

**UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL**  
**DIRETORIA ACADÊMICA**  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE  
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA  
ESPACIAL: UM EXPERIMENTO COM REALIDADE  
AUMENTADA

EDUARDO VINICIUS COSTA



CANOAS

2022

**UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL**  
**DIRETORIA ACADÊMICA**  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE  
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

EDUARDO VINICIUS COSTA

**ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ESPACIAL: UM EXPERIMENTO  
COM REALIDADE AUMENTADA**

Dissertação apresentada no Programa de Pós -  
Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da  
Universidade Luterana do Brasil para obtenção do  
título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

**Orientador: Prof. Dr. Agostinho Iaquan Ryokiti Homa**

**CANOAS, 2022**

## FICHA CATALOGRÁFICA

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP

C837e Costa, Eduardo Vinicius.

Ensino e aprendizagem de geometria espacial : um experimento com realidade aumentada / Eduardo Vinicius Costa. – 2022.  
179 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2022.

Orientador: Prof. Dr. Agostinho Iaquan Ryokiti Homa.

1. Educação matemática. 2. Educação básica. 3. Engenharia didática. 4. Geometria espacial. 5. Realidade aumentada. 6. Sequência didática. I. Homa, Agostinho Iaquan Ryokiti. II. Título.

CDU 372.851

Bibliotecária responsável – Heloisa Helena Nagel – 10/981

EDUARDO VINICIUS COSTA

**ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ESPACIAL: UM EXPERIMENTO  
COM REALIDADE AUMENTADA**

Linha de pesquisa: Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) para o Ensino de Ciências e Matemática.

Dissertação apresentada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Data de Aprovação: XX/XX/2022

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Valmir Ninow  
Colégio Marista Champagnat

---

Profa. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald  
Universidade Luterana do Brasil – ULBRA

---

Profa. Dra. Carmen Teresa Kaiber  
Universidade Luterana do Brasil – ULBRA

---

Prof. Dr. Agostinho Iaquan Ryokiti Homa (Orientador)  
Universidade Luterana do Brasil – ULBRA

## DEDICATÓRIA

Dedico esta dissertação a meus amorosos pais, Valdir e Tânia, minhas queridas irmãs Amanda e Roberta, e a minha estimada avó Helena (*in memoriam*).

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por ter me amparado e fortalecido ao longo desta trajetória. À minha família, em especial aos meus pais, Valdir de Melo Costa e Tânia Maria da Costa, pelo incentivo e acolhimento, e por entenderem minhas ausências. Aos colegas e amigos do PPGECIM, pelas parcerias e trocas de experiências. A todos os professores do PPGECIM, em particular à Professora Doutora Claudia Lisete Oliveira Groenwald, que me acompanha desde os primeiros passos da graduação e me incentivou a ingressar no mestrado. Ao Professor Doutor Agostinho Iaquan Ryokiti Homa, pelas orientações. À banca examinadora do exame de qualificação, pelas valiosas considerações e discussões que enriqueceram este trabalho.

Esta pesquisa foi realizada com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) – 19778619.4.0000.5349. Agradeço à instituição pela bolsa concedida, essencial para a continuidade da minha formação acadêmica.

*“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para sua própria produção ou a sua construção”.*

*(Paulo Freire).*

## RESUMO

Este estudo tem por finalidade analisar as contribuições de uma Sequência Didática (SD) direcionada ao ensino da Geometria Espacial associado à Realidade Aumentada (RA). Busca-se promover o desenvolvimento das habilidades de visualização e representação em perspectiva. A SD foi construída para ser acessada em *smartphones* e apoiando-se na integração do *software* GeoGebra com o *Google Classroom*. A investigação é de natureza qualitativa e fundamentada na metodologia de pesquisa denominada Engenharia Didática. Para tanto, seguiu-se as quatro fases desta metodologia, sendo elas: (i) análises prévias; (ii) concepção e análise *a priori*; (iii) experimentação; e (iv) análise *a posteriori* e validação. Dentre os resultados obtidos, destaca-se a construção e aplicação da SD, a qual é constituída por cinco módulos: 1- Revisão da Geometria Plana; 2- Revisão da Geometria Espacial; 3- Integrando a Geometria Plana e a Espacial; 4- Diferentes Vistas dos Sólidos Geométricos; e 5- Desenhando em Perspectiva. A SD foi aplicada em forma de oficina, tendo a participação de um total de 25 alunos distribuídos pelos estados do Rio Grande do Sul, Paraíba e Piauí. Devido ao quadro de isolamento social, resultante da pandemia do coronavírus SARS-CoV-2 (Covid-19), os sete encontros — de 90 a 120 minutos cada — ocorreram na modalidade remota e síncrona por meio da plataforma de videoconferências *Google Meet*. Com base nas análises prévias, verifica-se que apenas muito recentemente a tecnologia de RA se tornou mais acessível aos professores e estudantes, pois sendo utilizada com o recurso GeoGebra 3D necessita apenas de material do *software* GeoGebra (ggb) e de *smartphone/tablet* com a plataforma ARCore instalada. Os resultados apontaram que a tecnologia de RA é uma valiosa ferramenta educacional por ser de utilização relativamente simples, permitindo a experimentação e o contato próximo/direto com os Sólidos Geométricos trabalhados na SD aqui desenvolvida. A investigação também demonstrou que os discentes que possuem dificuldades relacionadas à habilidade de visualização, revelaram pouca destreza nos momentos de efetuar desenhos em perspectiva. Destaca-se, ainda, que esta SD gerou as seguintes contribuições ao processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial: (i) tornou os discentes mais ativos e integrados ao ambiente de ensino; (ii) proporcionou a observação e manipulação, em distintas perspectivas, das características de objetos tridimensionais; (iii) facilitou o processo de compreensão dos objetos de conhecimento estudados; (iv) desenvolveu a competência da visualização e percepção tridimensional; e (v) proporcionou vinculações entre as habilidades de formação de imagens mentais e raciocínio lógico-visual.

**Palavras-Chave:** Educação Básica. Engenharia Didática. Geometria Espacial. Realidade Aumentada. Sequência Didática.

## ABSTRACT

This study aims to analyze the contributions of the implementation of a Didactic Sequence (DS) as a pedagogical resource for teaching Spatial Geometry associated with Augmented Reality (AR). It seeks to promote the development of the ability of visualization and draw in perspective. The DS was built to be accessed from a smartphone and is based on the GeoGebra software integrated into Google Classroom. This study has a qualitative approach and is based on the research methodology of Didactic Engineering. Therefore, the four phases of this methodology were used, as follows: (i) previous analyses; (ii) *a priori* design and analysis; (iii) experimentation; and (iv) *a posteriori* analysis and validation. Among the results obtained, it is highlighted the construction and application of the DS, which consists of five modules: 1- Review of Plane Geometry; 2- Review of Spatial Geometry; 3- Integrating Plane and Spatial Geometry; 4- Different Views of Geometric Solids; and 5- Drawing in Perspective. The DS was applied in the form of a workshop, with 25 students in total, distributed among the states of Rio Grande do Sul, Paraíba and Piauí. Due to the social isolation resulting from the SARS-CoV-2 (Covid-19) pandemic, the meetings – from 90 to 120 minutes each – were held remotely and synchronously through the Google Meet video conferencing platform. Based on the previous analysis, it showed that only very recently AR technology has become more widespread to teachers and students, since being used with the 3D-GeoGebra resource, it only needs help of the GeoGebra software (ggb) and a smartphone/tablet with the ARCore platform installed. The results pointed out that AR technology proved to be a valuable educational tool for being relatively simple to use, allowing experimentation and close/direct contact with the Geometric Solids worked in the DS herein developed. The investigation also revealed that students who have problems related to the ability to visualize also have difficulties when making drawings in perspective. It is also noteworthy that this DS allowed the following contributions to the teaching and learning process of Spatial Geometry: (i) it made students more active and integrated into the teaching environment; (ii) provided the observation and manipulation, in varied perspectives, of the characteristics of three-dimensional objects; (iii) improved the process of understanding the objects of knowledge herein studied; (iv) developed three-dimensional visualization and perception skills; and (v) provided links between imagination and visual-logical reasoning skills.

**Keywords:** Augmented Reality. Basic Education. Didactic Engineering. Didactic Sequence. Spatial Geometry.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Informações e resultados da consulta realizada no BTB da CAPES. ....	26
Figura 2 – Dissertações selecionadas no BTB da CAPES entre 2010 e 2020. ....	27
Figura 3 – Dissertações relacionadas ao ensino de Geometria Espacial com RA (ordenadas da mais antiga para a mais recente). ....	27
Figura 4 – Marcador e Pirâmide triangular. ....	31
Figura 5 – Marcador de RA em (a) e projeção de uma casa no aplicativo simpleVRML em (b). ....	32
Figura 6 – Exemplos de recursos com o aplicativo simpleVRML e a ferramenta FLARAS 2.4.3. ....	33
Figura 7 – Similaridades e diferenças entre as dissertações de Santos (2015) e França (2015). ....	33
Figura 8 – França (2015) testando o jogo com a ferramenta FLARAS 2.4.3. ....	34
Figura 9 – Alunos construindo marcadores de RA. ....	35
Figura 10 – Estudantes utilizando a FLARAS 2.4.3. ....	36
Figura 11 – Marcadores de RA construídos e utilizados por Silva (2017). ....	37
Figura 12 – Octaedro projetado em RA com o ARSolids. ....	37
Figura 13 – Etapas da metodologia INTERA adaptadas de Braga (2014) por Andrade (2017). ....	39
Figura 14 – Esquema de criação do RA.Geo. ....	40
Figura 15 – Projeções de Sólidos Geométricos em RA com o programa NIZ. ....	42
Figura 16 – Rotação dos Sólidos com o programa NIZ. ....	42
Figura 17 – Opinião dos discentes em relação ao <i>software</i> NIZ. ....	42
Figura 18 – Descrição de ícones e seções dos roteiros. ....	44
Figura 19 – Respostas relacionadas ao efeito motivacional ao longo dos encontros. ....	44
Figura 20 – Alunos respondendo questões pelo aplicativo. ....	46
Figura 21 – Sólidos de Revolução em RA com o aplicativo <i>MatSólidos</i> . ....	48
Figura 22 – Exemplo de atividade trabalhada por Resende. ....	48
Figura 23 – Síntese das pesquisas nacionais relacionadas à temática desta investigação. ....	49
Figura 24 – Objetivos propostos para o ensino de Geometria Espacial. ....	57
Figura 25 – Conceitos e procedimentos para o ensino de Geometria Espacial. ....	57

Figura 26 – Composição do código alfanumérico identificador das habilidades.....	61
Figura 27 – Objetos de conhecimento e habilidades para a aprendizagem de Geometria Espacial. ....	62
Figura 28 – Comparativo dos PCN e BNCC. ....	64
Figura 29 – Aplicativos do GeoGebra e suas respectivas funções.....	70
Figura 30 – <i>Folder</i> de divulgação das oficinas.....	75
Figura 31 – Botão AR no aplicativo GeoGebra 3D para <i>smartphones</i> . ....	76
Figura 32 – Livro “Sequência Didática: da Geometria Plana à Espacial”.....	77
Figura 33 – Módulo 1: revisão da Geometria Plana.....	78
Figura 34 – Módulo 2: revisão da Geometria Espacial.....	78
Figura 35 – Módulo 3: integrando a Geometria Plana e a Espacial.....	79
Figura 36 – Módulo 4: diferentes Vistas dos Sólidos Geométricos. ....	79
Figura 37 – Módulo 5: desenhando em Perspectiva. ....	80
Figura 38 – Objetivos das atividades selecionadas/construídas para cada encontro. ....	80
Figura 39 – Objetos de conhecimento e atividades trabalhadas no Encontro 1. ....	81
Figura 40 – Referências das atividades/recursos trabalhadas no Encontro 1. ....	82
Figura 41 - Objetos de conhecimento e atividades trabalhadas no Encontro 2. ....	83
Figura 42 – Referências das atividades/recursos trabalhadas no Encontro 2. ....	88
Figura 43 – Objetos de conhecimento e atividades trabalhadas no Encontro 3. ....	89
Figura 44 – Referências das atividades/recursos trabalhadas no Encontro 3. ....	91
Figura 45 – Objetos de conhecimento e atividades trabalhadas no Encontro 4. ....	91
Figura 46 – Referências das atividades/recursos trabalhadas no Encontro 4. ....	93
Figura 47 – Objetos de conhecimento e atividades trabalhadas no Encontro 5. ....	95
Figura 48 – Referências das atividades/recursos trabalhadas no Encontro 5. ....	100
Figura 49 – Objetos de conhecimento e atividades trabalhadas no Encontro 6. ....	101
Figura 50 – Referências das atividades/recursos trabalhadas no Encontro 6. ....	104
Figura 51 – Objetos de conhecimento e atividades trabalhadas no Encontro 7. ....	105
Figura 52 – Referências das atividades/recursos trabalhadas no Encontro 7. ....	112
Figura 53 – Tempo de duração de cada encontro. ....	114
Figura 54 – Informação sobre as retas (Encontro 1). ....	117
Figura 55 – Construção de retas no GeoGebra Geometria (discentes G e K).....	118
Figura 56 – Primeira construção de retas do aluno S.....	119
Figura 57 – Segunda construção de retas do aluno S. ....	119

Figura 58 – Construção final do aluno S (após assistir o vídeo tutorial). .....	119
Figura 59 – Construção de retas no GeoGebra Geometria (Aluno A). .....	120
Figura 60 – Construção de retas no GeoGebra Geometria (Aluna T). .....	121
Figura 61 – Ícone de entregar atividade ao professor. ....	122
Figura 62 – Respostas para a questão 8. ....	124
Figura 63 – Construção da atividade 13 (discentes C e D). ....	126
Figura 64 - Construção da atividade 13 (discentes G e H). ....	126
Figura 65 – Interação com a linha poligonal (discentes F, J, H e L). ....	127
Figura 66 – Questões 17, 18, 19 e 20 (Encontro 2). ....	128
Figura 67 – Poliedro referente às questões 28, 29 e 30. ....	130
Figura 68 – Manipulação do Poliedro (aluno W). ....	131
Figura 69 – Projeção do Poliedro em RA (discentes P e Y). ....	132
Figura 70 – Projeção dos Prismas em RA (discentes G e Y). ....	134
Figura 71 – Projeção das três Pirâmides (discentes J e N). ....	136
Figura 72 – Sólido 1 para projeção em RA. ....	136
Figura 73 – Sólido 2 para projeção em RA. ....	137
Figura 74 – Projeções em RA dos sólidos sobre o piso (discentes Q e X). ....	137
Figura 75 – Regiões Planas. ....	138
Figura 76 – Poliedro 3 na malha quadriculada. ....	141
Figura 77 – Desenhos do Poliedro 3 na malha quadriculada (discentes J e G). ....	141
Figura 78 – Letra F construída com cubos (discentes N e P). ....	142
Figura 79 – Sólidos 4, 7 e Pilha de cubos 4 para observação em RA. ....	142
Figura 80 – Ilustrações das diferentes vistas dos sólidos e projeções em RA (discentes D, S, C e R). ....	143
Figura 81 – Ilustrações das diferentes vistas dos sólidos e projeções em RA (discentes N e K). ....	144
Figura 82 – Pilha de cubos 2. ....	144
Figura 83 – Projeção em RA da pilha de cubos 2 (discente D). ....	145
Figura 84 – Desafio 3 (questão 66). ....	145
Figura 85 – Desafio 3 em RA (discente F). ....	146
Figura 86 – Resultados do desafio da caixa 3. ....	146
Figura 87 – Projeção em RA da pilha de cubos e caixa 3 após as orientações (discente O). ....	147
Figura 88 – Sólido referente às questões 71, 72 e 73. ....	148

Figura 89 – Sólido referente às questões 74, 75, 76 e 77. ....	148
Figura 90 – Vistas de baixo e lateral esquerda (discentes L e Q). ....	149
Figura 91 – Vistas de baixo e lateral esquerda (discentes R e V). ....	149
Figura 92 – Paralelepípedo, Cubo e Casa em perspectiva (discente W). ....	150
Figura 93 – Discente A, desenho (c). ....	151
Figura 94 – Discente G, desenho (c). ....	151
Figura 95 – Letra “L” em perspectiva (discentes M e T). ....	152
Figura 96 – Letra “L” em perspectiva (discentes C). ....	152
Figura 97 – Cubo $4 \times 4 \times 4$ e alternativas referentes à sua finalização. ....	153
Figura 98 – Imagens e alternativas referentes à questão 87. ....	153
Figura 99 – Quatro cubos em perspectiva. ....	154
Figura 100 – Ilustrações referentes à questão 91 (discentes Q, F e T). ....	154
Figura 101 – Ilustração desafio 6 (discente B). ....	155

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

3D – Tridimensional.

AETMA – Laboratório de Pesquisa em Tecnologias Educacionais Avançadas e Aplicações Móveis

AR – *Augmented Reality*

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

BTD – Banco de Teses e Dissertações

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

EAD – Ensino à Distância

EF – Ensino Fundamental

EM – Ensino Médio

ENEM – Encontro Nacional de Ensino de Matemática

FLARAS – *Flash Augmented Reality Authoring System*

OA – Objetos de Aprendizagem

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PUC – Pontifícia Universidade Católica

RA – Realidade Aumentada

RM – Realidade Mista

RV – Realidade Virtual

SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática

SD – Sequência Didática

SDK – *Software Development Kit*

SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica

STEM – Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática

TD – Tecnologias Digitais

TIC – Tecnologias da Informação e Comunicação

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>17</b>
<b>1 A PESQUISA</b> .....	<b>19</b>
1.1 TEMA DE PESQUISA.....	19
1.1.1 <b>Motivação Pessoal</b> .....	<b>19</b>
1.1.2 <b>Justificativa</b> .....	<b>20</b>
1.1.3 <b>Problema de Pesquisa</b> .....	<b>22</b>
1.1.4 <b>Hipóteses da Investigação</b> .....	<b>23</b>
1.1.5 <b>Objetivos</b> .....	<b>23</b>
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	<b>25</b>
<b>3 DISCUSSÃO TEÓRICA</b> .....	<b>51</b>
3.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL .....	51
3.2 GEOMETRIA ESPACIAL E AS TECNOLOGIAS: CONVERGÊNCIAS E CONTRASTES DOS PCN À BNCC .....	54
3.2.1 <b>Ensino de Geometria Espacial conforme os PCN nos anos finais do Ensino Fundamental</b> .....	<b>54</b>
3.2.2 <b>Tecnologias da Informação e Comunicação conforme os PCN nos anos finais do Ensino Fundamental</b> .....	<b>58</b>
3.2.3 <b>Ensino de Geometria Espacial conforme a BNCC nos anos finais do Ensino Fundamental</b> .....	<b>60</b>
3.2.4 <b>BNCC e as Tecnologias Digitais nos anos finais do Ensino Fundamental</b> .....	<b>63</b>
3.2.5 <b>Sínteses das Convergências e Contrastes da Geometria Espacial e Tecnologias nos PCN e BNCC</b> .....	<b>64</b>
3.3 A HABILIDADE DE VISUALIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA .....	67
3.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE O <i>SOFTWARE</i> GEOGEBRA E A REALIDADE AUMENTADA.....	69
<b>4 METODOLOGIA DE PESQUISA</b> .....	<b>72</b>
4.1 A ENGENHARIA DIDÁTICA .....	72
4.1.1 <b>Aplicação da Sequência Didática e Participantes do Experimento</b> .....	<b>74</b>
<b>5 RESULTADOS DA INVESTIGAÇÃO</b> .....	<b>77</b>
5.1 A CONSTRUÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ANÁLISES <i>A PRIORI</i> .....	77
5.1.1 <b>Atividades do Encontro 1</b> .....	<b>81</b>

5.1.2	<b>Análise <i>a priori</i> das atividades didáticas do encontro 1</b> .....	82
5.1.3	<b>Atividades do Encontro 2</b> .....	83
5.1.4	<b>Análise <i>a priori</i> das atividades didáticas do encontro 2</b> .....	88
5.1.5	<b>Atividades do Encontro 3</b> .....	89
5.1.6	<b>Análise <i>a priori</i> das atividades didáticas do encontro 3</b> .....	91
5.1.7	<b>Atividades do Encontro 4</b> .....	91
5.1.8	<b>Análise <i>a priori</i> das atividades didáticas do encontro 4</b> .....	94
5.1.9	<b>Atividades do Encontro 5</b> .....	95
5.1.10	<b>Análise <i>a priori</i> das atividades didáticas do encontro 5</b> .....	100
5.1.11	<b>Atividades do Encontro 6</b> .....	101
5.1.12	<b>Análise <i>a priori</i> das atividades didáticas do encontro 6</b> .....	104
5.1.13	<b>Atividades do Encontro 7</b> .....	105
5.1.14	<b>Análise <i>a priori</i> das atividades didáticas do encontro 7</b> .....	112
5.2	<b>A APLICAÇÃO E A VALIDAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA</b> .....	113
5.3	<b>AS ANÁLISES A <i>POSTERIORI</i></b> .....	114
5.3.1	<b>Análise <i>a Posteriori</i> do Encontro 1</b> .....	116
5.3.2	<b>Análise <i>a Posteriori</i> do Encontro 2</b> .....	123
5.3.3	<b>Análise <i>a Posteriori</i> do Encontro 3</b> .....	130
5.3.4	<b>Análise <i>a Posteriori</i> do Encontro 4</b> .....	135
5.3.5	<b>Análise <i>a Posteriori</i> do Encontro 5</b> .....	140
5.3.6	<b>Análise <i>a Posteriori</i> do Encontro 6</b> .....	145
5.3.7	<b>Análise <i>a Posteriori</i> do Encontro 7</b> .....	150
	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	157
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	161
	<b>APÊNDICES</b> .....	166
	<b>APÊNDICE A – ATIVIDADES ÂNCORAS DOS ENCONTROS 5, 6 E 7</b> .....	167
	<b>APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)</b> .....	173
	<b>APÊNDICE C – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)</b> .....	176

## INTRODUÇÃO

A presente pesquisa está relacionada ao processo de Ensino e Aprendizagem de Geometria Espacial no 8º e 9º anos do Ensino Fundamental (EF). Esta área da Matemática é responsável pelos estudos dos sólidos no espaço, ou seja, dos objetos tridimensionais. Contudo, seu ensino tem sido, em certa extensão, negligenciado na Educação Básica (OLIVEIRA, 2015; BONGIOVANNI, 2016).

No mundo, para onde quer que se direcione o olhar, as ideias geométricas estão presentes, seja na natureza, nas artes, na arquitetura ou em outras áreas do conhecimento. À vista disso, a Geometria se constitui como um dos conteúdos estruturantes da Educação Básica (ROGENSKI; PEDROSO, 2019).

Conforme os estudos de Rogenski e Pedroso (2019), verifica-se a dificuldade dos alunos quando se trata da aprendizagem de Geometria Espacial, com relação à visualização, aos conhecimentos básicos da Geometria Plana e às relações existentes entre as formas. Por exemplo, quando os discentes se deparam com cálculos de área e volume, o entendimento torna-se ainda mais complicado, pois é realizado por mecanização, sem entender a aplicação em outras situações. Os mesmos autores defendem que esse fato ocorre devido à defasagem existente no EF, em que a Geometria nem sempre é apresentada ao aluno inter-relacionada com os demais conteúdos estruturantes, como a álgebra e números. Portanto, torna-se mera ilustração e exemplificação, sem entendimento de conceitos e propriedades.

Neste viés, este estudo objetivou analisar as possíveis contribuições da implementação<sup>1</sup> de uma Sequência Didática (SD), integrada às Tecnologias Digitais (TD), direcionada ao ensino da Geometria Espacial associado à Realidade Aumentada (RA). A RA é uma tecnologia que permite, por intervenção de um computador ou dispositivo móvel, transportar o ambiente virtual para o espaço real, promovendo a interação com o mundo virtual de maneira mais natural e sem necessidade de treinamento ou adaptação. Em outras palavras, a RA pode ser definida como o enriquecimento do ambiente real com objetos virtuais, usando algum dispositivo tecnológico, funcionando em tempo real (KIRNER; TORI, 2006).

---

<sup>1</sup> Implementar (desenvolver, aplicar e avaliar).

Portanto, acredita-se que esta tecnologia pode potencializar o processo de Ensino e Aprendizagem de Geometria Espacial, pois, com ela, os Sólidos Geométricos podem ser apresentados em sua forma tridimensional, contribuindo para a redução das dificuldades relacionadas à visualização.

A SD foi construída com o suporte do *software* de Geometria Dinâmica GeoGebra integrado com a ferramenta *Google Classroom*, criando situações que possibilitam a aprendizagem de Geometria Espacial de uma forma mais perceptível e cativante. As atividades foram aplicadas por meio de oficinas, tendo a participação de 25 alunos dos dois últimos anos do EF de escolas públicas de três estados brasileiros, quais sejam Paraíba, Piauí e Rio Grande do Sul. O experimento teve um total de sete encontros, todos na modalidade de ensino remoto.

Esta busca para ensinar Geometria Espacial, com o apoio das TD, justifica-se pelo fato de desenhos serem insuficientes para explorá-la no plano tridimensional, como já amplamente discutido, por exemplo, em Notare e Basso (2016). Nesta perspectiva, esta dissertação apresenta um experimento com discentes da Educação Básica, acima já especificados, investigando as contribuições da implementação de uma SD contendo atividades de Geometria Espacial utilizando a tecnologia da RA.

No primeiro capítulo aborda-se o tema de pesquisa, a motivação pessoal, a justificativa, o problema de pesquisa, as hipóteses da investigação e os objetivos. Destaca-se aqui a pergunta que este trabalho espera responder: quais as contribuições da aplicação de uma SD com RA, como estratégia para a aprendizagem de Geometria Espacial, para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental?

O segundo capítulo, que apresenta a “Revisão de Literatura”, focou no levantamento das dissertações e teses que trataram do ensino da Geometria Espacial com o auxílio de RA ao longo dos últimos dez anos. Para tanto foi consultado o Banco de Teses e Dissertações (BTD) da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Foram utilizadas palavras-chave e, posteriormente, estabelecidos cinco critérios de seleção para refinar os resultados a fim de privilegiar apenas os trabalhos correlacionados com a temática principal desta investigação.

