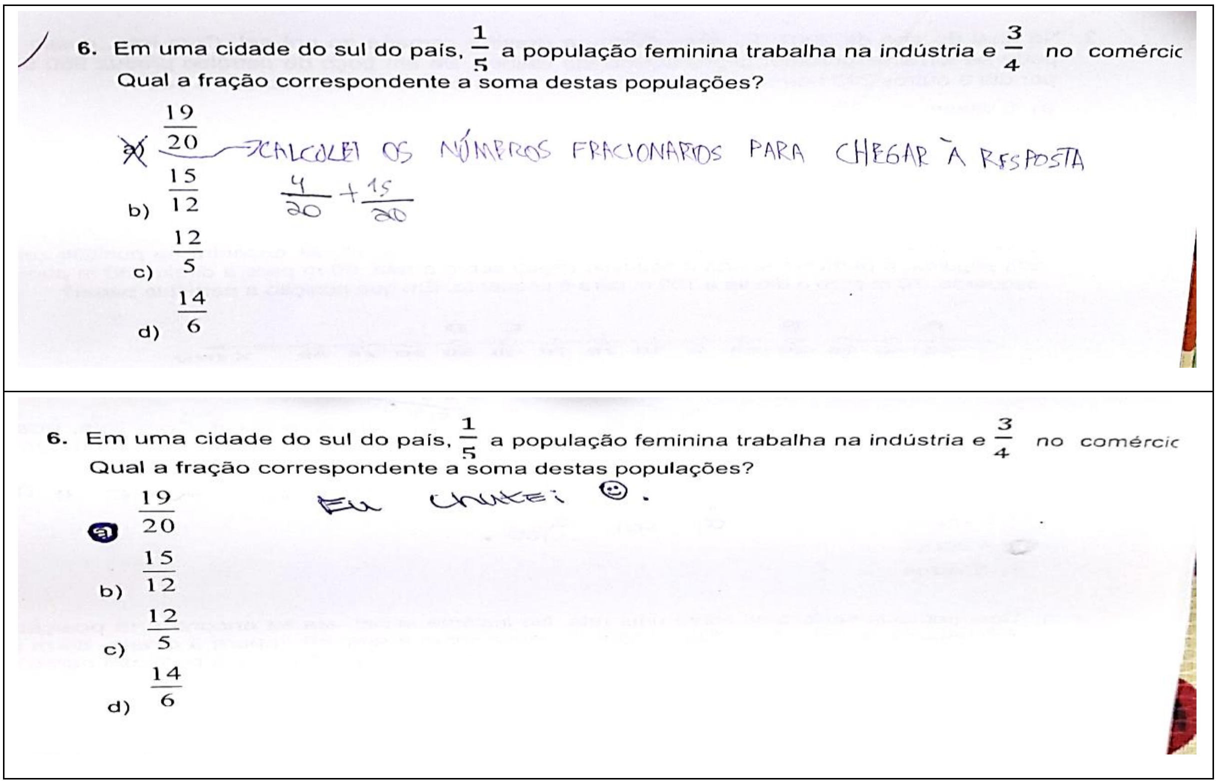
Figura 120 - Atividade 1: Adição de Números Racionais

Fonte: adaptada de Gay (2022).

Dos 23 alunos que realizaram a atividade, 15 responderam corretamente. Desses, 12 apresentaram justificativas coerentes, demonstrando a compreensão do procedimento e do problema. Outros 3 acertaram, mas não conseguiram explicar como chegaram à resposta, sugerindo que escolheram a alternativa correta de forma aleatória ou por tentativa (Figura 121).

Figura 121 - Resolução dos Estudantes E1, E2 e E3





6. Em uma cidade do sul do país, $\frac{1}{5}$ a população feminina trabalha na indústria e $\frac{3}{4}$ no comércio
Qual a fração correspondente a soma destas populações?

a) $\frac{19}{20}$ → CALCULEI OS NÚMEROS FRACIONARIOS PARA CHEGAR À RESPOSTA

$\frac{4}{20} + \frac{15}{20}$

b) $\frac{15}{12}$

c) $\frac{12}{5}$

d) $\frac{14}{6}$

6. Em uma cidade do sul do país, $\frac{1}{5}$ a população feminina trabalha na indústria e $\frac{3}{4}$ no comércio
Qual a fração correspondente a soma destas populações?

Eu chutei ☺.

a) $\frac{19}{20}$

b) $\frac{15}{12}$

c) $\frac{12}{5}$

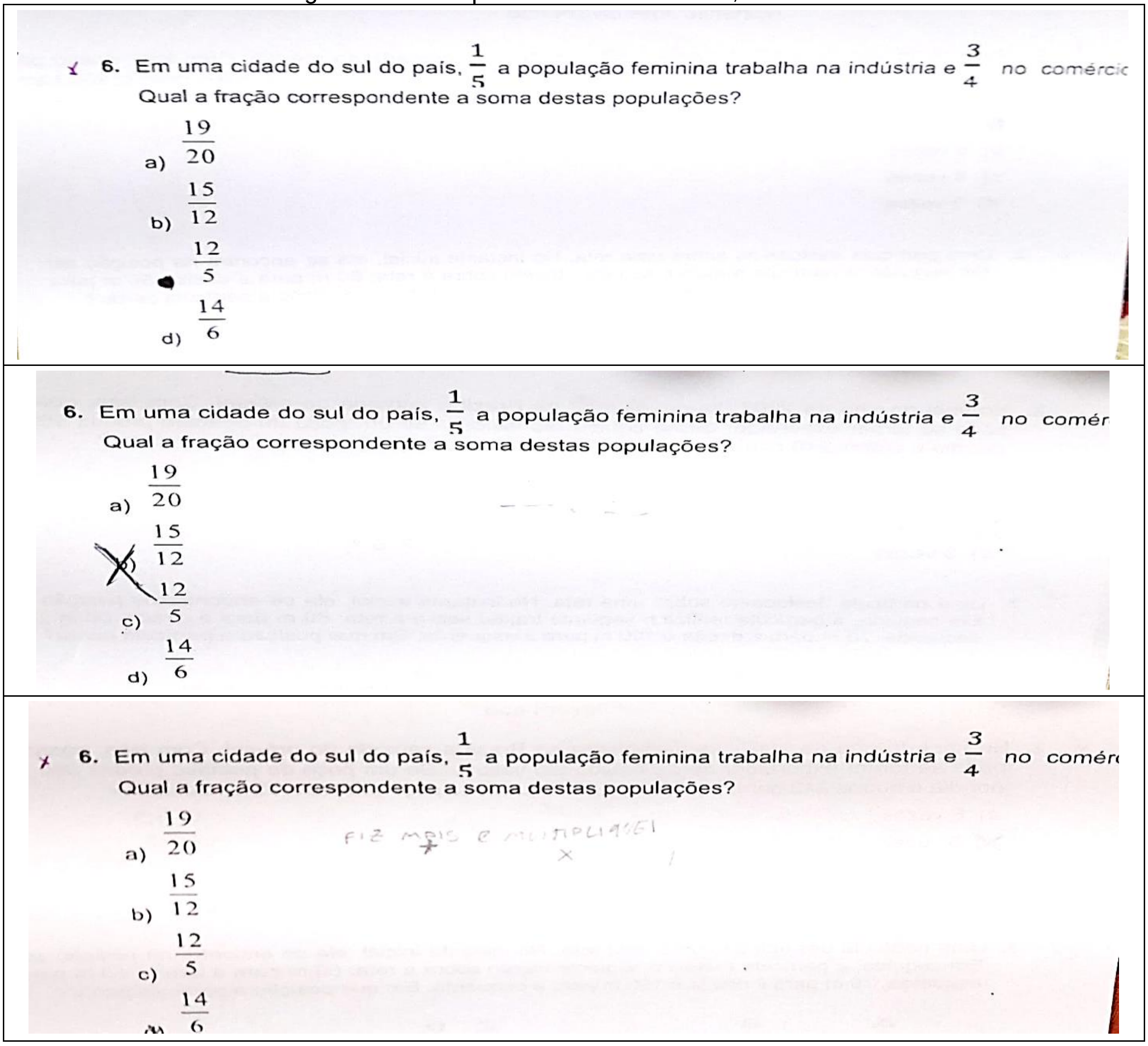
d) $\frac{14}{6}$

Fonte: a pesquisa.

Por outro lado, 8 alunos não responderam corretamente à questão. Entre eles, 7 deram respostas sem justificativas claras, o que pode indicar falta de entendimento do processo necessário para a soma de frações. Um aluno, de forma equivocada, usou a multiplicação no lugar da soma, evidenciando um erro específico na escolha do algoritmo.

A análise dos erros dos alunos que não acertaram a questão mostra que, houve falhas na execução dos algoritmos. Para somar frações, é necessário tornar os denominadores equivalentes antes de somar os numeradores, um procedimento essencial que parece não ter sido bem compreendido ou aplicado por esses alunos, sendo ressaltado durante as aulas, as formas de realização do procedimento de resolução da Adição de Números Racionais na forma fracionária. Em pelo menos um caso, a substituição da soma pela multiplicação reforçando assim o que menciona Romanatto (1997) os estudantes enfrentam dificuldades no entendimento de certas classes de problemas e resolver algoritmos relacionados a operações matemáticas, revelando confusão entre operações básicas com Números Racionais (Figura 122).

Figura 122 - Respostas Estudantes E14, E15 e E18



6. Em uma cidade do sul do país, $\frac{1}{5}$ a população feminina trabalha na indústria e $\frac{3}{4}$ *no comércio*
Qual a fração correspondente a soma destas populações?

a) $\frac{19}{20}$
b) $\frac{15}{12}$
c) $\frac{12}{5}$
d) $\frac{14}{6}$

6. Em uma cidade do sul do país, $\frac{1}{5}$ a população feminina trabalha na indústria e $\frac{3}{4}$ *no comér*
Qual a fração correspondente a soma destas populações?

a) $\frac{19}{20}$
b) $\frac{15}{12}$
c) $\frac{12}{5}$
d) $\frac{14}{6}$

6. Em uma cidade do sul do país, $\frac{1}{5}$ a população feminina trabalha na indústria e $\frac{3}{4}$ *no comér*
Qual a fração correspondente a soma destas populações?

FIZ MAIS E MULTIPLIQUEI

a) $\frac{19}{20}$
b) $\frac{15}{12}$
c) $\frac{12}{5}$
d) $\frac{14}{6}$

Fonte: a pesquisa.

Além disso, parte das dificuldades pode ser atribuída à falta de domínio dos conceitos básicos. Para somar frações corretamente, é essencial entender conceitos fundamentais, como o mínimo múltiplo comum e a equivalência entre frações. A ausência dessa base conceitual pode ter contribuído para os erros apresentados. Isso se demonstrou evidente entre os 7 alunos que não justificaram suas respostas, sugerindo então insegurança ou falta de compreensão dos passos necessários para resolver a questão, isso mostra o que já mencionavam os PCNs (Brasil, 1998) que a falta de entendimento das diferenças fundamentais entre os conjuntos numéricos pode causar dificuldades significativas. Sendo assim, é possível que alguns erros estejam relacionados a dificuldades de leitura e interpretação do enunciado. A questão exigia que os alunos interpretassem que a soma destas populações implicaria na operação de soma entre as frações apresentadas. Ou seja, a não compreensão dessa relação ou até mesmo ignorar detalhes do enunciado, acarreta o não saber qual operação realizar, o que contribui para respostas incorretas.

Os erros observados nessa atividade foram, em sua maioria, falhas na execução dos algoritmos, agravadas por lacunas no domínio dos conceitos básicos sobre frações, algo que foram trabalhados diversas vezes na aplicação. Em menor grau, dificuldades na interpretação do enunciado também podem ter influenciado os resultados.

A próxima questão apresentada, trata da distribuição de uma herança de forma fracionada, pedindo que os alunos determinassem qual a parte destinada à instituição de caridade. Para resolver o problema de forma correta, era necessário realizar uma operação combinada de Adição e Subtração de Números Racionais na forma fracionária, onde a alternativa correta era a letra d (Figura 123).

Figura 123 - Atividade 2: Adição e Subtração de Números Racionais

OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS

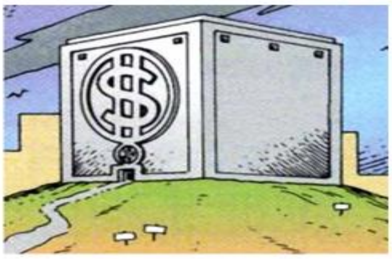
Uma família receberá, de herança, determinada quantia em dinheiro. Essa quantia encontra-se guardada em um banco. A distribuição desse dinheiro se dará da seguinte forma: os pais receberão $\frac{1}{2}$ do valor, a filha $\frac{1}{3}$ e o restante será doado para uma instituição de caridade. A que fração corresponde à parte que a instituição de caridade receberá?

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{5}$

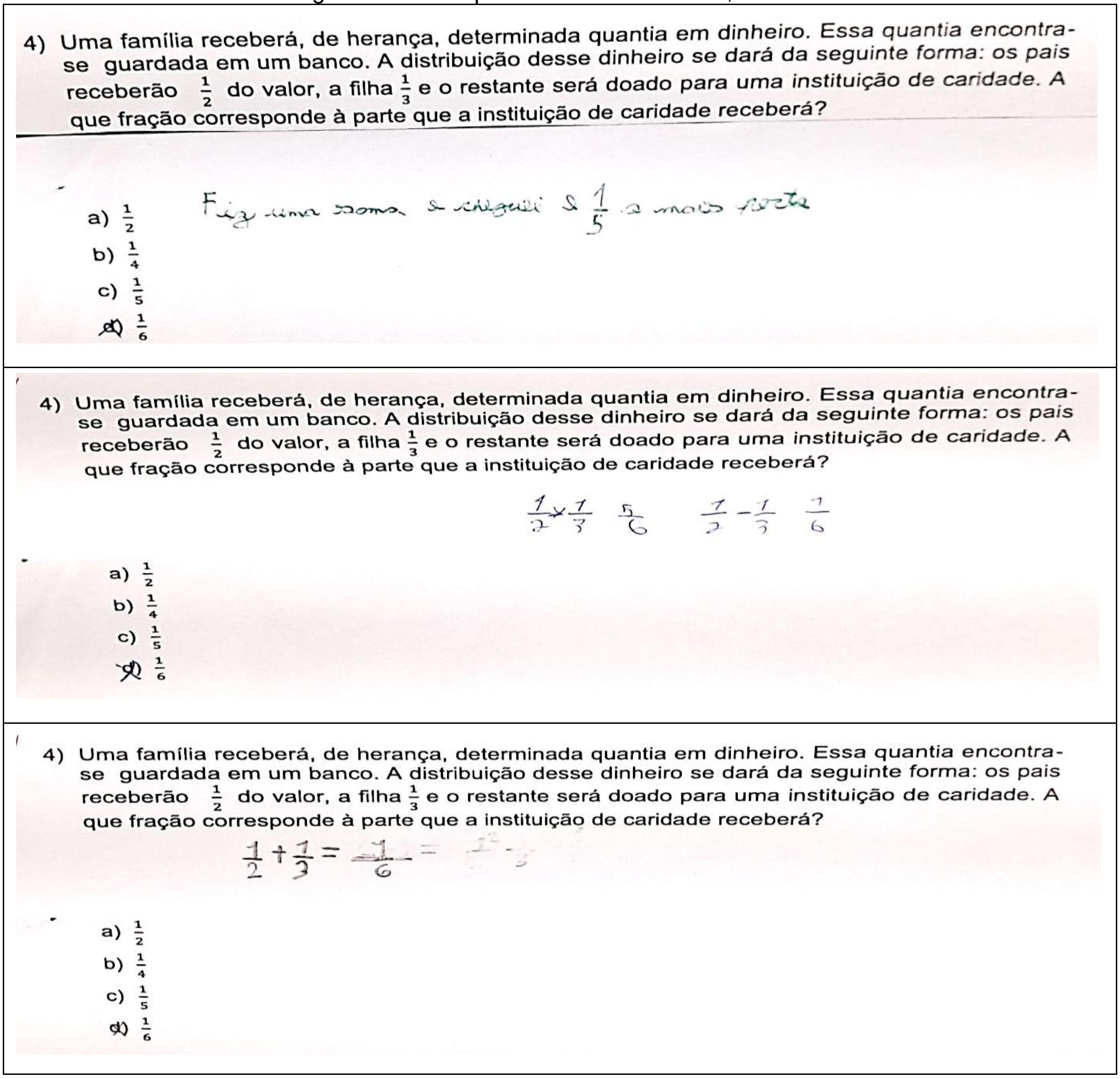
(D) $\frac{1}{6}$



Fonte: adaptada de Bonjorno *et al*. (2022).

Dos 23 alunos que participaram da atividade, apenas 6 responderam corretamente. Desses, 4 apresentaram justificativas que não condiziam com o esperado, sugerindo que chegaram à resposta por meio de raciocínios alternativos ou incompletos. Outros 2 acertaram, mas não conseguiram explicar como chegaram à resposta, o que pode indicar que escolheram a alternativa correta por tentativa ou chute, a Figura 124, traz a respostas dos estudantes.

Figura 124 - Respostas Estudantes E18, E19 e E20



4) Uma família receberá, de herança, determinada quantia em dinheiro. Essa quantia encontra-se guardada em um banco. A distribuição desse dinheiro se dará da seguinte forma: os pais receberão $\frac{1}{2}$ do valor, a filha $\frac{1}{3}$ e o restante será doado para uma instituição de caridade. A que fração corresponde à parte que a instituição de caridade receberá?

Fiz uma soma e cheguei a $\frac{1}{5}$ a mais perto

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{1}{6}$

4) Uma família receberá, de herança, determinada quantia em dinheiro. Essa quantia encontra-se guardada em um banco. A distribuição desse dinheiro se dará da seguinte forma: os pais receberão $\frac{1}{2}$ do valor, a filha $\frac{1}{3}$ e o restante será doado para uma instituição de caridade. A que fração corresponde à parte que a instituição de caridade receberá?

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{1}{6}$

4) Uma família receberá, de herança, determinada quantia em dinheiro. Essa quantia encontra-se guardada em um banco. A distribuição desse dinheiro se dará da seguinte forma: os pais receberão $\frac{1}{2}$ do valor, a filha $\frac{1}{3}$ e o restante será doado para uma instituição de caridade. A que fração corresponde à parte que a instituição de caridade receberá?

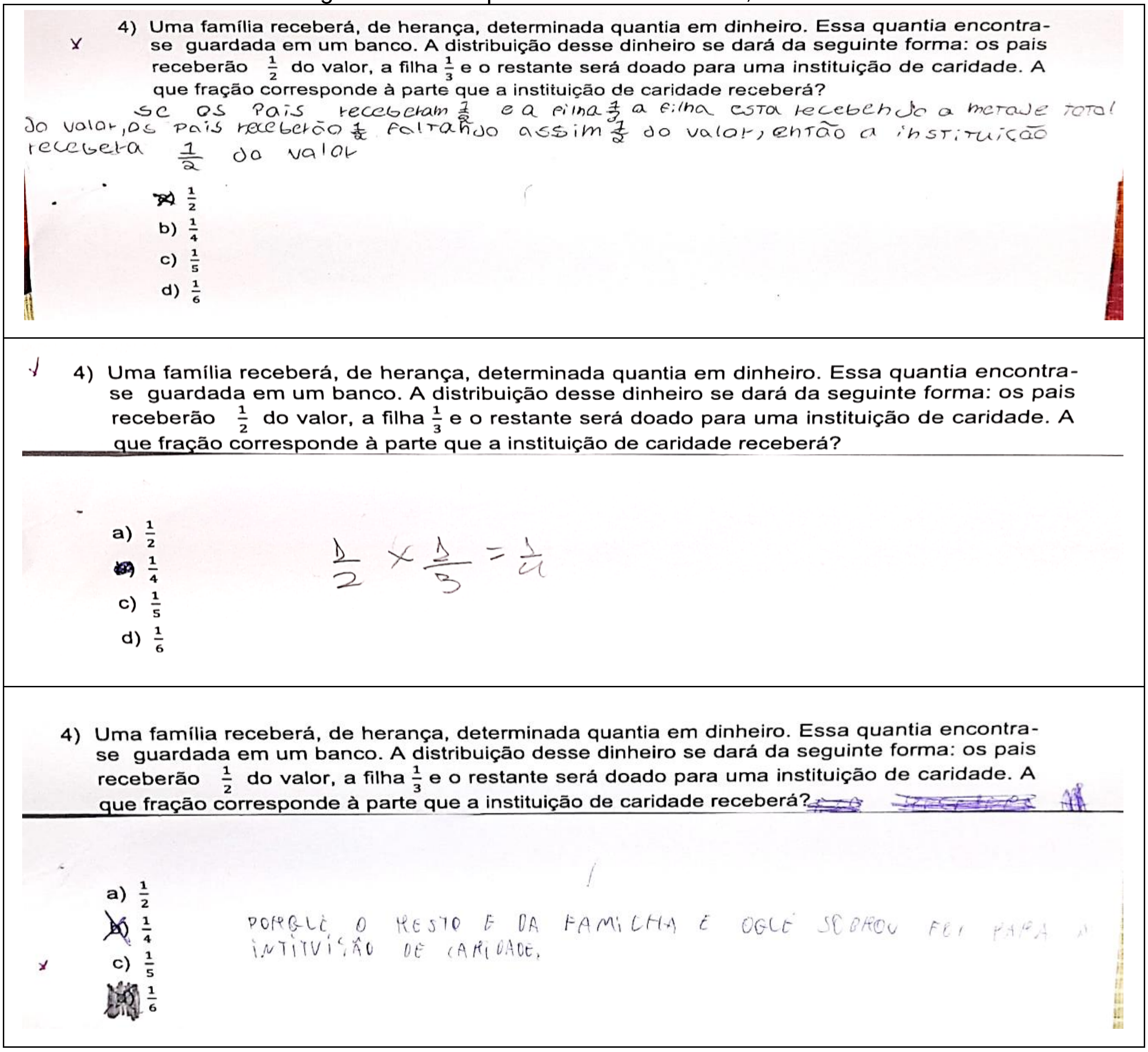
$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} =$

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{1}{6}$

Fonte: a pesquisa.

Por outro lado, 17 alunos não conseguiram resolver a questão corretamente. Desses, 10 apresentaram justificativas que indicavam o uso de operações inadequadas ou explicações sem coerência, enquanto 7 aparentemente escolheram respostas aleatórias, sem fornecer justificativas (Figura 125).

Figura 125 - Respostas Estudantes E21, E22 e E23



4) Uma família receberá, de herança, determinada quantia em dinheiro. Essa quantia encontra-se guardada em um banco. A distribuição desse dinheiro se dará da seguinte forma: os pais receberão $\frac{1}{2}$ do valor, a filha $\frac{1}{3}$ e o restante será doado para uma instituição de caridade. A que fração corresponde à parte que a instituição de caridade receberá?

se os pais recebelam $\frac{1}{2}$ e a filha $\frac{1}{3}$ a filha esta recebendo a metade total do valor, os pais recebeão $\frac{1}{4}$ faltando assim $\frac{1}{2}$ do valor, então a instituição recebera $\frac{1}{2}$ do valor

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{1}{6}$

4) Uma família receberá, de herança, determinada quantia em dinheiro. Essa quantia encontra-se guardada em um banco. A distribuição desse dinheiro se dará da seguinte forma: os pais receberão $\frac{1}{2}$ do valor, a filha $\frac{1}{3}$ e o restante será doado para uma instituição de caridade. A que fração corresponde à parte que a instituição de caridade receberá?

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{1}{6}$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$

4) Uma família receberá, de herança, determinada quantia em dinheiro. Essa quantia encontra-se guardada em um banco. A distribuição desse dinheiro se dará da seguinte forma: os pais receberão $\frac{1}{2}$ do valor, a filha $\frac{1}{3}$ e o restante será doado para uma instituição de caridade. A que fração corresponde à parte que a instituição de caridade receberá?

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{1}{6}$

PORQUE O RESTO E DA FAMILHA E OQUE SOBROU FOI PARA A INTITUIÇÃO DE CARIDADE.

Fonte: a pesquisa.

A análise dos erros dos alunos que não responderam corretamente demonstrou que a principal dificuldade está nas falhas na execução dos algoritmos. Resolver essa questão exigia somar as frações atribuídas aos pais e à filha e, em seguida, subtrair essa soma do total, que seria 1, trazendo assim, o que já havia sido trabalhado ao longo das atividades sobre parte inteira. A aplicação correta do algoritmo de Adição e Subtração de frações, envolvendo a redução a denominadores comuns e no operar numeradores, parece não ter sido dominada pelos estudantes, Indo ao encontro do que mencionava Curty (2016) em relação a ideia de Duval (2003) que os estudantes tendem a enfrentar maiores obstáculos com Números Racionais quando precisam transitar entre diferentes representações ou operar com duas representações simultaneamente. Isso é evidente nos casos em que as justificativas indicam operações incorretas ou falta de coerência lógica, trazendo o que já mencionava PCNs (1998) que os alunos não assimilam aspectos relevantes do conceito de Número Racional.

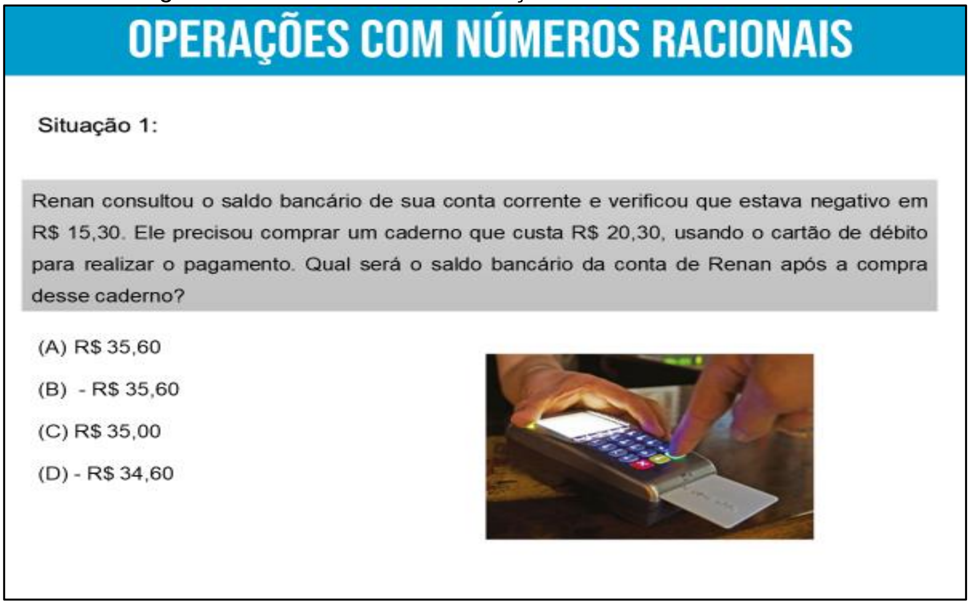
Além disso, os erros refletem, em parte, uma falta de domínio dos conceitos básicos, em que para realização da atividade, os alunos precisariam ter compreendido os fundamentos de equivalência nas frações, como por exemplo, na aplicação do mínimo múltiplo comum e a representatividade do total da herança. A falta de familiaridade com esses conceitos pode ter levado a raciocínios inadequados ou às confusões durante a resolução do problema, isso retrata o que reafirma Catoo (2000) que a dificuldade dos alunos na atividade de conversão por meio da mudança de registro é evidente.