A “Discussão Teórica” designa o terceiro capítulo, iniciando com considerações sobre o ensino da Geometria Espacial. Em seguida vem um texto que trata das convergências e contrastes entre os PCN e a BNCC no que se refere ao ensino da Geometria Espacial e o uso das TD nos anos finais do Ensino Fundamental. O capítulo debate, ainda, o conceito de “visualização”, inicialmente num viés histórico

e, logo depois, no contexto do ensino da Matemática no Brasil. Para finalizar, é realizada uma apresentação do *software* GeoGebra e seu uso com o recurso de RA no ensino da Geometria Espacial.

O capítulo quatro trata da metodologia utilizada nesta investigação. A pesquisa, de natureza qualitativa, se desenvolveu no âmbito da metodologia conhecida como Engenharia Didática, cuja origem remonta à década de 1980, destacando-se o trabalho seminal de Artigue (1989). A Engenharia Didática, dentre outras características, possui a capacidade de provocar fenômenos didáticos inovadores em circunstâncias muito próximas do funcionamento de uma sala de aula clássica. O capítulo apresenta as quatro fases da aplicação desta metodologia, bem como as variáveis macrodidáticas e microdidáticas desta pesquisa.

A temática do capítulo cinco inicia com a construção da SD e análises *a priori*, segue com a aplicação e validação da SD, e termina com as análises *a posteriori* dos sete encontros propostos nesta investigação. Por fim, tem-se o fechamento da dissertação aqui denominado “Considerações Finais”.

## 1 A PESQUISA

Neste capítulo, apresenta-se o tema desta investigação, a motivação pessoal do professor pesquisador, a justificativa, o questionamento da pesquisa, as hipóteses e os objetivos.

### 1.1 TEMA DE PESQUISA

O tema desta pesquisa está centrado no processo de Ensino e Aprendizagem de Geometria Espacial, direcionado para a Realidade Aumentada. A RA caracteriza-se pela tecnologia que possibilita criar cenas em que objetos virtuais são inseridos em um cenário real, capturados pela câmera de dispositivos móveis.

#### 1.1.1 Motivação Pessoal

A Matemática chegou cedo no meu cotidiano. Com nove anos tinha grande prazer em cuidar do caixa no pequeno armazém da família no interior do município de Taquara, RS. Depois do armazém veio a vida na pedreira que arrendamos na mesma região. E também ali, rodeado por pedras grês, os saberes matemáticos se faziam presentes.

De pais religiosos, ainda garoto passei a estudar teoria musical e alguns instrumentos na igreja, uma formação que continuou por muitos anos. Mesmo não compreendendo, na época, estava ali novamente envolvido com diferentes conhecimentos da Matemática.

No entanto, foi somente no segundo ano do ensino médio, na EEEM Felipe Marx, no centro de Taquara, que despertou o interesse em cursar a graduação. Nas aulas de Matemática foram apresentados alguns sólidos em acrílico e madeira quando trabalhávamos conteúdos de Geometria Espacial, mais especificamente pirâmides. Tais aulas foram um marco na minha vida, tendo me impactado de forma permanente. No mesmo ano, os professores Alexandre Silva e Ubiratã Freitas me ajudaram a acreditar que eu conseguiria obter um bom resultado no ENEM e concorrer a uma bolsa PROUNI para cursar a então já almejada Licenciatura em Matemática. Ensinar era uma satisfação, afinal, depois de alguns anos como estudante de música e instrumentos, passei a voluntariamente auxiliar na formação de iniciantes.

Anos mais tarde, em 2017, cursando a disciplina “Geometria Plana e Espacial” na ULBRA, ministrada pela Professora Carmen Teresa Kaiber, reacendeu o interesse pela Geometria Espacial, porém, o mestrado não era um caminho que eu cogitasse.

Foi somente em 2019, ano de conclusão da graduação, na disciplina de Estágio IV, quando recebi o incentivo da Professora Claudia Lisete Oliveira Groenwald para me inscrever no processo de seleção para o mestrado no PPGECIM/ULBRA, que fazer pesquisa sobre o ensino da Geometria se colocou como uma possibilidade.

Iniciado o mestrado, após algumas discussões com o orientador, Professor Agostinho laqchan Ryokiti Homa, dentre as alternativas temáticas propostas, isto é, Álgebra, Cálculo e Geometria, foi com satisfação que optei pela última. Por sua vez, a proposta de introduzir na minha pesquisa as Tecnologias Digitais, mais especificamente a Realidade Aumentada, surgiu de uma conversa com o Professor Valmir Ninow, tendo sido posteriormente debatida e referendada pelo professor orientador. E assim nasceu a presente dissertação, que, como visto, direta ou indiretamente teve o incentivo de vários professores, iniciando com os do EM e chegando a cada um dos acima citados.

### **1.1.2 Justificativa**

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) são documentos oficiais norteadores dos currículos de ensino da Educação Básica. Os PCN, elaborados pelo Governo Federal, destacavam orientações aos educadores (professores, coordenadores e diretores) relacionadas a conteúdos fundamentais concernentes a cada disciplina, abrangendo as redes públicas e privadas de ensino e os diferentes níveis de escolaridade.

A BNCC é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais, ou seja, as que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. Desta forma, o objetivo da BNCC é nortear os currículos dos sistemas e redes de ensino das Unidades Federativas, como também as propostas pedagógicas de todas as escolas públicas e privadas de Educação Infantil, EF e EM, em todo o Brasil.

Observando os documentos oficiais supracitados, destaca-se que os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) (BRASIL, 2000) informam que a abordagem tradicional para a aplicação dos conteúdos de Geometria se restringe à métrica do cálculo de áreas e volumes de alguns sólidos, não sendo suficiente para relacionar o conteúdo à realidade do aluno. E a BNCC, na área da Matemática, referindo-se ao ensino de Geometria no EM, ressalta que é necessário proporcionar aos estudantes oportunidades de desenvolver o pensamento

computacional por meio da utilização de diferentes recursos pedagógicos, abordando conceitos, procedimentos e estratégias. A BNCC também discorre sobre a importância da Matemática estar conectada às vivências do aluno, levando em conta os avanços tecnológicos e as exigências do mercado de trabalho.

As orientações presentes nos documentos norteadores dos currículos da Educação Básica ressaltam sobre a utilização de diferentes recursos tecnológicos como ferramenta metodológica de ensino. Dessa forma, nos fazem refletir sobre a abordagem tradicional, por parte dos professores, em relação ao ensino de Geometria.

Conforme Rogenski e Pedroso (2019), na disciplina de Geometria Espacial, os alunos do EF possuem dificuldades relacionadas à visualização e representação das formas tridimensionais, pois reconhecem poucos conceitos da Geometria básica. Eles também apresentam problemas de percepção das relações existentes entre os objetos de identificação das propriedades das figuras que formam os sólidos. Além disso, nas questões que envolvem cálculos de área ou volume, os discentes realizam os de aplicação direta, porém, apresentam dificuldades quando deparados com situações mais complexas. Em circunstâncias como esta, eles até acompanham o raciocínio utilizado na realização das atividades, mas aplicá-lo em outra situação torna-se complicado (ROGENSKI; PEDROSO, 2019).

Com base nos autores citados no parágrafo anterior, deve-se considerar que esta é a era midiática, isto é, há a presença constante das TD desde os mais simples equipamentos até os mais sofisticados, de forma que estes provocam alterações nas relações humanas e na organização do trabalho, num modelo de sociedade que necessita de um profissional flexível, que se adapte facilmente a novidades tecnológicas, seja criativo e atualizado. Assim, visto que os alunos são usuários ativos dos recursos oferecidos pelas Tecnologias, as ferramentas tecnológicas não devem ser deixadas de lado nas escolas.

Neste contexto, desenvolvendo o tema proposto nesta pesquisa, busca-se contribuir para o processo de Ensino e Aprendizagem de Geometria Espacial utilizando como recurso uma SD integrada às TD. Esta foi elaborada com ênfase nos conceitos e características dos Sólidos Geométricos, objetivando capacitar os estudantes para que o processo de aprendizagem de Geometria Espacial seja alcançado, com o apoio da tecnologia da Realidade Aumentada.

Lopes et al. (2019) realizaram uma revisão sistemática de literatura para verificar de que forma a RA vem sendo utilizada na Educação. Eles analisaram, de forma crítica, 44 trabalhos científicos relacionados a esta tecnologia e todos apresentaram contribuições significativas para o ambiente educacional. Os autores criaram seis categorias de classificação temática: (i) RA por meio de dispositivos móveis; (ii) aprendizagem por meio de jogos com RA; (iii) livros com RA embutida; (iv) RA no ensino das Ciências da Saúde; (v) ensino de Engenharia, Arquitetura e Design por meio de RA; (vi) propostas do uso da RA aplicáveis a diversas áreas do conhecimento. A partir dos resultados desta pesquisa, verificou-se que a RA é responsável por um alto impacto motivacional sobre os jovens e, além disso, com o seu uso foi facilitado o processo de compreensão dos conteúdos estudados. Portanto, percebe-se que a RA já vem sendo utilizada em diversas áreas do conhecimento, contudo, a barreira principal para a adoção da mesma nas instituições de ensino é a dificuldade no desenvolvimento das atividades por parte dos professores (LOPES *et al.*, 2019). Acredita-se que, com a utilização desta tecnologia, as aulas podem se tornar mais atrativas, colaborando para a aprendizagem dos alunos, e, seguindo nesse viés, pretende-se com essa pesquisa investigar/analisar as contribuições da utilização de uma sequência de atividades integrada às TD direcionadas para a aprendizagem de Geometria Espacial.

Antes de concluir este subcapítulo, faz-se necessário destacar que quando acima é referida a visualização, trata-se da ideia de “Visualização Matemática”, tendo por base o estudo de Flores, Wagner e Buratto (2012), que sublinhou a dificuldade em desenvolver uma definição para este termo. Dentre as definições discutidas pelas autoras, entende-se que uma das mais consentâneas com a proposta desta dissertação é a que interpreta “Visualização Matemática” como o processo de formação de imagens (mentais, ou com lápis e papel, ou com o auxílio de TD) utilizadas para a descoberta, compreensão e aplicação da Matemática. Nesta lógica, é indiscutível que a “Visualização Matemática” é mediadora do entendimento de conceitos matemáticos, especialmente no campo da Geometria Espacial.

### **1.1.3 Problema de Pesquisa**

Oliveira (2015) nos informa que o ensino de Geometria foi desaparecendo das salas de aula da Educação Básica. Bongiovanni (2016) destaca a falta de ênfase ao domínio das representações gráficas no EF e Ensino Médio (EM). Notare e Basso

(2016) salientam a insuficiência do uso exclusivo de desenhos para explorar a Geometria Espacial, independentemente do nível de ensino.

Analisando estas pesquisas, destaca-se a importância de se pensar em usufruir dos benefícios proporcionados pelas novas TD amplamente disponíveis para o ensino da Matemática. A inserção de ferramentas tecnológicas permite que alguns conceitos matemáticos sejam apresentados por intermédio de animações que permitem ao aluno identificar padrões e analisar comportamentos, o que difere das informações das imagens estáticas dos livros didáticos. Nesse sentido, conforme Macedo, Silva e Buriol (2016), torna-se evidente a necessidade de se repensar as práticas pedagógicas para a inclusão das Tecnologias nos planejamentos das aulas de maneira alinhada aos objetivos didáticos.

A partir dessas reflexões surge o questionamento desta investigação: quais as contribuições da aplicação de uma Sequência Didática com RA, como estratégia para a aprendizagem de Geometria Espacial, para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental?

#### **1.1.4 Hipóteses da Investigação**

Com base em nas análises prévias<sup>2</sup> e acreditando na possibilidade de responder este questionamento, foram elaboradas as seguintes hipóteses de pesquisa:

- atividades didáticas amparadas pela tecnologia de RA contribuem para o desenvolvimento da habilidade de “visualização”;
- discentes que visualizam diferentes faces de um sólido geométrico estão mais habilitados a realizar desenhos em perspectiva.

#### **1.1.5 Objetivos**

Na busca de respostas para o problema desta pesquisa foram propostos o objetivo geral e os objetivos específicos, os quais estão apresentados a seguir.

---

<sup>2</sup> As análises prévias desta investigação foram realizadas por meio da revisão de literatura (capítulo 2) e discussão dos PCN e a BNCC (subcapítulo 3.2).

#### 1.1.5.1 Objetivo Geral

Investigar as contribuições de uma Sequência Didática, incorporada com a tecnologia de RA, como estratégia no processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial para os anos finais do Ensino Fundamental.

#### 1.1.5.2 Objetivos Específicos

A fim de se alcançar o objetivo geral, estabeleceu-se os seguintes objetivos específicos:

- explorar os recursos disponíveis sobre RA no *software* de Geometria Dinâmica GeoGebra, bem como sua integração ao *Google Classroom*;
- investigar/desenvolver atividades didáticas, apoiadas na tecnologia de RA, com conceitos matemáticos necessários à aprendizagem da Geometria Espacial para os anos finais do EF;
- elaborar e implementar uma SD contemplando as seguintes etapas: (i) revisão da Geometria Plana; (ii) revisão da Geometria Espacial; (iii) integração da Geometria Plana e Espacial; (iv) desenvolvimento da habilidade da visualização<sup>3</sup>; e (v) desenhos de sólidos geométricos em perspectiva.

---

<sup>3</sup> Habilidade EF09MA17 normativa pela BNCC (BRASIL, 2018).

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

Com o objetivo de conhecer os trabalhos realizados no âmbito nacional sobre a temática “Ensino de Geometria Espacial com auxílio da Realidade Aumentada”, efetuou-se uma pesquisa no Banco de Teses e Dissertações (BTD) da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). O BTD é uma plataforma que permite e facilita o acesso a teses e dissertações, sendo fonte de informação para os programas nacionais de pós-graduação. É possível realizar consultas de resumos de trabalhos a partir do título, palavras-chave ou nome do autor. Além disso, os resultados encontrados podem ser refinados, considerando a escolha do tipo de trabalho (tese ou dissertação), ano de conclusão, área de conhecimento, entre outros.

Para a busca dos trabalhos sobre a temática, inicialmente foram utilizadas as palavras-chave “Ensino”, “Matemática” e “Realidade Aumentada” com o operador booleano “AND”<sup>4</sup> entre os descritores, objetivando consultar as pesquisas até o momento efetuadas. Esta busca foi realizada no mês de agosto de 2020 e os primeiros resultados reuniram 35 trabalhos.

Devido à baixa quantidade de obras encontradas, não foi necessário determinar um espaço-tempo para a realização da análise. Contudo, cinco critérios de seleção foram estabelecidos para refinar os resultados a fim de privilegiar apenas os trabalhos correlacionados com a temática desta investigação. São eles: i) o trabalho está disponível na Plataforma Sucupira<sup>5</sup>; ii) a pesquisa é relacionada ao ensino de Matemática integrado à RA; iii) o trabalho é direcionado ao ensino da Geometria Espacial; iv) o trabalho possui divulgação autorizada; e v) o trabalho é voltado para o ensino nos anos finais do EF ou EM.

Com as palavras-chave “Ensino”, “Matemática” e “Realidade Aumentada”, a busca resultou em 35 obras e, destas, três são teses e 32 são dissertações. Ao desconsiderar os trabalhos realizados anteriormente à Plataforma Sucupira (1º critério de seleção), o número total reduziu para 31 obras: duas teses e 29 dissertações.

Após a leitura dos resumos de cada trabalho selecionou-se aqueles direcionados para o ensino da Matemática integrado à RA (2º critério de seleção).

---

<sup>4</sup> O operador booleano “AND” facilita o processo de pesquisa, pois informa ao sistema de busca como combinar os descritores digitados. “AND” significa “E”, portanto, os trabalhos encontrados foram somente aqueles que continham todas as palavras-chave inseridas.

<sup>5</sup> A Plataforma Sucupira arrecada informações e funciona como base do Sistema Nacional de Pós-Graduação (SNPG) (BRASIL, 2021). Ela pode ser acessada por meio do endereço eletrônico <<https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/>>.

Nesta etapa, 15 trabalhos foram contemplados: uma tese e quatorze dissertações. Esta única tese foi descartada após a análise preliminar de cada pesquisa, a qual objetivou desconsiderar os trabalhos não relacionados ao ensino da Geometria Espacial (3º critério de seleção), restando, então, quatorze dissertações.

Das quatorze pesquisas, verificou-se que duas não possuíam divulgação autorizada (4º critério de seleção) e, por este motivo, foram descartadas. Ao término das seleções, doze dissertações foram apuradas, das quais foi realizada a leitura da introdução e metodologia de pesquisa, objetivando verificar e contemplar, exclusivamente, os trabalhos que foram aplicados (ou que salientaram indicações para professores) nos anos finais do EF ou no EM (5º critério de seleção).

Com o emprego deste último critério de seleção, restaram nove dissertações identificadas como pertencentes ao espaço-tempo de 2014 a 2019. O quadro da Figura 1 apresenta, de forma resumida, informações sobre a consulta realizada, critérios de seleção e resultados encontrados.

Figura 1 – Informações e resultados da consulta realizada no BTB da CAPES.

<b>Consulta Realizada</b>		
<b>Base de dados</b>	<b>Palavras-chave</b>	<b>Resultados obtidos</b>
Banco de Teses e Dissertações Capes	1. “Ensino” 2. “Matemática” 3. “Realidade Aumentada”	3 Teses 32 Dissertações
<b>Critérios de Seleção</b>		
<b>1º Critério de seleção</b>	<b>Ação realizada</b>	<b>Resultados obtidos</b>
O trabalho está disponível na Plataforma Sucupira?	Análise na Plataforma Sucupira	2 Teses 29 Dissertações
<b>2º Critério de seleção</b>	<b>Ação realizada</b>	<b>Resultados obtidos</b>
A pesquisa é relacionada ao ensino da Matemática integrado à RA?	Leitura dos títulos de cada trabalho	1 Tese 14 Dissertações
<b>3º Critério de seleção</b>	<b>Ação realizada</b>	<b>Resultados obtidos</b>
O trabalho é direcionado ao ensino da Geometria Espacial?	Leitura dos resumos	14 Dissertações
<b>4º Critério de seleção</b>	<b>Ação realizada</b>	<b>Resultados obtidos</b>
A pesquisa possui divulgação autorizada?	Análise, individual para cada trabalho, na Plataforma Sucupira	12 Dissertações
<b>5º Critério de seleção</b>	<b>Ação realizada</b>	<b>Resultados obtidos</b>
O trabalho é voltado para o ensino nos anos finais do EF ou EM?	Leitura minuciosa da introdução e metodologia de pesquisa	9 Dissertações

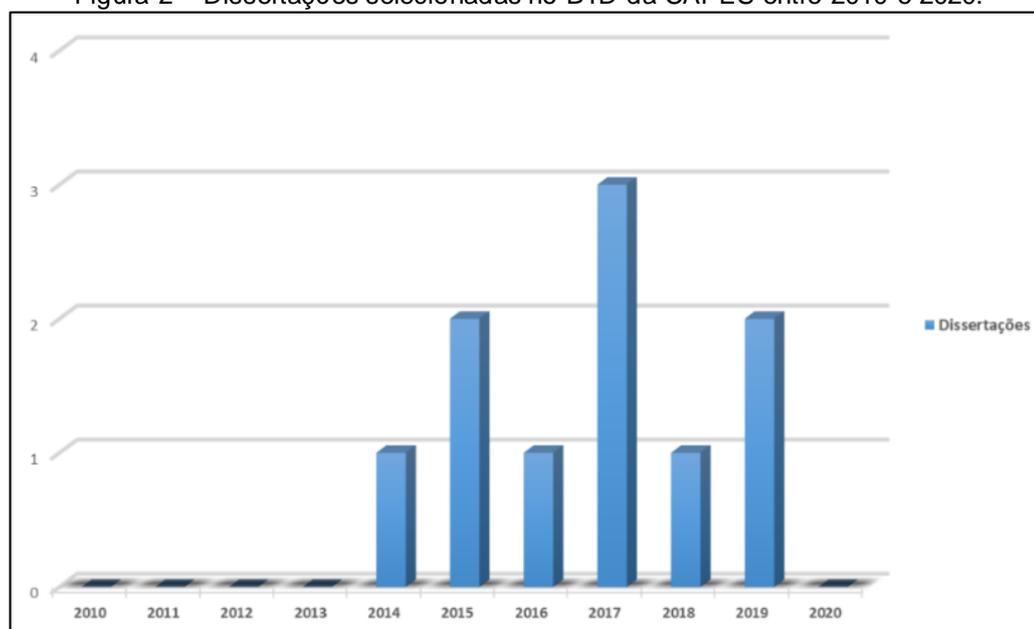
Fonte: a pesquisa.

Com o propósito de verificar a existência de outras pesquisas relacionadas à temática desta investigação, uma segunda consulta, mais específica, foi realizada no BTB da CAPES. Novamente o operador booleano utilizado foi o “AND”, entretanto, desta vez, apenas dois descritores foram inseridos no campo de busca: i) “Geometria Espacial”; e ii) “Realidade Aumentada”. Nesta segunda apreciação, doze trabalhos

foram encontrados, sendo uma tese e onze dissertações, dos quais a tese e nove dissertações já haviam sido recuperados na primeira consulta, restando apenas uma dissertação que atendeu os cinco critérios de seleção, sendo, portanto, classificada para leitura e elaboração da síntese.

Apesar da segunda consulta no BTD ter registrado apenas uma nova dissertação, cabe destacar que ela se mostrou especialmente relevante para a presente pesquisa. Assim, selecionou-se dez obras correlacionadas à temática “Ensino de Geometria Espacial com auxílio da Realidade Aumentada”. O gráfico da Figura 2 exibe os trabalhos realizados nos respectivos anos, enquanto o quadro da Figura 3 apresenta um resumo para cada uma das dez obras contempladas, salientando o objetivo e o uso da RA na investigação.

Figura 2 – Dissertações selecionadas no BTD da CAPES entre 2010 e 2020.



Fonte: a pesquisa.

Figura 3 – Dissertações relacionadas ao ensino de Geometria Espacial com RA (ordenadas da mais antiga para a mais recente).

<b>Título</b>	USO DE TÉCNICAS DE REALIDADE AUMENTADA NO ENSINO DE PIRÂMIDE ( <i>sic</i> )
<b>Tipo de trabalho</b>	Dissertação
<b>Ano</b>	2014
<b>Autora</b>	SANDRA DE AQUINO MAIA DUNCAN
<b>Universidade/Programa</b>	Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro/ Centro de Ciência e Tecnologia
<b>Resumo</b>	Esta pesquisa objetivou contribuir para a melhoria do processo de Ensino e Aprendizagem das Pirâmides. Embora a autora ressalte que a busca foi por contribuições para o EM, uma SD foi elaborada e aplicada com discentes licenciandos em Matemática. A execução da parte prática

	deste trabalho exigiu o uso de um laboratório de informática e marcadores de RA <sup>6</sup> .
<b>Título</b>	REALIDADE AUMENTADA APLICADA AO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL: UM DESAFIO PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
<b>Tipo de trabalho</b>	Dissertação
<b>Ano</b>	2015
<b>Autor</b>	FREDSON CONCEIÇÃO DOS SANTOS
<b>Universidade/Programa</b>	Universidade Federal do Pará/ Instituto de Ciências Exatas e Naturais – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
<b>Resumo</b>	Esta pesquisa é de caráter bibliográfica e teve como objetivo diminuir as dificuldades relacionadas à visualização de objetos tridimensionais, com auxílio da RA. O autor apresenta, como sugestão, duas maneiras distintas para o desenvolvimento de aplicações com RA. A primeira envolve um aplicativo chamado de simpleVRML que é uma das aplicações da biblioteca ARToolKit <sup>7</sup> e a segunda utiliza-se a ferramenta FLARAS-2.4.3 <sup>8</sup> , contudo, ambas as formas necessitam de marcadores de RA. Quatro exemplos de aplicações para sala de aula, com integração da RA, são apresentados: i) planificações de figuras espaciais; ii) Sólidos de Revolução; iii) intersecção de figuras espaciais com um plano e iv) jogo planificação de Poliedros Regulares.
<b>Título</b>	UMA PROPOSTA DIDÁTICA DA REALIDADE AUMENTADA NO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL
<b>Tipo de trabalho</b>	Dissertação
<b>Ano</b>	2015
<b>Autor</b>	JEFFERSON SILVA FRANÇA
<b>Universidade/Programa</b>	Universidade Federal do Pará/ Instituto de Ciências Exatas e Naturais – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
<b>Resumo</b>	O objetivo desta obra foi apresentar a RA como uma opção metodológica para o ensino da Geometria. O estudo foi realizado em conjunto com Santos (2015) e se caracteriza, também, como uma pesquisa bibliográfica. Para desenvolvimento das projeções em RA, o uso de marcadores foi obrigatório visto que o autor utilizou a ferramenta FLARAS 2.4.3. A pesquisa apresenta como sugestão, de aplicação em sala de aula, um jogo envolvendo Sólidos Geométricos (icosaedros) com RA.
<b>Título</b>	PROCEDIMENTOS PEDAGÓGICOS PARA O PROCESSO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: INTERVENÇÃO PELA REALIDADE AUMENTADA
<b>Tipo de trabalho</b>	Dissertação
<b>Ano</b>	2016
<b>Autor</b>	PAULO SERGIO DE OLIVEIRA
<b>Universidade/Programa</b>	Universidade Federal de Itajubá/ Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências
<b>Resumo</b>	Esta obra teve como objetivo, no decorrer de um estudo comparativo, analisar o potencial didático da RA no ensino da Geometria Espacial, considerando a postura do aluno no ambiente tecnológico. Um Minicurso foi ministrado com a apresentação de ferramentas tecnológicas, com

<sup>6</sup> A RA utilizada na pesquisa de Duncan (2014) foi a baseada em marcadores, ou seja, é necessário colocar um “símbolo” (marcador) em frente à câmera do computador para que ele realize a leitura do mesmo e reproduza o objeto de estudo em RA. Em outras palavras, os marcadores funcionam como um QR Code (*Quick Response Code*).

<sup>7</sup> ARToolKit é uma biblioteca multi-plataforma de código aberto para desenvolvimento de aplicações de RA, a qual fornece soluções de rastreamento 3D com baixo custo computacional (SANTOS, 2015).