Entretanto, pode-se ainda mencionar que existiu o erro de dificuldades de leitura e interpretação do enunciado. A questão exigia que o aluno entendesse claramente a relação entre as partes da herança descritas no texto e os passos matemáticos necessários para determinar o valor restante destinado à caridade. Se o aluno não interpretasse corretamente o enunciado ou não associasse as informações apresentadas às operações matemáticas adequadas, é provável que ele se perca no processo de resolução, demonstrando o que menciona Souza (2010) que os estudantes enfrentam dificuldades no entendimento de certas classes de problemas envolvendo os Números Racionais.

Portanto, a maioria dos erros trazidos nesta atividade foi relacionado a falhas na execução dos algoritmos, com uma contribuição significativa de dificuldades devido ao domínio insuficiente dos conceitos básicos e, em menor grau, à interpretação do enunciado.

A questão pede que os alunos calculem o saldo bancário de Renan após a compra de um caderno. O saldo inicial de Renan era negativo em R$ 15,30, e ele usou o cartão de débito para pagar R$ 20,30. Para resolver o problema, é necessário realizar uma subtração com Números Decimais e entender que o saldo inicial já era negativo, o que significa somar os valores absolutos. A resposta correta é a letra b) –R$ 35,60, que reflete a diminuição adicional no saldo (Figura 126).

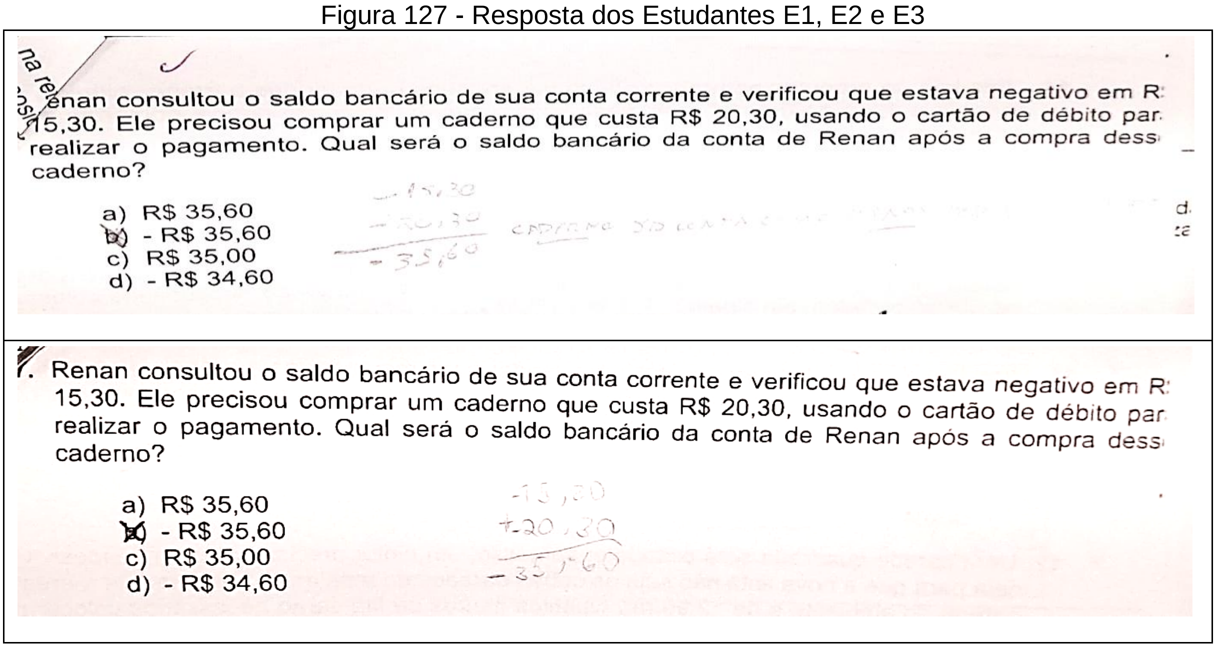
Figura 126 - Atividade 3: Subtração de Números Racionais

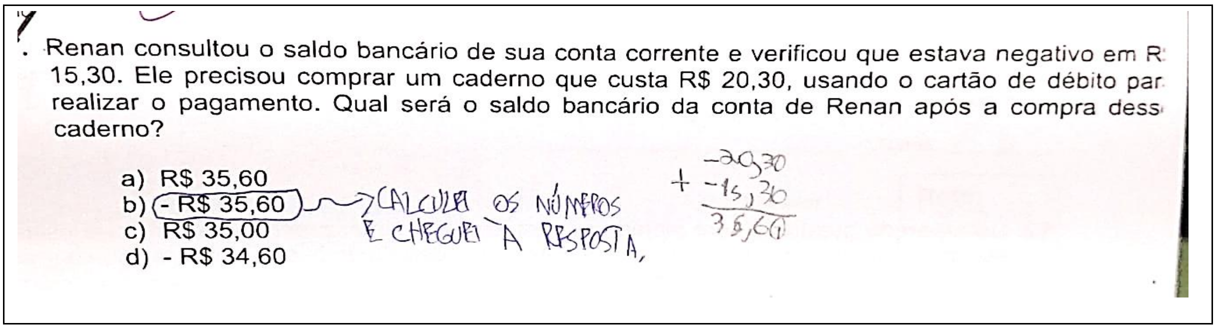


Fonte: adaptada de Bonjorno *et al.* (2022).

Dos 23 alunos que realizaram a atividade, 19 responderam corretamente. Desses, 15 apresentaram justificativas adequadas, mostrando o cálculo esperado e confirmando a compreensão do problema. Outros 4 acertaram, mas não conseguiram explicar como chegaram à resposta, sugerindo que escolheram a alternativa correta por tentativa ou dedução não estruturada. A Figura 127 traz as respostas de alguns alunos.

Figura 127 - Resposta dos Estudantes E1, E2 e E3





Renan consultou o saldo bancário de sua conta corrente e verificou que estava negativo em R$ 15,30. Ele precisou comprar um caderno que custa R$ 20,30, usando o cartão de débito para realizar o pagamento. Qual será o saldo bancário da conta de Renan após a compra desse caderno?

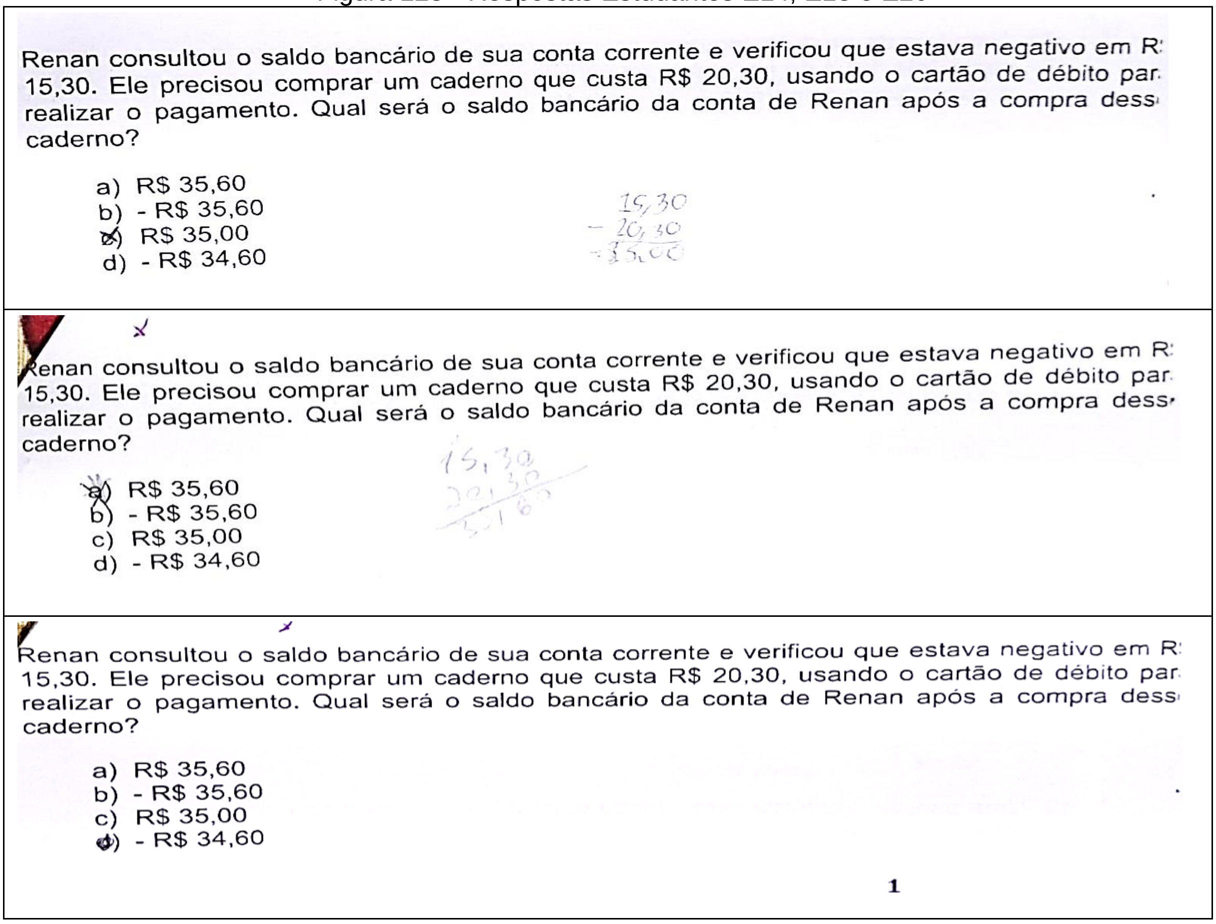
a) R$ 35,60
b) - R$ 35,60 → CALCULEI OS NÚMEROS E CHEGUEI À RESPOSTA.
c) R$ 35,00
d) - R$ 34,60

-20,30
+ -15,30
35,60

Fonte: a pesquisa.

Entretanto, 4 alunos responderam incorretamente, apresentando justificativas inadequadas ou utilizando operações equivocadas, como soma ou subtração sem levar em conta os sinais dos números (Figura 128).

Figura 128 - Respostas Estudantes E14, E18 e E20



Renan consultou o saldo bancário de sua conta corrente e verificou que estava negativo em R$ 15,30. Ele precisou comprar um caderno que custa R$ 20,30, usando o cartão de débito para realizar o pagamento. Qual será o saldo bancário da conta de Renan após a compra desse caderno?

a) R$ 35,60
b) - R$ 35,60
c) R$ 35,00
d) - R$ 34,60

15,30
- 20,30
-35,00

Renan consultou o saldo bancário de sua conta corrente e verificou que estava negativo em R$ 15,30. Ele precisou comprar um caderno que custa R$ 20,30, usando o cartão de débito para realizar o pagamento. Qual será o saldo bancário da conta de Renan após a compra desse caderno?

a) R$ 35,60
b) - R$ 35,60
c) R$ 35,00
d) - R$ 34,60

15,30
20,30
5,60

Renan consultou o saldo bancário de sua conta corrente e verificou que estava negativo em R$ 15,30. Ele precisou comprar um caderno que custa R$ 20,30, usando o cartão de débito para realizar o pagamento. Qual será o saldo bancário da conta de Renan após a compra desse caderno?

a) R$ 35,60
b) - R$ 35,60
c) R$ 35,00
d) - R$ 34,60

1

Fonte: a pesquisa.

A análise dos erros dos 4 alunos que não responderam corretamente mostra que houve falhas na execução dos algoritmos. Para a resolução adequada da questão, era essencial ser aplicado o algoritmo de Subtração com números decimais e levar em conta os sinais numéricos.

A confusão entre Subtração e Adição indica uma dificuldade na aplicação do algoritmo correto. Esses erros sugerem que os alunos podem não ter assimilado corretamente a fim de realizar a manipulação de números negativos, especialmente em contextos práticos, como o saldo bancário.

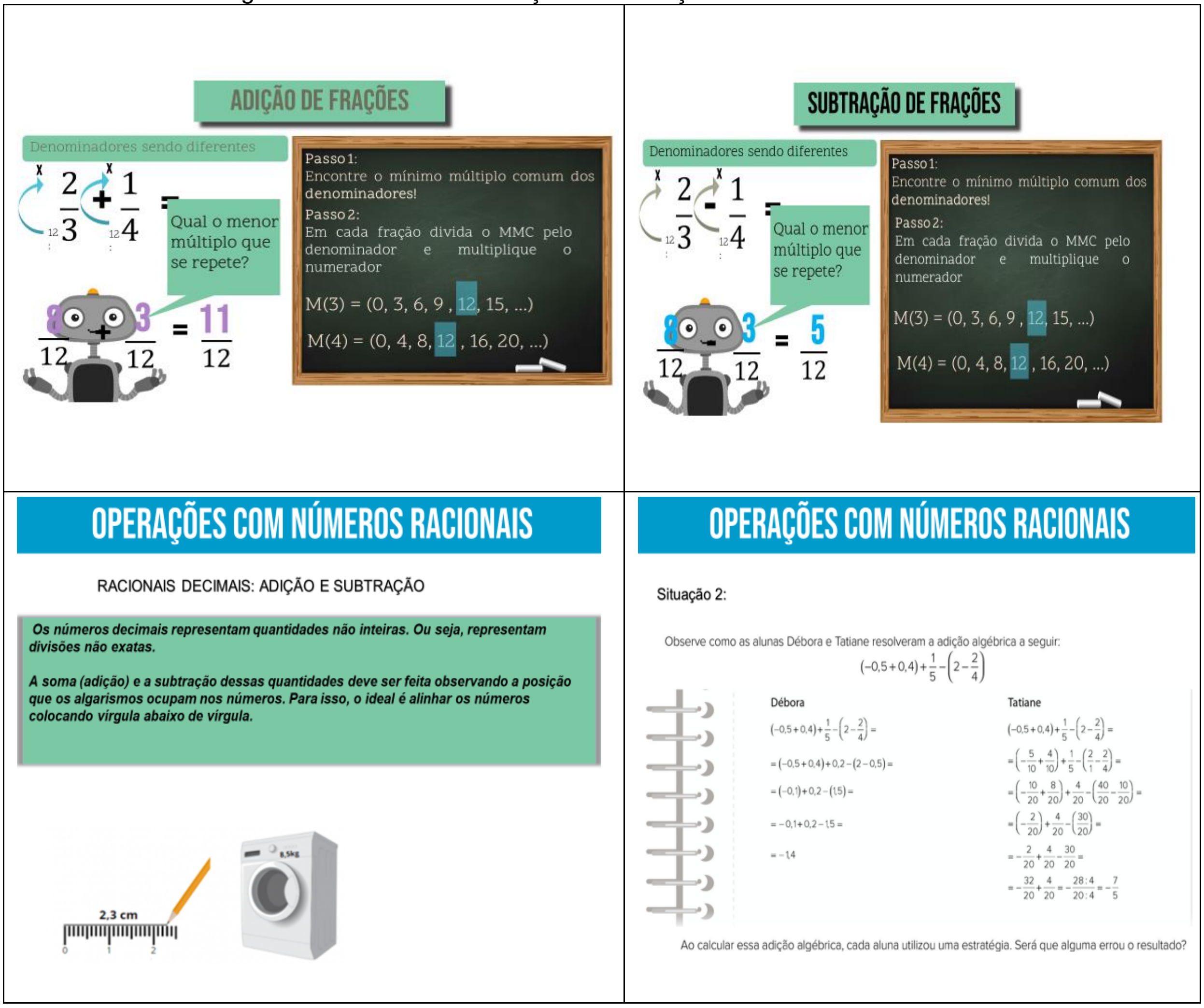
Além disso, os erros também refletem uma falta de domínio dos conceitos básicos relacionados aos Números Racionais, demonstrando o que menciona Campos e Rodrigues (2007) que os alunos demonstram não conhecer aspectos relevantes do conceito de Número Racional. Entender que um saldo negativo se torna ainda mais negativo após uma despesa requer uma compreensão significativa da relação entre números negativos e operações básicas, trazendo o que relata Curty (2016) que os alunos tendem a enfrentar obstáculos com Números Racionais quando precisam operar com duas representações simultaneamente. A falta desse entendimento pode explicar as justificativas inadequadas ou incoerentes apresentadas por eles.

Logo, observou-se que os erros também podem estar relacionados a dificuldades de leitura e interpretação. A questão apresentava uma situação que requeria a interpretação do saldo bancário como um número negativo e a identificação da operação necessária para calcular o saldo final. Se o aluno não interpretasse de forma correta o enunciado, poderia não compreender que a compra do caderno, ao ser subtraída de um saldo negativo, implicaria na soma dos valores absolutos. Essa falha na leitura acabou levando a operações incorretas ou respostas inadequadas, ressaltando o que traz Catoo (2000) que os alunos possuem dificuldades na atividade de conversão por meio da mudança de registro.

Portanto, a maioria dos erros observados nesta atividade está relacionada a falhas na execução dos algoritmos, com contribuições significativas de falta de domínio dos conceitos básicos e, e menor evidente nas dificuldades de leitura e interpretação.

A fim de sanar as dificuldades encontradas pelos estudantes foram retomadas as explicações do conteúdo e correções em conjunto das atividades propostas (Figura 129).

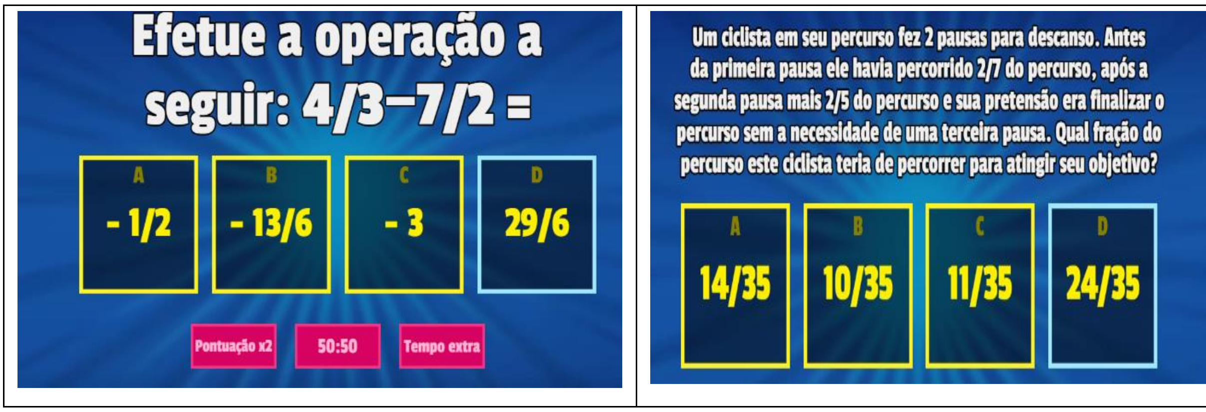
Figura 129 - Retomada Adição e Subtração de Números Racionais



Fonte: a pesquisa.

O *quiz* disponível na plataforma *Wordwall* apresentou problemas que envolvem adição e subtração de Números Racionais, tanto em forma decimal quanto fracionária (Figura 130).

Figura 130 - Quiz sobre Adição e Subtração de Números Racionais

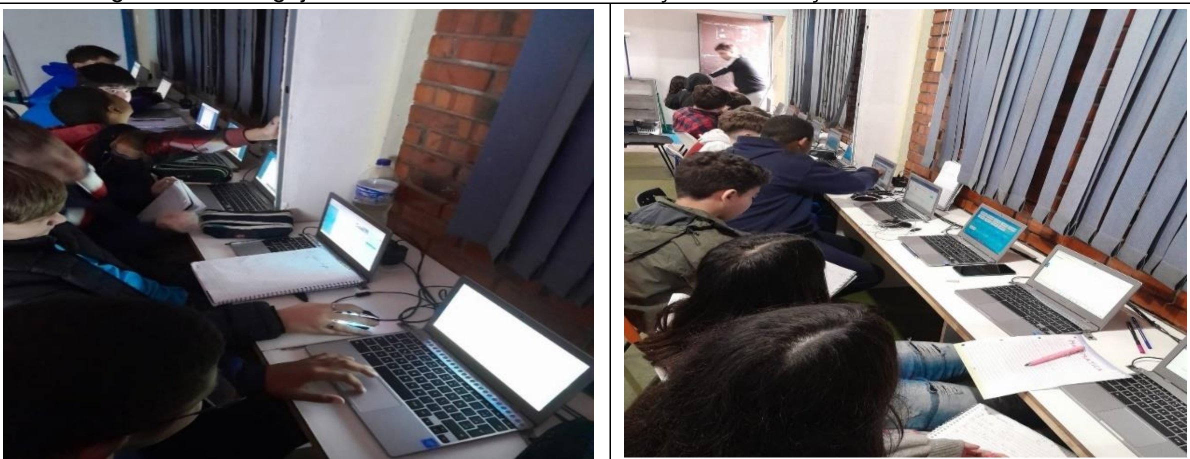


Fonte: *Wordwall* (2024).

As questões são contextualizadas com situações do cotidiano, como variações de temperatura, competições esportivas, compras, medições e tarefas domésticas, o que ajuda na aplicação prática dos conceitos matemáticos e no engajamento dos alunos o que vai ao encontro do que relatado por Alves (2001) em que a utilização de aplicativos, *softwares* e ambientes virtuais no Ensino de Matemática estimula significativamente as relações intelectuais, sociais e afetivas, além de fomentar atitudes de crítica construtiva e criatividade nos alunos envolvidos nesse processo.

Os estudantes se envolveram bastante na atividade, colaborando entre si para resolver as questões, compartilhando conhecimentos e até participando de forma competitiva, tentando descobrir quem conseguia acertar mais no *quiz*, conforme menciona Medeiros (2014) que o uso de jogos digitais no ambiente escolar, pode melhorar o Ensino da Matemática, tornando-o mais atrativo e dinâmico para os alunos (Figura 131).

Figura 131 - Engajamento nas atividades de Adição e Subtração de Números Racionais

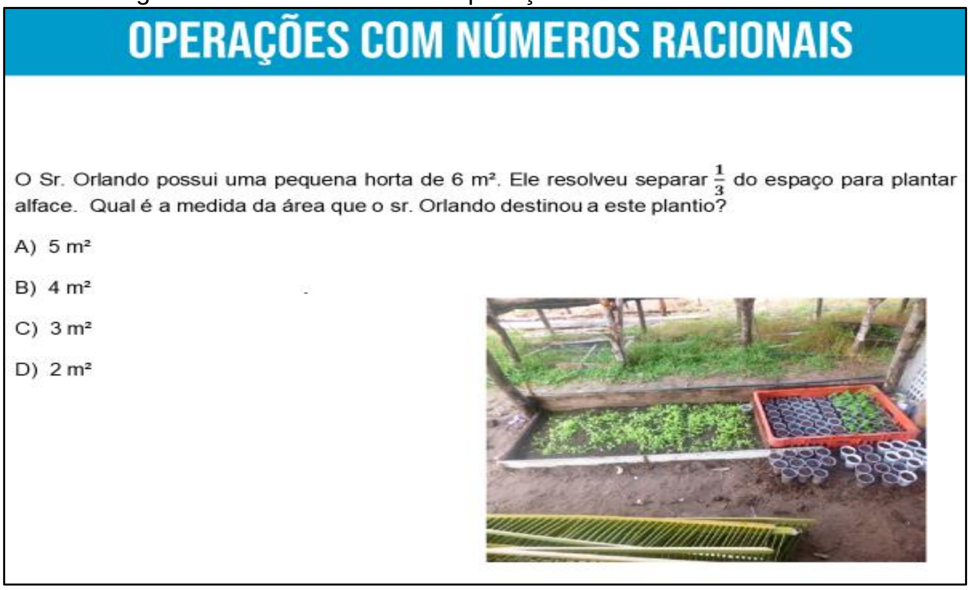


Fonte: a pesquisa.

A análise dessas questões, aplicadas no *Wordwall*, mostram que elas exigiram dos alunos não apenas a habilidade técnica de realizar operações matemáticas, mas também a compreensão dos conceitos de Números Racionais e a interpretação correta dos enunciados.

A quarta atividade analisada era em relação a operação da multiplicação envolvendo os Números Racionais, porém essa atividade envolvia o conceito de fração de quantidade (Figura 132).

Figura 132 - Atividade 4: Multiplicação dos Números Racionais

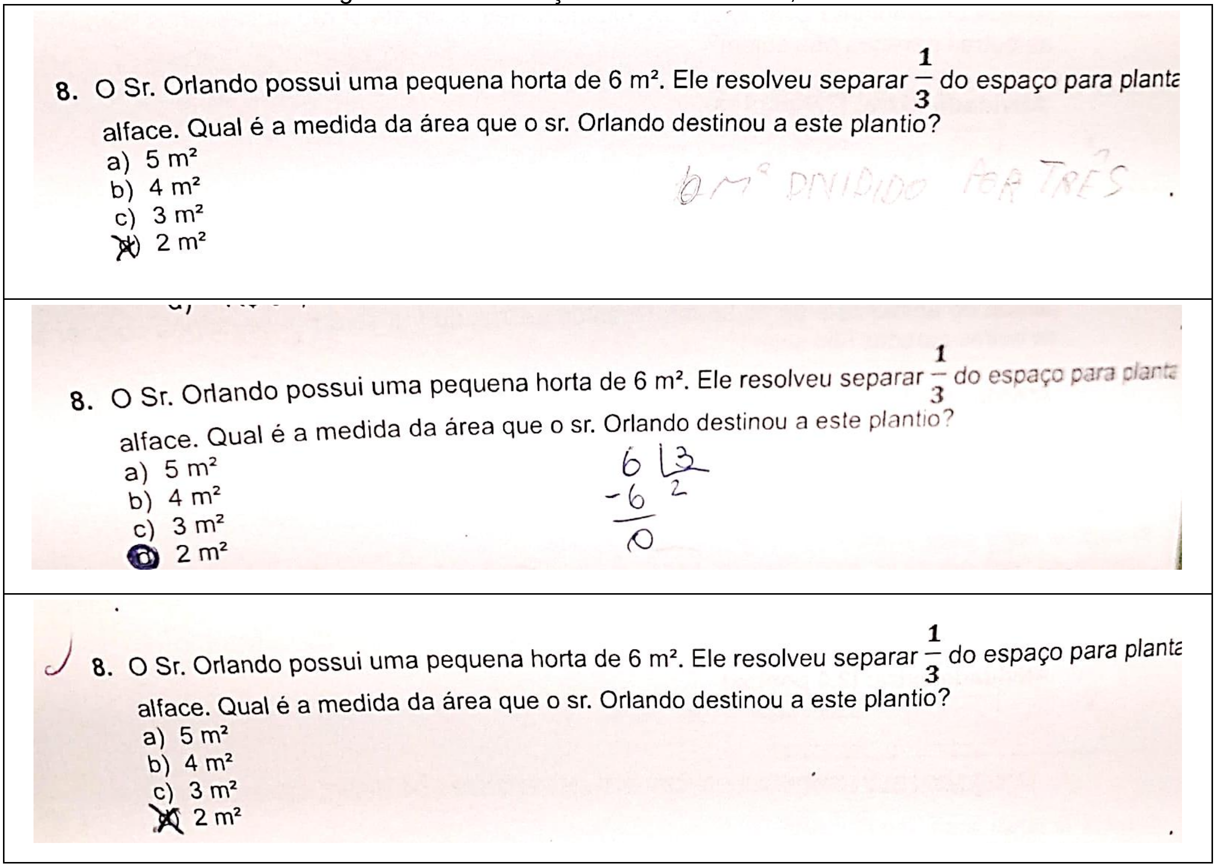


Fonte: a pesquisa de Longen (2022).