<sup>8</sup> *Flash Augmented Reality Authoring System* (FLARAS) é uma ferramenta de autoria com aplicações de RA, a qual pode ser utilizada por usuários sem conhecimentos de programação (SANTOS, 2015).

	ênfase na FLARAS 2.4.3. Dois grupos de discentes do EM participaram do experimento: grupo 01 utilizando aplicações profissionais (aprender-fazendo) e grupo 02 participando do desenvolvimento da aplicação (aprender-usando).
<b>Título</b>	UTILIZAÇÃO DE DISPOSITIVOS MÓVEIS E RECURSOS DE REALIDADE AUMENTADA NAS AULAS DE MATEMÁTICA PARA ELUCIDAÇÃO DOS SÓLIDOS DE PLATÃO
<b>Tipo de trabalho</b>	Dissertação
<b>Ano</b>	2017
<b>Autor</b>	FERNANDO OLIVEIRA DA SILVA
<b>Universidade/Programa</b>	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho/ Programa de Mestrado Profissional em Matemática
<b>Resumo</b>	Esta dissertação analisou os aspectos relevantes do processo de desenvolvimento e utilização de aplicativos educacionais da área de Matemática. O autor desenvolveu um aplicativo para <i>smartphones</i> com sistema <i>Android</i> , por ele denominado ARSolids, que possibilita aos usuários interagir com os Sólidos de Platão mediante a manipulação e interação com marcadores de RA. Uma oficina com este recurso foi aplicada, em momentos distintos, para professores da Educação Básica e alunos do EM.
<b>Título</b>	O DESENVOLVIMENTO DO APLICATIVO RA.GEO: CONTRIBUIÇÕES DA REALIDADE AUMENTADA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL
<b>Tipo de trabalho</b>	Dissertação
<b>Ano</b>	2017
<b>Autor</b>	VINICIUS GOUVEIA DE ANDRADE
<b>Universidade/Programa</b>	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás/ Programa de Pós-Graduação para Ciências e Matemática
<b>Resumo</b>	O objetivo desta dissertação foi o de desenvolver e testar um aplicativo com a tecnologia de RA, para dispositivos móveis, como recurso didático ao ensino de Geometria Espacial, integrado ao livro didático de Matemática. O aplicativo, denominado pelo autor por RA.Geo, foi aplicado com alunos do EM de uma escola pública de Jataí (Goiás), contando, também com a participação de professores. O processo, desde a concepção até a validação, seguiu a metodologia de construção de Objetos de Aprendizagem denominada INTERA.
<b>Título</b>	O USO DA REALIDADE AUMENTADA NO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL
<b>Tipo de trabalho</b>	Dissertação
<b>Ano</b>	2017
<b>Autor</b>	THIAGO ANTONIO VALENTIM
<b>Universidade/Programa</b>	Universidade Federal do Rio de Janeiro/ Instituto de Matemática PROFMAT Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
<b>Resumo</b>	A proposta da dissertação foi trabalhar com a identificação de Sólidos Geométricos com estudantes do segundo ano do EM de uma escola privada de Duque de Caxias (Rio de Janeiro), utilizando a tecnologia de RA. A ênfase foi dada na identificação das faces, arestas e vértices, seguida da verificação das relações de Euler. Contudo, o autor destacou que o foco da pesquisa não é propriamente a relação de Euler, mas <i>“a obtenção dos números de face, vértice e aresta de um sólido geométrico representado através da RA”</i> (VALENTIM, 2017, p. 34). O programa utilizado foi o NIZ, que é gratuito e de fácil instalação e utilização.
<b>Título</b>	ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA POR MEIO DA REALIDADE AUMENTADA EM DISPOSITIVOS MÓVEIS: UM ESTUDO DE CASO EM COLÉGIOS PÚBLICOS DO LITORAL PARANAENSE

<b>Tipo de trabalho</b>	Dissertação
<b>Ano</b>	2018
<b>Autor</b>	ALEX DE CASSIO MACEDO
<b>Universidade/Programa</b>	Universidade Federal do Paraná/ Programa de Pós-Graduação em Educação
<b>Resumo</b>	O autor desenvolveu um aplicativo para dispositivos móveis visando utilizá-lo integrado à RA no ensino de Geometria Espacial. Foi também elaborado material didático específico, no formato de roteiros curtos, para que os discentes fossem mais autônomos ao longo do desenvolvimento do experimento. Os estudantes estavam distribuídos em cinco turmas de EM de uma escola pública de Guaratuba, litoral do Paraná.
<b>Título</b>	REALIDADE AUMENTADA COMO INTERFACE PARA A APRENDIZAGEM DE POLIEDROS DO TIPO PRISMAS
<b>Tipo de trabalho</b>	Dissertação
<b>Ano</b>	2019
<b>Autor</b>	ROBERTO CARLOS DELMAS DA SILVA
<b>Universidade/Programa</b>	Universidade Federal de Sergipe/ Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
<b>Resumo</b>	Este trabalho objetivou aplicar o recurso de RA, com o auxílio de dispositivos móveis, no processo de Ensino e Aprendizagem de Sólidos Geométricos Prismas. O autor desenvolveu uma sequência didática com alunos do segundo ano do EM e, também, se valeu do aplicativo Geometry-AR. O público-alvo foram estudantes do segundo ano do EM de uma escola pública de Aracaju, capital do estado de Sergipe.
<b>Título</b>	A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ESPACIAL POTENCIALIZADA POR MEIO DE UM APLICATIVO DE REALIDADE AUMENTADA NA PERSPECTIVA DO MOBILE LEARNING
<b>Tipo de trabalho</b>	Dissertação
<b>Ano</b>	2019
<b>Autor</b>	BRUNO RESENDE
<b>Universidade/Programa</b>	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul/ Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática
<b>Resumo</b>	O trabalho investigou os benefícios da metodologia conhecida por <i>"mobile learning"</i> no ensino da Matemática por meio de atividades básicas de Geometria Espacial. O experimento valeu-se do recurso de RA para <i>smartphones</i> com apoio do aplicativo denominado <i>MatSólidos</i> – o qual necessita de marcadores – desenvolvido pelo autor. O experimento foi desenvolvido com alunos do EM de uma escola privada de Porto Alegre, capital do RS.

Fonte: a pesquisa.

Após esta apresentação de um breve resumo das pesquisas selecionadas, os parágrafos a seguir exibem as considerações mais importantes de cada obra.

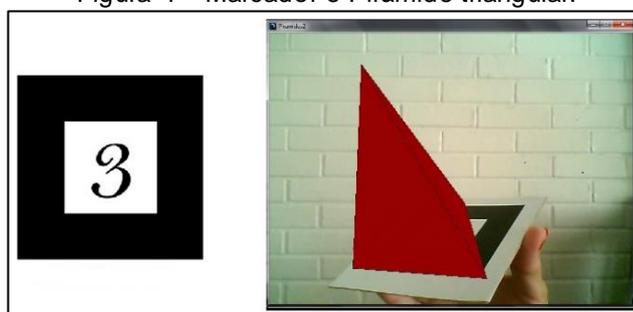
A dissertação de Duncan (2014) apresenta, inicialmente, o estudo das Pirâmides, salientando os elementos, classificação, relações notáveis, superfícies, áreas e volumes. No que tange ao referencial teórico, a RA é o tema principal do estudo, a qual também é apresentada em outras áreas<sup>9</sup> de conhecimento. Para o desenvolvimento da pesquisa foi necessário a utilização de um ambiente baseado na

<sup>9</sup> Maia (2014) realiza uma breve apresentação da utilização da RA em i) Geometria Espacial e Física, ii) manutenção de automóveis, iii) medicina, iv) jogos e v) turismo.

linguagem de programação Java, chamado Processing-1.5.1, e deste, duas bibliotecas precisaram ser importadas: GSVideo<sup>10</sup> e MultiARToolKit.

A autora não informa detalhadamente como estes processos tecnológicos foram providenciados, todavia, entende-se que ela se responsabilizou por baixar o *software* e importar as bibliotecas necessárias nos computadores do laboratório de informática. Ademais, a autora também não descreve como os marcadores foram construídos, contudo, manuseou nove ao longo da SD, cada um deles representando Pirâmides com características distintas. A Figura 4 exibe um dos marcadores utilizados pela pesquisadora, bem como a representação de uma Pirâmide triangular em RA.

Figura 4 – Marcador e Pirâmide triangular.



Fonte: Duncan (2014, p. 27).

Os participantes do experimento, proposto por Duncan (2014), foram sete alunos licenciandos em Matemática, os quais receberam, cada um, nove marcadores para serem utilizados durante a aplicação da atividade. Esta parte prática teve 4 horas de duração e, ao final, os futuros docentes responderam um questionário exploratório com o intuito de verificar as contribuições ou falhas da SD. Em seus resultados a pesquisadora salienta que a RA é uma ferramenta atrativa, dinâmica e facilitadora do processo de Ensino e Aprendizagem das Pirâmides.

Na dissertação de Santos (2015), quatro seções são apresentadas, sendo a primeira direcionada ao histórico relacionado à utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) na Educação e, também, em outras áreas profissionais. O autor ressalta que os professores devem buscar se familiarizarem com as TD, procurando possibilidades que auxiliem no desenvolvimento do processo de Ensino e Aprendizagem com união da mediação, criatividade e interação.

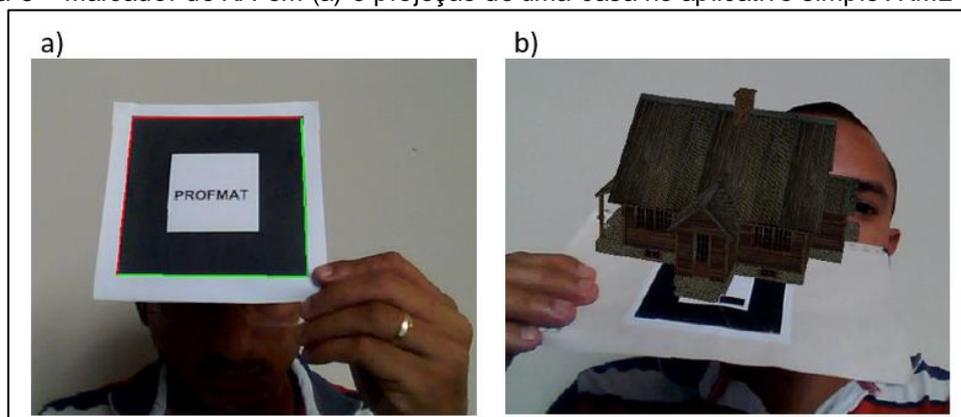
<sup>10</sup> Biblioteca que realiza o processamento de ambientes de programação. Disponível em < <http://gsvideo.sourceforge.net/>>.

Na segunda seção o tema dissertado é a RA, com exibição da definição e um breve histórico do surgimento desta tecnologia. Santos (2015) também discute a RA no âmbito da Realidade Virtual (RV), descrevendo as características e distinções de cada uma delas. Além do mais, o emprego da RA em outras áreas é exibido e, ao findar desta seção, são apresentadas as suas aplicações no ambiente escolar.

As sugestões de abordagens para o desenvolvimento de objetos em RA são explanadas na terceira seção da pesquisa. O autor apresenta o aplicativo simpleVRML, o qual é um recurso da biblioteca ARToolKit e, também, a ferramenta FLARAS-2.4.3. Santos (2015) relata que para utilizar as funções da ARToolKit é necessário que o professor tenha um conhecimento significativo de programação, exigindo, inclusive, necessidade de outros *softwares* que são pré-requisitos ao funcionamento perfeito da tecnologia. Por outro lado, Santos justifica que utilizando somente o aplicativo simpleVRML é possível trabalhar com RA sem possuir conhecimentos avançados de programação.

Tanto o aplicativo simpleVRML quanto a ferramenta FLARAS-2.4.3 necessitam de marcadores de RA para que as figuras tridimensionais sejam projetadas perfeitamente. Tais marcadores devem ser construídos por quem deseja utilizá-los, contudo devem, obrigatoriamente, manter alguns padrões: figura geométrica quadrangular contendo uma marca, traço ou símbolo em seu interior, sendo um emblema distinto de outro para que ocorra a identificação correta em frente a webcam do computador (SANTOS, 2015). A Figura 5 (a) apresenta um exemplo de marcador utilizado pelo pesquisador e a Figura 5 (b) exhibe a representação de uma casa em RA. É importante destacar que a casa está sendo projetada somente na tela do computador, ou seja, a visualização ocorre no mundo virtual.

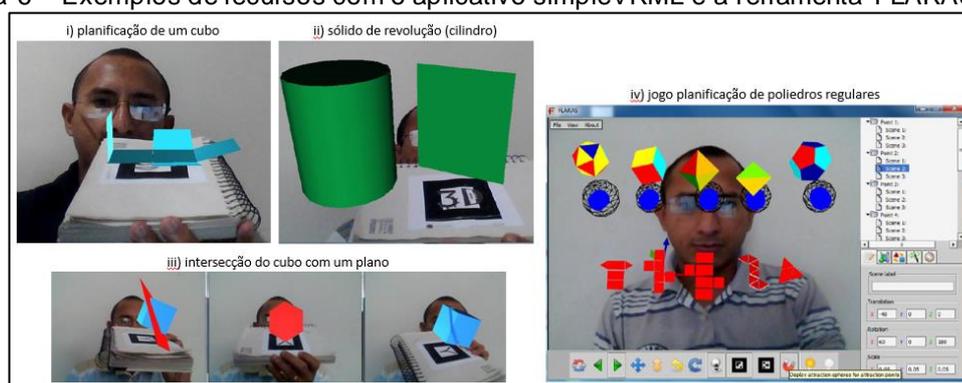
Figura 5 – Marcador de RA em (a) e projeção de uma casa no aplicativo simpleVRML em (b).



Fonte: Santos (2015, p. 46, p. 49).

Na quarta e última seção da pesquisa, Santos (2015) apresenta quatro exemplos de aplicações com RA em sala de aula: (i) planificações de figuras espaciais; (ii) Sólidos de Revolução; (iii) intersecção de figuras espaciais com um plano; e (iv) jogo planificação de Poliedros Regulares. O aplicativo simpleVRML foi utilizado para desenvolvimento das abordagens (i), (ii), (iii) e, para elaboração do exemplo (iv), a ferramenta FLARAS 2.4.3 foi explorada.

Figura 6 – Exemplos de recursos com o aplicativo simpleVRML e a ferramenta FLARAS 2.4.3.



Fonte: Santos (2015, p. 62-65).

Em conclusão, Santos (2015) afirma que esta tecnologia gera contribuições para amenizar as dificuldades dos discentes no que tange à visualização de Sólidos Geométricos. Justificando que, por meio da observação em distintas perspectivas, os alunos conseguem explorar e contemplar as principais características de objetos tridimensionais.

Em relação à obra de França (2015), tanto ele quanto Santos (2015) informam que suas investigações foram realizadas em conjunto e, por este motivo, embora os exemplos de aplicação da tecnologia de RA sejam distintos, as duas primeiras seções de ambos os trabalhos são comuns e, as demais, muito semelhantes. O quadro da Figura 7 demonstra as similaridades e diferenças destas pesquisas.

Figura 7 – Similaridades e diferenças entre as dissertações de Santos (2015) e França (2015).

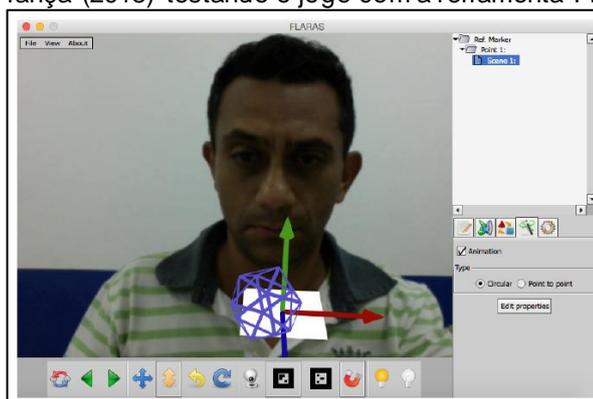
Tópicos	Dissertação de Santos (2015)	Dissertação de França (2015)
Quanto ao objetivo geral	<ul style="list-style-type: none"> <li>Atenuar as dificuldades relacionadas à visualização de objetos tridimensionais, com auxílio da RA</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Apresentar a RA como uma opção metodológica para o ensino da Geometria</li> </ul>
Quanto ao tipo de pesquisa	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bibliográfica</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bibliográfica</li> </ul>
Quanto à seção I	<ul style="list-style-type: none"> <li>TIC na Educação</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>TIC na Educação</li> </ul>
Quanto à seção II	<ul style="list-style-type: none"> <li>Definição e histórico do surgimento da RA</li> <li>RA no âmbito da RV</li> <li>RA em outras áreas</li> <li>RA no ambiente escolar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Definição e histórico do surgimento da RA</li> <li>Dispositivos de RA</li> <li>RA em outras áreas</li> <li>RA no ambiente escolar</li> </ul>

Quanto à seção III	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sugestões para desenvolvimento de objetos em RA</li> <li>Biblioteca ARToolKit</li> <li>Ferramenta FLARAS 2.4.3</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sugestões de ferramentas para utilizar em sala de aula</li> <li>Biblioteca ARToolKit</li> <li>Ferramenta FLARAS 2.4.3</li> </ul>
Quanto à seção IV	<ul style="list-style-type: none"> <li>Quatro exemplos de aplicações com RA para ensino da Geometria Espacial</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Um exemplo de aplicação com RA para ensino da Geometria Espacial</li> </ul>

Fonte: a pesquisa.

França (2015) informa que no desenvolvimento da pesquisa utilizou a biblioteca ARToolKit. Entretanto, para a construção da proposta utilizou a ferramenta FLARAS 2.4.3, produzindo por meio dela um jogo envolvendo icosaedros. O autor não expõe imagens do recurso lúdico e tecnológico finalizado, ou seja, pronto para aplicação com discentes. Na Figura 8 mostra-se o pesquisador desenvolvendo e testando o material construído com auxílio da FLARAS 2.4.3.

Figura 8 – França (2015) testando o jogo com a ferramenta FLARAS 2.4.3.



Fonte: França (2015, p. 50).

Em seus resultados, França (2015) salienta que os professores precisam se capacitar para utilizar as TIC na prática docente, buscando se adaptar ao novo cenário (tecnológico) educacional. O autor ressalta que é possível, mesmo com poucos conhecimentos de informática, planejar aulas amparadas pelas ferramentas tecnológicas e conclui caracterizando a RA como uma ferramenta potente e viável no processo de Ensino e Aprendizagem da Geometria.

Na sua obra, Oliveira (2016) discute, no referencial teórico, aspectos do ensino da Matemática relacionados ao ambiente de aprendizagem, sendo eles: tradicional, com suporte tecnológico, no laboratório de informática, com aplicativos móveis, com *softwares* de apresentação, com multimídia, com RV e com RA. O autor também exhibe as distintas metodologias: tradicional, construtivista, com recursos

lúdicos e com suporte computacional. Ademais, (i) o ensino da Matemática com Tecnologias, (ii) a RA na Educação, (iii) quebra-cabeças educacionais com RA e (iv) livro interativo com RA também fazem parte da fundamentação da pesquisa.

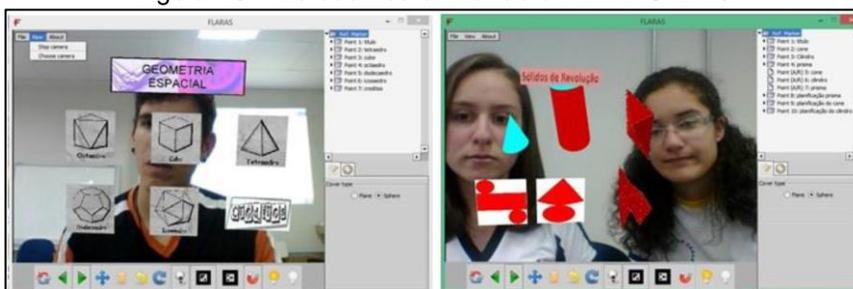
Oliveira (2016) trabalhou com duas turmas de estudantes do EM, por ele denominadas T1 e T2, e ambas tiveram dez encontros de 2 horas/aula no período de dez semanas, totalizando 20 horas/aula para cada uma. O trabalho foi realizado por duplas e, após as tarefas concluídas, estas foram discutidas com os colegas de turma. Ambas as turmas foram introduzidas a um número que nos pareceu excessivo de ferramentas tecnológicas, e, cabe também salientar, num curto espaço de tempo, como segue: *Poly Pro*, *Screenhunter*, *Screencast-O-Matic*, *Free Sound Recorder*, *GeoGebra*, *Excel* e *Power Point*. Todas elas foram abordadas nos dois primeiros encontros. Estas ferramentas, contudo, foram apenas para introduzir a FLARAS 2.4.3, ferramenta com a qual os estudantes desenvolveram a proposta pedagógica do Minicurso, qual seja, a criação do projeto intitulado “Sólidos de Revolução” ou “Geometria Espacial”, conforme escolha de cada dupla. O que diferiu a T1 da T2 foi a forma como o projeto final foi construído. A T1 utilizou a metodologia que o autor denominou de “aprender-fazendo”, enquanto a T2 se valeu da metodologia “aprender-usando”. Vale lembrar, novamente, que os marcadores são indispensáveis para realizar projeções em RA com a FLARAS 2.4.3 e, neste trabalho, a T1 construiu os marcadores enquanto a T2 apenas os utilizou. A Figura 9 exibe alunos construindo os marcadores e a Figura 10 mostra estudantes utilizando a FLARAS.

Figura 9 – Alunos construindo marcadores de RA.



Fonte: Oliveira (2016, p. 78).

Figura 10 – Estudantes utilizando a FLARAS 2.4.3.



Fonte: Oliveira (2016, p. 84).

Em suas considerações finais, Oliveira (2016) ressaltou que os resultados obtidos com a ferramenta FLARAS foram significativos. Tanto os estudantes da T1 quanto os da T2 *“apresentaram acentuada melhora nos rendimentos em relação aos conteúdos estudados da Geometria”* (OLIVEIRA, 2016, p. 134). Por outro lado, nesta mesma página, o autor observou que *“em ambas o acréscimo de aproveitamento foi praticamente igual”*.

Na obra de Silva (2017), inicialmente, um embasamento teórico sobre o ensino de Matemática na Educação Básica é apresentado, salientando que a falta de contextualização no processo de ensino resulta na desvalorização desta disciplina. Ademais o autor disserta que a dificuldade não se encontra na Matemática em si, e sim na forma em que ela vem sendo mediada nas instituições. Nesse cenário, o referencial teórico de Silva (2017) se concentra nas possibilidades e inovações da inserção das TIC nas aulas de Matemática. Ele considera que as Tecnologias exercem a função de complementar o processo de ensino, tornando-o mais eficaz e concorda que estas não garantem solução para todos os problemas do meio educacional, contudo, aumentam as possibilidades de contribuições que potencializam o processo. Além disso, Silva (2017) discorre sobre a relevância de um planejamento entre as Tecnologias e Educação, ou seja, declara que uma análise deve ser efetuada para que o recurso escolhido seja conciliável com as particularidades do ambiente de ensino.

Em seu embasamento teórico sobre RA, Silva (2017) apresenta a ferramenta FLARAS<sup>11</sup> e os *softwares* SISEULER<sup>12</sup> e ARTutor<sup>13</sup>. Segundo ele, por meio da plataforma Artoolkit, Lemos e Alencar (2010), com intuito de ensinar a relação de

<sup>11</sup> Informações sobre a ferramenta FLARAS já foram relatadas neste capítulo, na apresentação da pesquisa de Santos (2015).

<sup>12</sup> *Software* de apoio para entendimento da relação de Euler.

<sup>13</sup> Plataforma Educacional de Realidade Aumentada desenvolvida pelo Laboratório de Pesquisa em Tecnologias Educacionais Avançadas e Aplicações Móveis (AETMA).

Euler, desenvolveram o SISEULER: *software* que, para a realização das projeções dos sólidos em RA, necessita de marcadores e computador com webcam. O ARTutor é um aplicativo desenvolvido por Forte e Kirner (2009) para o ensino de Matemática e Física. Neste caso, para que as projeções em RA sejam efetuadas, também se faz necessário o uso de marcadores e computadores com webcam. Todavia, os autores utilizaram a denominação “placa controle” ao invés de “marcadores”.

Após o seu embasamento, sobre (i) ensino de Matemática, (ii) Tecnologias na Educação e (iii) *softwares* de RA, Silva (2017) apresenta o aplicativo ARSolids, desenvolvido por ele mesmo, com objetivo de ser utilizado em dispositivos móveis com sistema *Android*, visando o ensino dos Poliedros de Platão. Os marcadores devem ser colocados em frente a câmera do *smartphone*, para que algum sólido seja projetado. A Figura 11 apresenta os marcadores construídos e utilizados por Silva (2017) e a Figura 12 exhibe um octaedro projetado em RA com o ARSolids.

Figura 11 – Marcadores de RA construídos e utilizados por Silva (2017).



Fonte: Silva (2017, p. 47).

Figura 12 – Octaedro projetado em RA com o ARSolids.



Fonte: Silva (2017, p. 47).

Por intermédio de uma oficina, que ocorreu em dois momentos distintos, Silva (2017) utilizou o ARSolids com estudantes do EM e com professores de Matemática

da Educação Básica. Os estudantes do EM foram divididos em dois grupos: Grupo 01 – realizou manipulações com sólidos concretos e Grupo 02 – realizou manipulações dos sólidos por intervenção do aplicativo ARSolids. No que tange aos resultados obtidos com o grupo de docentes, segundo Silva (2017), todos os professores consideraram o aplicativo como sendo uma ferramenta relevante para o ensino da Geometria.

Em relação aos grupos de alunos, eles realizaram duas atividades. Na primeira, o Grupo 01, que utilizou os sólidos concretos, obteve um desempenho de acertos de 91,3%, enquanto o grupo 2, que utilizou o ARSolids, obteve 82% de acertos. Silva (2017) não informou o percentual de acertos que os grupos obtiveram na tarefa 02, contudo, considera que embora a taxa de acertos com uso do ARSolids tenha sido menor, a diferença foi baixa. Nesse cenário, Silva (2017) afirma que a utilização do aplicativo contribuiu para o aumento do engajamento dos alunos na realização das tarefas.