A questão pedia que os alunos calculassem a área de uma horta destinada ao plantio de alface, considerando que o Sr. Orlando reservou $\frac{1}{3}$ de um espaço total de 6m². Para isso, os alunos deveriam multiplicar o número inteiro (6) pela fração ($\frac{1}{3}$). A resolução correta requeria o entendimento que consiste em multiplicar o numerador da fração pelo número inteiro e, em seguida, dividir pelo denominador, resultando na resposta de 2 m² (letra d).

Dos 23 alunos que participaram da atividade, 15 responderam corretamente. Desses, 8 apresentaram justificativas coerentes, demonstrando os cálculos necessários e indicando domínio do algoritmo envolvido os outros 7 acertaram a questão, porém não explicaram como chegaram à resposta, sugerindo terem utilizado a técnica de tentativa e erro, sem necessariamente compreender os passos do processo, na Figura 133 o registro da resolução de 3 alunos.

Figura 133 - Resolução Estudantes E12, E16 e E20



8. O Sr. Orlando possui uma pequena horta de 6 m². Ele resolveu separar $\frac{1}{3}$ do espaço para planta alface. Qual é a medida da área que o sr. Orlando destinou a este plantio?
a) 5 m²
b) 4 m²
c) 3 m²
d) 2 m²

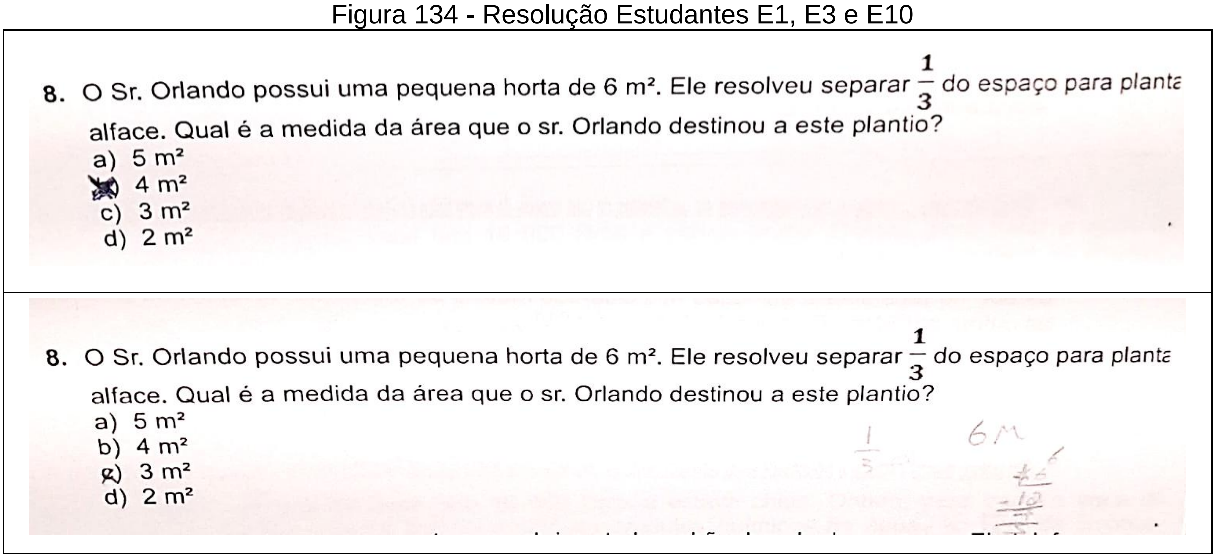
8. O Sr. Orlando possui uma pequena horta de 6 m². Ele resolveu separar $\frac{1}{3}$ do espaço para planta alface. Qual é a medida da área que o sr. Orlando destinou a este plantio?
a) 5 m²
b) 4 m²
c) 3 m²
d) 2 m²

8. O Sr. Orlando possui uma pequena horta de 6 m². Ele resolveu separar $\frac{1}{3}$ do espaço para planta alface. Qual é a medida da área que o sr. Orlando destinou a este plantio?
a) 5 m²
b) 4 m²
c) 3 m²
d) 2 m²

Fonte: a pesquisa.

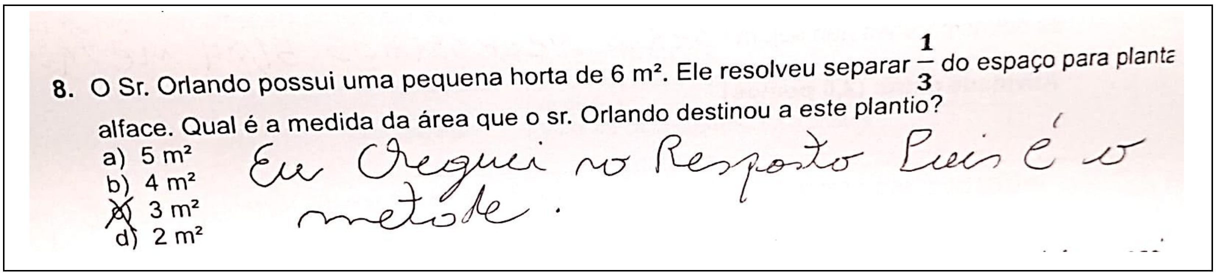
Por outro lado, 8 alunos erraram a questão, justificando suas respostas de forma incorreta, seja aplicando operações inadequadas, como mencionando a metade, somando algarismos ou simplesmente por tentativa e erro, sendo assim, não apresentando explicações sem lógica Matemática (Figura 134).

Figura 134 - Resolução Estudantes E1, E3 e E10



8. O Sr. Orlando possui uma pequena horta de 6 m². Ele resolveu separar $\frac{1}{3}$ do espaço para planta alface. Qual é a medida da área que o sr. Orlando destinou a este plantio?
a) 5 m²
b) 4 m²
c) 3 m²
d) 2 m²

8. O Sr. Orlando possui uma pequena horta de 6 m². Ele resolveu separar $\frac{1}{3}$ do espaço para planta alface. Qual é a medida da área que o sr. Orlando destinou a este plantio?
a) 5 m²
b) 4 m²
c) 3 m²
d) 2 m²


8. O Sr. Orlando possui uma pequena horta de 6 m². Ele resolveu separar $\frac{1}{3}$ do espaço para planta alface. Qual é a medida da área que o sr. Orlando destinou a este plantio?
a) 5 m²
b) 4 m²
c) 3 m²
d) 2 m²

Eu Cheguei no Resposto Pois é o metode.

Fonte: a pesquisa.

A análise dos erros cometidos pelos alunos que não responderam corretamente retrata que as principais dificuldades estão nas falhas na execução dos algoritmos. Multiplicar um Número Inteiro por uma fração exige um procedimento específico, indicam assim que esses alunos não dominaram esse processo. Operações incorretas, como somar ou subtrair os números apresentados no enunciado, refletem a confusão em identificar o algoritmo correto para a situação, refletindo o que menciona Brolezzi (1996) que as operações com Números Racionais envolvem algumas regras básicas que frequentemente são confundidas umas com as outras.

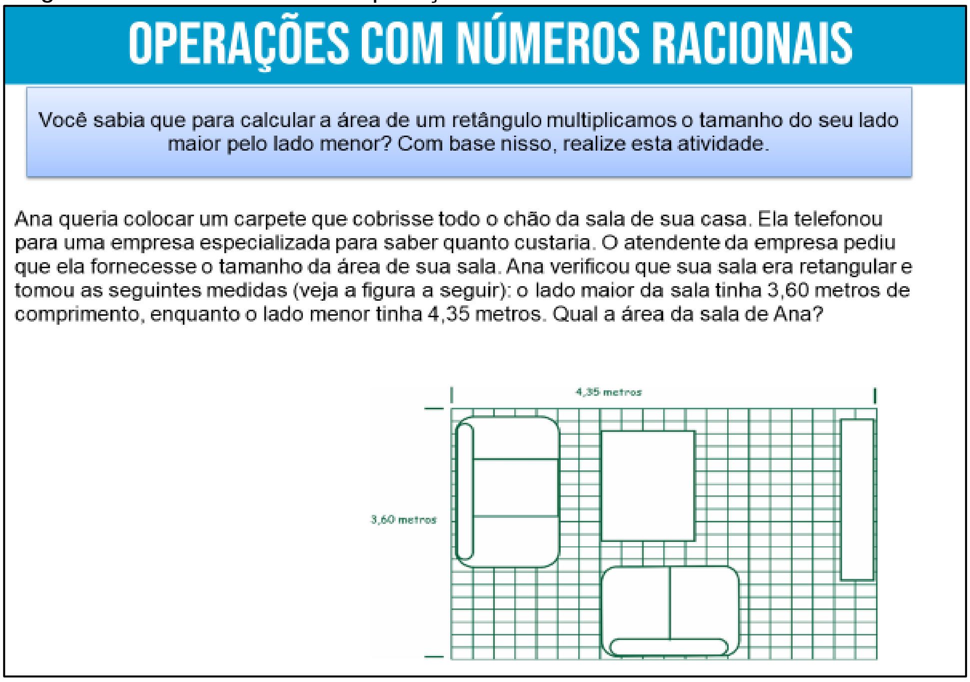
Além disso, os erros também mostram uma falta de domínio dos conceitos básicos sobre frações e Números Racionais. Em que para resolver a questão corretamente, é necessário entender a multiplicação de $\frac{1}{3}$ equivale a dividir o Número Inteiro em três partes iguais e considerar apenas uma dessas partes. A falta de compreensão dessa relação fundamental pode levar os alunos a interpretarem a operação de forma inadequada ou a realizarem cálculos de forma incorreta, ressaltando o que menciona Campos e Rodrigues (2007) que as dificuldades no manejo das frações e a falta de conhecimento sobre aspectos relevantes do conceito de Número Racional acabam por resultar em prejuízos na compreensão de novos conceitos matemáticos.

Entretanto, verificou-se que os erros ainda podem ser atribuídos também a dificuldades de leitura e interpretação. A questão pedia que os alunos interpretassem corretamente o enunciado, identificando que reservar $\frac{1}{3}$ do espaço implicava realizar uma multiplicação. Se o aluno não compreendeu plenamente essa relação, ele acaba não conseguindo conectar o problema à operação Matemática adequada, o que contribui para respostas incorretas, demonstrando assim erros recorrentes e desempenhos insatisfatórios (Valera, 2003).

Os erros nesta atividade podem ser enquadrados principalmente nas falhas na execução dos algoritmos e na falta de domínio dos conceitos básicos. Além disso, há uma contribuição secundária de dificuldades de leitura e interpretação.

A quinta questão analisada pedia que os alunos calculassem a área de uma sala retangular, multiplicando as medidas dos lados, que são Números Racionais em forma decimal: 3,60 metros e 4,35 metros. A resposta correta era 15,66m², considerando que a área seria obtida pela multiplicação direta dos Números Racionais e que o resultado deveria incluir a unidade de medida elevada ao quadrado, pois se refere a uma área (Figura 135).

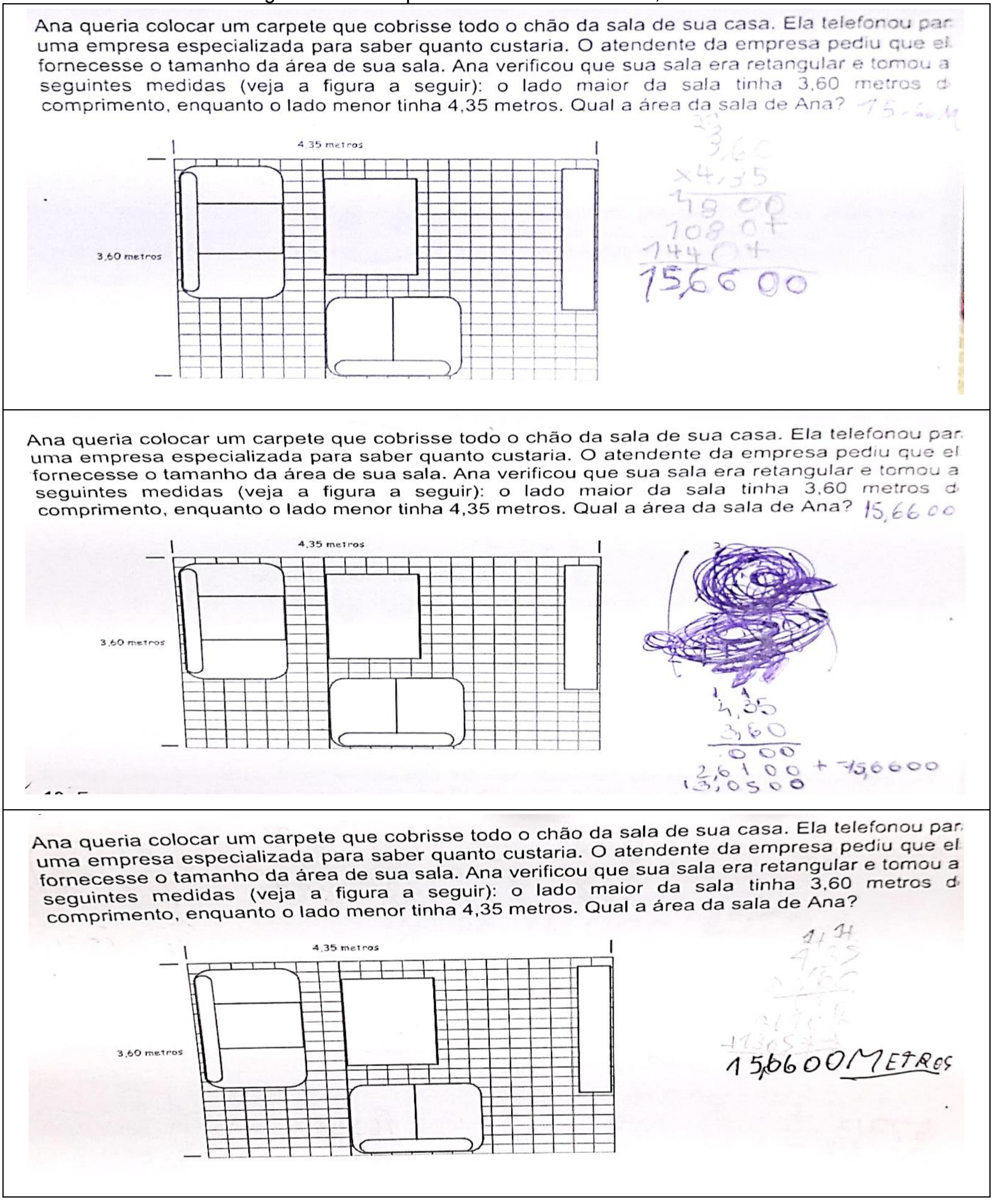
Figura 135 - Atividade 5: Multiplicação de Números Racionais envolvendo área



Fonte: adaptada de Longen (2022).

Entre os 23 alunos que realizaram a atividade, apenas 3 chegaram à resposta correta, demonstrando o cálculo adequado, porém sem expor a indicação da unidade de medida no resultado, o que revela uma limitação na comunicação Matemática (Figura 136).

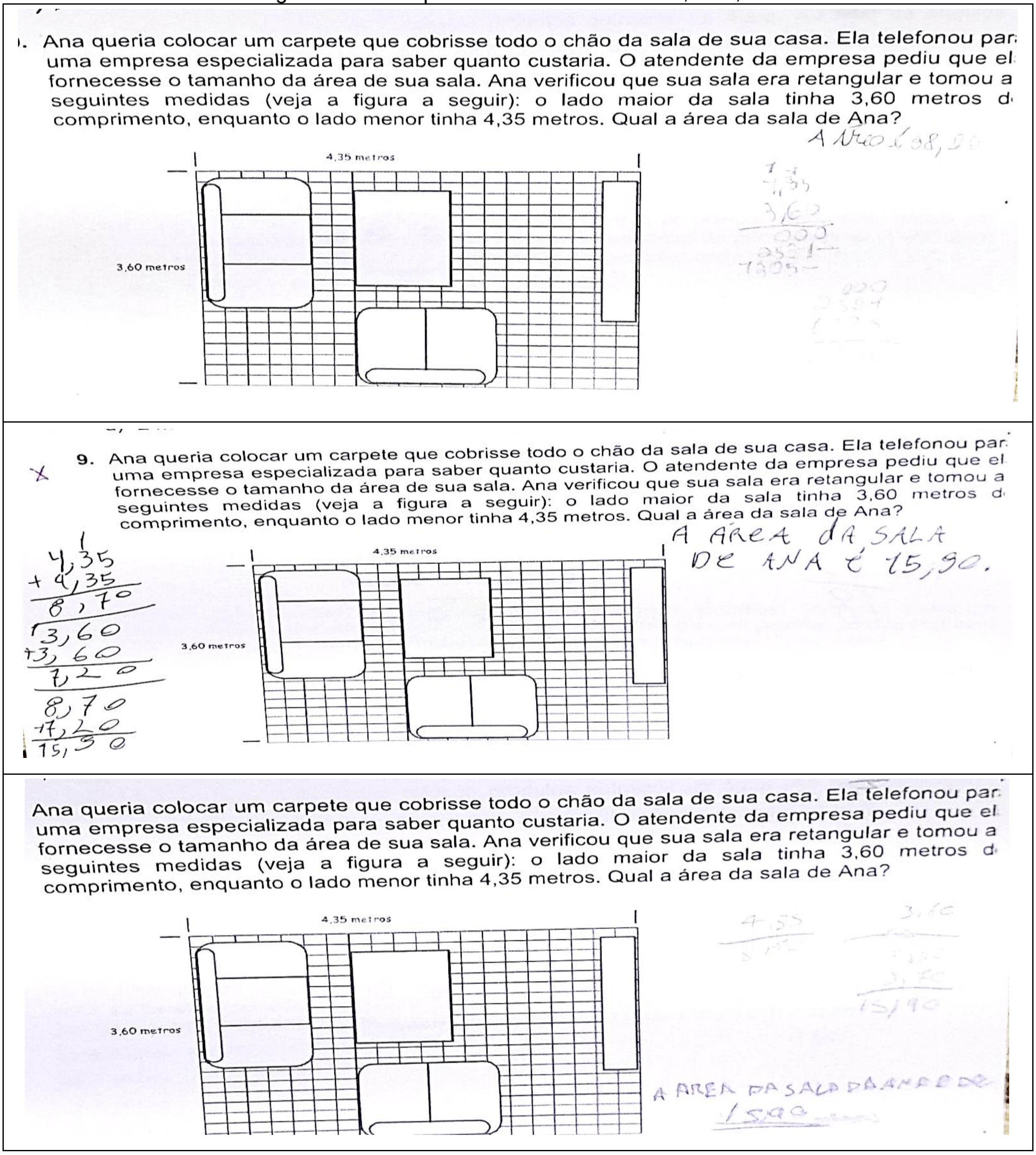
Figura 136 - Respostas dos Estudantes E2, E8 e E12



Fonte: a pesquisa.

No entanto, 20 alunos não responderam corretamente atividade realizada. Esses estudantes justificaram suas respostas utilizando operações inadequadas, como a adição, ou cometeram erros no cálculo ao multiplicar os números decimais, resultando em respostas erradas (Figura 137).

Figura 137 - Respostas dos Estudantes E5, E15, E20



9. Ana queria colocar um carpete que cobrisse todo o chão da sala de sua casa. Ela telefonou para uma empresa especializada para saber quanto custaria. O atendente da empresa pediu que ela fornecesse o tamanho da área de sua sala. Ana verificou que sua sala era retangular e tomou as seguintes medidas (veja a figura a seguir): o lado maior da sala tinha 3,60 metros de comprimento, enquanto o lado menor tinha 4,35 metros. Qual a área da sala de Ana?

9. Ana queria colocar um carpete que cobrisse todo o chão da sala de sua casa. Ela telefonou para uma empresa especializada para saber quanto custaria. O atendente da empresa pediu que ela fornecesse o tamanho da área de sua sala. Ana verificou que sua sala era retangular e tomou as seguintes medidas (veja a figura a seguir): o lado maior da sala tinha 3,60 metros de comprimento, enquanto o lado menor tinha 4,35 metros. Qual a área da sala de Ana?

Ana queria colocar um carpete que cobrisse todo o chão da sala de sua casa. Ela telefonou para uma empresa especializada para saber quanto custaria. O atendente da empresa pediu que ela fornecesse o tamanho da área de sua sala. Ana verificou que sua sala era retangular e tomou as seguintes medidas (veja a figura a seguir): o lado maior da sala tinha 3,60 metros de comprimento, enquanto o lado menor tinha 4,35 metros. Qual a área da sala de Ana?

Fonte: a pesquisa.

Os erros cometidos pelos alunos podem ser classificados principalmente como falhas na execução dos algoritmos. Multiplicar Números Racionais em forma decimal exige precisão e a aplicação correta de etapas, como por exemplo, o alinhamento das casas decimais, a multiplicação dos números sem o ponto decimal e o ajuste posterior do número de casas decimais no resultado. Os alunos que cometeram erros nesse processo mostram que não dominaram completamente esse algoritmo, o que ocasionou as resoluções errôneas da questão, trazendo assim o que menciona PCNs (Brasil, 1998) que a falta de compreensão das diferenças fundamentais entre os conjuntos numéricos pode resultar em dificuldades consideráveis na resolução de algoritmos e na aplicação correta das operações matemáticas.

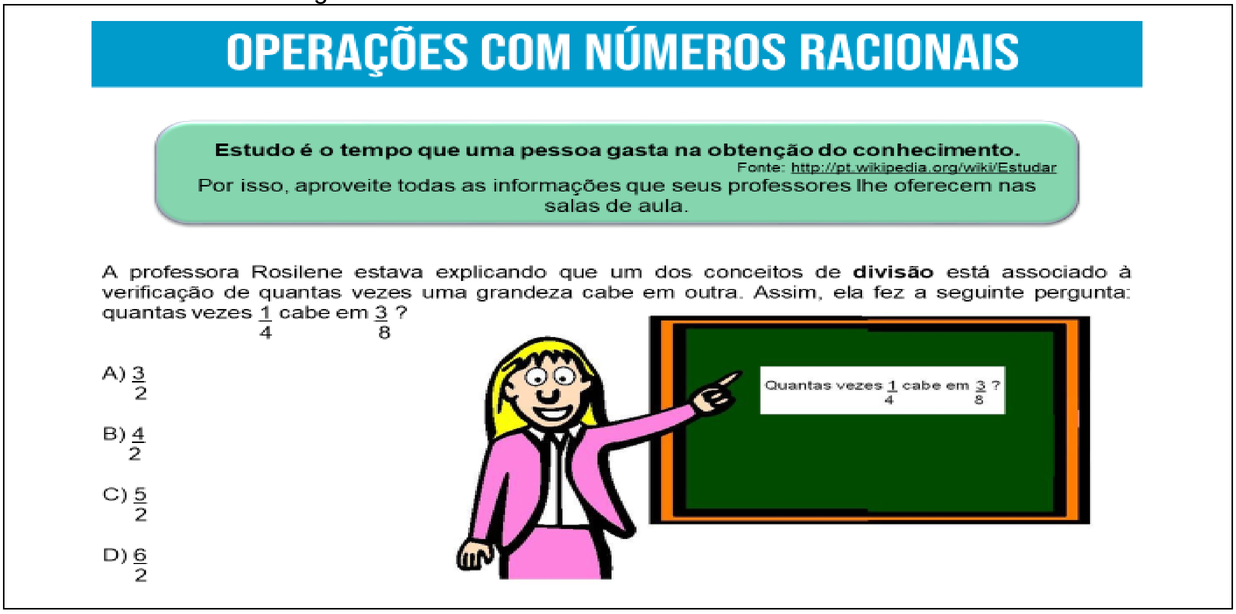
Além disso, os erros cometidos podem ser atribuídos também, à falta de domínio dos conceitos básicos. Para ser resolvida a questão corretamente, era necessário entender que a área é o produto das dimensões de um retângulo e estar familiarizado com as propriedades dos números decimais. A ausência de interpretação nesses aspectos pode levar os alunos a usarem operações inadequadas, como somar em vez de multiplicar, ou a se confundir ao interpretar os números apresentados no problema, demonstrando o que traz o Romanatto (1997) que esses erros podem estar associados à falta de compreensão de que, em cada conjunto numérico, assim como as operações realizadas nele, são frequentemente diferentes das do conjunto numérico anterior.

Embora, ainda pode ser destacado que existiu as dificuldades de leitura e interpretação podendo assim ter contribuído para os erros, pois a questão exigia que os alunos compreendessem claramente que calcular a área de uma sala implica multiplicar suas dimensões e interpretar corretamente as medidas fornecidas no enunciado. Ou seja, se o aluno não entender o contexto ou ignorar informações necessárias, como a relação entre as dimensões e a área, ele pode aplicar operações erradas ou realizar cálculos fora da realidade trazida no problema.

Sendo assim, os erros observados na atividade podem ser classificados principalmente como falhas na execução dos algoritmos, com uma contribuição significativa de falta de domínio dos conceitos básicos e ainda, dificuldades de leitura e interpretação.

A sexta questão analisada explora o conceito de divisão de Números Racionais na forma fracionária, exigindo aos alunos que determinassem quantas vezes uma fração cabe dentro de outra. Para obter a resolução correta, os alunos precisavam entender que dividir frações envolve inverter a segunda fração (o divisor) e multiplicá-la pela primeira (o dividendo). Este é um algoritmo específico para a divisão de frações e requer entendimento conceitual quanto na execução do procedimento (Figura 138).

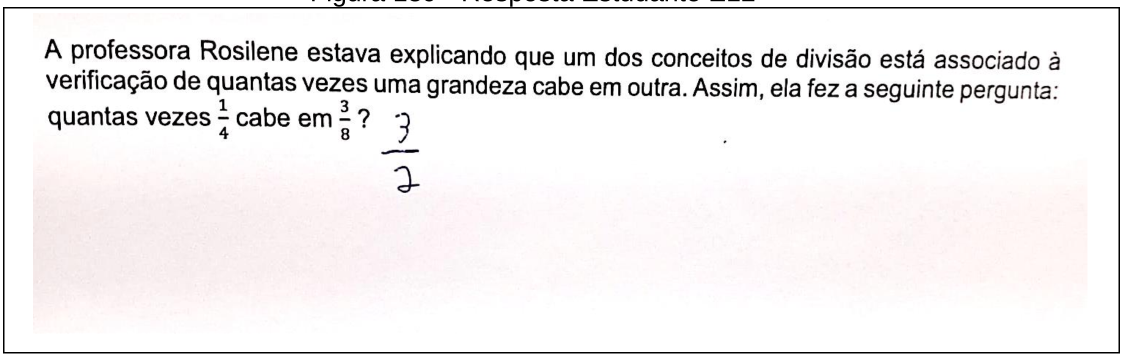
Figura 138 - Atividade 6: Divisão de Números Racionais



Fonte: adaptada de Dante e Viana (2022).