Andrade (2017) distribuiu seu referencial teórico por três capítulos, iniciando com o nomeado “A Geometria”, seguido pelo denominado “A Realidade Aumentada” e terminando com o intitulado “Os Objetos de Aprendizagem”. Em “A Geometria”, o autor apresentou estudos que destacam o valor de trabalhar o pensamento geométrico no Ensino Básico e a relação entre ele e o processo de visualização. Neste viés, apreciou os argumentos construídos por diferentes autores para apoiar o uso das TIC nas aulas de Geometria Espacial, lembrando que em sua dissertação as utilizou para trabalhar o objeto de aprendizagem da sua pesquisa, qual seja, Poliedros/Prismas.

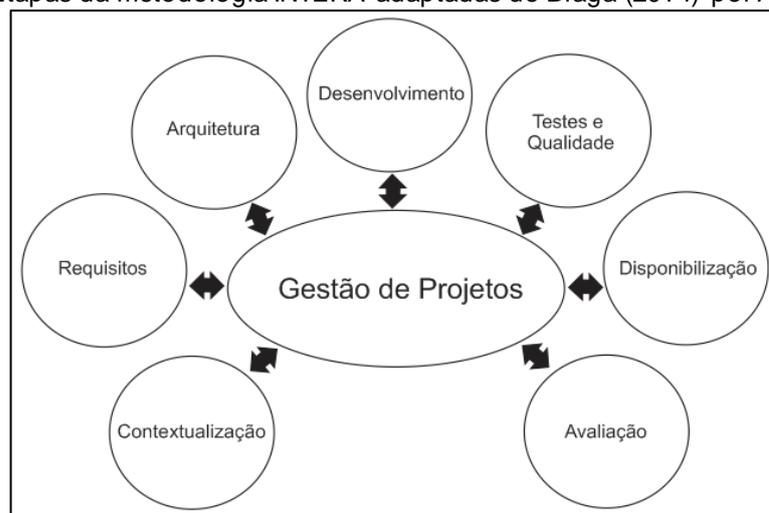
O capítulo dedicado à RA, iniciou com o autor se debruçando sobre a descrição da construção de *softwares* visando empregá-los em exposições com RA. Ele apresentou o esquema básico das etapas de um sistema em RA, destacando, no texto correspondente, a necessidade da utilização de marcadores. Mais adiante, vê-se que para a criação de um *software* de RA Andrade (2017) necessitou de outras ferramentas (ex.: *software* de edição de imagens e modeladores 3D), deixando claro ao leitor a exigência de conhecimentos de programação para o desenvolvimento das opções e funções esperadas ao *software*. Na metade final do capítulo o autor discutiu aspectos históricos e conceituais da inserção da RA na sala de aula.

Ao iniciar o texto relativo aos “Objetos de Aprendizagem” (OA), Andrade (2017) tratou da definição dos OA, ressaltando, ainda que brevemente, as

similaridades e dissimilaridades entre as definições propostas por três autores. Na sequência, dando destaque ao aspecto tecnológico dos OA, o autor elencou as sete características que devem estar presentes em todos eles, seguindo, para tanto, Mendes, Souza e Caregnato (2004). Por outro lado, para os aspectos pedagógicos que qualificam um OA, Andrade (2017) valeu-se também do artigo de Lima, Alonso e Maciel (2013) que lista características desejáveis para a aplicação desta ferramenta em sala de aula.

Após discorrer sobre as categorias de OA, o autor adentrou nas metodologias de criação ressaltando a variedade de critérios e processos tecnológicos e pedagógicos, os quais necessariamente devem ser discutidos num ambiente interdisciplinar. Contudo, o maior destaque foi dado à metodologia de desenvolvimento de OA denominada INTERA (Figura 13), por ter sido a escolhida por Andrade (2017) para criar o aplicativo RA.Geo para dispositivos móveis (*smartphones* e *tablets*), lembrando de atender as sete características elencadas por Mendes, Souza e Caregnato (2004). A INTERA foi utilizada desde o planejamento do *software* até a sua fase de validação. Como ambiente de desenvolvimento foi empregada a ferramenta de jogos Unity3D<sup>14</sup> e a biblioteca Vuforia<sup>15</sup>, auxiliadas por outras ferramentas próprias para o desenvolvimento de animações tridimensionais.

Figura 13 – Etapas da metodologia INTERA adaptadas de Braga (2014) por Andrade (2017).



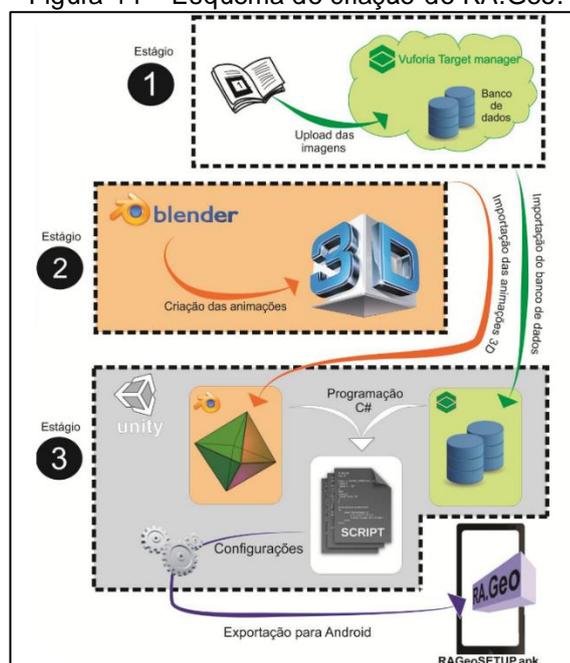
Fonte: Andrade (2017, p. 39).

<sup>14</sup> Ferramenta utilizada para desenvolver jogos.

<sup>15</sup> Vuforia é um SDK (*software Development Kit*), ou seja, uma ferramenta de desenvolvimento de *softwares* para aplicações de Realidade Virtual e Realidade Aumentada.

Na etapa de avaliação do aplicativo RA.Geo (Figura 14), foi escolhida uma turma do segundo ano do EM de uma escola pública o município de Jataí, Goiás, composta por 25 alunos com idades entre 13 e 15 anos. A turma foi indicada por um dos docentes da escola que participou de algumas etapas da criação do RA.Geo. O grupo de discentes era sabidamente constituído por estudantes engajados no processo de Ensino e Aprendizagem, com boas notas em Matemática e com habilidade na utilização de dispositivos móveis. Na última etapa, a da validação, tanto sob o quesito técnico quanto o pedagógico, considerados no âmbito da metodologia INTERA, o aplicativo RA.Geo obteve aprovação.

Figura 14 – Esquema de criação do RA.Geo.



Fonte: Andrade (2017, p. 50).

Valentim (2017), analisando a edição de novembro de 2015 do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), encontrou que a maior parte dos alunos do terceiro ano do EM não entendem/visualizam figuras da Geometria Espacial. Sem desmerecer a enorme contribuição das Tecnologias nas mais variadas atividades profissionais, o autor desde o início de seu referencial enfatizou as aplicações à Educação. Ao mesmo tempo que sua obra destaca a multiplicidade de opções que cada recurso tecnológico proporciona ao educador, também levanta alguns princípios que devem ser considerados quando da utilização da tecnologia, os quais aparecem resumidos a seguir: (i) a tecnologia não pode ser utilizada como equivalente ao papel do professor; (ii) o recurso não ensina, pois quem tem o conhecimento é o docente;

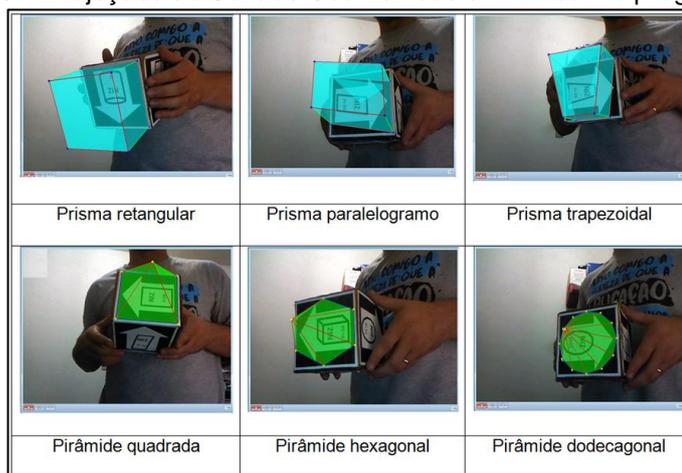
(iii) a tecnologia deve ser escolhida de acordo com os objetivos que se pretende atingir numa aula ou num curso; (vi) o professor deve estar familiarizado com o manejo do recurso escolhido.

Neste viés, Valentim (2017, p. 18) faz uma citação do artigo de Cortella (1995), intitulado “Informatofobia e Informatolatria: equívocos na Educação”, como segue: *“É necessário estarmos muito alertas para o risco da transformação dos computadores no bezerro de ouro a ser adorado em Educação”*. Em seguida, o autor destaca que naquele tempo o valor de um computador era muito elevado e a sua utilização menos intuitiva, quando comparados com os computadores do ano em que defendeu a dissertação. Além disso, o computador pessoal ainda era uma novidade e, como tal, seu uso em sala de aula provocava interrogações. Contudo, adentrando o século XXI, em pouco tempo a informática foi tornando-se popular nas escolas de Ensino Básico, sendo a Geometria um dos ramos da Matemática que mais tem se beneficiado de suas aplicações pedagógicas.

No capítulo direcionado à RA, o autor dedicou um longo texto para a história do desenvolvimento desta tecnologia e de sua penetração ao redor do mundo, estabelecendo também comparações entre a RA e a RV. Em seguida, tratou da assim denominada Realidade Mista (RM) – campo da realidade que trabalha entre a RV e a RA – destacando que o sistema de RM ainda está em desenvolvimento.

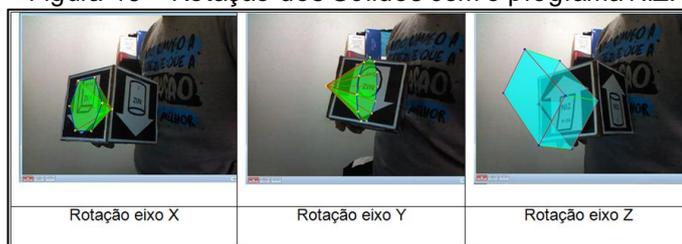
A atividade prática contou com a participação de 60 alunos do segundo ano do EM de uma escola privada de Duque de Caxias, município do Rio de Janeiro, cujas idades variaram entre 15 e 17 anos. Foram explorados os recursos da RA por meio da sobreposição de objetos virtuais, criados por computador, em um ambiente real reproduzido em tela de computador. O programa escolhido foi o NIZ, o qual é de acesso livre e fácil de instalar e utilizar. O NIZ disponibiliza seis marcadores com formas geométricas espaciais; estes devem ser colocados cada um numa face de um cubo confeccionado em papelão ou madeira (Figuras 15 e 16).

Figura 15 – Projeções de Sólidos Geométricos em RA com o programa NIZ.



Fonte: Valentim (2017, p. 32).

Figura 16 – Rotação dos Sólidos com o programa NIZ.



Fonte: Valentim (2017, p. 32).

O estudante deveria descobrir, utilizando a técnica de RA, o número de faces, vértices e arestas do sólido geométrico em estudo e, também, discutir as relações de Euler. Posteriormente, os alunos responderam um questionário, elaborado pelo autor, objetivando que cada estudante avaliasse as vantagens que porventura o experimento lhe proporcionou para visualizar Sólidos Geométricos (Figura 17).

Figura 17 – Opinião dos discentes em relação ao *software* NIZ.



Fonte: Valentim (2017, p. 32).

Valentim (2017) considerou que o experimento foi exitoso, destacando que quando os estudantes foram descobrindo o valor 2 na Fórmula de Euler, o interesse deles tornou-se ainda maior.

O referencial teórico de Macedo (2018) explorou trabalhos que tratam dos conceitos de investigação e integração no âmbito dos recursos digitais e suas aplicações à Educação. A RA foi discutida não em seus aspectos técnicos, mas sim de seu uso em sala de aula, especialmente para o ensino da Matemática.

No contexto do objetivo geral da sua pesquisa, qual seja, *“investigar a integração da RA em dispositivos móveis no processo de Ensino e Aprendizagem de Geometria Espacial no Ensino Médio”* (p. 21), o autor passa a discorrer sobre o significado de “integrar” e “investigar”. Na esfera da Educação, o professor também deve ser um investigador. E nesse viés, cada aula é um “laboratório” onde o processo de Ensino e Aprendizagem pode ser aperfeiçoado. E, por que não testar integrar Tecnologias Digitais enquanto recursos pedagógicos?

Na sua determinação em explorar com profundidade o “investigar” e “integrar” no cenário educacional, Macedo (2018) amplia a discussão e remete o leitor a pesquisadores que discutiram esta temática nos mais variados campos e modalidades (presencial, à distância ou híbrida) de ensino. O autor ressalta que todos os trabalhos por ele consultados são unânimes em incentivar a integração de recursos, tecnológicos ou não, como mediadores e dinamizadores da aprendizagem.

Na sua pesquisa o componente “integrante” foi a RA utilizada em dispositivos móveis. Por sua vez, a sala de aula, foi o “conjunto integrado” no sentido de representação de todo o processo de Ensino e Aprendizagem. E a “integração” foi compreendida como o uso da RA promovendo uma aprendizagem dinâmica, pois sendo uma ferramenta interativa, impulsionou o debate entre os alunos e destes com o professor.

O aplicativo desenvolvido por Macedo (2018), denominado PolyhedRApp – que utiliza de marcadores – foi utilizado em associação ao material impresso complementar, também criado pelo pesquisador, ambos dentro da temática Geometria Espacial. O material impresso foi concebido como um roteiro de aprendizagem (Figura 18), sendo um facilitador da interação entre professor, estudante e o aplicativo PolyhedRApp, incluindo as mídias a ele integradas (ex.: imagens 3D e vídeos).

Figura 18 – Descrição de ícones e seções dos roteiros.

 <b>REFLETIR E REGISTRAR</b>	Esta seção traz questões que devem ser registradas, tais como: noções iniciais, conjecturas e observações.
 <b>PARA FAZER</b>	Para fazer são atividades instrucionais onde os alunos terão que preencher uma tabela, resolver exercícios responder as questões, que em sua maioria abordam conceitos já apresentados no texto.
 <b>PARA INTERAGIR</b>	Quando a atividade traz este ícone, significa que o estudante deve interagir, com uma simulação virtual, com um colega ou ambas. Na maioria das vezes é seguido de um refletir e registrar.
	Toda imagem que apresenta este ícone é marcador de RA e portanto ao apontar o dispositivo móvel algo deve ocorrer.
 <b>SABER MAIS</b>	Saber mais é complementar ao texto e pode trazer vídeos, links, textos e imagens.
 <b>SISTEMATIZAÇÃO</b>	Trazem informações de sistematizações a serem feitas ao final de cada aula.

Fonte: Macedo (2018, p. 56).

O experimento envolveu dois grupos de estudantes, sendo um formado por três turmas do segundo e terceiro anos do EM e outro por duas turmas do curso de Formação de Docentes, ambos os grupos oriundos de escolas públicas de Guaratuba, litoral do Paraná. Cada turma participou de seis encontros, sendo um encontro constituído por dois momentos (aulas) de aproximadamente 100 minutos cada. As aulas foram gravadas e posteriormente analisadas sob aspectos, como interatividade e engajamento. A aplicação de questionários (Figura 19) direcionados para cada etapa do experimento foi, também, fundamental para o pesquisador avaliar o experimento.

Figura 19 – Respostas relacionadas ao efeito motivacional ao longo dos encontros.



Fonte: Macedo (2018, p. 84).

Os resultados foram apresentados detalhadamente, sendo que destaca-se aqui três, como segue: (i) a RA é um valioso apoio para o ensino da Geometria Espacial, mas não é um recurso que substitua outros que estão comumente disponíveis na sala de aula, ou seja, não se constitui numa panaceia; (ii) é indiscutível

a constante necessidade da criação de novas metodologias, digitais ou não, que dinamizem a sala de aula, mas também há que se construir uma nova postura dos professores e estudantes no processo de Ensino e Aprendizagem; (iii) o experimento evidenciou que a tecnologia de RA (o componente “integrante”), associada aos roteiros de aprendizagem, provocou positivamente os estudantes, tornando-os por um lado mais autônomos e, ao mesmo tempo, mais integrados ao ambiente da sala de aula (o conjunto integrado).

Silva (2019) inicia seu referencial teórico com um panorama das aplicações das TD na sociedade dando certa ênfase ao campo da Educação formal. Em seguida, discute o uso das ferramentas tecnológicas no processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática, dedicando um espaço para a Geometria Espacial e, dentro desta, para os Prismas. Concluindo este capítulo da dissertação, o autor introduziu o recurso da RA e como ele tem sido aplicado em diferentes ramos do conhecimento, inclusive, é claro, na Matemática.

No que tange à Educação, foi destacado que não basta equipar as salas de aula com equipamentos tecnológicos modernos, sendo que o cerne da discussão é como são utilizados estes artefatos pelos educadores e educandos. O autor apresenta, então, as etapas da aprendizagem tecnológica propostas por um entusiasta das TD, o acadêmico aposentado da Universidade de São Paulo, José Manuel Moran, no livro intitulado *“A Educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá”*, publicado em 2007. Silva (2019), com base em Moran (2007), destaca que a atmosfera educacional se amplifica com o bom uso das TD, dinamizando o processo de Ensino e Aprendizagem, independente de fatores sociais, idade e limitações causadas por problemas de saúde. Após discutir Moran, o autor segue apresentando trabalhos de outros teóricos, como Jean Piaget, Levy Vygotsky, David Ausubel e Seymour Papert, discutindo a “aprendizagem significativa” e contextualizando-a neste tempo em que as TD se impõem cada vez mais nas escolas.

Ao tratar das TD no ensino da Matemática, se percebe que o entusiasmo de Silva (2019) com o uso das ferramentas digitais nas salas de aula é ainda maior, inclusive pela literatura por ele discutida. Após esta etapa mais teórica, inicia-se uma seção dedicada à Geometria Espacial e, em seguida, é apresentado o funcionamento e as aplicações da RA neste ramo da Matemática.

O experimento de Silva (2019) foi aplicado numa turma de 32 alunos com idades variando entre 15 e 20 anos, do segundo ano do EM de uma escola pública da

capital de Sergipe, o município de Aracaju. Os discentes responderam a dois questionários, um anterior à SD desenvolvida pelo autor, denominado questionário de sondagem, e outro após a conclusão da SD. Este último objetivou principalmente avaliar a eficiência do recurso de RA utilizado durante a SD. O aplicativo Geometry-AR, o qual necessita do uso de marcadores, foi o escolhido como ferramenta tecnológica para a execução do projeto.

A SD, denominada “*Os Sólidos Geométricos Prismas por meio da Realidade Aumentada*”, ocorreu em cinco encontros, cada um com 50 minutos de duração (Figura 20). Dentre os resultados, destaca-se que antes da aplicação da SD apenas 39% dos estudantes conseguiram diferenciar as formas geométricas, sendo que após o término do experimento este percentual chegou a 93%. Não por acaso, alinhados com as conclusões do professor Silva (2019), 86% dos discentes considerou a RA uma ferramenta com elevado potencial pedagógico.

Figura 20 – Alunos respondendo questões pelo aplicativo.



Fonte: Silva (2019, p. 75).

Resende (2019) trabalhou cinco temas no seu referencial teórico, como segue: (i) aprendizagem de Geometria; (ii) Realidade Mista; (iii) Realidade Aumentada; (iv) *m-learning*; e (v) marcadores na Educação. Sem disfarçar o seu enorme entusiasmo pelo uso de TD, em especial com dispositivos móveis, o autor apresenta uma longa introdução onde discute esta temática com base em trabalhos de autores que corroboram a sua opinião. Contudo, é importante salientar que Resende (2019), assim como autores por ele citados, veem as TD não como ferramentas para favorecer a realização de uma dada atividade, mas sim “[...] como um meio, uma porta para a construção do conhecimento matemático” (RESENDE,

2019, p. 22). Em relação à RA, ele destaca que seu uso não é a solução para todas as dificuldades inerentes ao ensino da Matemática, nem mesmo no campo da Geometria Espacial, mas que sua aplicação indiscutivelmente potencializa o processo de aprendizagem.

Discutindo a Geometria no Ensino Básico, o autor mostra a sua contrariedade com a forma como os livros didáticos apresentam este ramo da Matemática. São muitas definições e fórmulas, sendo as propriedades pouco ou nada discutidas. Além disso, entende que a relação da Geometria com a natureza e o cotidiano merece um espaço maior na literatura voltada à Educação. No caso da Geometria Espacial, são muitas as competências a serem desenvolvidas pelo educando, como a visualização e a percepção espacial. Neste viés, o recurso de RA é bem-vindo, pois se bem utilizado proporciona “[...] a conexão entre 3 habilidades – imagem mental, raciocínio lógico visual, visualização geométrico-espacial – quando isso não ocorre há uma deficiência na percepção do aluno e no desenvolvimento da visualização espacial” (Fainguelernt e Nunes, 2009 *apud* Resende, 2019, p. 24).

Resende (2019), discutindo a história e os conceitos de Realidade Mista e Realidade Aumentada, introduz o termo RV, destacando que esta última cria um ambiente exclusivamente virtual, enquanto a RA é um tipo de RM, pois ocorre num ambiente palpável onde os usuários relacionam-se com informações digitais. Nesse cenário, o autor prossegue discorrendo sobre o uso da RA em dispositivos móveis com o auxílio de marcadores, e das facilidades criadas por esta tecnologia para o ensino da Geometria Espacial em sala de aula. O referencial prossegue trazendo à discussão a trajetória da metodologia *mobile learning*, também denominada simplificada por *m-learning*, enfatizando a sua aplicação no ensino da Matemática. Resende (2019, p. 33) destaca que a *m-learning* constitui-se na “concepção de aprendizagem mediante dispositivos de mão como PDAs (*Personal Digital Assistant*), *smartphones*, *tablets* e outros recursos portáteis que manipulam informações”.

Quando passa a tratar dos marcadores, Resende (2019) também o faz dentro de um contexto histórico, iniciando com os bem conhecidos códigos de barras até chegar aos modernos marcadores *Vumark*. Este marcador “permite a liberdade de um design personalizado simultaneamente codificando dados e atuando como um marcador de RA” (RESENDE, 2019, p. 37). Nesta perspectiva, o autor desenvolveu o

*MatSólidos* (Figura 21), um aplicativo para o ensino de Geometria, com o recurso de RA, o qual se valeu de marcadores *Vumark*.

Figura 21 – Sólidos de Revolução em RA com o aplicativo *MatSólidos*.



Fonte: Resende (2019, p. 59).

A atividade com os discentes contou com 23 alunos do primeiro ano do EM de uma escola privada do município de Porto Alegre, capital do estado do RS. Os estudantes, já divididos em cinco grupos, receberam três exercícios bastante simples sobre Sólidos de Revolução e Poliedros, contudo, não sem antes estudarem rapidamente as definições destes dois conteúdos da Geometria Espacial. O objetivo desta atividade foi apenas trabalhar a percepção visual de formas geométricas utilizando o aplicativo *MatSólidos* (Figura 22).

Figura 22 – Exemplo de atividade trabalhada por Resende.

a) Utilize o aplicativo de Realidade Aumentada e explore a rotação da figura plana que aparecer no aplicativo. Depois faça um esboço do **SÓLIDO** na área delimitada.



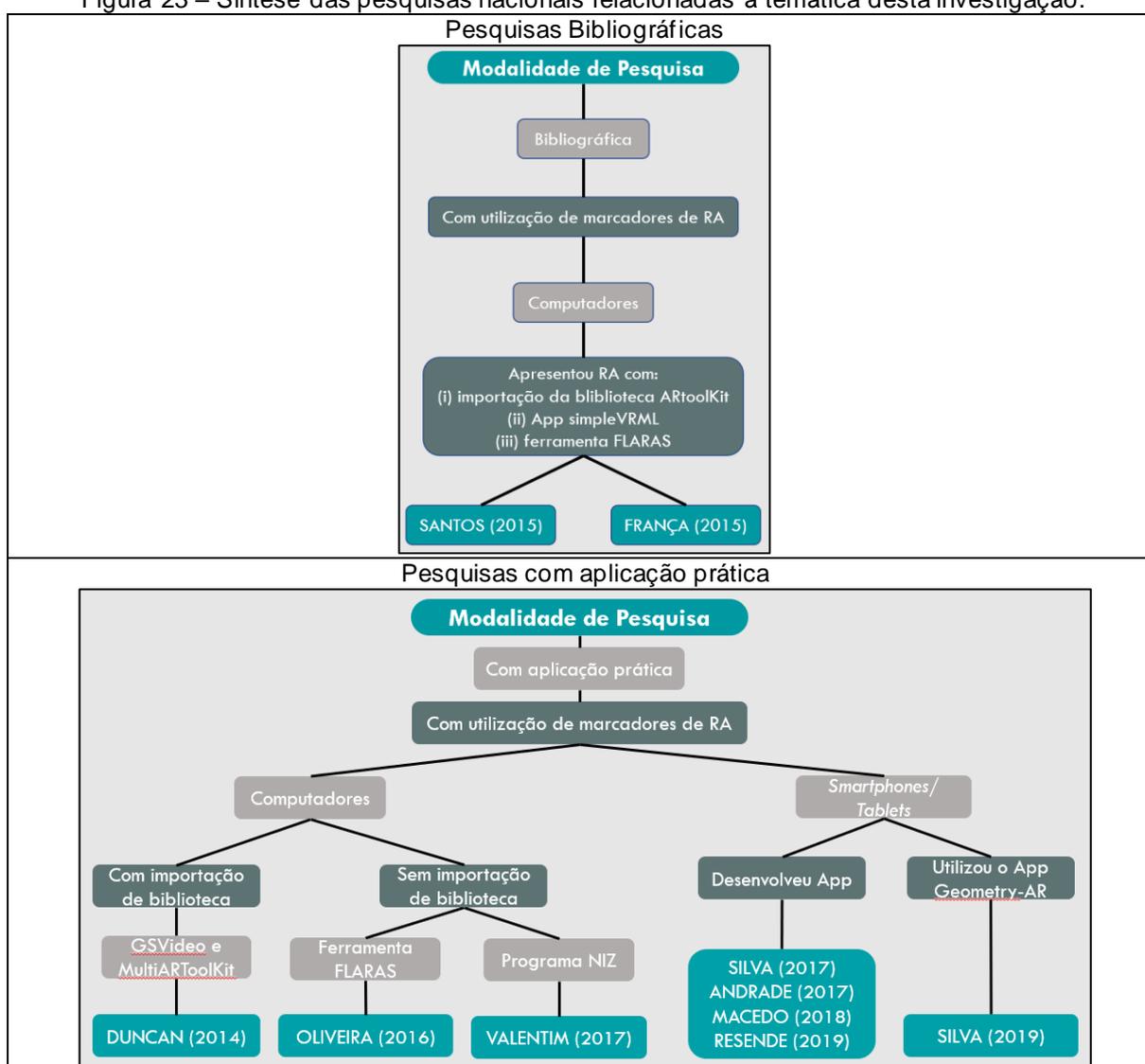
Fonte: Resende (2019, p.61)

Em seguida foi aplicado um questionário *on-line*, formado por questões abertas, visando montar uma base de dados para a pesquisa da análise textual. Resende (2019) apresenta, então, um texto relativamente longo descrevendo a mineração de linguagem natural, para depois discutir os procedimentos utilizados na

análise das respostas dos estudantes e expor os resultados. A mineração foi auxiliada por uma aplicação *web* visando tornar o tratamento dos dados mais adequado à Análise Textual Discursiva, a abordagem qualitativa utilizada pelo autor. Nas considerações finais, ele discorreu amplamente sobre como, no seu experimento, o *m-learning* e o recurso de RA facilitaram significativamente a ação de visualizar e investigar figuras geométricas por diversos ângulos, bem como permitiu reconhecer as características de cada forma tridimensional.