Dos 23 alunos que participaram da atividade, apenas 1 respondeu corretamente à questão, mas não apresentou o cálculo que demonstrasse o raciocínio utilizado, limitando assim, a análise do domínio pleno do conceito (Figura 139).

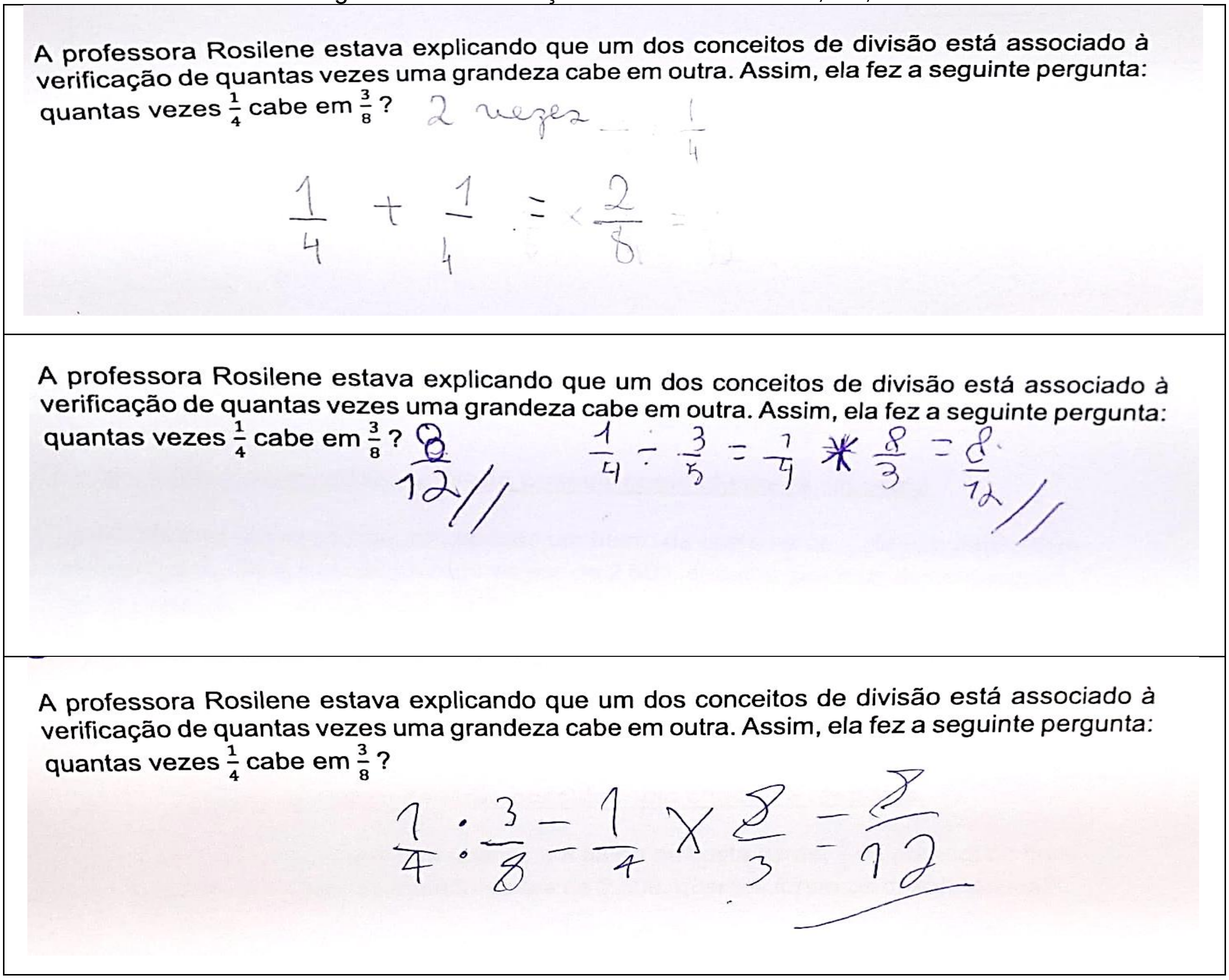
Figura 139 - Resposta Estudante E12



Fonte: a pesquisa.

Por outro lado, 22 alunos responderam de forma incorreta, justificando suas respostas com cálculos inadequados que refletem uma interpretação errada do problema. Os erros mais recorrentes foram a inversão incorreta das frações e a aplicação equivocada do algoritmo da divisão, o que indica dificuldades significativas na execução do procedimento (Figura 140).

Figura 140 - Resolução dos Estudantes E2, E8, E19



A professora Rosilene estava explicando que um dos conceitos de divisão está associado à verificação de quantas vezes uma grandeza cabe em outra. Assim, ela fez a seguinte pergunta: quantas vezes $\frac{1}{4}$ cabe em $\frac{3}{8}$? 2 vezes $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{8}$

A professora Rosilene estava explicando que um dos conceitos de divisão está associado à verificação de quantas vezes uma grandeza cabe em outra. Assim, ela fez a seguinte pergunta: quantas vezes $\frac{1}{4}$ cabe em $\frac{3}{8}$? $\frac{8}{12}$//

$\frac{1}{4} \div \frac{3}{8} = \frac{1}{4} * \frac{8}{3} = \frac{8}{12}$//

A professora Rosilene estava explicando que um dos conceitos de divisão está associado à verificação de quantas vezes uma grandeza cabe em outra. Assim, ela fez a seguinte pergunta: quantas vezes $\frac{1}{4}$ cabe em $\frac{3}{8}$?

$\frac{1}{4} : \frac{3}{8} = \frac{1}{4} \times \frac{8}{3} = \frac{8}{12}$

Fonte: a pesquisa.

Os erros cometidos pelos alunos indicam que a principal dificuldade está relacionada às falhas na execução dos algoritmos. Dividir frações exige entender claramente a aplicação correta do procedimento de multiplicar pelo inverso. Quando os alunos não conseguem realizar essa operação corretamente, se mostra evidente que eles não dominaram o algoritmo necessário para a divisão de frações, seja por confusão do conceito ou falta de prática, sendo que é algo trabalhado desde os anos anteriores, demonstrando assim, que os alunos não assimilam aspectos importantes do conceito de Número Racional, indicando uma falha na construção sólida desse conhecimento desde os primeiros anos de ensino (Brasil, 1998).

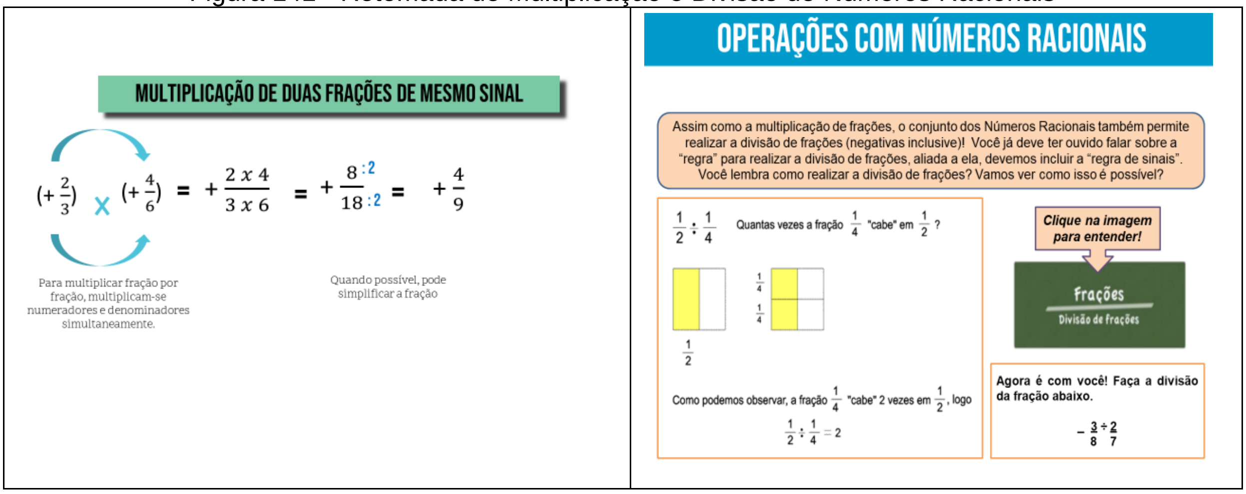
Além disso, podem ser observada uma falta de domínio dos conceitos básicos, pois para resolver adequadamente esse tipo de questão, é fundamental que os alunos compreendam a natureza das frações, o conceito de equivalência e as relações entre numeradores e denominadores, pois conforme Sweeney e Quinn (2000) seriam fatores que contribuem para os desafios enfrentados pelos estudantes com relação aos Números Racionais. A falta de familiaridade com esses conceitos pode dificultar a percepção de que a operação de divisão exige a inversão do divisor e a posterior multiplicação. Isso também pode levar os alunos a realizarem cálculos com base em suposições erradas ou confusões conceituais reafirmando o que traz Souza (2010) que as dificuldades que os estudantes enfrentam ao compreender resolução dos algoritmos relacionados às operações matemáticas com diferentes tipos de números podem estar ligadas à falta de entendimento sobre a transição entre os conjuntos numéricos.

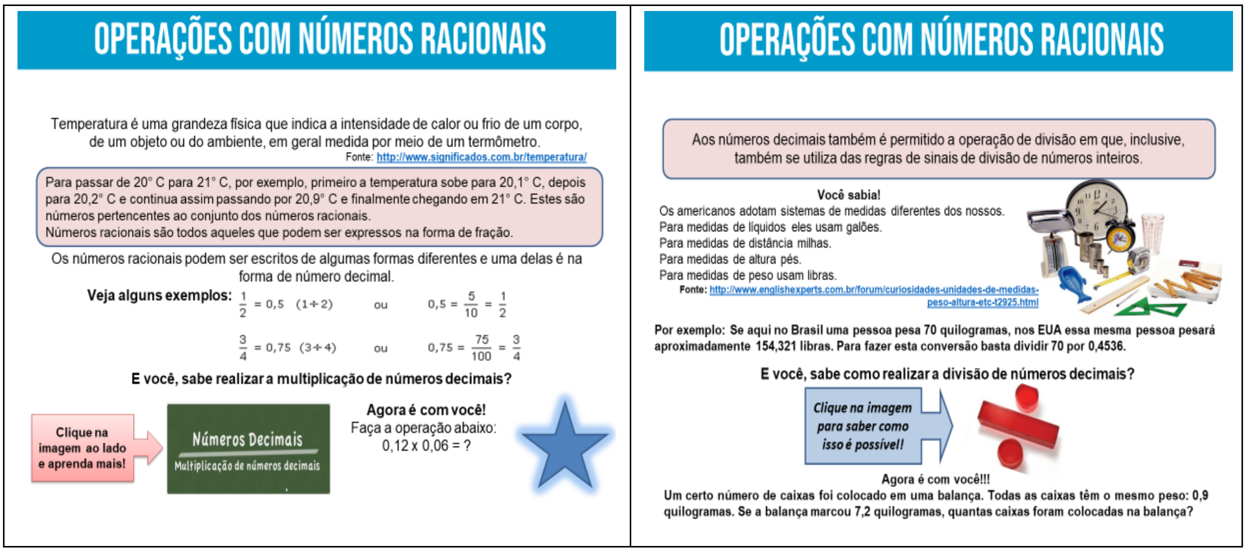
Entretanto, ainda foi observado as dificuldades de leitura e interpretação sendo um dos fatores que de certo modo pode ter contribuído para os erros de alguns alunos. O enunciado da questão introduzia um conceito importante ao relacionar divisão com quantas vezes uma grandeza cabe em outra. Se o aluno não interpretasse corretamente a relação ou não associasse o enunciado à operação matemática adequada, ele acabaria realizando cálculos errados ou aplicando métodos inadequados.

Logo, os erros observados nesta atividade acabam sendo classificados como falhas na execução dos algoritmos, levando em conta de forma significativa a falta de domínio dos conceitos básicos junto com as dificuldades de leitura e interpretação.

Com isso, a intervenção foi a retomada dos conceitos de Multiplicação e Divisão através de correções das atividades propostas e explicações interativas, a fim de sanar essas dificuldades apresentadas pelos estudantes (Figura 141).

Figura 141 - Retomada de Multiplicação e Divisão de Números Racionais

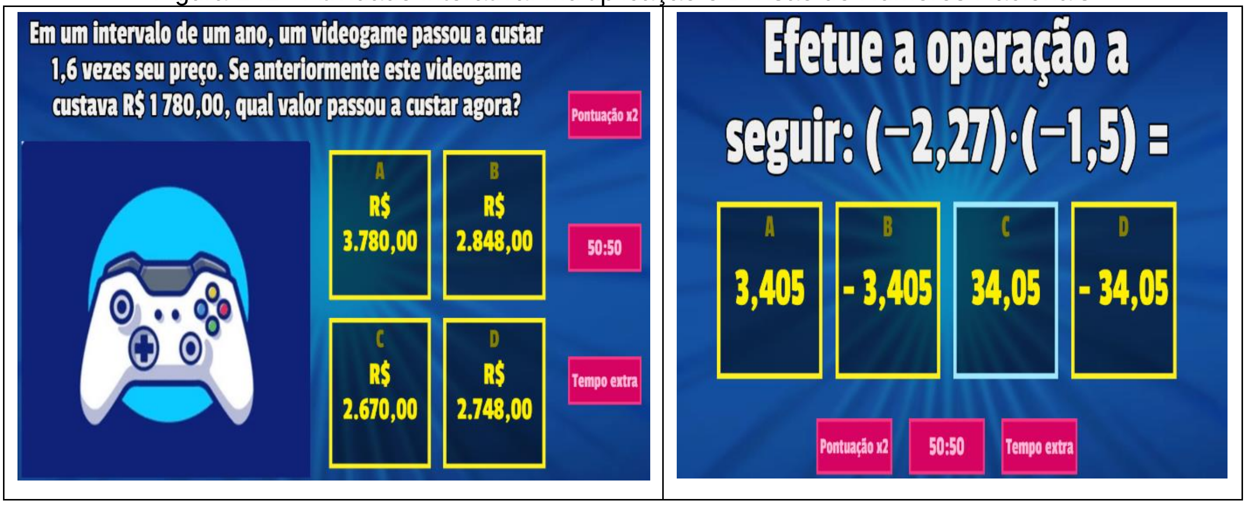


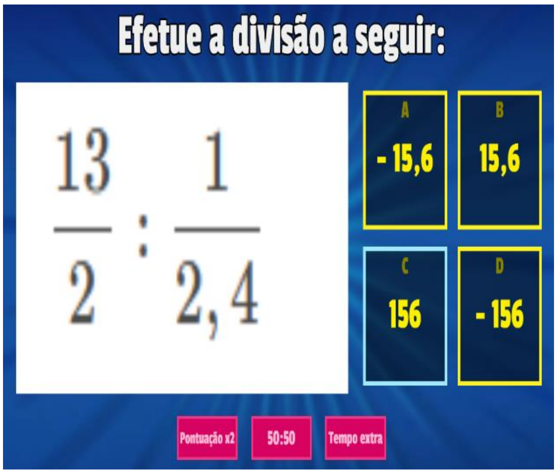


Fonte: a pesquisa.

O *quiz* envolvendo problemas de Multiplicação e Divisão de Racionais apresentou operações matemáticas utilizando situações do cotidiano para tornar a aprendizagem dinâmica e prática. As questões foram elaboradas a fim de estimular o raciocínio dos alunos, relacionando os cálculos matemáticos com contextos reais, como o compartilhamento de recursos ou a análise de proporções, propondo assim, o que menciona a BNCC (2018) que a resolução de problemas envolvendo números naturais, inteiros, racionais e reais, em diferentes contextos (do cotidiano, da própria matemática e de outras áreas do conhecimento), ajuda a desenvolver habilidades referentes ao pensamento numérico. Na Figura 142 foram expostos alguns exercícios presentes no *quiz*.

Figura 142 - Atividade interativa: Multiplicação e Divisão de Números Racionais





Fonte: *Wordwall* (2024).

O intuito dessas atividades era de ajudar os alunos a desenvolverem habilidades importantes, como o uso correto de frações e números decimais em cálculos, na interpretação de relações matemáticas e a aplicação de operações fundamentais, pois a aprendizagem Matemática acaba por desenvolver estratégias que permitam ao aluno dar sentido e construir significados às ideias, capacitando-o a estabelecer conexões, justificar, analisar, discutir e criar (Felipe, 2012). Sendo assim, a contextualização também contribui para o engajamento, conectando os problemas a situações reais ou até mesmo despertar o interesse dos estudantes.

A Multiplicação e a Divisão de Números Racionais exigem que os alunos compreendam conceitos como a equivalência entre frações e decimais, a interpretação correta de frações como operadores matemáticos e as propriedades das operações. Ao resolverem as questões, eles têm a oportunidade de consolidar esses conhecimentos e aprimorar sua fluência matemática, adquirindo maior segurança no uso dos Números Racionais.

A prática com *quizzes* interativos como este não só reforça o aprendizado de algoritmos matemáticos, mas também incentiva a autonomia e o pensamento crítico, pois conforme Costa (2009) é possível melhorar significativamente o ensino da Matemática utilizando tecnologias como um recurso atraente e motivador para os alunos, permitindo que eles desenvolvam suas próprias estratégias para resolver problemas e fortalecer suas habilidades de análise e aplicação dos conceitos matemáticos em diferentes contextos (Figura 143).

Figura 143 - Estudantes engajados na atividade interativa

Fonte: a pesquisa.

E ainda conforme Medeiros (2014) O uso de recursos digitais dinâmicos promove um aprendizado ativo, potencializando a compreensão e a retenção dos conteúdos abordados.

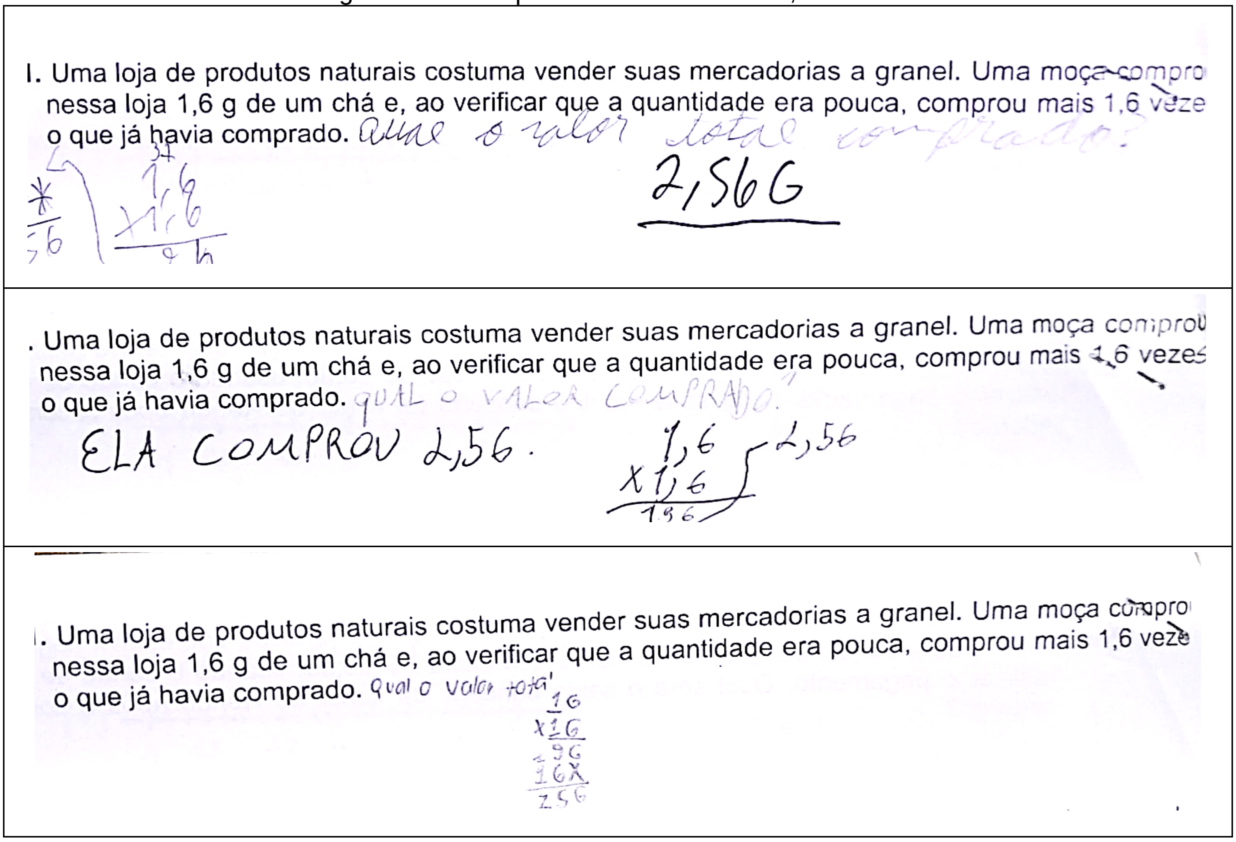
A sétima questão pedia que os alunos aplicassem o conceito de potenciação com Números Racionais na forma decimal a fim de descobrir a quantidade total de chá adquirida por uma cliente. O problema envolvia inicialmente a compra de 1,6 g de chá e, em seguida, a multiplicação dessa quantidade por ela mesma (1,6 vezes o valor inicial). A solução correta requeria o reconhecimento de que a operação Matemática necessária seria a Potenciação, levando ao resultado de 1,6 × 1,6 = 2,56 g de chá. A resposta correta, portanto, é 2,56 g (Figura 144).

Figura 144 - Atividade 7: Potenciação sobre Números Racionais

Fonte: adaptada de Longen (2022).

Dos 23 alunos que participaram da atividade, apenas 6 responderam corretamente, demonstrando o entendimento de aplicação da potenciação de grau dois e realizaram a multiplicação de fatores iguais de forma adequada (Figura 145).

Figura 145 - Respostas Estudantes E12, E16 e E22


I. Uma loja de produtos naturais costuma vender suas mercadorias a granel. Uma moça comprou nessa loja 1,6 g de um chá e, ao verificar que a quantidade era pouca, comprou mais 1,6 vezes o que já havia comprado. Qual o valor total comprado?

2,56G

. Uma loja de produtos naturais costuma vender suas mercadorias a granel. Uma moça comprou nessa loja 1,6 g de um chá e, ao verificar que a quantidade era pouca, comprou mais 1,6 vezes o que já havia comprado. QUAL O VALOR COMPRADO?

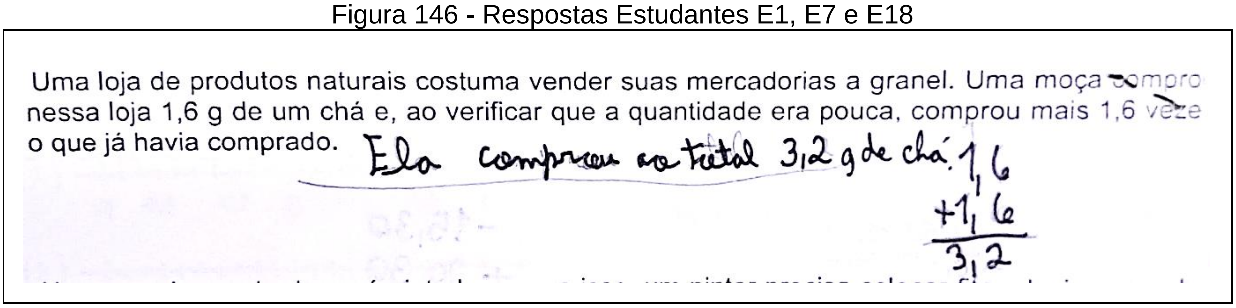
ELA COMPROU 2,56.

I. Uma loja de produtos naturais costuma vender suas mercadorias a granel. Uma moça comprou nessa loja 1,6 g de um chá e, ao verificar que a quantidade era pouca, comprou mais 1,6 vezes o que já havia comprado. Qual o valor total

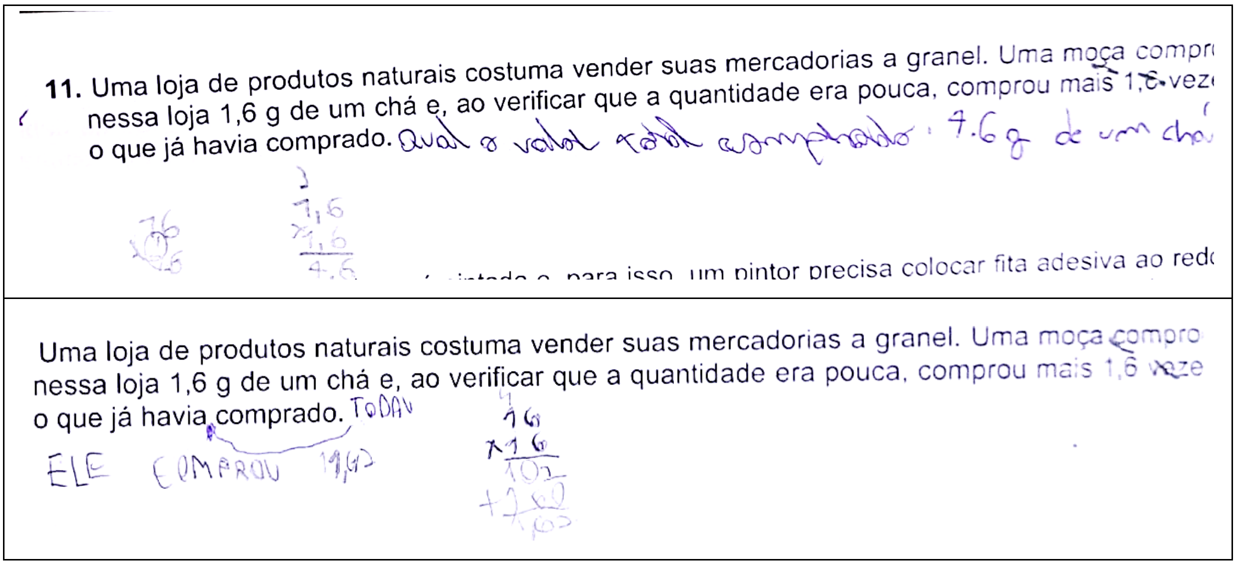
Fonte: a pesquisa.

No entanto, 17 alunos não chegaram à resposta correta, evidenciando dificuldades no entendimento e aplicação do conceito. Entre esses, 7 apresentaram justificativas que indicaram o uso da multiplicação de base igual, mas com erros no cálculo, enquanto 10 optaram por somar os valores, o que representa um uso inadequado do conceito de potenciação (Figura 146).

Figura 146 - Respostas Estudantes E1, E7 e E18


Uma loja de produtos naturais costuma vender suas mercadorias a granel. Uma moça comprou nessa loja 1,6 g de um chá e, ao verificar que a quantidade era pouca, comprou mais 1,6 vezes o que já havia comprado. Ela comprou ao total 3,2 g de chá.

1,6 + 1,6 = 3,2



11. Uma loja de produtos naturais costuma vender suas mercadorias a granel. Uma moça compr[ou] nessa loja 1,6 g de um chá e, ao verificar que a quantidade era pouca, comprou mais 1,6 vez[es] o que já havia comprado. Qual o valor total comprado: 4.6 g de um chá

Uma loja de produtos naturais costuma vender suas mercadorias a granel. Uma moça compro[u] nessa loja 1,6 g de um chá e, ao verificar que a quantidade era pouca, comprou mais 1,6 veze[s] o que já havia comprado. TODAV

ELE COMPROU 1,62

Fonte: a pesquisa.

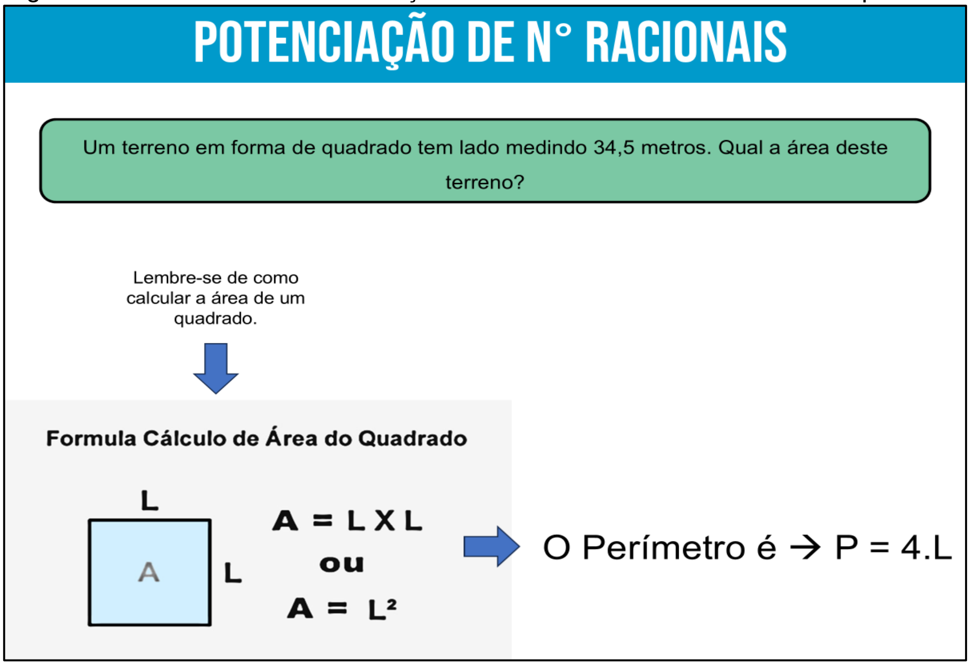
A análise dos erros cometidos permitiu classificá-los como falhas na execução dos algoritmos e falta de domínio dos conceitos básicos. Os alunos que realizaram multiplicações incorretas demonstraram dificuldade em aplicar com precisão o algoritmo de potenciação, o que pode ser resultado de confusão nos passos envolvidos no cálculo com números decimais. Já os alunos que somaram os valores, ao invés de aplicarem a potenciação, revelaram uma compreensão inadequada do conceito básico de que elevar um número ao quadrado significa multiplicá-lo por ele mesmo, evidenciando o que traz Brolezzi (1996) que as operações matemáticas com Números Racionais são confundidas umas com as outras demonstrando assim os erros dos alunos.

Além disso, parte desses erros pode estar relacionada a dificuldades de leitura e interpretação do enunciado. O texto da questão descreveu que a cliente comprou 1,6 vezes a mais do que já havia adquirido, implicando uma multiplicação. Se os alunos não interpretassem corretamente essa relação, levariam a escolher operações inadequadas, como a soma, ou até mesmo, não reconhecer que o enunciado remete à potenciação demonstrando o que mencionado nos PCNs (1998) sobre a falta de entendimento, dos alunos, nas diferenças fundamentais entre os conjuntos numéricos, causando assim dificuldades significativas na resolução de algoritmos e na aplicação correta das operações matemáticas.

Logo, os erros observados nesta atividade são principalmente causados por falhas na execução dos algoritmos e falta de domínio dos conceitos básicos, com uma contribuição significativa de dificuldades de leitura e interpretação.

A oitava questão analisada exige que os alunos calculem a área de um terreno quadrado, onde cada lado mede 34,5 metros. Para obter a área, é necessário elevar o valor do lado ao quadrado (34,5 × 34,5), resultando em 1.190,25 m². Resolver esse problema requer a compreensão do conceito de área de um quadrado, o domínio da potenciação com números decimais e a execução precisa das operações matemáticas (Figura 147).

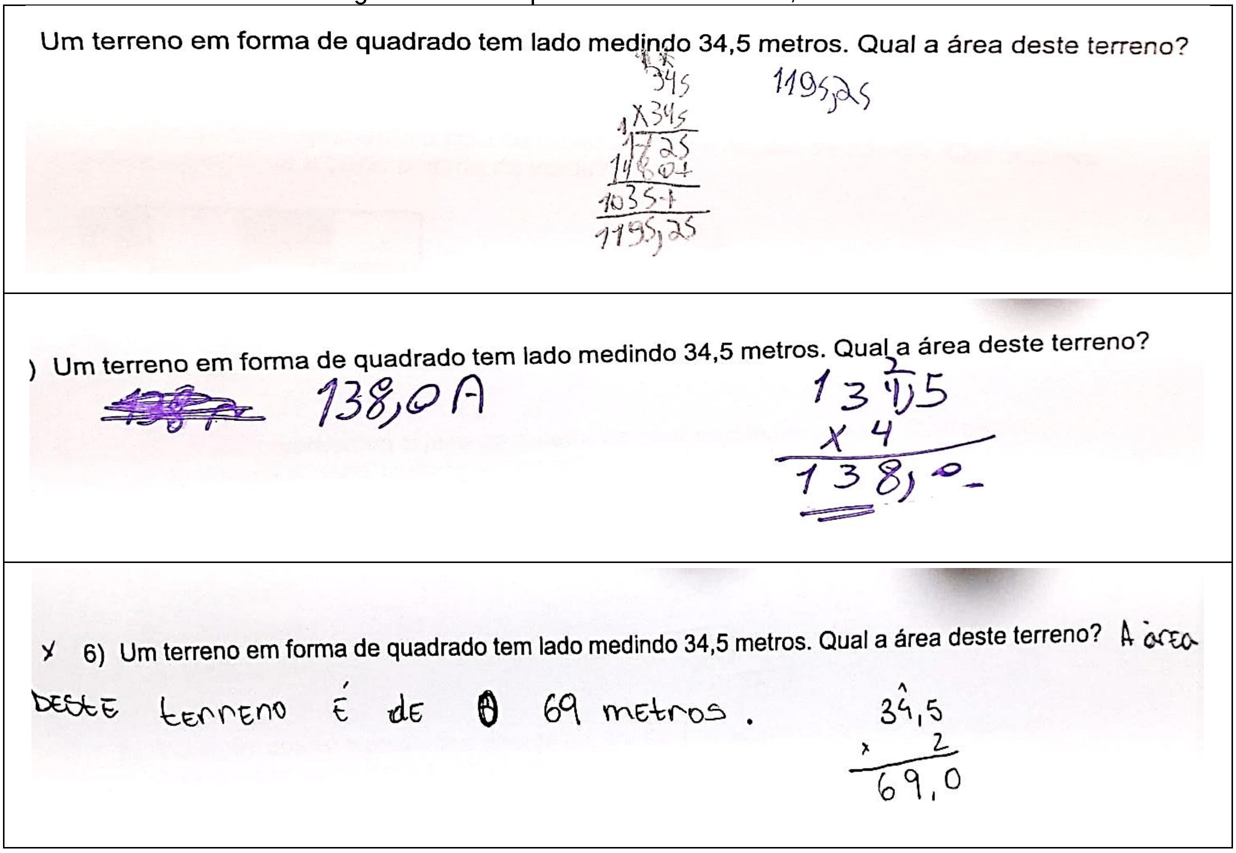
Figura 147 - Atividade 8: Potenciação de Números Racionais e área de quadrado



Fonte: adaptada de Longen (2022).

Dos 23 alunos que participaram da atividade, nenhum conseguiu responder corretamente à questão. Entre eles, 3 confundiram área com perímetro e multiplicaram a medida do lado por 4, indicando uma dificuldade em diferenciar os conceitos básicos de perímetro e área. Outros 7 alunos aplicaram incorretamente o conceito de potenciação, multiplicando a base por 2 em vez de calcular o produto da base por ela mesma, sugerindo um entendimento equivocado sobre a operação de elevar ao quadrado. Além disso, 5 alunos iniciaram o cálculo corretamente, aplicando a potenciação de grau dois, mas cometeram erros ao multiplicar os fatores decimais, demonstrando dificuldades no algoritmo de multiplicação. Por fim, 8 alunos optaram por não responder à questão, indicando que não sabiam como proceder ou que possuíam dúvidas significativas sobre o problema, na Figura 148 é mencionado 3 respostas dadas pelos alunos.

Figura 148 - Respostas Estudantes E4, E7 e E15



Fonte: a pesquisa.

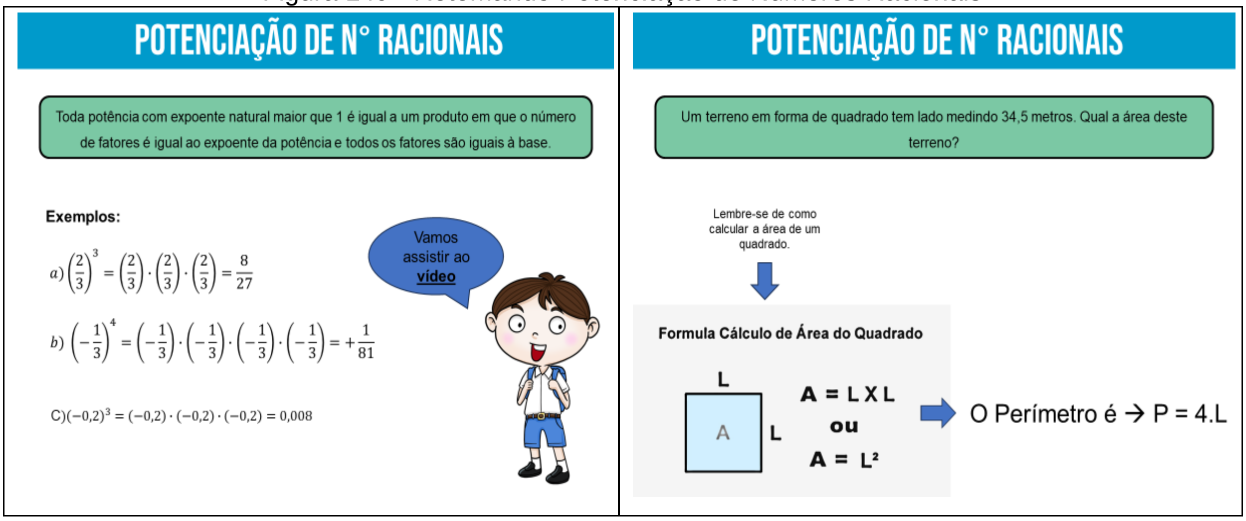
Os erros cometidos podem ser classificados em diferentes categorias. Primeiro, na falha da execução dos algoritmos, em que 12 alunos aplicaram incorretamente o conceito de potenciação ou erraram na multiplicação de números decimais. Essas dificuldades mostram que, mesmo quando os alunos compreendem o conceito de elevar ao quadrado, a falta de prática ou precisão na aplicação do algoritmo compromete a resolução do problema, pois conforme Valera (2003) essas dificuldades de abordagem geram erros, no que tange as habilidades operacionais relacionadas com o Números Racionais.

O erro cometido pelos 3 alunos que confundiram área com perímetro ou que multiplicaram a base por 2 ao invés de calcular sua potência, pode ser atribuído à falta de domínio dos conceitos básicos, como a relação entre o lado e a área de um quadrado e o significado do expoente 2 na Potenciação. Essa deficiência se demonstrou evidente, em que esses erros revelam lacunas no entendimento conceitual dos Números Racionais e de suas aplicações geométricas, Catto (2000) afirma que os alunos tendem a ter dificuldades quando necessitam realizar a mudança de registros nos Números Racionais.

Além disso, 8 alunos demonstraram erros que pode ser associado a dificuldades de leitura e interpretação. O enunciado da questão exigia a compreensão do cálculo da área de um quadrado envolvendo elevar a medida do lado ao quadrado. A não interpretação correta, levou a aplicação inadequada das operações ou até mesmo, identificação incorreta na relação entre a geometria e a matemática envolvidas.

Com isso, foram realizadas retomadas dos exercícios e explicações sobre o conteúdo de Potenciação a fim de sanar as dúvidas e dificuldades existentes entres os alunos (Figura 149).

Figura 149 - Retomando Potenciação de Números Racionais

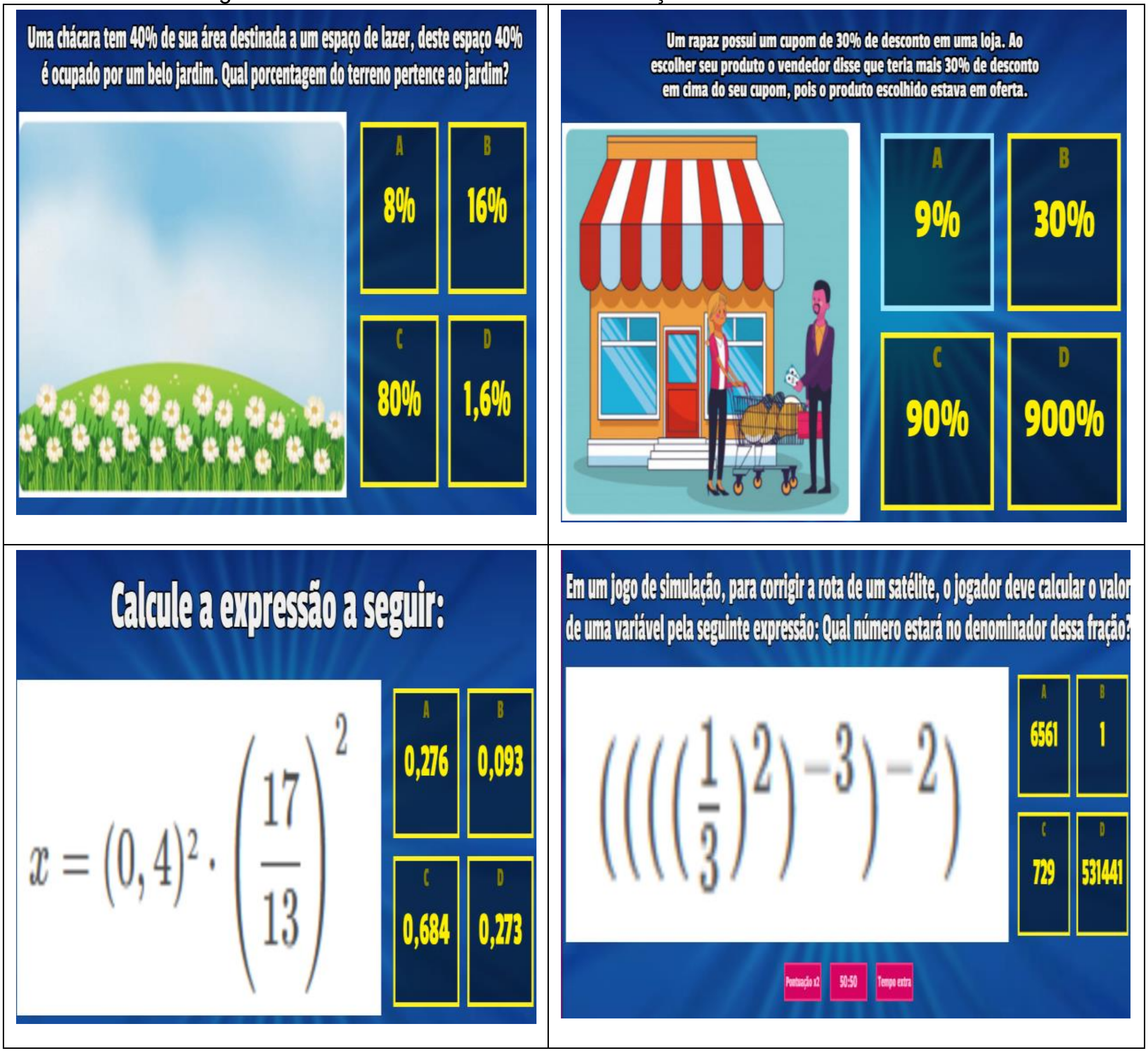


Fonte: a pesquisa.

Em resumo, os erros observados nesta atividade são principalmente causados por falhas na execução dos algoritmos e falta de domínio dos conceitos básicos, com contribuições secundárias de dificuldades de leitura e interpretação.

O *quiz* interativo intitulado Situação problema - potenciação de Racionais apresenta uma série de questões que exploram a aplicação da potenciação em Números Racionais, contextualizando-as em situações práticas do cotidiano. Essa abordagem visa não apenas avaliar o domínio técnico dos alunos sobre o conceito de potenciação, mas também sua capacidade de interpretar e resolver problemas matemáticos em contextos reais (Figura 150).

Figura 150 - Atividade interativa: Potenciação de Números Racionais



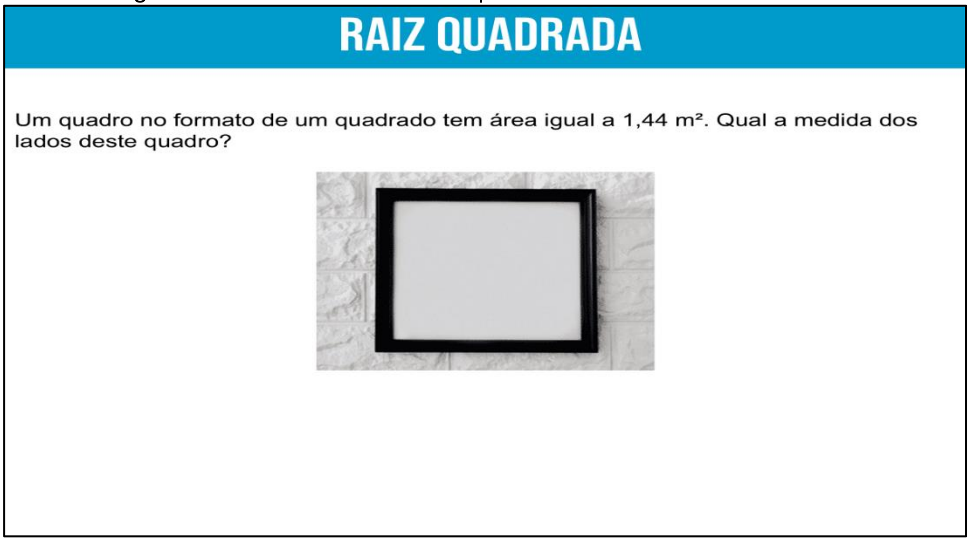
Fonte: *Wordwall* (2024).

As questões propostas abrangem diversos cenários, como compras em lojas, cálculo de áreas e descontos acumulados. Elas exigem que os alunos identifiquem a operação Matemática adequada e a executem corretamente, pois conforme Behr, Lesh, Post e Silver (1983) a perspectiva prática e a habilidade de lidar eficazmente com esses conceitos aprimora a capacidade de entender e resolver situações e problemas no mundo real. A contextualização dos problemas em situações práticas busca tornar o aprendizado mais significativo, permitindo que os alunos vejam a relevância dos conceitos matemáticos em seu dia a dia em um formato mais dinâmico ao ser trabalhado com as ferramentas tecnológicas, pois conforme Rocha e Rodrigues (2005) ao incluir ferramentas tecnológicas nas aulas contribui para diminuir os desafios típicos no ensino da Matemática e aumenta o interesse dos alunos, permitindo explorar a aplicação desses conceitos, ampliar a compreensão e, consequentemente, dominar a linguagem Matemática.

A resolução dessas questões requer dos alunos não apenas o conhecimento das propriedades da Potenciação, mas também a habilidade de interpretar corretamente os enunciados e aplicar os conceitos matemáticos de forma adequada.

A nona atividade analisada exigia que os alunos determinassem a medida do lado de um quadrado cuja área é de 1,44 m². Para resolver o problema corretamente, era necessário aplicar o conceito de Raiz quadrada, já que a área de um quadrado é obtida elevando a medida de seu lado ao quadrado. Assim, calcular o lado implica realizar a operação inversa da Potenciação, ou seja, extrair a raiz quadrada de 1,44, resultando na resposta correta de 1,2 m (Figura 151).

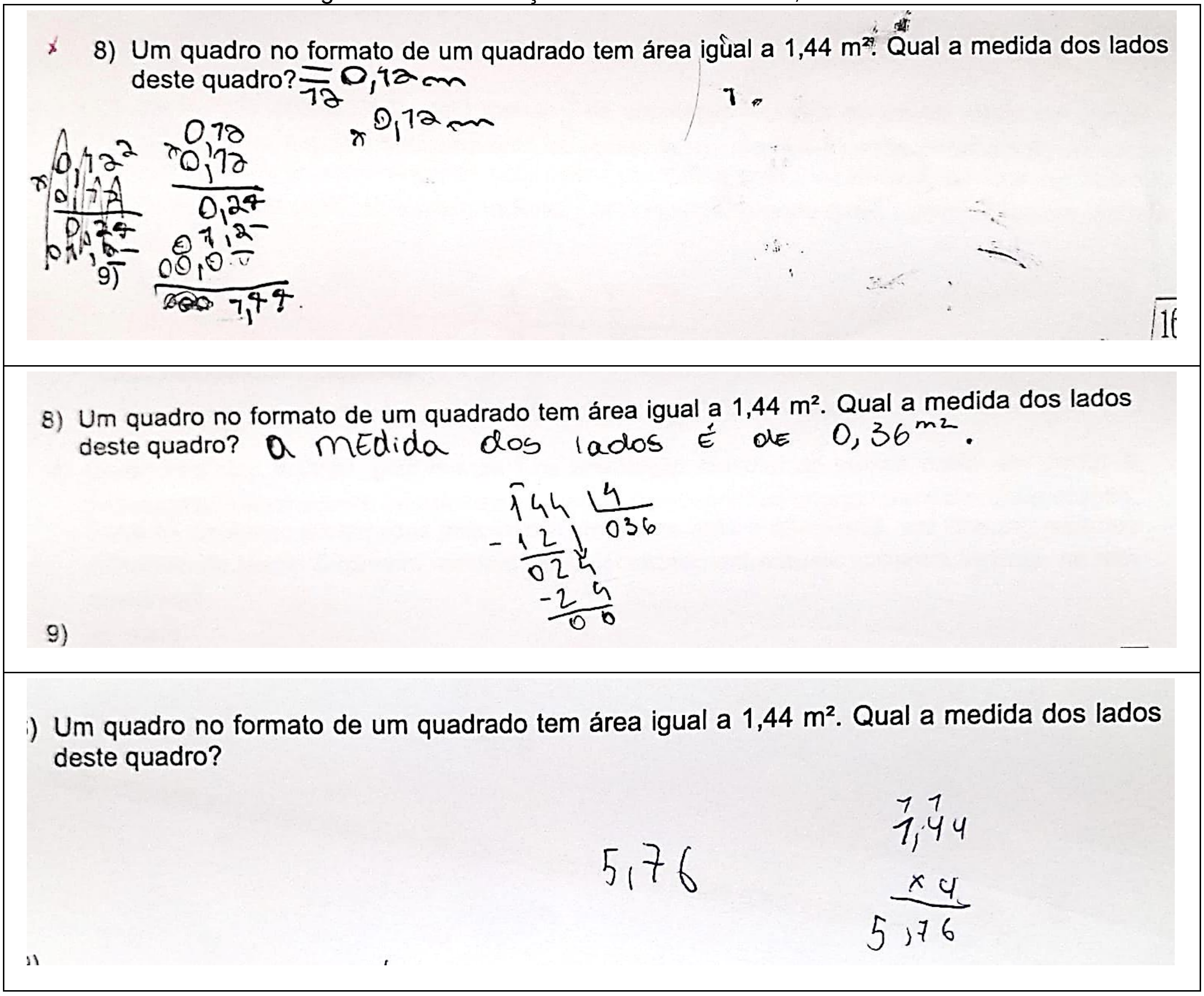
Figura 151 - Atividade 9: Raiz quadrada de Números Racionais



Fonte: adaptada de Dante e Viana (2022).

Dos 23 alunos que participaram da atividade, nenhum conseguiu chegar à resposta correta. Entre eles, 1 aluno confundiu o cálculo da medida do lado com o perímetro e multiplicou o valor da área por 4, mostrando uma compreensão equivocada do conceito de perímetro em relação à área. Outros 3 alunos também calcularam o perímetro, mas de forma inversa, dividindo o valor da área por 4. Além disso, 8 alunos dividiram a área por 2, o que demonstra a confusão na extração da Raiz quadrada com uma simples divisão, não reconhecendo que a raiz quadrada é a operação inversa da potenciação. Houve ainda 1 aluno que tentou aplicar a Raiz quadrada, mas errou ao realizar o cálculo e expor o resultado, e 8 alunos não responderam, indicando falta de compreensão ou confiança na resolução do problema, na Figura 152 é mencionado as resoluções de 3 estudantes.

Figura 152 - Resolução dos Estudantes E4, E9 e E17


8) Um quadro no formato de um quadrado tem área igual a 1,44 m². Qual a medida dos lados deste quadro? 0,12 cm

8) Um quadro no formato de um quadrado tem área igual a 1,44 m². Qual a medida dos lados deste quadro? a medida dos lados é de 0,36 m².

) Um quadro no formato de um quadrado tem área igual a 1,44 m². Qual a medida dos lados deste quadro?

5,76

Fonte: a pesquisa.

Os erros cometidos mostram que a principal dificuldade está relacionada à falta de domínio dos conceitos básicos. Os alunos tiveram dificuldades em compreender a relação entre a área e o lado de um quadrado, bem como o papel da Raiz quadrada como operação inversa da potenciação. Essa falta de entendimento comprometeu a capacidade de resolver o problema corretamente, levando a interpretações equivocadas e operações inadequadas. Souza (2010) afirma que as dificuldades que os estudantes enfrentam ao compreender certos tipos de problemas e resolver algoritmos relacionados às operações matemáticas com diferentes tipos de números podem estar associadas à falta de entendimento sobre a transição entre os conjuntos numéricos.