O quadro da Figura 23, a seguir, exhibe uma síntese das pesquisas encontradas nesta revisão de literatura.

Figura 23 – Síntese das pesquisas nacionais relacionadas à temática desta investigação.



Fonte: a pesquisa.

Percebe-se que a tecnologia de RA é uma importante ferramenta educacional por permitir a experimentação e o contato próximo/direto com os Sólidos Geométricos. Além disso, mostra-se neste estudo que hoje a RA está mais acessível aos

educadores e educandos, pois, quando utilizada com o GeoGebra 3D, necessita apenas de material do GeoGebra (ggb) e de *smartphone/tablet* com a plataforma ARCore instalada. Neste viés, faz-se desnecessário (i) utilizar marcadores de RA; (ii) conhecer programação; (iii) importar bibliotecas virtuais; e/ou (iv) desenvolver aplicativo ou *software*.

### 3 DISCUSSÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta, inicialmente, considerações sobre o ensino da Geometria Espacial. Em seguida, as convergências e contrastes entre os PCN e a BNCC são exibidos, no que tange ao uso das TD e o ensino da Geometria Espacial nos anos finais do EF. O capítulo debate, ainda, o conceito de “visualização”, primeiramente num viés histórico e, logo após, no contexto do ensino da Matemática no Brasil. Para finalizar, é realizada uma apresentação do *software* GeoGebra e seu uso com o recurso de RA no ensino da Geometria Espacial.

#### 3.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL

A Geometria está presente em nosso dia a dia, e seu conhecimento, o qual está relacionado a outros conteúdos escolares, é amplamente útil. Muitos dos objetos encontrados no cotidiano são formas geométricas clássicas, já estudadas e conhecidas pelos alunos. Os objetos possuem forma, tamanho e ocupam posição no espaço, portanto medir, examinar formas, comparar tamanhos, analisar posições são preocupações cotidianas e ações necessárias. Neste contexto, a Geometria transforma-se em ferramenta para estudar tais problemas (RANCAN; GIRAFFA, 2012).

Os PCN (Brasil, 1998) ressaltam que situações cotidianas demandam a capacidade de pensar geometricamente. Também é de extrema importância que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele. No entanto:

A Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Também é fato que as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo. Além disso, é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações (BRASIL, 1998, p. 122).

Dando sequência, em relação ao ensino de Geometria no EM, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006) realçam que:

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por

exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos – a Geometria que leva à trigonometria e a Geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes (BRASIL, 2006, p. 75).

O trabalho de representar as diferentes figuras planas e espaciais, presentes na natureza ou imaginadas, deve ser aprofundado e sistematizado nesta etapa de escolarização (BRASIL, 2006).

Direcionando para o EF, a BNCC (2018) ressalta que, em relação ao pensamento geométrico, os alunos desenvolvem habilidades para interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras. Além disso, são solicitados a formular e resolver problemas em contextos diversos, aplicando os conceitos de congruência e semelhança.

No entanto, no EM a BNCC orienta que o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade em diferentes contextos. Destaca-se, ainda, a importância dos recursos relacionados às TD e aplicativos tanto para a investigação Matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, iniciado na etapa do EF.

Os estudos de Wahab et al. (2017) trazem importantes considerações sobre o ensino de Geometria:

O ensino e a aprendizagem da Geometria devem ser significativos para os alunos, não consistindo, apenas, numa reação a estímulos do professor. Por conseguinte, os alunos devem ter oportunidades de experimentação na aprendizagem da matemática, através da exploração e da investigação de formas geométricas (WAHAB et al., 2017, traduzido por nós).

Para que os alunos adquiram uma aprendizagem significativa, é fundamental que os professores utilizem meios que viabilizem a visualização e a manipulação dos objetos geométricos (RANCAN; GIRAFFA 2012), porém Oliveira (2015), relatando sobre o ensino desta área, traz que a Geometria foi desaparecendo das salas de aulas da Educação Básica e, conseqüentemente, a geração de alunos, que hoje representa os atuais professores de Matemática, teve pouco ou nenhum contato com a Geometria elementar. Os resultados disso apresentam-se na insegurança atual de se trabalhar

Geometria nas aulas, associando-a a um nível de ensino mais rigoroso ou considerando-a com pouca importância no desenvolvimento de competências Matemáticas.

Notare e Basso (2016) ressaltam que está ocorrendo, mais recentemente, um tímido aumento do reconhecimento da importância da Geometria. Os autores afirmam que esse reconhecimento é devido à disponibilidade de novas ferramentas de Matemática dinâmica que podem potencializar o processo de Ensino e Aprendizagem da Geometria, referindo-se como ferramentas, o uso de *softwares* de Geometria Dinâmica.

Bongiovanni (2016) salienta que no ensino atual de Geometria Espacial, não está dando ênfase ao domínio das representações gráficas. Os alunos têm reais dificuldades tanto na elaboração de uma representação gráfica (codificação), quanto na interpretação de uma representação (decodificação). Uma das razões é que nas representações planas de objetos espaciais o controle perceptivo do plano está ausente. As representações planas de objetos espaciais são enganosas, pois sendo de duas dimensões, elas podem induzir, por exemplo, à consideração de propriedades de intersecção ou de alinhamento não verificadas. O desafio de representar objetos tridimensionais em superfícies planas surgiu em várias civilizações, e o homem criou diferentes soluções para resolver este problema. Entre elas destacam-se, para o ensino, a perspectiva paralela, a perspectiva central e a Geometria Descritiva.

Notare e Basso (2016), relatando sobre a Geometria Dinâmica e o pensamento espacial, afirmam que “o raciocínio espacial consiste em um conjunto de processos cognitivos nos quais representações mentais, relações e transformações são construídas e manipuladas”. Os mesmos autores afirmam que a ação mental tem papel fundamental no processo de Ensino e Aprendizagem de Geometria Espacial e no desenvolvimento do pensamento geométrico espacial. É importante que os alunos tenham contato direto com manipulações, podendo, assim, experimentar suas ideias, analisar e refletir sobre elas, para modificá-las quando necessário. O uso apenas de desenhos para explorar a Geometria Espacial não é suficiente, pois desenhos estáticos no papel não representam adequadamente os objetos concretos e manipuláveis, ou seja, não é possível agir sobre o desenho de forma ampla e flexível, com o realismo necessário para apoiar a construção de imagens mentais adequadas.

## 3.2 GEOMETRIA ESPACIAL E AS TECNOLOGIAS: CONVERGÊNCIAS E CONTRASTES DOS PCN À BNCC<sup>16</sup>

No Brasil, os PCN e a BNCC se incluem no que se pode denominar de documentos máximos norteadores da educação básica, tendo cada um o seu momento histórico. E, portanto, embora dialoguem entre si, apresentam contrastes. Em parte, os contrastes se devem à época em que foram concebidos, os PCN no final da década de 1990 e a BNCC em 2018. Nas duas décadas que separam os dois documentos, ocorreram significativas mudanças sociais e avanços tecnológicos que se refletiram também na comunicação interpessoal e no processo de ensino e aprendizagem. A BNCC surgiu, portanto, em um novo contexto educacional, sendo aqui entendida como uma versão modificada e atualizada dos PCN. Em vista disso, seguem algumas das contribuições do artigo de Costa e Homa (2021) consideradas especialmente relevantes para o presente trabalho.

### 3.2.1 Ensino de Geometria Espacial conforme os PCN nos anos finais do Ensino Fundamental

Os PCN se constituíram no documento oficial norteador dos currículos de ensino do EF até o ano de 2017. Elaborados pelo Governo Federal em 1997<sup>17</sup>, os PCN destacam orientações aos educadores (professores, coordenadores e diretores) relacionadas aos conteúdos fundamentais concernentes a cada disciplina, abrangendo as redes públicas e privadas de ensino e os diferentes níveis de escolaridade (BRASIL, 1998).

Os PCN foram elaborados procurando respeitar as diversidades regionais, culturais e políticas existentes no Brasil, considerando, também, a necessidade de construir referências nacionais comuns ao processo educativo de todas as regiões do país. Nesse viés, os PCN buscavam criar condições que permitissem aos discentes alcançar o conjunto de conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários ao exercício da cidadania (BRASIL, 1998).

---

<sup>16</sup> A temática deste subcapítulo se tornou um artigo, o qual foi publicado e apresentado no 5º Fórum Nacional sobre Currículos de Matemática, da Universidade Luterana do Brasil, que ocorreu entre 31 de maio e 2 de junho de 2021, em formato remoto. As edições deste evento são promovidas pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e objetivam promover o debate do currículo da Matemática pelos diferentes atores envolvidos no ensino desta disciplina, tais como: professores da Educação Básica e Superior, pesquisadores e estudantes de Matemática Licenciatura (COSTA; HOMA, 2021).

<sup>17</sup> Os PCN foram elaborados em 1997, contudo, o documento foi disponibilizado aos professores do Ensino Fundamental, no ano de 1998, após a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), Lei nº 9.394/1996.

Os objetivos e conteúdos apresentados pelos PCN foram organizados em quatro ciclos, ou seja, cada um correspondendo às duas séries do EF: o primeiro ciclo se refere à primeira e segunda séries; o segundo ciclo, à terceira e quarta séries; e assim subseqüentemente para as outras quatro séries (BRASIL, 1998). O documento salientava que esse agrupamento, de duas séries, tinha por finalidade evitar a excessiva fragmentação de objetivos e conteúdos e, também, “tornar possível uma abordagem menos parcelada dos conhecimentos, que permita as aproximações sucessivas necessárias para que os alunos se apropriem deles” (BRASIL, 1998, p.52).

Para a área da Matemática, os PCN apresentam um referencial direcionado à construção de uma prática que favoreça o acesso ao conhecimento matemático, possibilitando a inserção dos alunos no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura (BRASIL, 1998). Portanto, em relação aos conteúdos matemáticos, os PCN são organizados em blocos temáticos, da seguinte forma: o estudo dos “Números e Operações” (Aritmética e Álgebra); o estudo dos “Espaços e Formas” (Geometria); o estudo das “Grandezas e Medidas” (que permite interligações entre os campos da Aritmética, Álgebra, Geometria e de outros campos do conhecimento); o estudo do “Tratamento da Informação” (que trata das informações do dia a dia) (BRASIL, 1998).

O bloco de conteúdos denominado “Espaço e Forma”, referindo-se ao estudo da Geometria no currículo de Matemática do EF, afirma:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (BRASIL, 1997, p. 39).

O documento sugere aos professores que explorem situações de construções geométricas com régua e compasso, dando ênfase à visualização e aplicação de propriedades das figuras. Além disso, os PCN também apontam as transformações geométricas como relevantes para o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e consideram ser fundamental que a Geometria seja explorada a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato (BRASIL, 1998).

No primeiro ano do terceiro ciclo, ou seja, a 5ª série, equivalendo hoje ao 6º ano, os PCN destacavam que, no caso do ensino de Matemática, ocorria uma forte tendência em fazer nesta série uma revisão dos conteúdos estudados nos anos

anteriores. Todavia, por parte dos professores, essa retomada era infundável e desenvolvida de forma bastante esquemática, sem uma análise diagnóstica para identificar o nível de conhecimento dos discentes. Assim, esse processo repetitivo causava grande desinteresse aos alunos e, por fim, ficava a sensação de que a série inicial do terceiro ciclo era desperdiçada. No segundo ano, do terceiro ciclo (equivalente ao atual 7º ano), segundo os PCN, o interesse dos alunos aumentava, pois alguns conteúdos novos começavam a ser explorados. Porém, agora, o vínculo dos conteúdos matemáticos com a realidade dos discentes ficava cada vez mais distante e, desta forma, a Matemática começa a se configurar para os alunos como algo que foge à sua possibilidade de compreensão, que possui pouca utilidade prática (BRASIL, 1998).

No quarto ciclo (hoje o 8º e 9º anos), os PCN afirmavam que alguns discentes já estavam inseridos no mercado de trabalho, assumindo responsabilidades e ansiosos por melhores condições de vida. Além disso, o documento salientava que essas novas preocupações, que agora eram parte da vida dos jovens, podiam interferir positivamente no processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática, pois, desta forma, os alunos percebiam que os conhecimentos adquiridos na escola eram fundamentais para seus estudos futuros e para a sua inserção no mercado de trabalho (BRASIL, 1998). Nesse cenário, os PCN ressaltavam que a aprendizagem da Matemática deveria estar ancorada em contextos sociais que mostrassem claramente as relações existentes entre conhecimento matemático e trabalho (BRASIL, 1998).

Contudo, o que acontecia, de fato, era que para a maioria dos alunos essas relações não estavam bem definidas. Portanto, a sensação era de que a Matemática é uma matéria difícil e que seu estudo se resume em decorar fórmulas, sem compreendê-las e sem perceber suas aplicações e utilidades (BRASIL, 1998). Além disso, os PCN relatavam que, em geral, nas salas de aulas, a ênfase recaía no estudo dos conteúdos algébricos, os quais eram abordados de forma mecânica, contribuindo, assim, para um distanciamento maior das situações-problema do cotidiano. No entanto, os PCN afirmavam que esta situação poderia ser revertida se, para os conteúdos novos, os discentes conseguissem estabelecer relações com os conhecimentos construídos anteriormente.

O quadro da Figura 24 apresenta os objetivos de Matemática para o terceiro e quarto ciclos, com ênfase no ensino de Geometria Espacial:

Figura 24 – Objetivos propostos para o ensino de Geometria Espacial.

3º Ciclo	4º Ciclo
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço;</li> <li>• Estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas (observação das figuras sob diferentes pontos de vista).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações em figuras bidimensionais e tridimensionais.</li> </ul>

Fonte: adaptado de Brasil (1998, p. 64 e 82).

Segundo os PCN, nestes ciclos do EF os alunos reorganizam e ampliam os conhecimentos sobre espaço e forma trabalhados anteriormente, resolvendo problemas com níveis maiores de dificuldade. Portanto, a fim de se atingir estes objetivos propostos para o ensino de Geometria Espacial, nos 3º e 4º ciclos, os PCN indicavam conceitos e procedimentos para serem colocados em prática pelos educadores (BRASIL, 1998). Estas concepções e condutas estão apresentadas na Figura 25, a seguir.

Figura 25 – Conceitos e procedimentos para o ensino de Geometria Espacial.

3º Ciclo	4º Ciclo
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Distinção em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Secções de figuras tridimensionais por um plano e análise das figuras obtidas;</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não regulares; prismas, pirâmides e outros poliedros;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análise em poliedros da posição relativa de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e de duas faces (paralelas, perpendiculares);</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificação de diferentes planificações de alguns poliedros;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, da relação desse número com o polígono da base e identificação de algumas propriedades, que caracterizam cada um desses sólidos em função desses números.</li> </ul>	

Fonte: adaptado de Brasil (1998, p. 72 e 88).

Os PCN permaneceram em vigor, como um documento oficial norteador dos currículos do EF, até a elaboração da BNCC, a qual teve a versão final publicada no ano de 2018. Apresenta-se agora as reflexões sobre as orientações dos PCN

relacionadas às Tecnologias da Informação e Comunicação no processo de ensino da Geometria Espacial.

### **3.2.2 Tecnologias da Informação e Comunicação conforme os PCN nos anos finais do Ensino Fundamental**

Mesmo no ano de 1997, época em que os PCN foram elaborados, as Tecnologias já eram reconhecidas como recursos didáticos eficientes para o processo de Ensino e Aprendizagem escolar, caracterizando-as como um dos principais agentes de transformação da sociedade devido às modificações que elas exerciam nos meios de produção e cotidiano das pessoas (BRASIL, 1998). Além disso, o documento afirmava que pesquisadores também haviam demonstrado que todo o processo de aprendizagem estava sendo influenciado, cada vez mais, pelos recursos da informática, gerando o desafio de como incorporar ao trabalho docente, o qual era tradicionalmente apoiado na oralidade e na escrita, novas formas de comunicar e conhecer (BRASIL, 1998).

Os PCN (Brasil, 1998) discutiam sobre a importância de se utilizar calculadoras, computadores e outros recursos tecnológicos, visto que eles estavam cada vez mais presentes no cotidiano das pessoas e, além do mais, ofertavam significativas contribuições para as práticas escolares relacionadas ao Ensino e Aprendizagem da Matemática. Os PCN reconheciam que, naquela época, os computadores não estavam disponíveis para a maioria das escolas, todavia salientavam as suas finalidades para as aulas de Matemática, como fonte de informação; como auxiliar no processo de Ensino e Aprendizagem; como meio para desenvolver autonomia pelo uso de *softwares* que possibilitem pensar, refletir e criar soluções; como ferramenta para realizar determinadas atividades (planilhas eletrônicas, processadores de texto, banco de dados, etc) (BRASIL, 1998).

Ademais, os PCN salientavam que, com os computadores, os professores poderiam desenvolver atividades adaptadas ao ritmo de aprendizagem individual de cada aluno. Ressaltando que a utilização adequada desta ferramenta dependia da escolha de um *software* apropriado, em função dos objetivos que se pretendia atingir. Sendo assim, os computadores eram reconhecidos pelos PCN como um recurso de amparo aos docentes na preparação, condução e avaliação do processo de Ensino e Aprendizagem (BRASIL, 1998).

Em relação ao uso da calculadora, os PCN a consideravam um valioso instrumento de autoavaliação, pois os discentes poderiam verificar seus resultados e, se necessário, corrigir seus erros. Portanto, esse recurso era visto como favorável para a busca e percepção de regularidades Matemáticas, desenvolvimento de estratégias às resoluções de situações-problema e investigação de hipóteses. Nesse contexto, o documento justificava que os alunos ganhavam tempo na execução de cálculos e, desta forma, as calculadoras eram classificadas como eficiente instrumento promovedor da aprendizagem de processos cognitivos (BRASIL, 1998).

Os PCN também discutiam sobre a importância da visualização, pois as imagens possibilitam aos discentes compreender uma relação, regularidade ou propriedade. Por exemplo: “[...] a representação do Teorema de Pitágoras, mediante figuras que permitem “ver” a relação entre o quadrado da hipotenusa e a soma dos quadrados dos catetos” (BRASIL, 1998, p. 45). Sendo assim, a visualização, no ensino de Matemática, era considerada uma ferramenta didática de grande importância por auxiliar no processo de compreensão de conceitos (BRASIL, 1998).

Por outro lado, os PCN enfatizavam que a incorporação das inovações tecnológicas só tinha sentido se contribuísse para a melhoria da qualidade do ensino, pois somente a presença de aparatos tecnológicos na sala de aula não garantem mudanças na forma de ensinar e aprender. Portanto, era defendido que as Tecnologias deveriam enriquecer o ambiente educacional, propiciando o processo de Ensino e Aprendizagem por meio de uma atuação ativa, crítica e criativa por parte dos alunos e professores (BRASIL, 1998).

Em relação ao ensino de Geometria Espacial, com o uso de recursos tecnológicos, os PCN não orientavam diretamente para a sua utilização. Contudo, salientavam que com o computador era possível realizar construções de objetos virtuais, representações espaciais e, também, efetuar múltiplas revisões e correções em um determinado objeto (BRASIL, 1998). Percebe-se que há mais de vinte anos os PCN já admitiam a importância das Tecnologias no âmbito educacional, ressaltando a sua implementação conforme os objetivos que se pretendia atingir, buscando uma utilização adequada motivadora de contribuições ao processo de Ensino e Aprendizagem.

### 3.2.3 Ensino de Geometria Espacial conforme a BNCC nos anos finais do Ensino Fundamental

Os PCN foram diretrizes que orientavam os professores, os quais tinham a liberdade de realizar adaptações de acordo com as características locais em que atuavam. Definida por lei<sup>18</sup>, a BNCC tem um caráter mais normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica<sup>19</sup>, tendo por objetivo nortear os currículos dos sistemas e redes de ensino das Unidades Federativas, como também as propostas pedagógicas de todas as escolas públicas e privadas de Educação Infantil, EF e EM, em todo o Brasil (BRASIL, 2018).

Na BNCC, o EF está organizado em cinco áreas do conhecimento, sendo elas: Linguagens (Língua Portuguesa, Arte, Educação Física e Língua Inglesa); Matemática; Ciências da Natureza (Ciências); Ciências Humanas (Geografia e História); Ensino Religioso. O documento apresenta o papel de cada área na formação integral dos alunos e destaca particularidades para os anos iniciais (1º ao 5º ano) e finais (6º ao 9º ano) desta etapa da Educação Básica, considerando por um lado as características dos estudantes e, por outro, as especificidades e demandas pedagógicas de cada fase da escolarização (BRASIL, 2018).

Cada área do conhecimento estabelece *competências específicas de área*, enquanto aquelas que abrigam mais de um componente curricular são definidas *competências específicas do componente*. Além disso, a BNCC apresenta um conjunto de habilidades<sup>20</sup> para garantir o desenvolvimento das competências específicas, estando as habilidades relacionadas a diferentes objetos de conhecimento<sup>21</sup> que, por sua vez, são organizados em unidades temáticas<sup>22</sup> (BRASIL, 2018).

Portanto, a BNCC apresenta as unidades temáticas, os objetos de conhecimento e as habilidades definidas para cada ano. Ademais, cada uma das

---

<sup>18</sup> Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996).

<sup>19</sup> A Educação Básica contém as seguintes etapas e modalidades de ensino: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio (BRASIL, 2018).

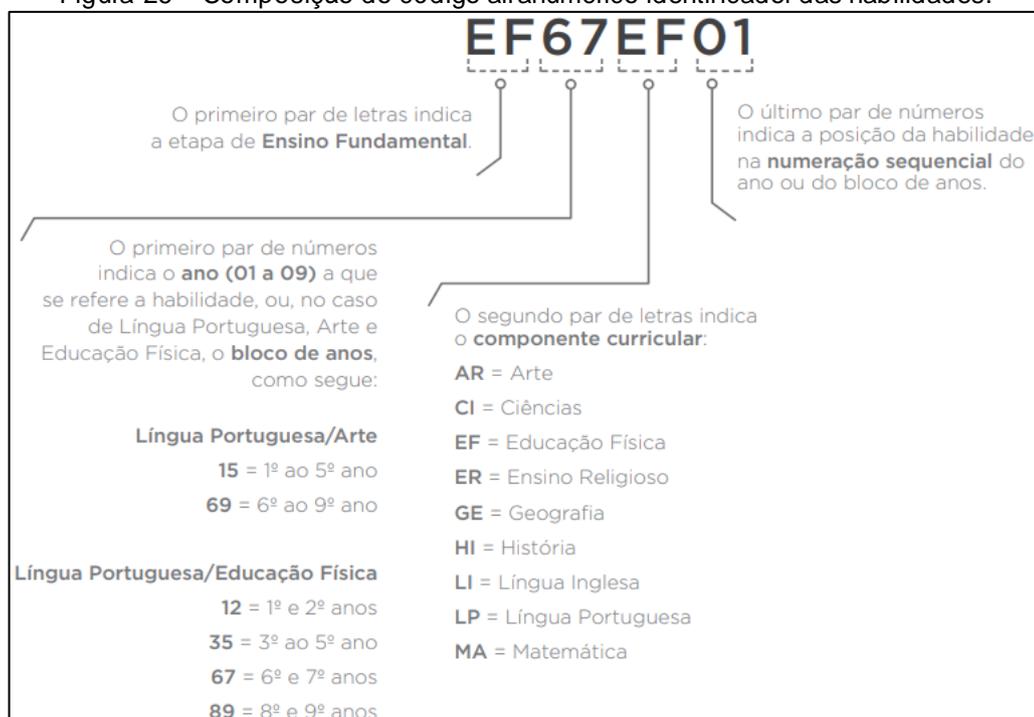
<sup>20</sup> As habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares (BRASIL, 2018).

<sup>21</sup> A BNCC apresenta o termo “objetos de conhecimento” como os conteúdos, conceitos e processos a serem trabalhados (BRASIL, 2018).

<sup>22</sup> As unidades temáticas definem um arranjo dos objetos de conhecimento. Por exemplo, a área da Matemática possui as seguintes unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística (BRASIL, 2018).

habilidades é identificada por um código alfanumérico, como mostra a Figura 26 a seguir:

Figura 26 – Composição do código alfanumérico identificador das habilidades.



Fonte: Brasil (2018, p. 30).

Contudo, a BNCC destaca que o uso desta numeração sequencial para identificar as habilidades de cada ano, não representa uma ordem ou hierarquia esperada para as aprendizagens. Desta forma, a progressão das aprendizagens pode tanto estar relacionada aos processos cognitivos em jogo, quanto aos objetos de conhecimento que, por exemplo, podem fazer referência a contextos mais familiares aos alunos e, aos poucos, expandir-se para contextos mais amplos (BRASIL, 2018).