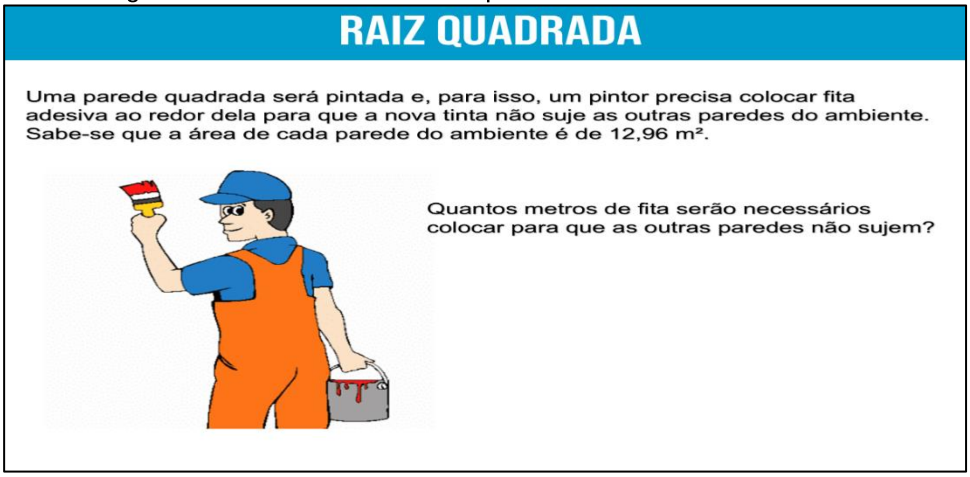
Outro aspecto significativo é a falha na execução dos algoritmos entre os alunos que tentaram calcular a raiz quadrada, mas cometeram erros no cálculo ou na apresentação do resultado. Esses casos sugerem que, mesmo quando os alunos têm uma ideia geral do procedimento, a falta de assimilação no uso de algoritmos compromete a obtenção da resposta correta. Brasil (1998) relatava que a falta de compreensão das diferenças fundamentais entre os conjuntos numéricos pode causar dificuldades significativas na resolução de algoritmos e na aplicação correta das operações matemáticas.

Por fim, e não descartado pode-se caracterizar também os erros em dificuldades de leitura e interpretação. A questão exigia que os alunos compreendessem a relação entre a área e o lado de um quadrado, além de identificar o método para encontrar a resposta. A interpretação inadequada do enunciado pode ter levado alguns alunos a confundirem o cálculo de área com o de perímetro ou a realizar operações sem conexão lógica com o problema.

Logo, os erros observados nesta atividade são principalmente causados por falta de domínio dos conceitos básicos, com uma contribuição relevante de falhas na execução dos algoritmos e dificuldades de leitura e interpretação.

A décima questão exigia que os alunos determinassem quantos metros de fita adesiva são necessários para proteger o entorno de uma parede quadrada com área de 12,96 m². Para resolver o problema corretamente, é necessário entender que o perímetro é obtido multiplicando por 4 o valor do lado do quadrado, e que o lado do quadrado é obtido extraindo a raiz quadrada da área. Assim, o cálculo correto envolve primeiro determinar o lado do quadrado ($\sqrt{12,96}$= 3,6 metros) e, em seguida, calcular o perímetro (3,6 × 4 = 14,4 metros). A resposta correta, portanto, 14,4 metros (Figura 153).

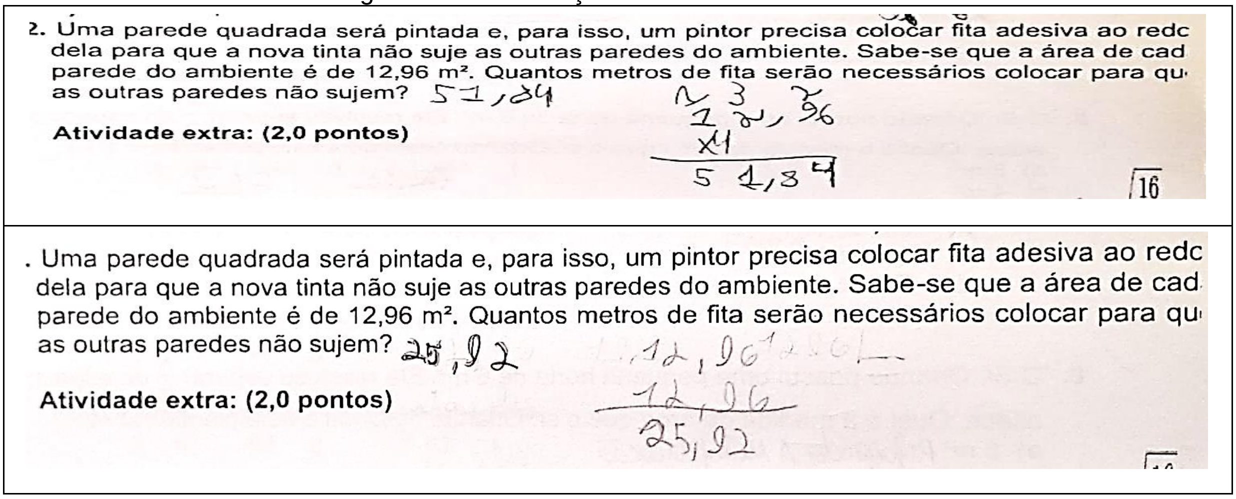
Figura 153 - Atividade 10: Raiz quadrada de Números Racionais



Fonte: adaptada de Longen (2022).

Dos 23 alunos que participaram da atividade, nenhum conseguiu responder corretamente à questão. Todos os estudantes justificaram suas respostas multiplicando diretamente a área por 4, o que demonstra uma confusão conceitual significativa. Esse erro revela que os alunos interpretaram incorretamente o problema, confundindo o valor da área com o valor do lado do quadrado (Figura 154).

Figura 154 - Resolução dos Estudantes E2 e E9


2. Uma parede quadrada será pintada e, para isso, um pintor precisa colocar fita adesiva ao redc dela para que a nova tinta não suje as outras paredes do ambiente. Sabe-se que a área de cad parede do ambiente é de 12,96 m². Quantos metros de fita serão necessários colocar para qu as outras paredes não sujem? 51,84

Atividade extra: (2,0 pontos)

12,96 x4 = 51,84

. Uma parede quadrada será pintada e, para isso, um pintor precisa colocar fita adesiva ao redc dela para que a nova tinta não suje as outras paredes do ambiente. Sabe-se que a área de cad parede do ambiente é de 12,96 m². Quantos metros de fita serão necessários colocar para qu as outras paredes não sujem? 25,92

Atividade extra: (2,0 pontos)

12,96 + 12,96 = 25,92

Fonte: a pesquisa.

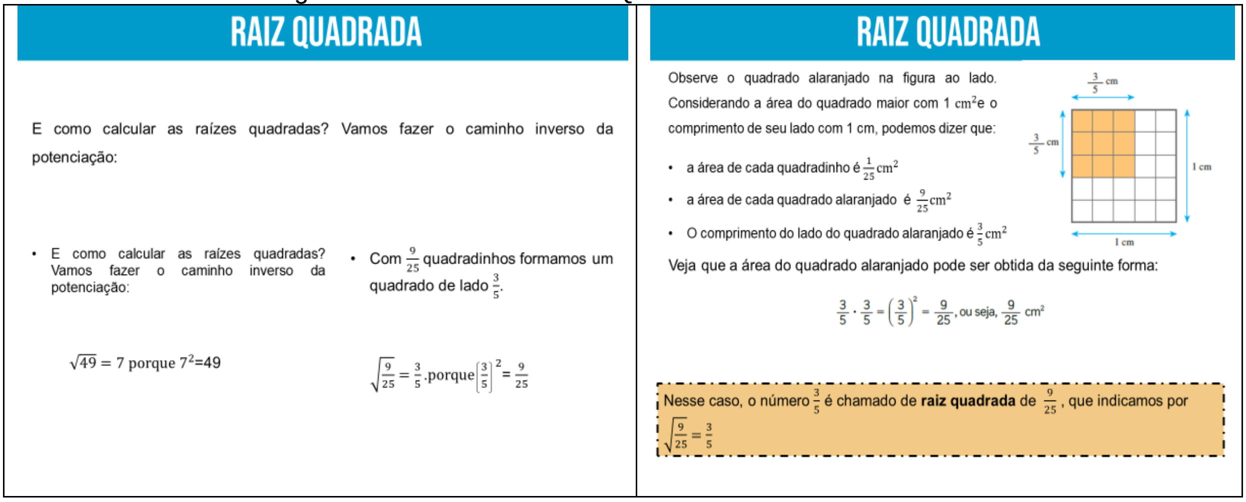
Os erros cometidos mostram que a principal dificuldade enfrentada pelos alunos está relacionada à falta de domínio dos conceitos básicos. Eles não demonstraram compreensão adequada da relação entre a área e o lado de um quadrado, nem do conceito de Raiz quadrada como operação inversa da potenciação. Essa lacuna conceitual levou à aplicação incorreta do cálculo de perímetro, uma vez que os alunos utilizaram o valor da área em vez do lado. Sendo assim, a existência de alunos que ainda não compreendem aspectos importantes do conceito de Número Racional, conforme mencionado pelos PCN (Brasil, 1998), isso indica uma falha na construção sólida desse conhecimento desde os primeiros anos de ensino.

Além disso, os erros também podem ser classificados como dificuldades de leitura e interpretação. O enunciado da questão exigia que os alunos conectem o conceito de área com o perímetro, interpretando quanto de fita adesiva é necessária para contornar a borda da parede, o que implica calcular o perímetro. A falta de clareza na interpretação dessa relação pode ter levado os alunos a aplicarem diretamente a fórmula do perímetro de forma equivocada, sem compreender que a área fornecida era apenas um ponto de partida para encontrar o lado.

Em resumo, os erros observados nesta atividade são principalmente causados por falta de domínio dos conceitos básicos, com uma contribuição significativa de dificuldades de leitura e interpretação.

Entretanto, para sanar as dúvidas e dificuldades existentes forma realizadas correções das atividades propostas e retomada das explicações sobre alguns tópicos de Raiz quadrada com Números Racionais (Figura 155).

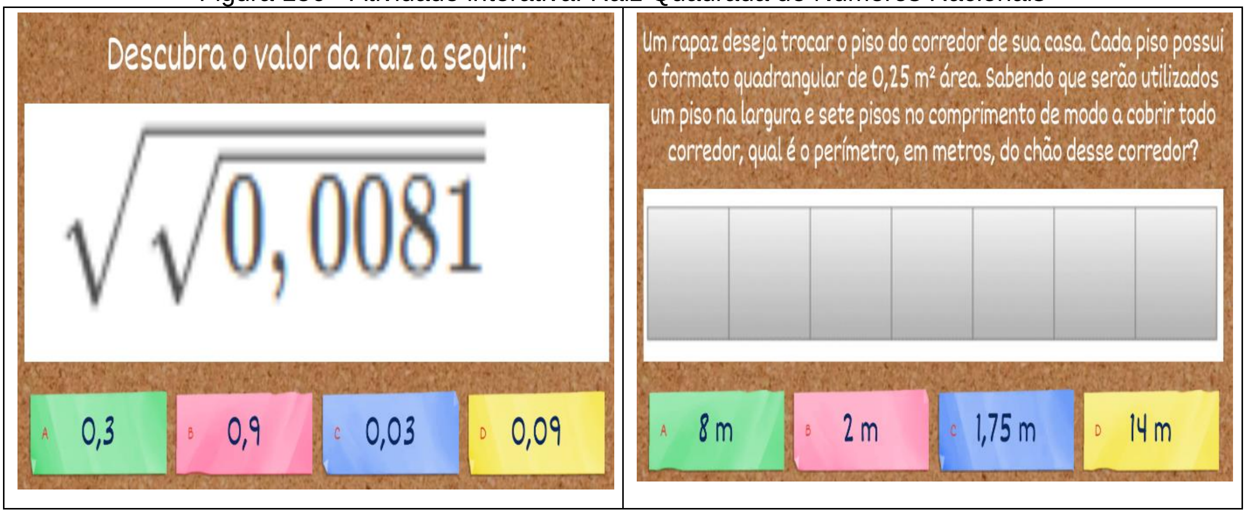
Figura 155 - Retomada Raiz Quadrada Números Racionais



Fonte: a pesquisa.

Para contextualizar foi aplicado o *quiz* sobre Raiz Quadrada de Números Racionais apresenta uma série de questões que exploram a aplicação da Raiz Quadrada em Números Racionais, contextualizando-as em situações práticas do cotidiano. Essa abordagem visa avaliar o domínio dos alunos sobre o conceito de raiz quadrada, bem como sua capacidade de interpretar e resolver problemas matemáticos em contextos reais (Figura 156).

Figura 156 - Atividade interativa: Raiz Quadrada de Números Racionais



Fonte: a pesquisa.

As questões propostas englobam diversos cenários, como o cálculo do lado de uma bandeja quadrada, a determinação da medida de uma moldura para uma foto quadrada e a medida do lado de um espelho. Para resolver corretamente essas questões, os alunos devem reconhecer que, para encontrar a medida do lado de um quadrado a partir de sua área, é necessário calcular a raiz quadrada da área fornecida, conforme Felipe (2012) a aprendizagem da Matemática envolve a criação de estratégias que permitam ao aluno dar sentido a construção de significado às ideias matemáticas, tornando-o capaz de estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar.

A resolução dessas questões exige dos alunos não apenas o conhecimento das propriedades da Raiz Quadrada, mas também a habilidade de interpretar corretamente os enunciados e aplicar os conceitos matemáticos de forma adequada. A contextualização dos problemas utilizando tecnologias digitais viabilizada o engajamento dos alunos nas atividades, pois conforme Costa (2009) o ensino da Matemática pode melhorar significativamente com a utilização de tecnologias como um recurso atraente e motivador para os alunos, em que situações práticas podem permitir que os alunos percebam a relevância dos conceitos matemáticos em seu dia a dia.

Logo, o *quiz* Raiz Quadrada de Racionais oferece uma oportunidade valiosa para os alunos praticarem a aplicação da Raiz Quadrada de Números Racionais em contextos variados, promovendo o desenvolvimento de habilidades matemáticas essenciais e a capacidade de resolver problemas.

8.3 CONTRIBUIÇÕES DA PESQUISA SOB O OLHAR DOS PARTICIPANTES

Após a realização da aplicação da sequência didática, foi realizado um questionário a respeito da percepção dos alunos com relação as atividades aplicadas no experimento. A Figura 157 trouxe a reflexão sobre as atividades didáticas, cabe ressaltar que para responder ao questionário, somente 20 alunos estavam presentes no dia.

Figura 157 - Questionamento sobre as atividades didáticas

1. O que você achou das atividades didáticas envolvendo o conteúdo de números racionais?
E1: (Não gostei da matéria porque eu particularmente não gosto de matemática) mas a forma que foi apresentada eu gostei a professor Jefferson é um ótimo professor no quesito profissional ele ensina bem. E2: Muito legal. E3: Eu achei muito legal bem diferente e aprendi. E4: eu entendi muitas coisas, mas muitas delas não consegui aprender direito, tenho certeza que no futuro quando estivermos mais maduros. E5: desinteressante. E6: eu achei legal. E7: um pouco ruim porque e um pouco difícil. E8: achei superlegal, consegui entender bem o conteúdo. E9: eu achei um pouco difícil porque eu tenho um pouco de dificuldade. E10: eu gostei, mas estou tendo dificuldade. E11: Eu não prestei muito a atenção, mas eu achei legal as atividades. E12: Atividades simples, que me ajudaram a resolver as questões. E13: achei que é complicado, tem muitas regras. E14: eu sinceramente achei desnecessário ser praticado o conteúdo na sala de vídeo. com vídeos no www.youtude como também em jogos os alunos do colégio não entenderam absolutamente nada com essas atividades inclusive eu [guerra]. poderia ser facilmente praticado na sala normal. E15: bom legal e interessante. E16: Eu achei que foi muito boa. E17: achei interessante e legal. E18: eu achei muito repetitivo e um pouco difícil de entender. E19: não gostei. E20: muito útil aprendi muito.

Fonte: a pesquisa.

A percepção geral das atividades didáticas foi variada, refletindo tanto aspectos positivos quanto os desafios enfrentados pelos alunos, enquanto 10 deles acharam as atividades interessantes, úteis e bem explicadas, houve dentre eles aqueles tiveram dificuldades ou as consideraram desinteressantes. Cinco alunos gostaram parcialmente, mas enfrentaram dificuldades ou fizeram críticas ao método, como a repetitividade ou o ambiente (sala de vídeo) e os outros 5 não gostaram das atividades por diversas razões, como falta de interesse pela Matemática ou dificuldades encontradas.

Os estudantes elogiaram a clareza das explicações do professor/pesquisador, considerando-o eficiente na apresentação do conteúdo. No entanto, houve críticas ao uso da sala de vídeo e às atividades com vídeos e jogos, em que 5 alunos acharam confusas.

Esses alunos acreditam que as atividades seriam mais eficazes em um ambiente de sala de aula tradicional. A repetitividade das atividades também foi apontada como um aspecto negativo, enquanto isso, 15 alunos mencionaram que, apesar das dificuldades, as atividades contribuíram para o aprendizado.

A próxima questão mencionava sobre a dificuldade encontra pelos estuantes com relação as atividades propostas (figura 158).

Figura 158 - Questionamento sobre as dificuldades das atividades

2. Você encontrou dificuldade na realização das atividades propostas. Se sim, indique quais.
E1: Bem pouco apenas nas de adição de fração. E2: Não E3: Sim, nas divisões. E4:Não lembro dessa atividade:\ E5: Sim em frações, racionais e divisão E6: Eu sim dificuldade números racionais E7: Não E8: Sim, raiz quadrada de racionais E9: Sim divisão de racionais E10: sim em praticamente toda a atividade E11: Sim eu prefiro folhas impressas ou "provas" no computador em vez de questionários que tenho que responder no caderno, não me estimula esse tipo de atividade. Praticamente todas. E12: Sim, porém não teve uma em específico. E13: sim, na maioria sim, mas teve algumas que eu consegui entender. E14: achei em todas as atividades porque foram na SALA DE VIDEO. E15: não achei muito difícil. E16: sim achei um pouco difícil e tive dificuldade E17: eu tive dificuldade nos números racionais E18: sim na atividade de números racionais E19: sim não entendi algumas coisas E20: Não

Fonte: a pesquisa.

Dos 20 alunos que responderam, 5 deles relataram dificuldades específicas nas atividades, especialmente nas operações com frações e divisões de Números Racionais. Um estudante também mencionou a raiz quadrada de Números Racionais como um tema desafiador.

Porém 10 estudantes mencionaram uma dificuldade mais abrangente, indicando problemas com quase todas as atividades propostas. Isso vai ao encontro o que menciona Romanatto (1997) que os alunos podem encontrar dificuldades para entender certos problemas e algoritmos relacionados a cálculos matemáticos com diferentes tipos de números. Isso pode ser devido a uma falta de compreensão de que, em cada conjunto numérico, as operações realizadas geralmente diferem das realizadas no conjunto numérico anterior. Sendo assim, mencionaram uma certa preferência por métodos tradicionais, como o uso de folhas impressas ou resolução no quadro, onde eles consideram mais eficazes para sua compreensão. Por outro lado, 4 alunos relataram pouca ou nenhuma dificuldade, indicando que as atividades estavam bem adequadas ao seu nível de entendimento.

A questão número 3 retratava sobre o que poderia ser melhorado nas atividades que foram realizadas na aplicação (Figura 159).

Figura 159 - Questionamento sobre melhoras nas atividades

3. O que você considera que pode ser melhorado nas atividades propostas?
E1: A volta das aulas na sala de informática menos vídeos. E2: Nada. E3: Nada. E4: Talvez capturar mais a atenção do aluno e obter mais bloqueios de sites que possam oferecer risco a aula como pornografia sites terroristas sem censuras e outros que possam dispersar a atenção dos alunos E5: Sim E6: e que eu a melhorados racionais. E7: ter um pouco mais exemplo E8: Nada, achei tudo bom E9: Nada tudo estava bom E10: as explicações E11: Coisas que deem mais estímulos, por exemplo: atividades cuja base seja uma folha tipo uma prova, tipo essa que estamos fazendo agora. E12: Uma base de explicação mais claras. E13: explicar mais de uma vez, e explicar mais lentamente. E14: ser na SALA NORMAL melhoraria muito a vidas dos alunos E15: eu estudando mais E16: acho que poderia ter tido mais explicações e exercícios E17: eu acho que pode melhorar dar mais tempo para responder as questões e melhorar a variedade de materiais E18: explicações mais simples e diretas E19: prefiro atividades no quadro na verdade. E20: acho que nada.

Fonte: a pesquisa.

As sugestões de melhoria refletem um desejo por explicações mais detalhadas e acessíveis, com maior repetição de exemplos e atividades práticas.

Dos alunos que responderam 12 solicitaram que os conteúdos fossem explicados de maneira mais lenta ou que houvesse uma maior variedade nos métodos utilizados. Além disso, 3 estudantes sugeriram um ambiente mais adequado para as aulas, reforçando a crítica ao uso da sala de vídeo e demonstrando preferência por métodos mais tradicionais, como o uso de quadro ou materiais impressos.

Por outro lado, 5 alunos indicaram que não viram necessidade de melhorias, elogiando o formato atual das atividades. Esses dados destacam a importância de diversificar os métodos de ensino para atender diferentes estilos de aprendizado, se relacionando com que menciona Felipe (2012) que o aprendizado da Matemática requer a criação de métodos que possibilitem aos alunos entenderem e atribuir significado aos conceitos matemáticos, permitindo-lhes fazer conexões, fundamentar, analisar, debater e formular novos entendimentos sobre o tema.

Já na questão 4 foram questionados sobre o trabalhar com as tecnologias na Matemática (Figura 160).

Figura 160 - Questionamento sobre as tecnologias nas aulas de Matemática

4. Como foi trabalhar nas aulas de Matemática com uso de tecnologias? Você considera que ajudou na resolução das atividades?
E1: Bastante ajudou demais prefiro na sala de informática do que copiar do quadro E2: Sim E3: Sim, bastante. E4: foi ótimo, teria aproveitado mais sem alguns colegas da minha turma E5: Sim E6: e ajudou sim muito E7: Sim E8: Foi maravilhoso, por mais de alguns conteúdos eu ficar em dúvida em algumas coisa, o uso da tecnologia foi bem legal e ajudou bastante. E9: eu acho que sim só tive algumas dificuldades E10: eu gostei bastante, sim ajudou E11: Eu acho que não ajudou muito, mas que poderia melhorar fazendo as tais "provas no computador" igual essa. E12: Forma boa de ensino. Sim ajudou na parte da resolução, por causa dos vídeos explicando. E13: foi bom, tiveram explicações por vídeos. sim teve mais tempo para explicar. E14: NÃO achei BOM. E15: sim usando a tecnologias estudar ajuda mais do que na sala copiando E16: achei legal, mas eu entendo mais aula em quadro. E17: foi muito legal trabalhar com a tecnologia mais acho mais eficiente trabalhar na sala de aula E18: eu acho que ajudou em algumas explicações da matéria E19: foi. não E20: muito legal

Fonte: a pesquisa.

Dos 20 alunos que responderam à questão 14 avaliaram positivamente a utilização de tecnologias nas aulas, reconhecendo que elas facilitaram a compreensão de alguns conteúdos e trouxeram uma abordagem diferenciada para o ensino. Houve elogios ao uso de vídeos explicativos e à sala de informática, destacando que o ambiente tecnológico foi útil para tornar o aprendizado mais dinâmico.

No entanto, dos 20 alunos, 6 mostraram preferência por métodos mais tradicionais, como o uso de quadro e atividades impressas. Considerando assim, que a tecnologia não auxiliou. Essa divisão destaca a importância de equilibrar o uso de tecnologias com métodos convencionais, para alcançar um maior número de alunos, ou seja, conforme Borba e Penteado (2010), as tecnologias devem ser entendidas como ferramentas auxiliares, e não como objetivos finais, sendo assim, desempenham um papel importante, mas não substituem a função do professor na orientação e no acompanhamento do processo de aprendizagem.

Na quinta questão foi trazido a percepção dos estudantes sobre o que lembravam da aplicação das atividades sobre Números Racionais (Figura 161).

Figura 161 - Descrição sobre os Números Racionais

5. Descreva o que você lembra sobre os conteúdos de números racionais?
E1: Lembro muito da raiz quadrada de racionais porque é quase igual a raiz quadrada normal. E2: As regras como fazer as contas E3: Acho muito legal e difícil também. E4: eu sei só não lembro E5: não me lembro de nada E6: racionais, e, números que eu não sei E7: racionais etc. E8: Lembro muito do conteúdo de adição e subtração de racionais E9: Adição e subtração de racionais. E10: não lembro E11: Não lembro muita coisa, mas fizemos atividades com números racionais. E12: Lembro dos conjuntos e números fracionários. E13: números negativos e positivos, conjuntos de números, e mais algumas coisas que esqueci o nome. E14: NADA E15: os números racionais podem ser representados em forma de fração números decimais de finita ordem e dizimas periódicas número racionais E16: Não lembro direito E17: lembro de poucas coisas porque tive dificuldade em aprender na sala de vídeo a matéria E18: eu lembro que são números que podem ser frações, números inteiros e pode ser dividido e multiplicado E19: lembro pouco tipo a lei dos sinais a soma a multiplicação e a divisão. E20:

Fonte: a pesquisa.

Falar sobre a descrição do conteúdo de Números Racionais variou entre os alunos. Oito estudantes mencionaram lembrar-se de tópicos específicos, como adição, subtração, raiz quadrada e a regra dos sinais, indicando que partes do conteúdo foram compreendidas e assimiladas.

No entanto, 12 alunos relataram lembrar pouco ou nada do que foi ensinado, sugerindo a necessidade de revisões mais frequentes ou métodos de reforço para fixação do conteúdo. É importante notar que mais da metade dos que mencionaram dificuldades nas atividades também tiveram maior dificuldade em recordar o conteúdo, reforçando a conexão entre compreensão inicial e a assimilação do conteúdo, isso retrará o que é afirmado em Brasil (1998) que a falta de compreensão das diferenças essenciais entre os conjuntos numéricos pode resultar em dificuldades consideráveis na resolução de algoritmos e na aplicação correta das operações matemáticas, ou seja, é fundamental essa compreensão para resolução das atividades.

Na sexta questão pedia exemplos sobre o conteúdo dos Números Racionais conforme demonstrado na Figura 162, onde traz as menções dos alunos.

Figura 162 - Exemplo dos alunos sobre Números Racionais

6. Você saberia dar um exemplo de uma situação envolvendo números racionais?
E1: O meu exemplo é esse $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ E2: A de divisão você pega a segunda fração inverte ela e multiplica a conta E3: Acho que sim. E4: 0,10x3,0=0,30 E5: não E6: e eu as racionais sim ou não E7: Não E8: Sim, usamos no dia a dia quando vamos as compras para somar ou dividir. E9: Para medir a altura E10: não E11: Quando contamos o troco ou vemos quanto dinheiro temos na conta e o quanto falta para realizar algum sonho por exemplo uma viagem dos sonhos. E12: Nas compras, para contar os reais e os centavos do dinheiro. E13: se eu me lembrar de quais contas são os racionais talvez sim. E14: VE NO www.youtude E15: Lucas tem 100 reais e gasta 200 reais Lucas fica com -100 reais E16: Não lembro E17: sim por exemplo para medir a minha altura E18: sim, você tem um bolo de 8 fatias ou seja 8/8 se eu um pedaço fica 7/8 E19: acho que não E20: indicar peso e altura

Fonte: a pesquisa.

As respostas para essa questão mostraram que cerca de 11 dos 20 alunos conseguiram demonstrar a aplicação do conhecimento, trazendo exemplos práticos, como medições, cálculos com dinheiro ou situações do cotidiano. Exemplos claros, como dividir um bolo ou calcular trocos, indicam que os alunos conseguiram transferir o aprendizado para contextos reais.

No entanto, 9 alunos relataram não saber ou não conseguiram mencionar exemplos sobre o conteúdo de Números Racionais, o que evidencia que ainda possuem dificuldades em compreender ou aplicar o conceito de Números Racionais. Essa dificuldade reforça a importância de incluir mais exercícios contextualizados durante o ensino, reafirmando o que traz Catoo (2000) a dificuldade dos alunos na atividade de conversão por meio da mudança de registro é evidente. Muitos não conseguem reconhecer ou associar as diferentes representações do número racional, chegando ao ponto de não estabelecerem ligação entre a forma fracionária e outras representações.

Na questão 7 foi mencionado sobre a importância em estudar os Números Racionais (Figura 163).

Figura 163 - A importância de estudar os Números Racionais

7. Você considera importante estudar os números racionais? Justifique.
E1: Não pois não é todo dia que você vai usar a fração de ½+⅔ quando?
E2: Sim
E3: Sim, para saber fazer as contas do dia a dia.
E4: sim porque isso vai ajudar de vez em quando na nossa vida
E5: não a menos que eu queira ter um trabalho envolvido nisto números racionais são inúteis
E6: eu a sim racionais e n racionais
E7: sim para o futuro não ser merda
E8: Sim, é super importante pois usamos no dia a dia
E9: Em algumas coisas sim
E10: sim pois vamos usar muito futuramente
E11: Sim, pois usamos eles no dia a dia e durante nossa vida inteira.
E12: Sim, já que além de usar nas atividades usamos no dia a dia.
E13: sim, na matemática tudo está conectado se não saber um não consegue fazer quase conta nenhuma.
E14: e importante para quem está no rumo de ser e crescer na vida e se tornar alguém na vida
E15: sim por que é muito legal e interessante e é muito importante para a vida
E16: Sim
E17: acho que e um pouco importante a prender sobre os números racionais porque são poucas as situações que os números racionais são uteis
E18: eu acho que e importante saber o básico
E19: acho que não, não consigo ver onde eu usaria no meu dia a dia
E20: acho que sim pois tu usas peso altura tamanho etc.

Fonte: a pesquisa.

Dentre os 20 alunos, 15 reconheceram a importância do estudo de Números Racionais, destacando sua utilidade no dia a dia, como em cálculos financeiros, medições e aplicações práticas em diversos contextos. Dentre eles, também foi mencionado que o conhecimento matemático é essencial para o desenvolvimento de outras habilidades ou áreas.

Entretanto, 5 alunos demonstraram dúvidas quanto à relevância do conteúdo, afirmando que ele seria útil apenas para quem pretende trabalhar em áreas relacionadas à Matemática. Esse contraste sugere a importância de reforçar a aplicabilidade prática do conteúdo para aumentar o engajamento e a percepção de relevância entre os alunos.

As respostas fornecem um panorama detalhado sobre como os alunos percebem as atividades, o conteúdo e o método de ensino. Toda a turma reconhece a relevância do conteúdo e valoriza os esforços didáticos, mas também há críticas significativas ao ambiente de ensino, às formas que foram abordadas as explicações e à aplicação prática dos conceitos.

Contudo, percebeu-se que para atender às necessidades da turma, é essencial diversificar os métodos, equilibrar tecnologias com abordagens tradicionais e promover maior contextualização do conteúdo para facilitar a compreensão e retenção. A abordagem diferenciada deve ser ajustada para atender alunos com diferentes níveis de proficiência e preferências de aprendizado.

8.4 REFLEXÕES DO PROFESSOR/PESQUISADOR

A reflexão trazida dos eventos ocorridos durante os 16 dias de atividades propostas revela a presença de desafios estruturais e comportamentais que afetaram diretamente a qualidade do processo de ensino e aprendizagem.

Durante esse período, um dos principais problemas foi o funcionamento tecnológico. A conexão com a *internet* era frequentemente instável, o que prejudicou a realização das atividades planejadas. Em dias como o primeiro, terceiro, sexto, sétimo, décimo, décimo segundo, décimo terceiro e décimo quarto, a conexão estava tão ruim que as atividades interativas e o uso dos *Chromebooks*, que eram essenciais para as tarefas, foram muito afetados. Gerando assim, muita frustração, tanto para os alunos quanto para o professor/pesquisador, que não conseguiu aplicar de forma satisfatória as metodologias propostas tendo que recorrer a alternativas, como por exemplo quadro e caneta, que por sua vez, não eram a intenção da aplicação.

Entretanto nesses dias de conectividade ruim, foram realizadas retomas do conteúdo, explicações com slides resolvendo as questões no quadro com caneta e resolução de atividades em que os estudantes tinham mais dificuldades.

Tiveram momentos que a conexão estava um pouco mais estável, como no quinto e oitavo dia, as atividades puderam ser realizadas de maneira mais tranquila. No entanto, o engajamento dos alunos continuava a ser um grande desafio. A falta de interesse e envolvimento nas tarefas era algo observado em praticamente todos os dias de atividades. Mesmo com a tecnologia funcionando adequadamente, a falta de foco dos alunos era evidente. Eles não se empenhavam o suficiente nas atividades, preferindo se distrair com brincadeiras ou conversas paralelas, o que resultava em uma sala de aula desorganizada e com pouco aprendizado.

Durante os dias de aplicação, ficou claro que os alunos resistiam a interpretação dos problemas propostos. Nos dias dedicados aos conceitos de operações com Números Racionais, muitos não se empenhavam em resolver os problemas. Eles preferiam respostas rápidas, sem se esforçar para entender as questões, o que de fato, mostra falta de habilidades importantes, como leitura crítica e interpretação de texto. Essa falta de engajamento pode ser resultado de vários fatores, como falta de motivação, dificuldade com o conteúdo ou até mesmo uma desconexão com as metodologias adotadas.

Além disso, a dinâmica das aulas com o uso de dispositivos tecnológicos pode ter contribuído para um ambiente mais disperso. Tinham dias, em que os alunos pareciam mais interessados em se entreter com outras atividades ou até mesmo acessar jogos paralelos. Essa falta de foco nas atividades interativas, que deveriam ser uma ferramenta de aprendizado, mostrou que os alunos podem não estar valorizando essas ferramentas com foco no aprendizado. Podendo levantar questionamentos sobre a tecnologia integrada no contexto educacional, se viabiliza o interesse dos estudantes em aprender ou de ser somente uma ferramenta de brincadeiras. Embora seja uma ferramenta poderosa, demonstrou que se mal utilizada ou mal planejada, pode acabar gerando distrações em vez de promover o aprendizado. Isso leva à reflexão sobre as limitações de acesso a outras atividades, como jogos diversos nos computadores da escola. No entanto, como possibilitar que os estudantes compreendam que os jogos e brincadeiras *on-line* estão disponíveis, mas que há momentos adequados para utilizá-los, sem a necessidade de bloquear o acesso? Será que eles têm maturidade para entender essa distinção?

Outro ponto importante é o comportamento dos alunos na sala de aula. Em vários momentos, o professor/pesquisador precisou intervir para manter a ordem, mostrando que a turma estava frequentemente desorganizada e desinteressada. Em alguns dias, como no décimo, um aluno chegou a ser retirado da sala por desrespeito. Isso não só destaca a dificuldade em manter a disciplina, mas também uma certa falta de respeito pelas atividades e pelo ambiente de aprendizagem. A resistência em seguir as orientações e a dificuldade em se concentrar nas tarefas retrata que o comportamento disruptivo pode ser resultado de problemas maiores, como a falta de engajamento com o currículo, a falta de motivação para aprender, a ausência de uma abordagem pedagógica que realmente prenda a atenção dos alunos ou até mesmo o desinteresse dos alunos na aprendizagem.

A falta de engajamento dos alunos e os problemas de conectividade mostram como é complexo usar a tecnologia na educação. Embora a *internet* e os dispositivos digitais possam ser ferramentas valiosas, é essencial que esses recursos estejam acompanhados de uma infraestrutura de suporte adequada e de práticas pedagógicas que despertem o interesse dos alunos. A tecnologia, por si só, não garante o aprendizado, pois necessita da mediação do professor. Ela precisa ser integrada a uma metodologia que envolva os alunos, desperte sua curiosidade e os desafie de maneira significativa.

Também é importante refletir sobre o papel do professor nesse contexto. Apesar das dificuldades, o ajuste de estratégias para minimizar os impactos da instabilidade da *internet* e da falta de engajamento dos alunos, pode ter sido um dos fatores que ajudou ao desinteresse dos alunos. Nos dias em que a tecnologia falhou, foi necessário recorrer a recursos tradicionais, como o quadro e o giz, para garantir que o conteúdo fosse abordado de alguma forma. No entanto, essa transição entre métodos tecnológicos e tradicionais acabou-se revelando a dificuldade de encontrar um equilíbrio entre as abordagens. Talvez seja necessário repensar a integração das tecnologias com práticas pedagógicas mais clássicas.

Logo, os 16 dias de aplicação mostraram que, embora o uso de tecnologias na educação tenha grande potencial, ele exige uma infraestrutura potente e uma adaptação constante às necessidades e comportamentos dos alunos. A instabilidade da *internet* e a falta de engajamento dos alunos nas atividades acabam por demonstrar a necessidade de repensar as estratégias pedagógicas, buscando métodos mais eficazes para atrair o interesse dos alunos e envolvê-los no processo de aprendizagem. O professor desempenha um papel fundamental, não apenas como mediador do conteúdo, mas também como facilitador do engajamento dos alunos. No entanto, é essencial a adaptação de abordagens às características e realidades da turma e da escola para promover uma aprendizagem mais significativa e produtiva.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considera-se que o objetivo de desenvolver uma sequência didática com a utilização de recursos tecnológicos para a abordagem do conteúdo dos Números Racionais no 7° ano do Ensino Fundamental, buscando promover um ensino ativo e participativo dos estudantes para revisar e aprofundar os conhecimentos desse conteúdo, foi alcançado considerando tanto as condições estruturais colocadas frente à realidade da escola pública.

Ao longo do desenvolvimento da sequência didática desenvolvida, que utilizou ferramentas como *Google Classroom*, *Wordwall* e outros *softwares* educativos, foi possível investigar, implementar e analisar os recursos tecnológicos.

Os resultados apontaram que a sequência didática se mostrou produtiva na promoção de uma aprendizagem mais ativa, participativa, dinâmica, contextualizada e autônoma. Entre os principais resultados, destaca-se a melhoria na compreensão de conceitos fundamentais, como a representação de frações equivalentes, o uso da reta numérica e a aplicação prática de operações com Números Racionais. Além disso, o uso de atividades interativas estimulou o protagonismo dos estudantes no processo de aprendizado, reforçando o papel das metodologias ativas no contexto educacional.

Entretanto, mesmo utilizando-se das bases de referências curriculares, ao propor a construção de aprendizagens do objeto de conhecimento Números, apontado para o 7º ano, percebeu-se que, em boa parte do tempo, os conhecimentos prévios dos estudantes eram muito restritos para iniciar a construção de novos conceitos, por isso a retomada no início de cada aula se tornava imprescindível.

Contudo, em relação ao potencial dos alunos, é preciso levar em conta que cada um enfrenta desafios diferentes decorrentes de suas vivências anteriores, tais como autoestima, maturidade, estrutura familiar e acompanhamento. No entanto, é possível perceber que, apesar dessas dificuldades, muitos conseguiram progredir em sua trajetória e se sentiram empoderados ao aprender conceitos matemáticos.

Com relação as construções, percebeu-se que alguns alunos apresentavam dificuldades na interpretação de situações problemas, onde aplicavam muitas vezes a operação de forma incorreta com relação aos Números Racionais. Diante disso ao final das atividades sempre eram retomadas explicações e correções delas.

Outro aspecto a ser destacado, foi a interação entre os alunos, entre aqueles que se demonstravam entusiasmados, ajudavam na hora da aplicação, muitas vezes na organização e no controlar da turma frente as explicações.

Por fim, a aplicação da sequência didática também permitiu ao professor refletir sobre o papel das Tecnologias Digitais como aliadas da prática pedagógica. Ficando evidente que o planejamento cuidadoso, aliado à seleção de recursos digitais adequados, é essencial para potencializar a aprendizagem e promover um ensino que atenda às necessidades e aos interesses dos estudantes. Os resultados obtidos reforçam a importância de um ensino inovador e de uma prática pedagógica que integre metodologias ativas e recursos tecnológicos no desenvolvimento do conteúdo matemático.

Contudo em relação ao desenvolvimento da pesquisa e suas limitações destaca-se que os avanços alcançados no progresso das atividades da sequência didática, foram desafiadores, porém valiosos, considerando a falta de estrutura da escola.

Com relação ao local de aplicação, ressalta-se sobre a infraestrutura tecnológica, como a conexão instável da *internet*, essa situação refletiu as diferenças socioeconômicas que ainda são um desafio para a inclusão tecnológica no ambiente escolar, especialmente em escolas públicas, onde nem sempre há infraestrutura suficiente para garantir o acesso universal às tecnologias demonstrando assim a limitação do pleno aproveitamento das ferramentas tecnológicas.

Algo a ser mencionado é a falta excessiva dos estudantes, mesmo que todas as aulas eram retomadas os conceitos, muitas das vezes deveriam ser por completo, o que ocasionava a desordem da turma e até mesmo daqueles que já tinha ou sabiam o conteúdo.

Outro ponto crítico foi o tempo destinado à aplicação da sequência didática. Devido às limitações do calendário escolar e às demandas curriculares, não foram possíveis a exploração de forma mais aprofundada nas atividades e acompanhar o desenvolvimento dos estudantes por um período prolongado. Essa limitação impactou especialmente na possibilidade de revisitar conceitos com maior frequência e oferecer suporte contínuo aos alunos que apresentaram dificuldades mais complexas.

Para estudos futuros, sugere-se a ampliação da sequência didática abordando em sua construção a operação da radiciação com radicandos positivos e negativos, pois o conteúdo trabalhado neste estudo englobou somente a radiciação com índice 2 e radicandos positivos. Ressalta-se que sua aplicação deve ser ampliada para diferentes níveis de ensino e contextos educacionais, o que pode ajudar a verificar sua eficiência em outras realidades. Além disso, seria relevante explorar o uso de outras ferramentas digitais que possam complementar as já utilizadas, bem como avaliar formas de personalizar as atividades para atender às necessidades individuais dos estudantes. Também surgi a recomendação de estudos longitudinais que possam analisar o impacto da utilização contínua das Tecnologias Digitais na aprendizagem dos Números Racionais ao longo do tempo. Por fim, enfatiza-se a importância de formar professores para o uso eficaz dessas tecnologias, promovendo uma integração mais consistente entre inovação pedagógica e práticas tradicionais.

Acredita-se que a importância desta investigação está no campo do ensino e a aprendizagem, oferecendo a educadores e pesquisadores interessados no tema um ponto de partida para refletir sobre o processo de construção do conhecimento matemático com o uso de ambientes virtuais e os Números Racionais. Além de ser uma investigação de ensino, essa pesquisa também representa a busca por superar um ensino tradicional que prioriza apenas a memorização e repetição, sem reflexão e autocrítica.

REFERÊNCIAS

ALVES, E. M. S. **A ludicidade e o ensino da matemática:** uma prática possível. Campinas: Papirus, 2001.

ARAÚJO, D. L. de. **O que é (e como faz) sequência didática? Entre palavras**. [S.I.], v. 3, n. 1, p. 322-334, maio 2013. ISSN 2237-6321. Disponível em: http://www.entrepalavras.ufc.br/revista/index.php/Revista/article/view/148. Acesso em: 20 set. 2024.

ARAÚJO, H. M. C. **O uso das ferramentas do aplicativo "Google sala de aula" no ensino de matemática**. Dissertação [Mestrado] Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia. Universidade Federal de Goiás Regional Catalão. Catalão-GO, 2016, 93 f.

BACICH, L.; MORAN, J. (org.). **Metodologias ativas para uma Educação inovadora:** Uma abordagem teórico prática. Porto Alegre: Penso, 2018.

BALESTRA, Maria Marta Mazaro. **A psicopedagogia em Piaget: uma ponte para a educação da liberdade.** Curitiba: InterSaberes, 2012. – (Série Psicopedagogia).

BEHR, M.; LESH, R.; POST, T; SILVER, E. Rational-Number Concepts. In LESH, R.; LANDAU, M. (Ed.) **Acquisition of Mathematical Concepts and Processes**. Florida: Academic Press, p. 91-126, 1983.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini:** 7º ano. 10º ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC): educação é a base. Brasília, DF: MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCCpublicacao.pdf. Acesso em: 2 abr. 2024.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão Final. 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Ensino de 5° a 8° séries. Brasília-DF: MEC, 1998.

BRITO, A. P. G.; OLIVEIRA, G. S.; SILVA, B. A. **A importância da pesquisa bibliográfica no desenvolvimento de pesquisas qualitativas na área de educação**. Cadernos da Fucamp, Monte Carmelo, v. 20, n. 44, p. 1-15, 2021. Disponível em: https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/2354. Acesso em: 10 out. 2023.

BONJORNO, J. R. *et al*. **Amplitude:** matemática. 7º ano. 1º ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2022.

BONAZZI, M. e ECO, U. **Mentiras que parecem verdades**. São Paulo: Summus, 1980.

BORBA, M. C. Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção de Matemática. In: **Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática**. 2002, Curitiba. I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, 2001. v. 1. p. 135-146.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BORIN, J. **Jogos e Resolução de Problemas: Uma estratégia para as aulas de matemática**. São Paulo: IME-USP, 1996.

BROLEZZI, A. C. **Frações e Decimais: História e significado**. CAEM/USP, 1996.

BURGUESS, J., GREEN, J. **YouTube e a Revolução Digital: como o maio fenômeno da cultura participativa está transformando a mídia e a sociedade**. São Paulo: Aleph, 2009.

CATOO, G. G. Registros de Representação e o Número Racional: Uma abordagem nos livros didáticos. **Dissertação** [Mestrado] Programa de Pós-Graduação em Educação. PUC, São Paulo, 2000. 168 f.

CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, W. R. A ideia de unidade na construção do conceito do número racional. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática.** São Carlos: UFSC, V2.4, p. 68-93, 2007.

CAMPOS, C. R.; JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; FERREIRA, D. H. L. Educação estatística no contexto da Educação crítica. **Revista Bolema**, v. 24, nº 39, p. 473- 494, ago. 2013.

CASTRO, A. D. *et al*. **Didática para a escola de 1º e 2º graus**. São Paulo: Pioneira,1976.

COLLIS, J.; HUSSEY, R. **Pesquisa em administração: um guia prático para alunos de graduação e pós-graduação**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005

COSTA, C. C. Corpos híbridos: a construção do corpo humano na modernidade a partir da arte e da tecnologia. **Dissertação** [Mestrado]. Programa de Pós-Graduação em Tecnologia. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2009. 175 f.

COSTA, D. E. O processo de construção de sequência didática como (pro)motor da educação matemática na formação de professores. **Dissertação** [Mestrado]. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal do Pará, Belém, 2013. 192 f.

CURTY, A. C. da S. Números Racionais e suas Diferentes Representações. **Dissertação** [Mestrado]. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, RJ, 2016. 84 f.

DANTE, L. R; VIANA, F. **Teláris Essencial: Matemática: 7º ano** – 1º. ed. -- São Paulo: Ática, 2022.

DINIZ, R. H. N.; ALMEIDA, J. C. F.; RODRIGUES, B. F. L.; MARMOL, M. M. R. **Utilizando o Google Classroom como Ferramenta Educacional – Percepções e Potenciais.** Pará de Minas/MG, 2018. Disponível em: http://www.abed.org.br/congresso2018/anais/trabalhos/5896.pdf. Acesso: 2.out. 2024

DUVAL, R. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática.** In: MACHADO, S. D. A. (Org.). Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica. Campinas: Editora Papirus, 2003. p.11-34.

FELIPE, S. M. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**. Cadernos PDE, Curitiba: SEED - Paraná, 2012.

FONSECA, S. **Metodologia de Ensino: Matemática**. Minas Gerais: Editor Lê, 1997.

FREUND, J. E.; SIMON, G. A. **Estatística aplicada.** 9. ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.

GAY, M. R. G. **Araribá conecta matemática.** 7º ano. Manual do Professor. 1º ed. – São Paulo, Editora Moderna, 2022.

GIL, A. C. **Método e técnicas de pesquisa social.** 1 ed. São Paulo: Atlas. 1999.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2011.

GROENWALD, C. L. O.; ZOCH, L. N.; HOMA, A. I. R. Sequência Didática com Análise Combinatória no Padrão SCORM. **Bolema**. Rio Claro, ano 22, n.34, p.27-56, 2009. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/3298. Acesso em: 4 out. 2024

GULA, J. S.; CHAVES, G. S.; DEUS, K. A.; GOMES, A. N. O uso da plataforma wordwall nas aulas de matemática: relato de experiência. Uberlândia/MG, 2021. Disponível em: https://memoriajornada.ifsuldeminas.edu.br/index.php/jctpas2021/jctpas2021/paper/viewFile/6848/5152. Acesso em: 4 out. 2024.

GUTIÉRREZ-FALLAS, L. F.; HENRIQUES, A. **O TPACK de futuros professores de matemática numa experiência de formação**. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, v. 23, n. 2, p. 175-202, 2020. Disponível em: https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665243620200002000175&script=sci_arttext&tlng=pt. Acesso em: 3 nov. 2023.

IORA, M. Aspectos históricos das diferentes representações dos números racionais. **Dissertação** [Mestrado]. Programa Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física. Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2021. 150 f.

JÚNIOR, J. R. G. **A conquista matemática.** 7º ano. Ensino Fundamental - Anos Finais. Manual do Professor. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022.

KENSKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. Campinas: Ed. Papirus, 2003.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologia:** o novo ritmo da informação. 8ª. ed. Campinas: Papirus, 2012.

LAMATTINA, A. A; PERALTA, M. C. **Educação personalizada:** explorando a Aprendizagem Adaptativa. Formiga (MG): Ed. MultiAtual, 2024.

LÉVY, P. **As Tecnologias da Inteligência: O Futuro do Pensamento na Era da Informática.** Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LIMA, L. F. Grupo de estudos de professores e a produção de atividades matemáticas sobre funções utilizando computadores. **Dissertação** [Mestrado]. Programa Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009. 174f. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91076/lima_lf_me_rcla.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 20 set. 2024.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI.** 4. ed. Campinas: Papirus, 2001.

LONGEN, A. **Conexões e vivências:** matemática. 7º Ano: Ensino Fundamental. Anos Finais. Manual do Professor. 1º ed. São Paulo: Editora Brasil, 2022.

LOPES, A. J. **O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações**. Boletim de Educação Matemática, v. 21, n. 31. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Rio Claro, 2008. p. 1-22.

MACHADO, K. R. A Mediação das Tecnologias Digitais (TD) no Ensino Remoto para a Aprendizagem Significativa em Educação Matemática. **Dissertação** [Mestrado]. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2022. 226 f.

MACHADO, B. F. MENDES, I. A. Videoaula de história da matemática: Uma possibilidade didática para o ensino de matemática. **Dissertação** [Mestrado]. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Natal, RN, 2011. 144 f.

MARCELINO, A. L. **Estudando sobre números racionais no Ensino Fundamental**. **Dissertação** [Mestrado]. Programa de Pós-Graduação em

Matemática em Rede Nacional. Universidade Federal de Viçosa. Florestal Minas Gerais, 2018. 50 f.

MARTINS, R. M.; CAMPOS, V. C. **Guia prático para pesquisa científica**. 2 ed. Rondonópolis: Unir, 2004

MEDEIROS, R. P. Softwares matemáticos: O uso de novos recursos tecnológicos para o processo de ensino e aprendizagem da matemática; **REBES - Revista Brasileira de Educação e Saúde**. ISSN -2358-2391. Pombal-PB, Brasil, v. 4, n. 3, p. 6-12, jul.-set., 2014.

MENOCIN, S. E. M. **Ferramentas digitais para aulas de matemática no contexto da pandemia da covid–19**. **Dissertação** [Mestrado]. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, 2021. 82f.

MIRANDA, J. F. Jogos Digitais Educacionais: **Uma Possibilidade para Ensinar e Aprender Probabilidade nos anos Iniciais do Ensino Fundamental**. **Dissertação** [Mestrado] Programa de Mestrado Profissional em Educação: Formação Docente para Educação Básica - Universidade de Uberaba (UNIUBE), Uberlândia-MG, 2020, 87 f.

MONTEIRO, C.; PINTO, H. **Desenvolvendo o sentido do número racional**. Lisboa: APM, 2007.

MORAN, J. M. Interferências dos meios de comunicação no nosso conhecimento. **Revista Brasileira de Comunicação**. São Paulo. v. 7. Pg. 36- 49. jul/dez 1994.

MORAN, J. M. **A educação que desejamos**: novos desafios e como chegar lá. 3ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2009.

MOREIRA, P. R.; FIDALGO, F. S. R.; COSTA, E. A. Mídias digitais no ensino da Matemática. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 5, n. 2, p. 56-70, 2020. Disponível em: https://seer.ufs.br/index.php/ReviSe/article/view/12232. Acesso em: 11 set. 2024.

NASCIMENTO, J. **Perspectivas para aprendizagem e ensino dos números racionais**. Revista de Iniciação Científica da FFC. v.8. n.2. p. 196-208, 2008.

NOGUEIRA, F. **Obstáculos epistemológicos e didáticos relacionados a frações: um estudo com alunos do sétimo ano do ensino fundamental**. **Tese** [Doutorado]. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2020. 248f.

OLIVEIRA, C. N. C. de. **Geração alpha matemática.** 7º ano. Ensino Fundamental - Anos Finais. 4. ed. São Paulo: Edições SM, 2022.

OLIVEIRA, I. P. **Frações na Perspectiva de Medição e o Cuisenaire Físico e Digital. Dissertação** [Mestrado]. Programa de Pós-Graduação em Educação

Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Estadual do Paraná, Campo Mourão. 2023. 84f.

OLIVEIRA, V. S. D. **Ensino Exploratório de matemática e tecnologias digitais: um olhar para a aprendizagem de frações na perspectiva de medição no contexto do ensino remoto**. **Dissertação** [Mestrado]. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Estadual do Paraná, Campo Mourão, 2021. 102f.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **As Diferentes "Personalidades" do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas**. **Bolema**, Rio Claro, ano 21, n° 31, p.79-102, 2008.