A BNCC discorre que nos anos finais do EF os alunos se deparam com desafios de maior complexidade, devido à necessidade de se apropriarem das diferentes lógicas de organização dos conhecimentos de cada área. Sendo importante que os docentes, se necessário, retomem as aprendizagens dos anos anteriores, visando o aprofundamento e a ampliação de repertórios dos discentes. Todavia, é importante, nesta fase, fortalecer a autonomia desses jovens, oferecendo-lhes condições e ferramentas para acessar e interagir com diferentes conhecimentos e fontes de informação (BRASIL, 2018).

Em relação ao conhecimento matemático, a BNCC salienta a sua necessidade para todos os alunos da Educação Básica pela sua aplicação na sociedade assim como pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos,

cientes de suas responsabilidades sociais (BRASIL, 2018). No EF, por meio da articulação de seus diversos campos, a Matemática deve garantir:

[...] que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações (BRASIL, 2018, p. 265).

Nesse cenário, a BNCC propõe cinco unidades temáticas que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas. São elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Para a BNCC, a Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do cotidiano e de diferentes áreas de conhecimento. Em relação à Geometria Espacial, nos anos finais do EF, o documento afirma que estudar posição e deslocamentos no espaço, assim como formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais, pode desenvolver o pensamento geométrico dos discentes. Tal pensamento é considerado necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes, visto que as ideias Matemáticas fundamentais desta temática são: construção, representação e interdependência (BRASIL, 2018).

A BNCC define que nos anos finais é necessário realizar uma consolidação e ampliação das aprendizagens adquiridas no início do EF. Portanto, espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas bidimensionais e tridimensionais e façam associações de figuras espaciais e suas planificações (BRASIL, 2018). O quadro da Figura 27, a seguir, apresenta os objetos de conhecimento e habilidades propostos pela BNCC para a aprendizagem de Geometria Espacial nos anos finais do EF.

Figura 27 – Objetos de conhecimento e habilidades para a aprendizagem de Geometria Espacial.

<b>MATEMÁTICA</b>			
<b>Ano</b>	<b>Unidade Temática</b>	<b>Objetos de Conhecimento</b>	<b>Habilidades</b>
6º	Geometria	Prismas e Pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas).	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
9º	Geometria	Vistas ortogonais de figuras espaciais.	(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e

			aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.
--	--	--	---

Fonte: adaptado de Brasil (2018).

A partir das definições apresentadas na Figura 27, percebe-se que no 7º e 8º anos a BNCC não aborda objetos de conhecimento relacionados à Geometria Espacial, pois nestes dois anos a ênfase maior é direcionada para a Geometria Plana. Contudo, na temática denominada “Grandezas e Medidas”, a BNCC orienta o cálculo de volume de blocos retangulares envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico) (BRASIL, 2018).

### 3.2.4 BNCC e as Tecnologias Digitais nos anos finais do Ensino Fundamental

A BNCC apresenta dez competências gerais para a Educação Básica, estando as TD inseridas na quinta competência, a qual afirma que os discentes devem:

[...] compreender, utilizar e criar Tecnologias Digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p. 9).

Além disso, particularmente na área da Matemática, a BNCC apresenta oito competências específicas para o EF. A quinta competência salienta sobre o uso das TD para modelar e resolver problemas do cotidiano, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados (BRASIL, 2018).

Nesse cenário, segundo a BNCC, as experiências das crianças e o seu envolvimento com diversas TIC, são fontes que estimulam a curiosidade e formulação de perguntas. O fortalecimento deste interesse, despertado pelas Tecnologias, possibilita aos alunos ampliar sua compreensão de si, do mundo natural e social, das relações dos seres humanos entre si e com a natureza (BRASIL, 2018).

A BNCC ressalta que se considerem as mudanças sociais que a cultura digital promove nas sociedades contemporâneas. Atualmente as crianças e os jovens têm fácil acesso a computadores, telefones celulares, *tablets* e afins, envolvendo-se diretamente em novas formas de interação, que se realizam de modo cada vez mais ágil. No entanto, a BNCC reconhece que tais mudanças geram à escola novos

desafios ao cumprimento do seu papel em relação à formação das novas gerações (BRASIL, 2017).

Encontra-se na BNCC que os computadores, *smartphones*, *tablets*, calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de Geometria Dinâmica são ferramentas didáticas que podem (e devem) ser inseridas nos planejamentos dos docentes. Entretanto, destaca que “[...] esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos” (BRASIL, 2018, p. 298).

Concluindo este tópico relacionado às Tecnologias na área da Geometria, salienta-se que a BNCC apresenta um destaque maior para os *softwares* de Geometria Dinâmica. O motivo de tal ênfase é que a aprendizagem em Matemática está relacionada à compreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. É por meio da conjunção do conhecimento matemático e aplicação que os alunos estabelecem conexões entre o seu cotidiano e os diferentes temas matemáticos. À vista disso, a BNCC considera que os *softwares* de Geometria Dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções Matemáticas (BRASIL, 2018).

### 3.2.5 Sínteses das Convergências e Contrastes da Geometria Espacial e Tecnologias nos PCN e BNCC

Nas análises realizadas nos dois documentos, percebe-se que, em relação às orientações para o ensino de Geometria Espacial, ocorrem convergências entre os PCN e a BNCC para os anos finais do EF. Entretanto, dentre os contrastes, merece destaque a habilidade de desenhar objetos espaciais em perspectiva, habilidade EF09MA17, introduzida pela BNCC para o 9º ano do EF, que para os PCN era definida somente como o reconhecimento da figura representada por diferentes vistas.

O quadro da Figura 28 apresenta os resultados das análises relacionadas às diferentes formas de abordagens para a Geometria obtidas na comparação dos dois documentos, com exceção dos objetos de conhecimento em si, que já foram discutidos no parágrafo anterior.

Figura 28 – Comparativo dos PCN e BNCC.

Diferentes formas de abordagens		
	PCN	BNCC
Quanto ao bloco temático	Espaço e Forma	Geometria
Quanto à organização	Ciclos: cada um correspondendo a duas séries	Anos/Faixas individuais

Quanto ao Conhecimento Matemático	Ancorado em contextos sociais, destacando as relações entre conhecimento matemático e o mercado de trabalho	Aplicação na sociedade e formação de cidadãos críticos
Quanto ao Pensamento Geométrico	Compreender, descrever e representar	Investigar, fazer conjecturas e produzir argumentos
Quanto à apresentação dos conteúdos	Objetivos, Conceitos e Procedimentos	Competências, Objetos de conhecimento e Habilidades

Fonte: a pesquisa.

Percebe-se que os documentos analisados possuem diferentes formas de abordagem em relação à Geometria. O primeiro aspecto refere-se ao bloco temático, o qual era denominado pelos PCN como “Espaço e Forma”, modificado, pela BNCC, para “Geometria”. Conforme Oliveira (2015) e Bongiovanni (2016), o ensino desta unidade temática tem sido, em certa extensão, negligenciado na Educação Básica e, em decorrência disso, Oliveira (2015) concluiu que a Geometria foi desaparecendo da sala de aula. Nesse cenário, mesmo entendendo que a designação inserida pelos PCN não tem relação com os problemas supracitados, considera-se que a nomeação do bloco “Geometria”, como apresentado pela BNCC, contribui para a valorização desta área, conjuntamente com os demais blocos que compõe a Matemática.

Em relação aos objetivos e conteúdos propostos, conforme já mencionado, os PCN foram organizados em ciclos, cada um correspondendo a duas séries do EF. Por outro lado, a BNCC estruturou objetos de conhecimento e habilidades direcionadas para cada ano desta etapa da Educação Básica. Considera-se que esta maneira de organização da BNCC promove benefícios ao processo de ensino, uma vez que proporciona aos educadores identificar mais facilmente os conteúdos, conceitos e processos que devem ser abordados em cada ano. Consequentemente, espera-se que os alunos desenvolvam com mais desembaraço as competências e habilidades propostas por determinado objeto de conhecimento.

No tocante ao conhecimento matemático, identifica-se uma convergência entre os documentos: ambos destacam que este deve estar ancorado aos contextos sociais em que se encontram os alunos. Em contrapartida, os PCN e a BNCC têm visões diferentes quanto à aplicação deste conhecimento. Os PCN enfatizam uma proximidade e relação do conhecimento matemático com o mercado de trabalho, enquanto a BNCC salienta a sua importância para a formação de cidadãos críticos e conscientes de suas responsabilidades sociais. Isso faz sentido ao se considerar que na época dos PCN grande parte dos estudantes do 8º e 9º ano já estavam inseridos em algum ramo de trabalho, como consta no próprio documento.

Tanto os PCN quanto a BNCC reconhecem a importância do desenvolvimento do pensamento geométrico. Todavia, para os PCN este pensamento possibilita ao aluno compreender, descrever e representar o mundo em que vive e, para a BNCC, permite investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. Percebe-se, então, que a BNCC adicionou algumas habilidades a serem desenvolvidas, pois “investigar”, “fazer conjecturas” e “produzir argumentos” é mais estimulante aos processos cognitivos e ao desenvolvimento de habilidades, do que apenas “compreender”, “descrever” e “representar”.

No que se refere às orientações, os PCN apresentam objetivos, conceitos e procedimentos, enquanto a BNCC exhibe competências, objetos de conhecimento e habilidades. Nesse sentido, as mudanças não são tão significativas, pois as alterações ocorreram apenas por meio de denominações distintas. Contudo, dando ênfase para o layout de cada documento: os PCN expõem as instruções mediante textos de forma linear e, por outro lado, a BNCC divulga as prescrições (objetos de conhecimento e habilidades) em forma de quadros e tabelas.

À vista disso, a disposição apresentada pela BNCC encaminha benefícios para os docentes, visto que possibilita analisar os objetos de conhecimentos, relacionados à Geometria Espacial, juntamente com as habilidades. Desta forma, as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares se tornam mais evidentes.

No que diz respeito às Tecnologias, os dois documentos apresentam convergências em relação ao seu uso. Ambos as reconhecem como recursos didáticos eficientes para o processo de Ensino e Aprendizagem. No entanto, nota-se que os PCN expuseram maiores discussões relacionadas à importância da inclusão de tais ferramentas na sala de aula. Isso se justifica ao se considerar que a sua elaboração ocorreu 20 anos antes da BNCC, ou seja, em uma época em que a integração da tecnologia à sociedade era tímida.

Identifica-se que a BNCC orienta para a utilização de *smartphones* e *softwares* de Geometria Dinâmica, destacando a sua relevância para a compreensão das noções Matemáticas. Em consonância a isso, Notare e Basso (2016) ressaltam que está ocorrendo, mais recentemente, um aumento, ainda que cauteloso, do reconhecimento da importância da Geometria devido às novas ferramentas tecnológicas que podem potencializar o processo de Ensino e Aprendizagem desta área. Essa ênfase para o uso de *softwares* resulta em mudanças significativas

relacionadas à aquisição de conhecimento. Por exemplo, o estudo dos conceitos de retas paralelas e perpendiculares era construído usando régua e compasso, mas agora, com apoio tecnológico, estas construções podem ser realizadas com simples comandos nos programas de Geometria Dinâmica, facilitando para que os alunos fixem sua atenção nos conceitos e não nas construções propriamente ditas.

### 3.3 A HABILIDADE DE VISUALIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

É comum que, espontaneamente, busque-se a solução de problemas elementares ou complexos utilizando a técnica da “visualização”. São problemas que exigem imaginação espacial ou a capacidade de fazer previsões com base em memórias ou em fatos do cotidiano. Em Presmeg (2013) vê-se que este fenômeno está sendo estudado pela Psicologia pelo menos desde a década de 1970, contrastando o simbolismo visual e verbal. Contudo, para além do estudo da Psicologia, pode-se dizer que foi a partir dos anos 1980 que se iniciou a busca por a “visualização” num método aplicado à Educação Matemática para aumentar a capacidade dos alunos de resolver problemas. Desde então, multiplicaram-se os estudos que tratam da relevância do raciocínio visual para o ensino e a aprendizagem desta disciplina (PRESMEG, 2013; UCLÉS; MARTÍNEZ, 2017).

Bishop (1980), visando contribuir para a aplicação da “visualização” na Educação Matemática, realizou a primeira revisão crítica das publicações neste campo do conhecimento, à época praticamente restrito à Psicologia. O autor salientou que os caminhos até então trilhados pelos pesquisadores psicólogos se mostravam um tanto distantes dos interesses dos educadores, e, portanto, deveriam ser analisados com critério. Neste viés, Bishop descreveu o que para ele eram as principais contribuições daquele conhecimento para o professor de Matemática. Quinze anos mais tarde, Gutiérrez (1996), pesquisador em Educação Matemática da Universidade de Valência, mostrou que a visualização se tornou importante para os mais variados campos do conhecimento, sendo que a Psicologia avançou muito e, inclusive, desenvolveu teorias detalhadas, bem como ferramentas de observação e testagem. Por outro lado, o autor salientou a multiplicidade de terminologias neste campo de estudo, algumas usadas como sinônimos e outras tendo diferentes significados. Autores utilizavam a palavra “visualização”, enquanto outros preferiam “pensamento espacial”, mas, segundo Gutiérrez, atribuindo-lhes o mesmo significado.

Já o termo “imagem visual” apresentava significados diferentes dependendo do autor e seu campo de pesquisa.

E qual seria o significado de “visualização” na Educação Matemática? Para esta discussão, traz-se o trabalho de Flores, Wagner e Buratto (2012), que apresentaram o termo “visualização” como entendido por diferentes autores desde os anos 1980. Inicialmente, as autoras destacaram que:

Enquanto os estudos em psicologia estão interessados, particularmente, na capacidade do sujeito em formar e manipular imagens mentais, na Educação Matemática o interesse está centrado na habilidade demonstrada pelo aluno em lidar com aspectos visuais para alcançar o entendimento matemático (FLORES; WAGNER; BURATTO, p. 33, 2012).

Flores, Wagner e Buratto (2012), após elencarem os numerosos conceitos atribuídos à “visualização” no contexto da Educação Matemática, destacaram a enorme dificuldade para formular um conceito para este termo. Ou seja, as autoras não optaram por um conceito em particular, terminando este capítulo do artigo como segue:

[...] Contudo, podemos, ao menos, concordar que o conceito em “umas vezes está restrito à mente do aluno, outras está restrito a algum meio e ainda outras a visualização é definida como um processo para viajar entre estes dois domínios (FLORES; WAGNER; BURATTO, 2012, p. 36).

Em seguida, as autoras passaram à análise do conceito de “visualização” no Ensino da Matemática no Brasil, buscando também identificar os caminhos que estão sendo trilhados no uso desta técnica nas escolas do país. Para tanto, analisaram 66 trabalhos publicados no âmbito do Encontro Nacional de Ensino de Matemática (ENEM), mais especificamente das edições ocorridas entre 1998 e 2010. Estes foram selecionados mediante pesquisa em banco de dados utilizando cinco palavras-chave ou combinações das mesmas. As autoras elencaram as sete definições de “visualização” registradas no material por elas analisado, ressaltando que apenas 28 trabalhos (de um total de 66) apresentaram uma definição para “visualização”. Dentre eles, destaca-se as duas definições consideradas consentâneas à proposta da presente dissertação. São elas: (i) *“É o processo de formação de imagens (mentais, ou com lápis e papel, ou com o auxílio de tecnologias) e utilização dessas imagens para descobrir e compreender Matemática”*; (ii) *“Como uma forma de pensamento que tem como função contribuir na construção de significados e de sentidos, bem como servir de auxílio na compreensão da resolução de problemas (visualizar não é apenas ver o visível, mas tornar visível aquilo que se vê extraindo padrões das representações*

*e construindo o objeto a partir da experiência visual)*”. As autoras concluíram que, apesar das diferenças dentre as publicações analisadas, em todas elas o termo “visualização” foi relacionado “[...] com o ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos e geométricos” (FLORES; WAGNER; BURATTO, 2012, p. 40).

A “visualização” é aplicável a qualquer estágio da resolução de problemas matemáticos. Ela é facilitadora para alunos que, por exemplo, possuem dificuldade em solucionar problemas com palavras. Por quê? Porque estes alunos se atrapalham quando necessitam imaginar o que as palavras querem descrever. Sem visualizarem adequadamente o problema proposto, tornam-se incapazes de solucioná-lo.

Na Geometria por exemplo, uma atividade que proponha ao aluno desenhar as diferentes faces de um sólido, será dinamizada pelo uso de ferramentas que facilitem a “visualização”, como as Tecnologias usadas na aplicação da SD proposta neste trabalho. Por intermédio da “visualização”, realizar um exercício mental para descobrir as etapas necessárias para a solução de um problema, torna-se uma tarefa mais simples, além de estimular o aluno a concluir a atividade uma vez que ele também pode ir prevendo os resultados de cada etapa.

#### 3.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE O SOFTWARE GEOGEBRA E A REALIDADE AUMENTADA

O GeoGebra<sup>23</sup> é um *software* de Matemática Dinâmica de livre acesso, com fácil instalação e utilização que serve para todos os níveis de ensino. Ele reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote. O GeoGebra possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países e se tornou um líder na área de *softwares* de Matemática Dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (STEM).

No *software*, é possível baixar materiais produzidos por outros usuários, em formato de vídeos ou textos, para estudar ou utilizarem sala de aula. Além disso, este *software* oferece possibilidades para ensinar Geometria Espacial sem manipular sólidos espaciais em papel ou com outros materiais manipulativos. Existe uma multiplicidade de pesquisas (Gravina, 2001; Shaffer e Clinton, 2006; Santos, 2008; Hoyles, Lagrange, 2013; *apud* Notare e Basso, 2016) que apontam para a importância

---

<sup>23</sup> Disponível para download em [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).

da Geometria Dinâmica na Geometria Plana, e, desta forma, entende-se como necessário investigar seus impactos na aprendizagem de Geometria Espacial.

Ao acessar o site do GeoGebra ([www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)) é possível realizar a instalação dos aplicativos de forma gratuita, os quais encontram-se disponíveis para *iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook e Linux*. O quadro da Figura 29 apresenta os diferentes aplicativos disponíveis e suas respectivas funções.

Figura 29 – Aplicativos do GeoGebra e suas respectivas funções.

<p><b>Aplicativo Calculadora.</b></p>  <p>Calculadora Desenhar gráficos. Criar transformações. Encontrar derivadas e integrais.</p> <p>DOWNLOAD INÍCIO</p>	<p><b>Aplicativo Calculadora Gráfica.</b></p>  <p>Calculadora Gráfica Desenhe gráficos e resolva equações com o nosso aplicativo gratuito</p> <p>DOWNLOAD INÍCIO</p>
<p><b>Aplicativo Calculadora 3D.</b></p>  <p>Calculadora 3D Represente funções 3D, superfícies e outros objetos em 3D com essa ferramenta</p> <p>DOWNLOAD INÍCIO</p>	<p><b>Aplicativo GeoGebra Geometria.</b></p>  <p>Geometria Construa círculos, ângulos, transformações e muito mais com esta ferramenta</p> <p>DOWNLOAD INÍCIO</p>
<p><b>Aplicativo GeoGebra Clássico 6.</b></p>  <p>GeoGebra Clássico 6 Aplicativos gratuitos reunidos para geometria, planilha, probabilidade e CAS</p> <p>DOWNLOAD INÍCIO</p>	<p><b>Aplicativo Calculadora CAS.</b></p>  <p>Calculadora CAS Resolver equações, manipular expressões, calcular derivadas e integrais</p> <p>DOWNLOAD INÍCIO</p>
<p><b>Aplicativo GeoGebra Clássico 5.</b></p>  <p>GeoGebra Clássico 5 Aplicativos gratuitos reunidos para geometria, planilha, probabilidade e CAS</p> <p>DOWNLOAD</p>	

Fonte: GeoGebra.org (2021).

A versão utilizada para a construção das atividades da SD foi a do GeoGebra Clássico 5 visto que esta oferece os aplicativos reunidos, possibilitando a construção de recursos didáticos tanto para a Geometria Plana quanto para a Espacial.

Escolheu-se este *software* pela sua interface dinâmica e pela ótima visualização dos objetos geométricos no plano tridimensional. Em 2014 foi disponibilizada uma versão teste com novas ferramentas, sendo uma delas a janela de visualização 3D. Além disso, atualmente na versão 3D do *software* é possível projetar os sólidos em RA utilizando *smartphones*, facilitando, assim, o processo de aprendizagem.

Conforme Macedo, Silva e Buriol (2016), a tecnologia de RA permite criar cenas em que objetos virtuais são inseridos em um cenário real, capturados pela câmera de computadores ou dispositivos móveis. Em corroboração, Kirner e Tori (2006, p. 23) definem a RA como sendo o “[...] enriquecimento do ambiente real com objetos virtuais, usando algum dispositivo tecnológico, funcionando em tempo real”. Em outras palavras, esta ferramenta tecnológica pode ser caracterizada pela complementação do mundo físico com objetos virtuais, não restritos ao ambiente computacional. Portanto, com o advento de equipamentos móveis como, por exemplo, *tablets*, *smartphones* e *iPads* (SOUZA *et al.*, 2016). Neste sentido,

[...] a RA enquanto elemento complementar do mundo real é uma forma de adicionar elementos virtuais que contribuirão para a aprendizagem e compreensão de elementos da realidade, podendo trazer benefícios às mais diversas áreas do conhecimento, dentre elas, a Educação, por sua amplitude de possibilidades de aplicação (LOPES *et al.*, 2019, p. 5).

Esta tecnologia possui grande importância para aqueles alunos que possuem dificuldades em visualizar figuras tridimensionais, as quais são representadas de forma plana nos livros didáticos. Este impasse pode ser considerado como uma barreira que impede a compreensão completa dos conceitos e propriedades geométricas (MACEDO; SILVA; BURIOL, 2016). Contudo, utilizando a RA o aluno pode se mover livremente em torno do objeto observado, visualizando-o sob diferentes pontos de vista (KIRNER; TORI, 2006). Portanto, considera-se que, com o apoio desta ferramenta, a aprendizagem da Geometria Espacial ocorre de maneira mais atraente e eficaz.

## 4 METODOLOGIA DE PESQUISA

Esta pesquisa foi aprovada pelo comitê de ética de pesquisa em Seres Humanos, CAAE: 40440620.3.0000.5349 e número do parecer: 4.457.739. Para sua realização, optou-se por efetuar um estudo de natureza qualitativa, fundamentado na metodologia de pesquisa denominada Engenharia Didática. Esta caracteriza-se por ser um esquema experimental com base em realizações didáticas em sala de aula, ou seja, na concepção, implementação, observação e análise de sequências de ensino (ARTIGUE, 1989). Para uma visão da evolução da Engenharia Didática de primeira e segunda geração, remete-se o leitor ao trabalho de dois professores da PUC de São Paulo, qual seja, Almouloud e Silva (2012).

### 4.1 A ENGENHARIA DIDÁTICA

Por meio de seus estudos e pesquisas, Artigue (2014) ressalta que a Engenharia Didática é estruturada em quatro diferentes fases, sendo elas: (i) análises prévias; (ii) concepção e análise *a priori* das situações didáticas da engenharia; (iii) experimentação e (iv) análise *a posteriori* e validação. Esta metodologia pode ser comparada ao trabalho de um engenheiro, que, para realizar um projeto:

[...] apoia-se em conhecimentos científicos de seu domínio, submete-se a um controle científico, mas ao mesmo tempo, necessita trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos simplificados da ciência e, portanto, lidar com todos os meios de que ele dispõe, problemas que a ciência não que ou não é capaz de manipular (ARTIGUE, 1989, p. 283).

Ainda com base nos estudos da autora, as análises prévias definem o alicerce para a fase da concepção do processo, ou seja, consistem em pesquisar e reconhecer como o tema abordado, neste caso a Geometria Espacial, está sendo aplicado em sala de aula. Esta fase da metodologia é composta por três dimensões:

- análise epistemológica: é realizada por intermédio da observação do conteúdo em jogo. Essa análise permite ao pesquisador fixar os objetivos precisos da Engenharia Didática e, também, identificar os possíveis obstáculos a serem enfrentados no decorrer do processo;
- análise cognitiva: é relacionada às características do contexto em que a pesquisa ocorre, às condições e restrições presentes;

- análise didática: consiste em pesquisar uma estratégia didática que contribua para o processo de ensino e/ou aprendizagem do conteúdo em estudo.

Seguindo as orientações das análises prévias, foram estabelecidas as hipóteses<sup>24</sup> da pesquisa e, também, as variáveis relativas a Engenharia Didática, ou seja, as variáveis macrodidáticas e microdidáticas. Estas primeiras, que também podem ser chamadas de “globais”, são relativas à organização geral da engenharia, enquanto as microdidáticas ou “locais” são relacionadas à ordenação pontual de uma oficina ou fases da SD (ARTIGUE, 2014).

Nesse sentido, após as análises das pesquisas nacionais relacionadas à temática desta investigação, e das convergências e contrastes dos PCN e BNCC, consideram-se as seguintes variáveis macrodidáticas:

- desenvolvimento da experimentação por meio das TD, isto é, com integração do *software* GeoGebra e a plataforma *Google Classroom*;
- relações dos conceitos da Geometria Plana e a Espacial com desenvolvimento da habilidade de “visualização”;
- validação por meio das construções e resultados dos participantes, reforçados pela comprovação das hipóteses estabelecidas.

Em relação às variáveis microdidáticas, busca-se designar, para o desenvolvimento da SD, situações com (i) recursos do App GeoGebra Geometria e (ii) ferramenta RA do App GeoGebra 3D. Objetiva-se desafiar os alunos para que o processo da aprendizagem ocorra de forma mais ativa.

A segunda fase, denominada análise *a priori*, é caracterizada pela ação do professor, onde se iniciam as construções teóricas e estas são colocadas em prática, ou seja, é realizada a elaboração da SD que, posteriormente, será aplicada com os sujeitos envolvidos na pesquisa. Seguindo o desenvolvimento desta metodologia, a próxima fase é a experimentação, que consiste em aplicar a SD, observar todo o processo e realizar a coleta de dados. A autora destaca que os dados coletados permitem ao pesquisador compreender a interação dos alunos nas aulas, e considerar até que ponto essa interação justifica a mudança das estratégias iniciais para o novo método utilizado pelo pesquisador. Os dados incluem as produções dos alunos, podendo ser arquivos de computador, áudios, vídeos e dados adicionais como

---

<sup>24</sup> As hipóteses desta investigação estão exibidas no tópico 1.1.2.

questionários, testes, entrevistas com alunos e professores, permitindo assim uma melhor avaliação e análise dos resultados da Engenharia Didática.