PARKER, M.; LEINHARDT, G. **Percent: a privileged proportion**. Review of Educational Research, v. 65, n. 4, p. 421 – 481, 1995. Washington: American Educational Research Association.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P. **Representações e processos de raciocínio na comparação e ordenação de números racionais numa abordagem exploratória**. **Bolema**, Rio Claro - SP, v. 28, n. 50, p. 1464-1484, dez. 2014. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/7611. Acesso em: 24 jun. 2024.

RIBEIRO, F. M.; PAZ, M. G. **O ensino da Matemática por meio de novas tecnologias**. Santa Maria: Modelos, 2012. Disponível em: http://facos.edu.br/publicacoes/revistas/modelos/agosto_2013/pdf/o_ensino_da_matematica_por_meio_de_novas_tecnologias.pdf. Acesso em: 18 de jun. 2024.

ROCHA, E. M.; RODRIGUES, J. F. **A Comunicação da Matemática na Era Digital**. In: Boletim da SPM 53. Outubro de 2005, p. 1-21.

ROMANATTO, M. C. **Número Racional: Relações Necessárias a sua Compreensão. Tese** [Doutorado]. Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1997. 169 f.

ROSENTHAL, G. **Pesquisa social interpretativa: uma introdução**. Porto Alegre: Edipucrs, 2014.

RÜSEN, J. **E o ensino de história.** Curitiba: Editora da UFPR, 2010. (Organização de Maria Auxiliadora Smith, Isabel Barca e Estevão de Rezende Martins).

SILVA, C. A. **Modelagem e tecnologia: Alternativas metodológicas para a educação matemática**. **Dissertação** [Mestrado]. Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Faculdade de Filosofia e Ciências – Campus Marília, Marília, 2019. 107f.

SILVA, M.F.F. **Frações e grandezas geométricas: um estudo exploratório da abordagem em livros didáticos. Dissertação** [Mestrado]. Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014, 178 f.

SILVA, J. G. da, MOURA, C. S. R. de. **A utilização das tecnologias digitais no ensino de matemática durante a pandemia da covid-19**. **Revista De Estudos Interdisciplinares**, 6(1), 01–25. https://doi.org/10.56579/rei.v6i1.878. Acesso em: 2 nov. 2024.

SILVEIRA, E. **Desafios da Matemática com Ênio Silveira.** 7º ano. Manual do Professor. 1º ed. São Paulo, Moderna, 2022.

SOARES, E. M. S.; VALENTINI, C. B.; RECH, J. **Convivência e aprendizagem em ambientes virtuais: uma reflexão a partir da biologia do conhecer**. **Educação em Revista**, v. 27, n. 3, p. 1-20, 2011. Disponível em: https://www.scielo.br/j/edur/a/mVhpDvQRSYjQd7KW7zB8czS/?lang=pt. Acesso em: 2 nov. 2024.

SOUZA, S. S. S. de. **Erros em Matemática Um Estudo Diagnóstico com alunos de 6ª Série do Ensino Fundamental. Dissertação** [Mestrado]. Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Estadual Paulista, Marília, 2002. 193 f.

SOUZA, C. de; LARA, I. C. M. de; GIRAFFA, L. M. M. **O Uso Das Tecnologias Digitais Na Aproximação Da Matemática Com A Realidade Dos Estudantes**. Salão Internacional de Ensino, Pesquisa e Extensão. Anais, v. 10, n. 2, 2018. Disponível em: <https://periodicos.unipampa.edu.br/index.php/SIEPE/article/view/100434>. Acesso em: 25 set. 2024.

SWEENEY, E.; QUINN, R. J. **Connecting fractions, decimals & percents.** Mathematics Teaching in The Middle School, 5(5), 324–328, 2000.

TOLEDO, M. B. de A. **Teoria e Prática de Matemática:** Como Dois e Dois. Volume Único. Livro do Professor. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

VALERA, A. R. **Uso social e Escolar dos Números Racionais: Representação fracionária e decimal**. **Dissertação** [Mestrado]. Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Marília, 2003. 164 f.

VALLILO S. A. M. A **linguagem matemática no estudo de números racionais: uma abordagem através da resolução de problemas**. **Dissertação** [Mestrado]. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018. 237f.

VENTURA, H. M. G. L. **A Aprendizagem dos números racionais através das conexões entre as suas representações: uma experiência de ensino no 2º ciclo do ensino básico**. **Tese** [Doutorado]. Programa de Pós-Graduação em Educação – Didática da Matemática. Universidade de Lisboa, Lisboa, 2013. 386f.

WEBB, D. C.; BOSWINKEL, N.; DEKKER, T. **Beneath the tip of the iceberg**. Mathematics Teaching in the Middle School, 14(2), 110-113, 2008.

YIN, R. K. **Estudo de caso:** planejamento de métodos. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

ZABALA, A. **A Prática educativa: como ensina**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO INICIAL

Prezado(a) estudante!

Peço a sua colaboração para responder este questionário. Você terá que dispor

de apenas alguns minutos para fazê-lo. Este questionário faz parte da minha

pesquisa de mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, pela Universidade

Luterana do Brasil e visa a conhecer sua valiosa opinião sobre o seu ambiente

de estudo e o seu aprendizado em Matemática. As suas respostas são

confidenciais e a sua identidade será preservada.

Prof. Jefferson Amancio Lopes

Você aceita responder as perguntas a seguir? ( ) Sim ( ) Não

Por favor, coloque um “x” em sua resposta.

1) Quantos anos você tem? _______________

2) Você gosta de matemática? Justifique.

____

3) Você tem dificuldade na disciplina de Matemática? Justifique.

Use a escala de 1 a 5 para responder a questão a seguir, sendo:

(1) Discordo plenamente

(2) Discordo

(3) Nem discordo nem concordo

(4) Concordo

(5) Concordo plenamente

4) Você considera importante estudar Matemática? Justifique

(1) Discordo plenamente

(2) Discordo

(3) Nem discordo nem concordo

(4) Concordo

(5) Concordo plenamente

____

____

5) Você já reprovou na disciplina de Matemática? Se sim, quantas vezes? Em qual ano?

____

____

6) Você costuma estudar Matemática fora do ambiente escolar? Quanto tempo? Justifique o porquê você considera esse tempo importante.

____

____

7) Como as aulas de Matemática costumam ser ministradas?

( ) Aula expositiva dialogada (explicação no quadro, caderno)

( ) Utilização de recursos didáticos (Power point, jogos)

( ) Trabalhos individuais ou em grupos

( ) Utilizando material impresso (livro, folhas)

( )Outros:____

8) Nas aulas de Matemática são utilizados meios tecnológicos? Quais?

____

____

9) O que achas sobre envolver tecnologias na Matemática?

____

____

10) Descreva o que você lembra sobre os conteúdos de frações e números decimais, estudados no 6º ano?

____

____

11) Você saberia dar um exemplo de uma situação envolvendo números fracionários ou decimais?

____

____

12) Você considera importante estudar os números fracionários ou decimais? Justifique.

____

____

13) Você tem um smartphone com espaço suficiente para baixar um

aplicativo de Matemática que possa ser utilizado nas aulas?

( ) Sim ( ) Não

14) Se sua resposta anterior foi sim, responda: seu celular possui acesso à *internet* por:

( ) dados móveis ( ) Wi-fi ( ) Wi-fi e dados móveis

APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO FINAL

Prezado(a) estudante!

Peço a sua colaboração para responder este questionário. Você terá que dispor de apenas alguns minutos para fazê-lo. Este questionário faz parte da minha pesquisa de mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, pela Universidade Luterana do Brasil e visa a conhecer sua valiosa opinião sobre o seu ambiente de estudo e o seu aprendizado em Matemática. As suas respostas são confidenciais e a sua identidade será preservada.

Prof. Jefferson Amancio Lopes

Você aceita responder as perguntas a seguir? ( ) Sim ( ) Não

Por favor, coloque um “x” em sua resposta.

1) O que você achou das atividades didáticas envolvendo o conteúdo de números racionais?

2) Você encontrou dificuldade na realização das atividades propostas. Se sim, indique quais.

3) O que você considera que pode ser melhorado nas atividades propostas?

4) Como foi trabalhar nas aulas de Matemática com uso de tecnologias? Você considera que ajudou na resolução das atividades?

5) Descreva o que você lembra sobre os conteúdos de números racionais?

____

____

6) Você saberia dar um exemplo de uma situação envolvendo números racionais?

____

____

7) Você considera importante estudar os números racionais? Justifique.

APENDICE C – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
ULBRA
Recredenciada pela Portaria Ministerial nº 906 de 17/08/2016 – D.O.U. de 18/08/2016
ASSOCIAÇÃO EDUCACIONAL LUTERANA DO BRASIL

PRÓ-REITORIA ACADÊMICA
DIRETORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA EM SERES HUMANOS

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(PARA MENORES DE 07 a 18 ANOS - OFÍCIO CIRCULAR Nº 11/2023/CONEP/SECNS/DGIP/SE/MS)

OBS.: Este Termo de Assentimento do menor de 07 a 18 anos não elimina a necessidade da elaboração de um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido que deve ser assinado pelo responsável ou representante legal do menor.

Convidamos você, após autorização dos seus pais [ou dos responsáveis legais], para participar como voluntário (a) da pesquisa: ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS: UM ESTUDO SOBRE A INTEGRAÇÃO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO SÉTIMO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL. Esta pesquisa é da responsabilidade do (a) pesquisador (a) **Jefferson Amancio Lopes**, com endereço: AV. MARTIM FELIX BERTA, 1199 – RUBEM BERTA – PORTO ALEGRE/RS, CEP: 91250-
200/Telefone: (51) 9 9634 4696 /e-mail: jeffe-lopes@hotmail.com para contato do pesquisador responsável, inclusive para ligações a cobrar) e está sob a orientação de: **Clarissa de Assis Olgin** Telefone: (51) 9 8201 4959, e-mail: clarissa_olgin@yahoo.com.br.

Este Termo de Consentimento pode conter informações que você não entenda. Caso haja alguma dúvida, pergunte à pessoa que está lhe entrevistando para que esteja bem esclarecido (a) sobre sua participação na pesquisa. Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer pagamento para participar. Você será esclarecido(a) sobre qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se. Após ler as informações a seguir, caso aceite participar do estudo, assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma delas é para ser entregue aos seus pais para guardar e a outra é do pesquisador responsável. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema se desistir, é um direito seu. Para participar deste estudo, o responsável por você deverá autorizar e assinar um Termo de Consentimento, podendo retirar esse consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

- **Descrição da pesquisa**:

Esta pesquisa justifica-se pela necessidade de buscar diferentes estratégias para o ensino dos conteúdos matemáticos. Dessa forma, pretende-se oportunizar o aprendizado do conteúdo de Números Racionais, a partir de uma sequência didática digital, utilizando história em quadrinhos, jogos didáticos e desafios. Essas atividades serão disponibilizadas em ambientes virtuais (*Wordwall, Google Classroom),* que viabiliza ao aluno estudar em distintos espaços, ou seja, tanto no ambiente escolar quanto extraescolar. O objetivo é desenvolver uma sequência didática com a utilização de recursos tecnológicos para a abordagem do conteúdo dos Números Racionais no sétimo ano do Ensino Fundamental, buscando uma maneira dinâmica e visual para revisar, aprofundar e construir o aprendizado desse conteúdo pelos alunos.

Para a coleta de dados serão utilizados questionários de pesquisas, gravações e registros fotográficos das atividades desenvolvidas pelos estudantes, além de observações do pesquisador, durante a aplicação das atividades junto aos participantes. As atividades serão desenvolvidas durante as aulas de Matemática na turma do sétimo ano do Escola Estadual de Ensino Fundamental Itamarati com a autorização da instituição.

- **Esclarecimento do período de participação do voluntário na pesquisa**:

O pesquisador se encontrará com os estudantes duas vezes na semana durante os meses de maio a julho de 2024, totalizando vinte encontros. Os dados serão coletados a partir de questionários, da observação direta e dos registros do pesquisador e dos registros dos alunos. ❾ **RISCOS diretos:**

Os eventuais riscos que possam vir a surgir são: o constrangimento dos participantes ao saberem que estão fazendo parte de uma pesquisa, bem como a quebra de confidencialidade, no entanto, ressalta-se que a participação é de cunho voluntário e haverá o máximo cuidado para manter o sigilo das informações coletadas pelo pesquisador. Os resultados obtidos nessa pesquisa poderão ser publicados, mas a equipe de pesquisa garante o sigilo, as respostas não serão vinculadas a identidade do participante.

❾ **BENEFÍCIOS diretos e indiretos:**

Ao participar desta pesquisa, percebe-se que os participantes terão a possibilidade de partilhar novos conhecimentos de formatos didáticos e dinâmico para construção e reconstrução de aprendizagens de ideias matemáticas sobre o conteúdo dos Números Racionais, relacionando-os ao cotidiano. As ações desenvolvidas terão a finalidade de melhorar a aprendizagem em Matemática dos estudantes participantes, por meio de uma sequência didática inovadora que utilizará tecnologias digitais, relacionando o conteúdo estudado de acordo com o que aponta a Base Nacional Comum Curricular, proporcionando uma Educação Matemática que oportunize preparar os estudantes para condições diversificadas na escola e na vida.

As informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa: questionários, imagens, gravações ou fotos, ficarão armazenados nas pastas pessoais no computador pessoal e no OneDrive sob a responsabilidade do pesquisador identificado acima, no endereço acima informado, pelo período de no mínimo 5 anos. Ressaltase que o termo de uso de imagem e voz não implica na identificação dos participantes visto que a voz será mascarada e a imagem das faces borradas. Nem você e nem seus pais [ou responsáveis legais] pagarão nada para você participar desta pesquisa. Se houver necessidade, as despesas para a sua participação e de seus pais serão assumidas ou ressarcidas pelos pesquisadores. Fica também garantida indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da sua participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial.

Este documento passou pela aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos que está no endereço: **Av. Farroupilha, nº 8.001 – prédio 14, sala 224 – Bairro: São José – Canoas/RS, CEP: 92425-900, Tel.: (51) 3477-9217 – e-mail: comitedeetica@ulbra.br. Horário de atendimento externo:**

De segunda a sexta-feira, entre 08h às 14h, EXCETO nos horários das Reuniões do Colegiado.

____

Assinatura do pesquisador (a)

ASSENTIMENTO DO MENOR DE IDADE EM PARTICIPAR COMO VOLUNTÁRIO

Eu, ____, portador (a) do documento de Identidade _____________________ (se já tiver documento), abaixo assinado, concordo em participar do estudo cujo título é ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS: UM ESTUDO SOBRE A INTEGRAÇÃO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO SÉTIMO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL, como voluntário (a). Fui informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, o que vai ser feito, assim como os possíveis riscos e benefícios que podem acontecer com a minha participação. Foi-me garantido que posso desistir de participar a qualquer momento, sem que eu ou meus pais precisemos pagar nada.

Local e data ___________________

Assinatura do (da) menor: ____________________________

Presenciamos a solicitação de assentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do/a voluntário/a em participar. 2 testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

APENDICE D – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

<table>
<tr><td colspan="9">1. IDENTIFICAÇÃO DO PROJETO DE PESQUISA</td></tr>
<tr><td colspan="9">Título do Projeto: NÚMEROS RACIONAIS: ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS: UM ESTUDO SOBRE A INTEGRAÇÃO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO SÉTIMO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL</td></tr>
<tr><td colspan="4">Área do Conhecimento: Ensino de Ciências e Matemática.</td><td colspan="5">Número de participantes: 30</td></tr>
<tr><td colspan="4">Curso: Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática</td><td colspan="5">Unidade: ULBRA/Canoas/RS</td></tr>
<tr><td>Projeto Multicêntrico</td><td>Sim</td><td>x Não</td><td>x Nacional</td><td></td><td>Internacional Cooperação Estrangeira</td><td>Sim</td><td>X</td><td>Não</td></tr>
<tr><td colspan="9">Patrocinador da pesquisa: Jefferson Amancio Lopes</td></tr>
<tr><td colspan="9">Instituição onde será realizado: Escola Estadual de Ensino Fundamental Itamarati</td></tr>
<tr><td colspan="9">Nome dos pesquisadores e colaboradores: Jefferson Amancio Lopes e Clarissa de Assis Olgin</td></tr>
</table>

Seu filho (e/ou menor sob sua guarda) está sendo convidado(a) para participar do projeto de pesquisa acima identificado. O documento abaixo contém todas as informações necessárias sobre a pesquisa que estamos fazendo. Sua autorização para que ele participe neste estudo será de muita importância para nós, mas, se retirar sua autorização, a qualquer momento, isso não lhes causará nenhum prejuízo.

<table>
<tr><td colspan="5">2. IDENTIFICAÇÃO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA</td></tr>
<tr><td colspan="3">Nome:</td><td>Data de Nasc.:</td><td>Sexo:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Nacionalidade:</td><td>Estado Civil:</td><td colspan="2">Profissão:</td></tr>
<tr><td>RG:</td><td>CPF/MF:</td><td>Telefone:</td><td colspan="2">E-mail:</td></tr>
<tr><td colspan="5">Endereço:</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">3. IDENTIFICAÇÃO DO PESQUISADOR RESPONSÁVEL</td></tr>
<tr><td colspan="2">Nome: Jefferson Amancio Lopes</td><td>Telefone: (51) 996344696</td></tr>
<tr><td>Profissão: Professor de Matemática</td><td>Registro no Conselho Nº: não se aplica</td><td>E-mail: jeffe-lopes@hotmail.com</td></tr>
<tr><td colspan="3">Endereço: Av. Martim Felix Berta 1199, Rubem Berta – Porto Alegre/RS</td></tr>
</table>

Eu, responsável pelo menor acima identificado, após receber informações e esclarecimento sobre este projeto de pesquisa, autorizo, de livre e espontânea vontade, sua participação como voluntário(a) e estou ciente:

1. **Da justificativa e dos objetivos para realização desta pesquisa.**

Esta pesquisa justifica-se pela necessidade de buscar diferentes estratégias para o ensino dos conteúdos matemáticos. Dessa forma, pretende-se oportunizar o aprendizado do conteúdo de

Números Racionais, a partir de uma sequência didática digital, utilizando história em quadrinhos, jogos didáticos e desafios. Essas atividades serão disponibilizadas em ambientes virtuais (*Wordwall, Google Classroom*), que viabiliza ao aluno estudar em distintos espaços, ou seja, tanto no ambiente escolar quanto extraescolar. O objetivo é desenvolver uma sequência didática com a utilização de recursos tecnológicos para a abordagem do conteúdo dos Números Racionais no sétimo ano do Ensino Fundamental, buscando uma maneira dinâmica e visual para revisar, aprofundar e construir o aprendizado desse conteúdo pelos alunos.

2. Do objetivo de minha participação.

O objetivo da participação de meu filho é contribuir para a avaliação de atividades didáticas com uso de tecnologias para o ensino de Matemática voltado para estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental.

3. Do procedimento para coleta de dados.

Para a coleta de dados serão utilizados questionários de pesquisas, gravações e registros fotográficos das atividades desenvolvidas pelos estudantes, além de observações do pesquisador, durante a aplicação das atividades junto aos participantes. As atividades serão desenvolvidas durante as aulas de Matemática na turma do sétimo ano do Escola Estadual de Ensino Fundamental Itamarati, com a autorização da gestão da escola.

4. Da utilização, armazenamento e descarte dos dados.

O material coletado será armazenado no computador pessoal e no OneDrive sob a responsabilidade do pesquisador responsável pelo estudo, pelo período de no mínimo 5 anos, sendo utilizado para a escrita da dissertação e atividades acadêmicas relacionadas à divulgação científica dos resultados da pesquisa.

5. Dos desconfortos e dos riscos.

Os eventuais riscos que possam vir a surgir são: o constrangimento dos participantes ao saberem que estão fazendo parte de uma pesquisa, bem como a quebra de confidencialidade, no entanto, ressalta-se que a participação é de cunho voluntário e haverá o máximo cuidado para manter o sigilo das informações coletadas pelo pesquisador. Os resultados obtidos nessa pesquisa poderão ser publicados, mas a equipe de pesquisa garante o sigilo, as respostas não serão vinculadas a identidade do participante, pois o uso de imagem e voz não implica na identificação dos participantes visto que a voz será mascarada e a imagem das faces borradas.

6. Dos benefícios.

Ao participar desta pesquisa, percebe-se que os participantes terão a possibilidade de partilhar novos conhecimentos de formatos didáticos e dinâmico para construção e reconstrução de aprendizagens de ideias matemáticas sobre o conteúdo dos Números Racionais, relacionando-os ao cotidiano. As ações desenvolvidas terão a finalidade de melhorar a aprendizagem em Matemática dos estudantes participantes, por meio de uma sequência didática inovadora que utilizará tecnologias digitais, relacionando o conteúdo estudado de acordo com o que aponta na Base Nacional Comum Curricular, proporcionando uma Educação Matemática que oportunize preparar os estudantes para condições diversificadas na escola e na vida.

7. Da isenção e ressarcimento de despesas.

O participante ficará isento de qualquer despesa e não receberá pagamento pela participação na atividade do estudo.

8. Da forma de acompanhamento e assistência.

O participante tem direito a desistir em qualquer momento da pesquisa. O desenvolvimento da pesquisa com os alunos é de responsabilidade do pesquisador, ficando a disposição para possíveis esclarecimentos.

9. Da liberdade de recusar, desistir ou retirar meu consentimento.

Meu filho tem a liberdade de recusar, desistir ou de interromper a colaboração nesta pesquisa no momento em que desejar, sem necessidade de qualquer explicação. O participante e seu responsável, em caso de desistência não terá nenhum prejuízo a saúde, bem-estar físico e financeiro.

10. Da garantia de sigilo e de privacidade.

Os resultados obtidos durante este estudo serão mantidos em sigilo, mas concordo que sejam divulgados em publicações científicas, desde que meus dados pessoais não sejam mencionados. Ressalta-se que o termo de uso de imagem e voz não implica na identificação dos participantes visto que a voz será mascarada e a imagem das faces borradas.

11. Da garantia de esclarecimento e informações a qualquer tempo.

Tenho a garantia de tomar conhecimento e obter informações, a qualquer tempo, dos procedimentos e métodos utilizados neste estudo, bem como dos resultados finais desta pesquisa. Para tanto, poderei consultar o **pesquisador responsável** Jefferson Amancio Lopes. Em caso de dúvidas não esclarecidas de forma adequada pelo(s) pesquisador (es), de discordância com os procedimentos, ou de irregularidades de natureza ética, poderei ainda contatar o **Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Ulbra Canoas (RS),** com endereço na Rua Farroupilha, 8.001 – Prédio 14 – Sala 224, Bairro São José, CEP 92425-900 - telefone (51) 3477-9217, e-mail comitedeetica@ulbra.br.

Declaro que obtive todas as informações necessárias e esclarecimento quanto às dúvidas por mim apresentadas e, por estar de acordo, assino o presente documento em duas vias de igual conteúdo e forma, ficando uma em minha posse.

_____________( ), _____ de ____________ de ______.

Pesquisador Responsável pelo Projeto	**Participante da Pesquisa e/ou Responsável**

APENDICE E – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E VOZ

50 anos UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

VERITAS VOS LIBERABIT · A.D. MCMLXXXVIII
ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL CAMPUS CANOAS
Recredenciada pela Portaria Ministerial nº 906 de 17/08/2016 - D.O.U. de 18/08/2016
AELBRA EDUCAÇÃO SUPERIOR - GRADUAÇÃO E PÓS-GRADUAÇÃO S.A.

COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA EM SERES HUMANOS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E VOZ

Pelo presente instrumento particular de licença de uso de imagem e voz, ____ , portador(a) do CPF de nº ______________________, residente e domiciliado(a) na rua ____ , nº __________, na cidade de _______________________________________ / _, doravante denominado(a) Licenciante, autoriza a veiculação de sua imagem e voz, gratuitamente por tempo indeterminado, por Jefferson Amancio Lopes, portador(a) do CPF de nº 019.477.33028, doravante denominado Licenciado.

Mediante assinatura deste termo, fica o Licenciado autorizado a utilizar a imagem e voz do Licenciante no projeto intitulado ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS: UM ESTUDO SOBRE A INTEGRAÇÃO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO SÉTIMO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL, para fins exclusivos de divulgação da Instituição e suas atividades, podendo, para tanto, reproduzi-la ou divulgá-la junto à *internet*, ensino a distância, jornais e todos os demais meios de comunicação, público ou privado, sem qualquer contraprestação ou onerosidade, comprometendo-se a Licenciante a nada exigir da Licenciada em razão do ora autorizado.

Ressalta-se que o uso de imagem e voz não implica na identificação dos participantes visto que a voz será mascarada e a imagem das faces borradas.

Em nenhuma hipótese poderá a imagem e voz do Licenciante ser utilizada de maneira contrária a moral, bons costumes e ordem pública.

E, por estarem de acordo, as partes assinam o presente instrumento em 02 (duas) vias, de igual teor e forma, para que produza entre si os efeitos legais.

______________________, ___ de, ____________ de _____.

____

Licenciante

No caso de menores de 18 (dezoito) anos, o documento obrigatoriamente deverá ser assinado pelo Representante Legal.

____

Representante Legal

Nome: ____

RG: ______________________ CPF: ________________

Rua Farroupilha, 8001 – Prédio 14 – Sala 224 - Bairro São José - Canoas/RS - CEP 92.425-900 Fone: (51)3477-9217 - E-mail: comitedeetica@ulbra.br - Home Page: www.ulbra.br/pesquisa

APENDICE F – CARTA DE ANUÊNCIA LOCAL DE APLICAÇÃO

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL ITAMARATI
Rua Engenheiro Francisco Rodolfo Simch, 617 - Porto Alegre - RS - Fone: 3344.1727

CARTA DE ANUÊNCIA DO LOCAL DA COLETA DE DADOS

Ao Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Universidade Luterana do Brasil/RS

Prezados Senhores

Declaro que tenho conhecimento e autorizo a realização do projeto de pesquisa intitulado **A Perspectiva das Tecnologias Digitais aplicadas ao Sétimo Ano do Ensino Fundamental para o Ensino e Aprendizagem de Números Racionais,** proposto pelos pesquisadores **Jefferson Amancio Lopes e Clarissa de Assis Olgin.**

O referido projeto será realizado no **Escola Estadual de Ensino Fundamental Itamarati**, e só poderá ocorrer a partir da apresentação do Parecer de Aprovação do Colegiado do Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Universidade Luterana do Brasil/RS.

E. E. ENSINO FUNDAMENTAL ITAMARATI DE PORTO ALEGRE Portaria de Alteração de Designação nº 00315 D.O em 15.12.2000 19.12.2000

Porto Alegre, 26 **de** março **de 2024**

Silvana Arns

Assinatura (vide obs. 2)

Silvana da Silva Cunha Arns
Vice-diretora
Id. 1503057
FEEF Itamarati

Silvana da Silva Cunha Arns, vice diretora

Nome e função na instituição que representa

Av. Eng Francisco Rodolfo Simch 617 Bairro Menino Deus P.Alegre

Endereço