A última fase, análise *a posteriori* e validação, é caracterizada pela interpretação dos resultados da experimentação. Nesta etapa, o pesquisador deve observar criticamente todas as ações realizadas pelos alunos, a fim de identificar as contribuições ou falhas da sequência de atividades efetuada. No que diz respeito à validação, esta trata de observar o desfecho obtido por meio da coleta de dados, em contraste com a análise *a priori*, desta forma, analisando o que foi previsto pelo pesquisador e o que foi realizado pelos alunos, tentando entender as semelhanças e diferenças.

#### **4.1.1 Aplicação da Sequência Didática e Participantes do Experimento**

Nesta pesquisa, os estudos se iniciaram no ano de 2020 e, sendo assim, foi idealizada considerando que a aplicação ocorreria no formato presencial. Todavia, devido ao quadro de isolamento social, resultante da pandemia do coronavírus SARS-CoV-2 (Covid-19), adaptações foram efetuadas para que o experimento ocorresse de forma remota. Neste cenário, é relevante considerar que, mesmo com as adaptações para aplicação de forma remota, a SD foi planejada para ser executada com a assistência de um professor, ou seja, não sendo direcionada para a aprendizagem autônoma. Todavia, destaca-se que a proposta não se apoiou no Ensino à Distância (EAD-assíncrono) e sim no Ensino Remoto (síncrono), com auxílio da integração do *software* GeoGebra e a plataforma de videoconferências *Google Meet* para realização das aulas.

A SD foi aplicada em forma de oficinas, tendo a participação de um total de 25 alunos distribuídos pelos estados do Rio Grande do Sul (19), Paraíba (5) e Piauí (1). Destes, nove estavam no 8º ano do EF e 16 no 9º ano, com faixa etária entre 13 e 15 anos, com exceção de uma estudante de 18 anos. A seguir, apresenta-se o *folder* desenvolvido para divulgação do experimento da pesquisa (Figura 30).

Figura 30 – Folder de divulgação das oficinas.

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

**Minicurso de Geometria Espacial integrado à Realidade Aumentada**

**Estudando a Geometria Espacial com Realidade Aumentada para desenhar em perspectiva**

Mestrando: Prof. Eduardo Vinicius Costa  
Orientador: Prof. Dr. Agostinho Iaquan R. Homa

**Público-alvo**  
Estudantes do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental

**Encontros via Gmeet**  
Encontros remotos nas segundas, quartas e sextas-feiras das 18h às 19h30min

**Período de duração**  
Duas semanas (total de 7 encontros)

**Certificação**  
Após a conclusão do minicurso os participantes receberão certificados

**Gratuito**  
Este minicurso faz parte de uma pesquisa de mestrado, portanto, é totalmente gratuito

**VAGAS LIMITADAS**  
Inscrições até 13/08 pelo WhatsApp  
(51) 9 8960 - 8455

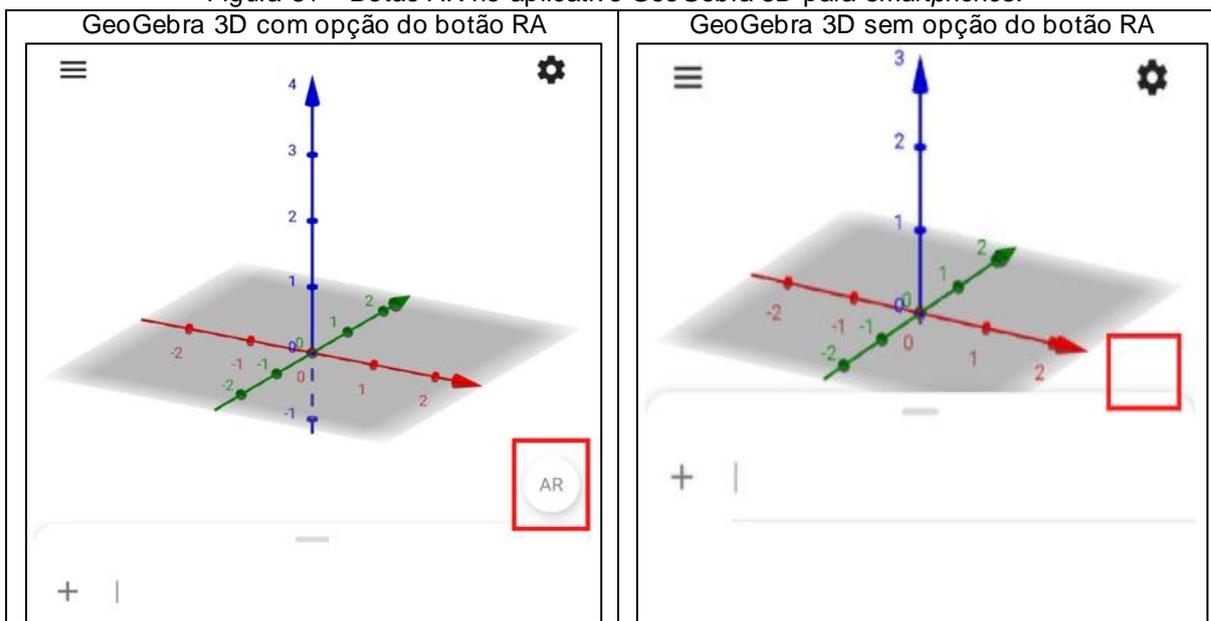
ULBRA

PROGEM

Fonte: a pesquisa.

Os meios de divulgação foram as redes sociais e os grupos de professores do *Whatsapp*, aos quais o pesquisador tem acesso direto ou indireto ao longo da sua rede de contato. Por este motivo a turma foi composta de participantes de diferentes estados e municípios brasileiros. As inscrições foram realizadas por meio do *Whatsapp* do professor pesquisador, visto que primeiramente foi necessário verificar se o *smartphone* do(a) candidato(a) suportava efetuar as projeções em RA do GeoGebra 3D. Para tal verificação os candidatos tiveram que baixar o aplicativo GeoGebra 3D e observar se no canto direito do centro da tela aparecia o botão AR<sup>25</sup>, sendo que os *smartphones* sem a opção deste botão não suportam projetar em RA. O quadro da Figura 31 apresenta as telas de dois *smartphones*, sendo que apenas o da esquerda contém o botão AR.

<sup>25</sup> A sigla AR vem do inglês Augmented Reality.

Figura 31 – Botão AR no aplicativo GeoGebra 3D para *smartphones*.

Fonte: a pesquisa.

Após a verificação da compatibilidade tecnológica, a confirmação da inscrição se deu pelo preenchimento de um formulário com questões relacionadas a informações pessoais: nome, *Whatsapp*, idade e qual ano está cursando. O número do *Whatsapp* contribuiu para a criação de um grupo da turma, o qual foi utilizado para envio de informações sobre os encontros e tratamento de possíveis dúvidas.

## 5 RESULTADOS DA INVESTIGAÇÃO

Este capítulo apresenta a construção da SD e análises *a priori*, segue com a aplicação e validação da SD, e termina com as análises *a posteriori* dos sete encontros propostos nesta investigação.

### 5.1 A CONSTRUÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ANÁLISES A PRIORI

É importante recapitular que o objetivo fundamental desta pesquisa é investigar as contribuições da implementação de uma SD, integrada à RA, bem como analisar o desenvolvimento da habilidade de reconhecer diferentes vistas de Sólidos Geométricos para realizar desenhos em perspectiva. Nesse viés, a SD foi desenvolvida para ser acessada por *smartphones* e apoia-se na integração do *software* GeoGebra com o *Google Classroom*. A união de todas as tarefas e recursos resultou em um livro no GeoGebra intitulado “Sequência Didática: da Geometria Plana à Espacial”, de livre acesso, disponível em <https://www.geogebra.org/m/df525atg>. A Figura 32 exibe o livro construído no decorrer desta pesquisa.

Figura 32 – Livro “Sequência Didática: da Geometria Plana à Espacial”.



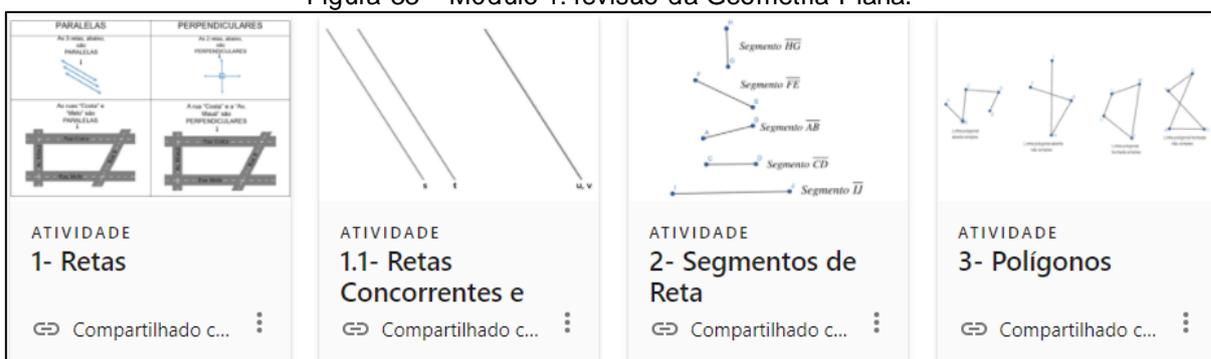
Fonte: a pesquisa.

A SD é composta por sete encontros síncronos, os quais foram programados para um total de 90 a 120 minutos cada, sendo constituída por cinco módulos, sendo eles: Módulo 1 – Revisão da Geometria Plana; Módulo 2 – Revisão da Geometria Espacial; Módulo 3 – Integrando a Geometria Plana e a Espacial; Módulo 4 –

Diferentes Vistas dos Sólidos Geométricos; e Módulo 5 – Desenhando em Perspectiva.

O módulo 1 (Figura 33) contempla uma revisão da Geometria Plana, abordando inicialmente os conceitos de retas paralelas, perpendiculares e concorrentes. Em seguida, segmentos de reta e Polígonos são apresentados, buscando salientar as nomenclaturas dos segmentos quanto às suas características, conceito de Linha Poligonal e Polígonos Regulares e irregulares.

Figura 33 – Módulo 1: revisão da Geometria Plana.



Fonte: a pesquisa.

O módulo 2 (Figura 34) objetiva revisar a Geometria Espacial, trabalhando a nomenclatura dos principais Sólidos Geométricos (Cubo, Paralelepípedo, Pirâmide, Cilindro, Cone e Esfera) e os conceitos de Poliedros e Corpos Redondos. Além disso, os Prismas e as Pirâmides são apresentados neste módulo, abrangendo suas definições, elementos e características.

Figura 34 – Módulo 2: revisão da Geometria Espacial.



Fonte: a pesquisa.

O módulo 3 (Figura 35) demonstra que se pode formar sólidos com regiões planas, concentrando-se na identificação de quais e quantas figuras planas são necessárias para a construção de um determinado objeto/sólido. Este módulo também

demonstra os sólidos no plano, ou seja, as formas de representar/desenhar um objeto tridimensional no plano bidimensional.

Figura 35 – Módulo 3: integrando a Geometria Plana e a Espacial.



Fonte: a pesquisa.

As diferentes vistas de um sólido geométrico são expostas no módulo 4 (Figura 36) com apoio da RA. Nesse sentido, trabalha-se os desenhos das diferentes vistas e, também, os desafios das caixas, nos quais se deve analisar quantos cubos, ou paralelepípedos, se encontram fora da caixa e se todos juntos cabem dentro da mesma. Por fim, exercita-se a representação dos desenhos de diferentes vistas, contudo, neste momento, sem auxílio da ferramenta de RA.

Figura 36 – Módulo 4: diferentes Vistas dos Sólidos Geométricos.



Fonte: a pesquisa.

O último módulo (5) (Figura 37) abrange os desenhos em perspectiva e os desafios finais, apresentando a linha do horizonte, o ponto de fuga e um passo a passo simplificado para realização dos desenhos. Os desafios foram desenvolvidos para

verificar o desenvolvimento da habilidade de visualização, com base em Brasil (2018), Brasil (2020), Fundação Liberato (Cunha, 2017) e a própria pesquisa.

Figura 37 – Módulo 5: desenhando em Perspectiva.



Fonte: a pesquisa.

O tempo de duração, definido para cada encontro, foi de 90 minutos. Neste viés, o quadro da Figura 38 apresenta os objetivos das atividades desenvolvidas e o número de questões que serão trabalhadas em cada aula.

Figura 38 – Objetivos das atividades selecionadas/construídas para cada encontro.

	<b>Atividades / Questões</b>	<b>Objetivos</b>
<b>Encontro 1</b>	1 a 5	Revisar os objetos de conhecimento relacionados às retas.
<b>Encontro 2</b>	6 a 26	Recapitular os conceitos de segmentos de reta, Polígonos e principais Sólidos Geométricos.
<b>Encontro 3</b>	27 a 36	Revisar os conceitos de Poliedros, Corpos Redondos e Prismas.
<b>Encontro 4</b>	37 a 47	Recapitular os conceitos de Pirâmides e trabalhar a formação dos Sólidos Geométricos com figuras planas.
<b>Encontro 5</b>	48 a 63	Desenvolver as habilidades de: (i) desenhar sólidos no plano; (ii) reconhecer e desenhar diferentes vistas de um objeto tridimensional; e (iii) reconhecer e quantificar objetos empilhados.
<b>Encontro 6</b>	64 a 77	Exercitar a habilidade de visualização com e sem apoio da RA para desenhar diferentes vistas de um objeto.
<b>Encontro 7</b>	78 a 91	Trabalhar práticas de desenhar sólidos em perspectiva utilizando linha do horizonte e ponto de fuga.

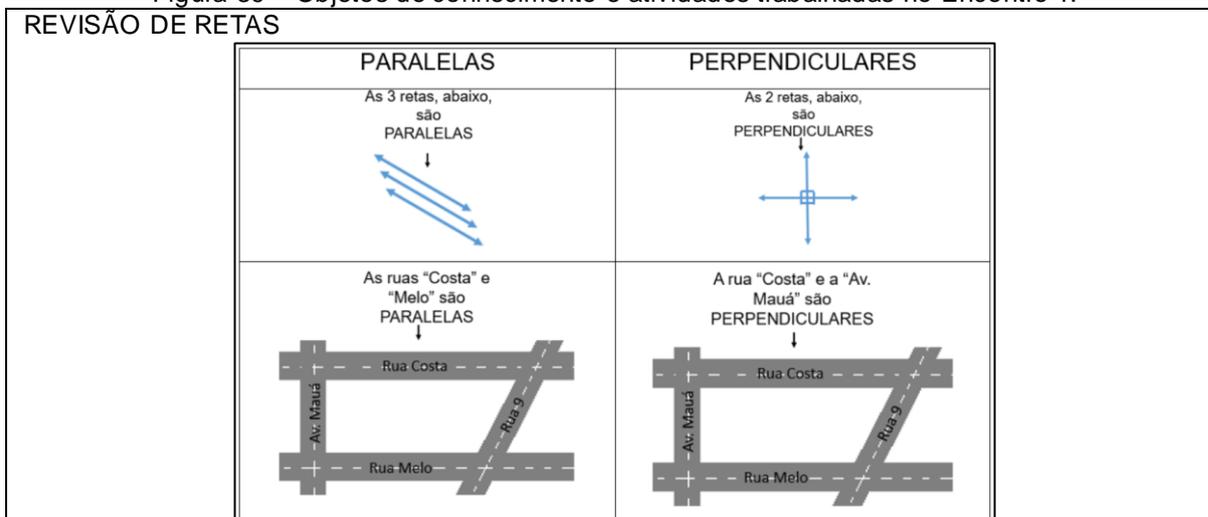
Fonte: a pesquisa.

O tópico seguinte contém as atividades/recursos referentes ao Encontro 1, bem como a apresentação das referências utilizadas.

### 5.1.1 Atividades do Encontro 1

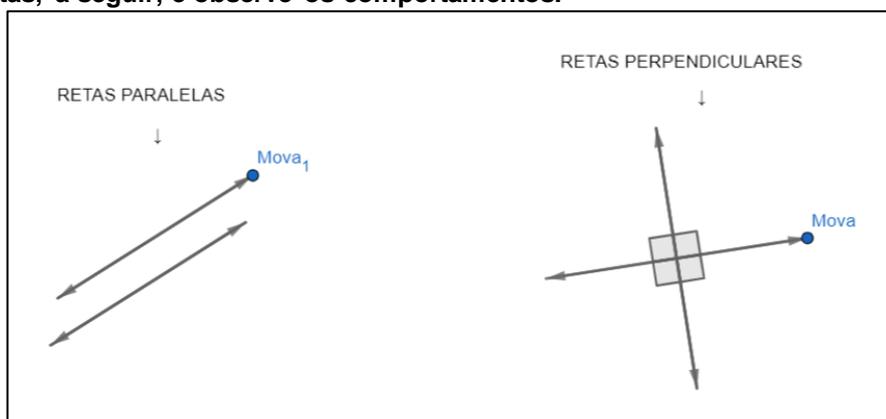
A seguir, o quadro da Figura 39 exibe as atividades/recursos utilizados no encontro 1 e o quadro da Figura 40 apresenta as referências empregadas.

Figura 39 – Objetos de conhecimento e atividades trabalhadas no Encontro 1.



**IMPORTANTE RELEMBRAR:** as flechas presentes nas retas são utilizadas para representar que elas não possuem origem ou extremidades. Portanto, não conseguimos determinar o início e fim de uma reta ou o seu tamanho, visto que elas são infinitas.

**Mova as retas, a seguir, e observe os comportamentos.**



**Questão 1:** em relação às Retas PARALELAS, o que se pode afirmar?

**Questão 2:** em relação às Retas Perpendiculares, o que se pode afirmar?

**Questão 3:** em relação aos ângulos formados pelas retas PERPENDICULARES, o que se pode afirmar?

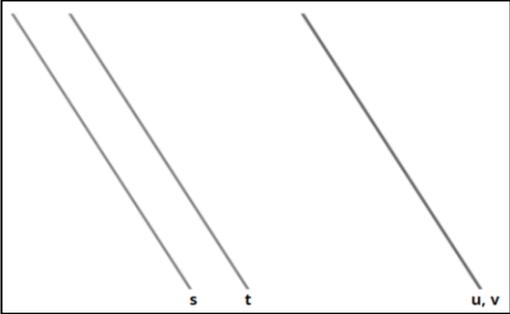
**Questão 4:** explique, com suas palavras, a diferença entre as retas paralelas e perpendiculares.

#### RETAS CONCORRENTES

Chamamos de RETAS CONCORRENTES aquelas que se cruzam em um único ponto, formando 4 ângulos. De acordo com as medidas destes ângulos elas podem ser consideradas RETAS PERPENDICULARES ou RETAS OBLÍQUAS.

Como já revisamos, as RETAS PARALELAS não possuem nenhum ponto comum, ou seja, nunca se cruzam. Contudo, uma reta é sempre PARALELA de si mesma e, sendo assim, temos um caso especial de RETAS PARALELAS que são as RETAS PARALELAS COINCIDENTES (possuem todos os pontos em comum).

Observe a figura a seguir.



Na figura acima, as retas  $s$  e  $t$  são PARALELAS e as retas  $u$  e  $v$  são PARALELAS COINCIDENTES.

**ATIVIDADE NO GEOGEBRA GEOMETRIA**

5- Acesse o aplicativo GeoGebra Geometria e realize as seguintes construções:

- Construa duas retas paralelas.
- Trace uma reta que seja perpendicular as duas retas paralelas construídas anteriormente.
- Meça 2 ângulos formados na intersecção das retas paralelas com a reta perpendicular.
- Após realizar a construção no GeoGebra, faça uma captura de tela e envie ao professor.

RESPONDA:

Os 2 ângulos que você mediu possuem quantos graus?

Assinale a sua resposta aqui

180°  
 90°  
 45°  
 120°

Fonte: adaptado de Dante (2018a); PPGECIM/ULBRA (2019); a pesquisa.

Figura 40 – Referências das atividades/recursos trabalhadas no Encontro 1.

Atividades/recursos	Referência
Retas Paralelas, Perpendiculares e Concorrentes	Adaptado de Dante (2018a)
Movimentação das retas (recurso do GeoGebra)	A pesquisa
Atividade com o GeoGebra Geometria	A pesquisa

Fonte: a pesquisa.

### 5.1.2 Análise *a priori* das atividades didáticas do encontro 1

O encontro 1 tem por finalidade revisar os objetos de conhecimento relacionados às retas. Nele os principais conceitos abordados são os de retas paralelas e retas perpendiculares. Secundariamente, trabalha-se os conceitos de retas concorrentes e retas coincidentes. Tendo em conta que os participantes do experimento são discentes do 8º e 9º anos do EF, os primeiros três encontros revisam alguns conceitos de Geometria indispensáveis para que a SD atinja seus objetivos.

Considerando que o experimento foca no desenvolvimento da habilidade de visualização, são utilizados como recursos didáticos imagens e construções dinâmicas de exemplos de retas do GeoGebra. Concomitantemente, imagens do

cotidiano, isto é, ruas paralelas e perpendiculares que contribuem para a fixação dos conceitos.

O GeoGebra permite que os alunos movimentem tanto as retas paralelas quanto as perpendiculares, e, assim, observem o comportamento de cada conceito de reta trabalhado. Por sua vez, a construção das retas no aplicativo GeoGebra Geometria contribui para o protagonismo dos discentes no processo da aprendizagem.

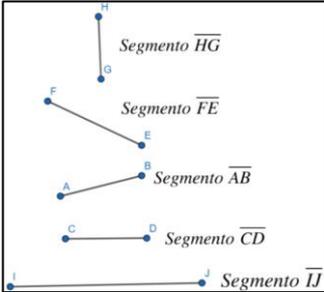
Neste encontro espera-se que, em relação às retas paralelas, os discentes concluam que estas nunca se intersectam, ou seja, não possuem nenhum ponto comum. No que tange às retas perpendiculares, espera-se que percebam que estas se intersectam em apenas um ponto formando quatro ângulos retos.

### 5.1.3 Atividades do Encontro 2

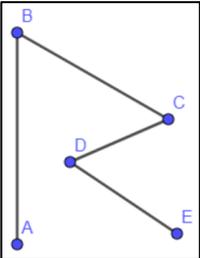
O quadro da Figura 41 exibe as atividades/recursos utilizados neste encontro e o quadro da Figura 42 apresenta as referências empregadas.

Figura 41 - Objetos de conhecimento e atividades trabalhadas no Encontro 2.

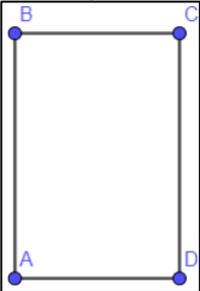
**REVISÃO DE SEGMENTOS DE RETA**  
 Observe os exemplos de segmentos de reta a seguir.



Observe os segmentos a seguir e responda:



**Questão 6:** quantos segmentos de reta com extremidades nos pontos assinalados com letras estão traçados na figura acima? Responda quantos segmentos e quais são eles.

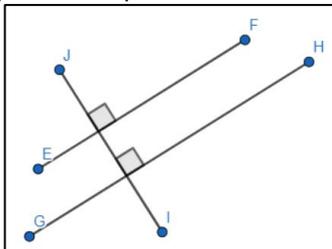


**Questão 7:** quantos segmentos de reta com extremidades nos pontos assinalados com letras estão traçados na figura acima? Responda quantos segmentos e quais são eles.

**Questão 8:** descreva, com suas palavras, o que é um segmento de reta.

**Questão 9:** o que você percebe de diferente entre uma reta e um segmento de reta?

Observe a figura abaixo e após responda as questões 10, 11 e 12.



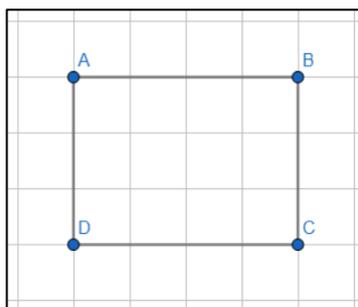
**Questão 10:** a afirmação “o segmento  $\overline{EF}$  é paralelo ao segmento  $\overline{JI}$ ” é verdadeira ou falsa?

**Questão 11:** a afirmação “os segmentos  $\overline{EF}$  e  $\overline{GH}$  são perpendiculares ao segmento  $\overline{JI}$ ” é verdadeira ou falsa?

**Questão 12:** a afirmação “o segmento  $\overline{EF}$  é paralelo ao segmento  $\overline{GH}$  e perpendicular ao segmento  $\overline{JI}$ ” é verdadeira ou falsa?

**IMPORTANTE:**

Veja na figura abaixo que os segmentos **NÃO** precisam se cruzar para serem paralelos ou perpendiculares.



Neste caso, o segmento  $\overline{AB}$  é perpendicular aos segmentos  $\overline{AD}$  e  $\overline{BC}$  e é paralelo ao segmento  $\overline{DC}$ .

### ATIVIDADE DE CONSTRUÇÃO NO GEOGEBRA GEOMETRIA

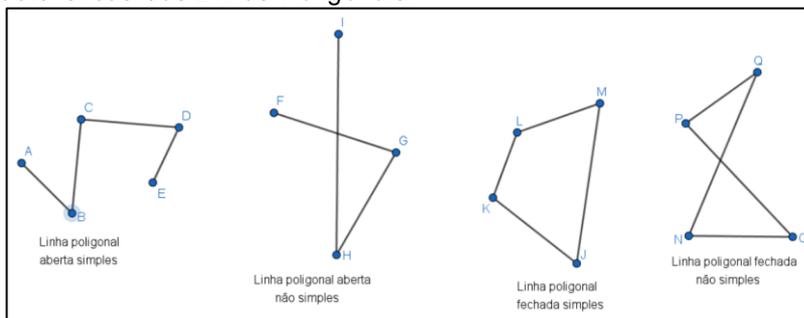
**13** – Utilizando a ferramenta "Segmento", no GeoGebra Geometria, construa a letra inicial do seu nome e após informe quantos segmentos foram necessários e quais foram eles. Envie para o professor uma captura de tela da construção realizada.

### REVISÃO DE POLÍGONOS

#### Linha poligonal

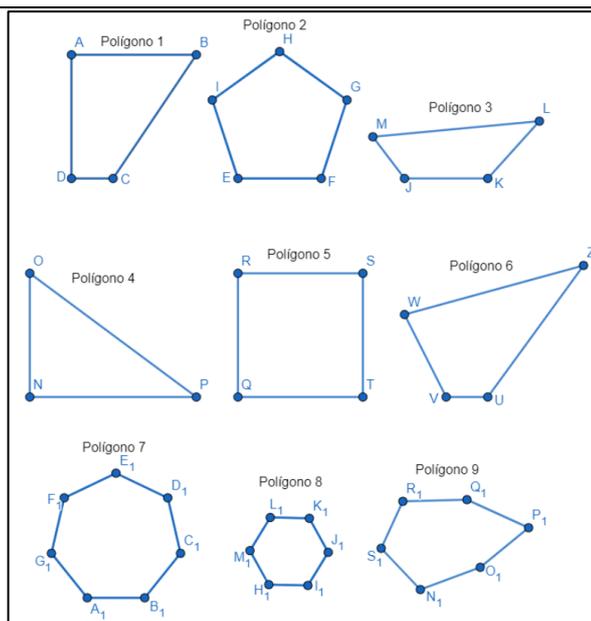
Quando uma linha é formada apenas por uma sequência de segmentos de reta, ela é chamada de linha poligonal.

Observe as características das Linhas Poligonais:

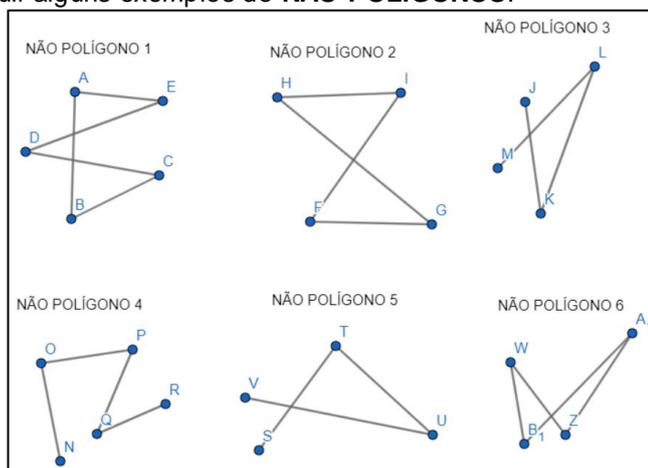


**IMPORTANTE:** dependendo de determinadas características das Linhas Poligonais, elas formam um Polígono.

Observe a seguir alguns exemplos de **POLÍGONOS**.



Agora, observe a seguir alguns exemplos de **NÃO POLÍGONOS**.



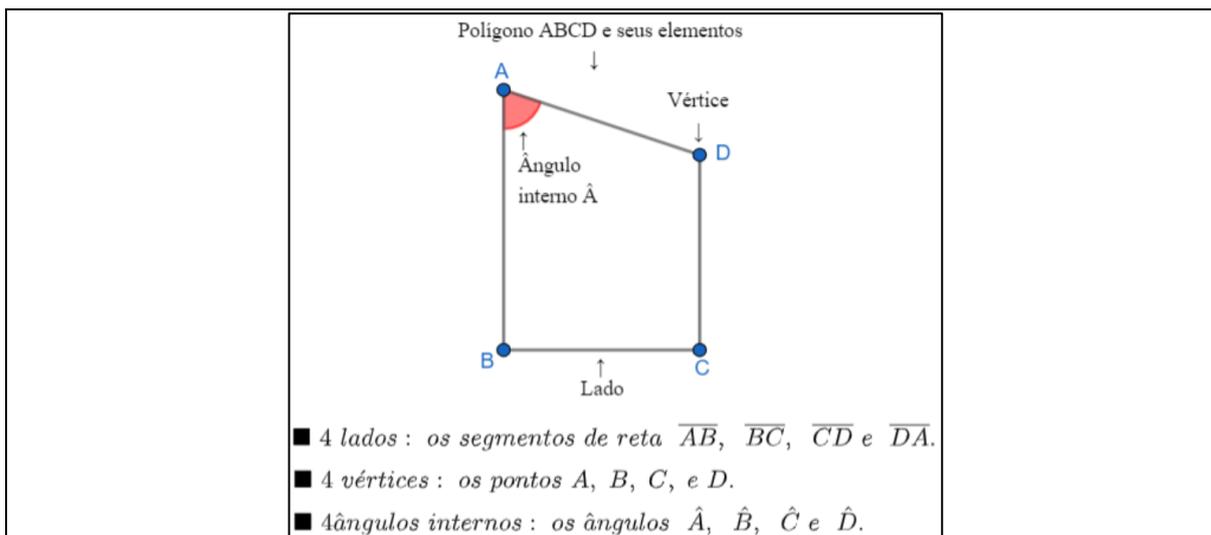
**14** - Mova a linha poligonal até que se forme um Polígono. Após formar o Polígono, faça uma captura de tela e envie ao professor.



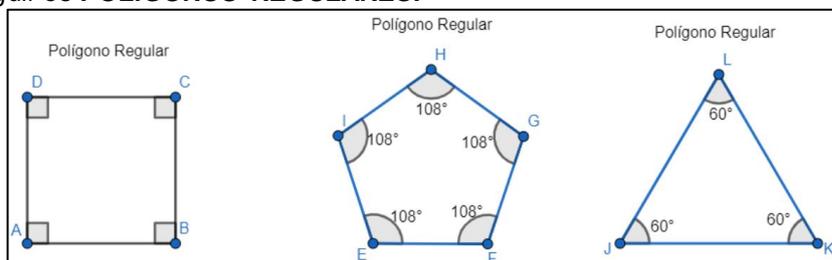
**Questão 15:** quais as características da linha poligonal para formar um Polígono?

**Questão 16:** quantos segmentos, no mínimo, são necessários para se ter um Polígono?

**Elementos de um Polígono:**



Observe a seguir os **POLÍGONOS REGULARES**.

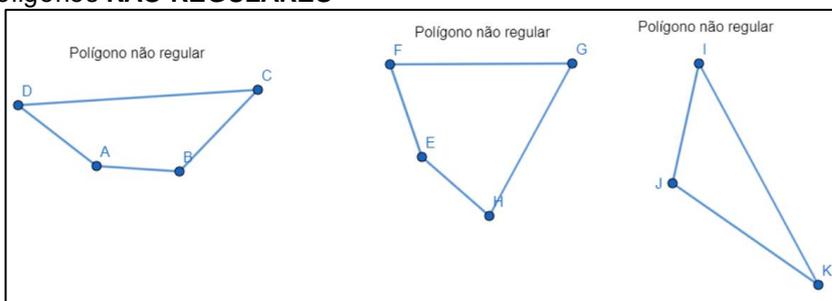


**Questão 17:** o que podemos afirmar em relação aos ângulos internos dos Polígonos Regulares?

**Questão 18:** o que podemos afirmar em relação aos lados dos Polígonos Regulares?

**Questão 19:** podemos concluir, então, que os Polígonos Regulares possuem quais características?

Observe os Polígonos **NÃO REGULARES**



**Questão 20:** em que os Polígonos não regulares se diferenciam dos regulares?

### NOMENCLATURA DOS POLÍGONOS

Os Polígonos recebem seus nomes de acordo com o número de lados que possuem. Por exemplo, um Polígono de 3 lados é chamado de Triângulo ou Trilátero. Um de 4 lados é chamado de Quadrilátero ou Quadrângulo, e assim por diante.

Observe a tabela a seguir, apresentando o nome de cada Polígono com até 10 lados.

Número de lados	Nome
3 lados	Triângulo ou Trilátero
4 lados	Quadrilátero ou Quadrângulo
5 lados	Pentágono
6 lados	Hexágono
7 lados	Heptágono
8 lados	Octógono
9 lados	Eneágono
10 lados	Decágono

### REVISÃO PRINCIPAIS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

### Jogo da Memória

Para relembrar os principais Sólidos Geométricos, acesse o link <https://wordwall.net/pt/resource/16131827> e, jogando, encontre a forma do sólido e o nome do mesmo.

A figura a seguir representa o jogo da memória utilizado na SD.



### Caça Palavras

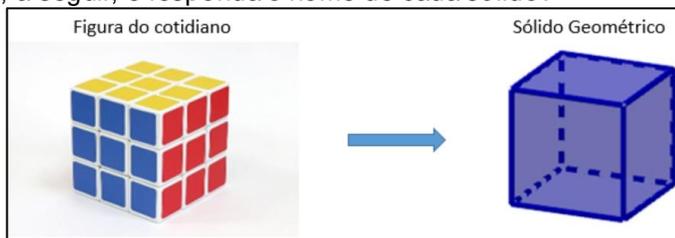
Acesse o link e encontre o nome dos sólidos. Primeiro encontre a palavra e, após, clique no sólido que a representa.

Link: <https://wordwall.net/pt/resource/16124112>

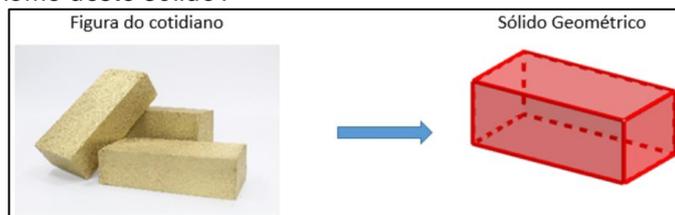
A figura a seguir representa o caça palavras utilizado na SD.



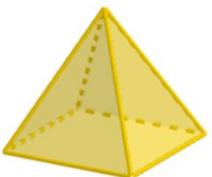
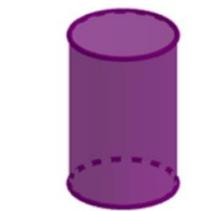
Observe as imagens, a seguir, e responda o nome de cada sólido.



**Questão 21:** qual o nome deste sólido?



**Questão 22:** qual o nome deste sólido?

<p>Figura do cotidiano</p> 		<p>Sólido Geométrico</p> 
<p><b>Questão 23:</b> qual o nome deste sólido?</p>		
<p>Figura do cotidiano</p> 		<p>Sólido Geométrico</p> 
<p><b>Questão 24:</b> qual o nome deste sólido?</p>		
<p>Figura do cotidiano</p> 		<p>Sólido Geométrico</p> 
<p><b>Questão 25:</b> qual o nome deste sólido?</p>		
<p>Figura do cotidiano</p> 		<p>Sólido Geométrico</p> 
<p><b>Questão 26:</b> qual o nome deste sólido?</p>		

Fonte: Homa e Groenwald (2016); adaptado de Dante (2018a); a pesquisa.

Figura 42 – Referências das atividades/recursos trabalhadas no Encontro 2.

Atividades/recursos	Referência
Segmentos de reta e Principais Sólidos Geométricos	A pesquisa
Polígonos	Adaptado de Dante (2018a)
Recurso da Linha Poligonal	Homa e Groenwald (2016)

Fonte: a pesquisa.

#### 5.1.4 Análise *a priori* das atividades didáticas do encontro 2

O segundo encontro recapitula os conceitos de segmentos de reta, Polígonos e principais Sólidos Geométricos. Na revisão dos segmentos de reta, inicia-se apresentando segmentos individuais e, em seguida, segmentos como elementos de Polígonos. Posteriormente, cada discente constrói a letra inicial de seu nome utilizando segmentos de reta no GeoGebra Geometria. Quanto aos Polígonos,

trabalha-se as linhas poligonais, os elementos de um Polígono, Polígonos Regulares e não regulares, e a classificação. Para estudar as linhas poligonais utiliza-se um recurso dinâmico do GeoGebra que permite ao aluno manejar a linha poligonal, podendo, assim, observar melhor suas características. O experimento segue com as representações de Polígonos Regulares e não regulares, as quais são precedidas pela descrição dos elementos dos Polígonos. Finalmente, a revisão dos principais Sólidos Geométricos se dá por intervenção de dois jogos do site *wordwall*. O primeiro a ser jogado é do tipo que recorre à memorização e, o segundo, é um caça-palavras.

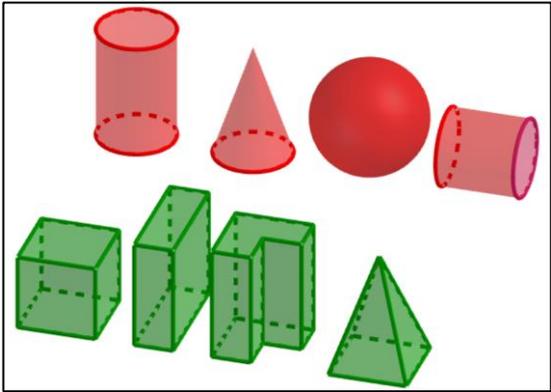
Espera-se que os alunos conclua que os segmentos de reta nada mais são do que parte de uma reta, estando limitados por dois pontos (inicial e final). Em relação aos Polígonos, acredita-se que eles percebam que para se ter um Polígono a linha poligonal deve ser, obrigatoriamente, fechada e simples. Quanto aos Polígonos Regulares e os não regulares, os discentes devem captar que os primeiros possuem lados e ângulos internos com mesma medida, ao passo que nos não regulares eles possuem diferentes medidas. Por último, no decurso dos jogos envolvendo os principais Sólidos Geométricos, os alunos devem fixar a nomenclatura dos mesmos.

### 5.1.5 Atividades do Encontro 3

O quadro da Figura 43 exhibe as atividades/recursos utilizados neste encontro e o quadro da Figura 44 apresenta as referências empregadas.

Figura 43 – Objetos de conhecimento e atividades trabalhadas no Encontro 3.

**REVISÃO DE POLIEDROS E CORPOS REDONDOS**  
 Observe os Sólidos Geométricos a seguir.



**EM VERMELHO** - Corpos Redondos.  
**EM VERDE** - Poliedros.

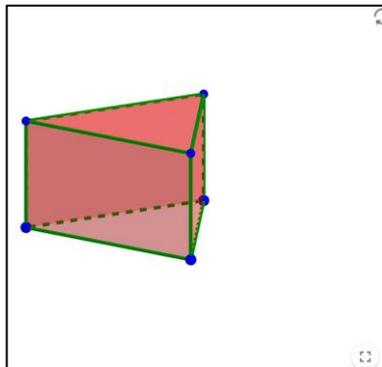
**POLIEDROS**  
*Poli* significa muitos;  
*edros* significa faces.  
 Poliedros são os Sólidos Geométricos que possuem todas as faces planas.

**CORPOS REDONDOS** são os Sólidos Geométricos que têm pelo menos uma parte não plana, ou seja, arredondada, e que por isso podem rolar.

**Questão 27:** quais as diferenças entre os Corpos Redondos e os Poliedros?

Observe o Poliedro:

- 1- Os VÉRTICES estão em AZUL;
- 2- As ARESTAS estão em VERDE;
- 3- As FACES estão em tons de ROSA.



**Faça a projeção** do Poliedro acima **em RA** para responder as questões seguintes:

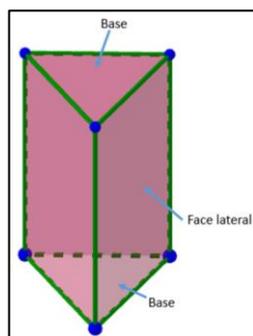
**Questão 28:** esse Poliedro possui quantos vértices?

**Questão 29:** esse Poliedro possui quantas arestas?

**Questão 30:** esse Poliedro possui quantas faces e quais são as formas das faces?

### REVISÃO DE PRISMAS

Elementos dos Prismas:

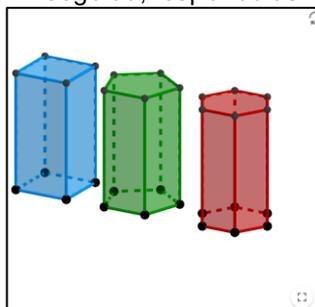


Observe que este Prisma possui 2 bases triangulares e 3 faces retangulares.

### NOMENCLATURA DOS PRISMAS

Os Prismas recebem seus nomes de acordo com o Polígono de suas bases. Por exemplo, um Prisma que possui triângulos em suas bases é chamado de Prisma de base triangular. Um que possui quadriláteros em suas bases é chamado de Prisma de base quadrangular, e assim por diante.

**Projete em RA** os Prismas abaixo. Em seguida, responda as questões.



**Questão 31:** quantas bases possui cada Prisma?

**Questão 32:** as bases de cada Prisma são iguais?

**Questão 33:** as bases de cada Prisma são paralelas?

**Questão 34:** qual a forma geométrica das faces laterais destes Prismas?

**Questão 35:** com base nas respostas anteriores, quais características são comuns a todos os Prismas?

**Questão 36:** informe os nomes de cada um dos Prismas analisados.

Fonte: adaptado de Dante (2018a); a pesquisa.

Figura 44 – Referências das atividades/recursos trabalhadas no Encontro 3.

Atividades/recursos	Referência
Poliedros, Corpos Redondos e Prismas	Adaptado de Dante (2018a)
Sólidos para projeção em RA	A pesquisa

Fonte: a pesquisa.

### 5.1.6 Análise *a priori* das atividades didáticas do encontro 3

As atividades didáticas deste encontro revisam os conceitos de Poliedros, Corpos Redondos e Prismas. De início estão em estudo as características dos Poliedros e Corpos Redondos, incluindo também os elementos de um Poliedro. Na revisão dos Prismas são trabalhados os elementos, as características e a nomenclatura, a fim de se chegar à definição destes sólidos.

Os conceitos de Poliedros e Corpos Redondos são apresentados com o auxílio de imagens construídas no GeoGebra. As imagens aparecem separadas em dois grupos de cores diferentes, um representando os Poliedros e o outro os Corpos Redondos. Segue-se com o recurso da RA, aqui utilizado para os discentes discriminarem os elementos de um Poliedro, o trabalho é facilitado pela possibilidade de projetarem e movimentarem as imagens em 3D. Destaca-se que é a partir deste encontro que os alunos iniciam as projeções em RA.

Acredita-se que este conjunto de atividades conduza os alunos (i) à percepção das diferenças entre os Poliedros e Corpos Redondos, (ii) à identificação, com auxílio da RA, dos elementos dos Poliedros e Prismas, e também (iii) à definição dos Prismas. Concluindo, cabe salientar que nos primeiros encontros do experimento são revisados conceitos da Geometria Plana e a partir do quarto encontro trabalha-se a Geometria Espacial. Isso se justifica pelo fato de que tais conceitos estão interligados, ou seja, a Geometria Plana e a Espacial são complementares.

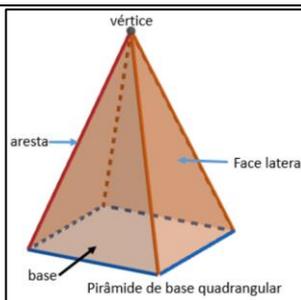
### 5.1.7 Atividades do Encontro 4

O quadro da Figura 45 exhibe as atividades/recursos utilizados neste encontro e o quadro da Figura 46 apresenta as referências empregadas.

Figura 45 – Objetos de conhecimento e atividades trabalhadas no Encontro 4.

#### REVISÃO DE PIRÂMIDES

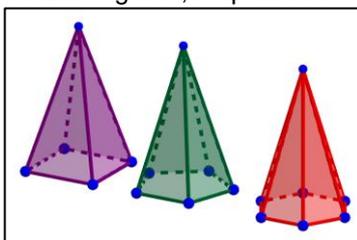
Elementos das Pirâmides:



Observe que esta Pirâmide possui sua base quadrangular e 4 faces triangulares. Observe também que as Pirâmides recebem seus nomes conforme o Polígono da base. Neste caso, o Polígono da base é um quadrado, portanto, esta Pirâmide chama-se Pirâmide de base quadrangular.

Se, por exemplo, o Polígono da base fosse um triângulo ela teria o nome de Pirâmide de base triangular, e assim por diante.

**Projete em RA** as Pirâmides abaixo. Em seguida, responda as questões.



**Questão 37:** quantas bases cada Pirâmide possui?

**Questão 38:** as bases das três Pirâmides são iguais? ( ) Sim. ( ) Não.

**Questão 39:** qual o nome do Polígono de cada base?

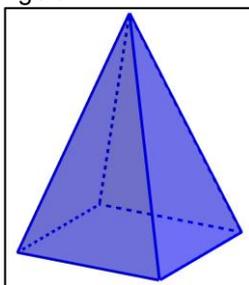
**Questão 40:** qual o nome do Polígono das faces laterais das três Pirâmides?

**Questão 41:** lembrando que cada Pirâmide tem seu nome relacionado ao Polígono da base (por exemplo: Pirâmide de base triangular; Pirâmide de base pentagonal), qual o nome destas Pirâmides?

**Questão 42:** com base nas respostas anteriores, quais características são comuns a todas as Pirâmides?

### MONTANDO SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

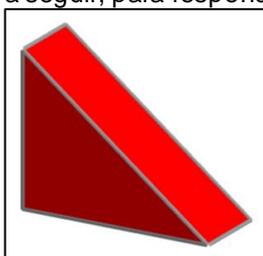
Observe esta Pirâmide de base quadrangular:



Ela é formada por 5 regiões planas, sendo 1 quadrado (base) e 4 triângulos (faces laterais).

**IMPORTANTE:** se você tiver dificuldades para visualizar as regiões da Pirâmide, faça a projeção da mesma em RA para analisar.

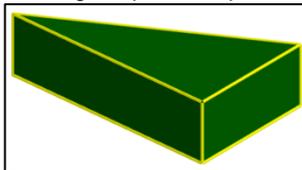
**Realize a projeção em RA** do sólido, a seguir, para responder as questões 43 e 44.



**Questão 43:** ele é formado por quantas regiões planas?

**Questão 44:** informe o nome das regiões planas.

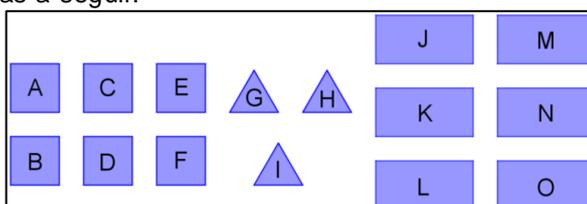
**Realize a projeção em RA** do sólido, a seguir, para responder as questões 45 e 46.



**Questão 45:** ele é formado por quantas regiões planas?

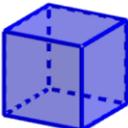
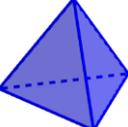
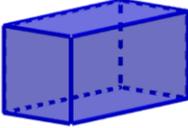
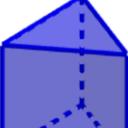
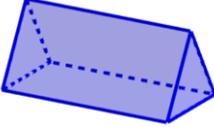
**Questão 46:** informe o nome das regiões planas.

Observe as regiões planas a seguir:



**47** – Escreva o nome de cada um destes Sólidos Geométricos e, em seguida, indique todos os que podem ser montados só com as regiões planas acima.

Escreva as letras das regiões que serão usadas em cada caso.

	Nome do sólido: Quais letras das regiões planas devem ser utilizadas para montá-lo?
	Nome do sólido: Quais letras das regiões planas devem ser utilizadas para montá-lo?
	Nome do sólido: Quais letras das regiões planas devem ser utilizadas para montá-lo?
	Nome do sólido: Quais letras das regiões planas devem ser utilizadas para montá-lo?
	Nome do sólido: Quais letras das regiões planas devem ser utilizadas para montá-lo?

Fonte: adaptado de Dante (2018a, 2018b); a pesquisa.

Figura 46 – Referências das atividades/recursos trabalhadas no Encontro 4.

Atividades/recursos	Referência
Pirâmides	Adaptado de Dante (2018a)
Montando Sólidos Geométricos	Adaptado de Dante (2018b)
Sólidos para projeção em RA	A pesquisa

Fonte: a pesquisa.

### 5.1.8 Análise *a priori* das atividades didáticas do encontro 4

O primeiro momento desta etapa da SD conclui as atividades de revisão tratando dos elementos, das características e da definição das Pirâmides. Inicia pelo reconhecimento dos elementos das Pirâmides e termina com a discriminação das características básicas deste poliedro.

Inaugura-se a fase de conteúdos novos trabalhando-se a formação dos Sólidos Geométricos, como segue: (i) apresenta-se exemplos destas figuras geométricas para os discentes identificarem (visualizarem) o número e a forma de suas regiões planas; (ii) em seguida ocorre o inverso, ou seja, são mostradas diferentes regiões planas e alguns sólidos. Os alunos devem determinar quais daqueles sólidos podem ser construídos utilizando-se somente as regiões planas disponibilizadas no exercício.

O recurso de imagem é utilizado para a revisão dos tópicos relacionados às Pirâmides objetivando que os discentes identifiquem os elementos deste poliedro. Por sua vez, a RA permite que eles visualizem as Pirâmides por todas as faces e ângulos, contribuindo sobremaneira na construção da sua definição.

A RA também é aplicada na visualização das regiões planas dos Sólidos Geométricos. Destaca-se, entretanto, que após esta visualização os alunos são conduzidos a observar os sólidos somente por intermédio de imagens. Ou seja, a RA é um recurso para aprimorar a habilidade da visualização em 2D, e não um fim em si mesma.

Em relação às cinco primeiras questões deste encontro, espera-se que os discentes concluam que:

- as Pirâmides possuem uma única base;
- as três Pirâmides ilustradas têm bases distintas;
- o polígono de cada base é, respectivamente, um quadrado, um pentágono e um hexágono;
- as faces laterais são triangulares;
- em relação à nomenclatura dos sólidos tem-se: Pirâmide de base quadrangular, pentagonal e hexagonal.

Quanto à questão 42, acredita-se que os participantes identificarão que as Pirâmides possuem as faces laterais triangulares e uma única base. Por outro lado, nas atividades 43 a 46, espera-se que os discentes identifiquem as figuras

componentes de cada sólido apresentado. Por fim, no que diz respeito às questões “47a” a “47b”, mesmo neste instante sem o apoio da RA, acredita-se que os alunos identificarão a nomenclatura de cada sólido, bem como as formas planas necessárias para construí-los.

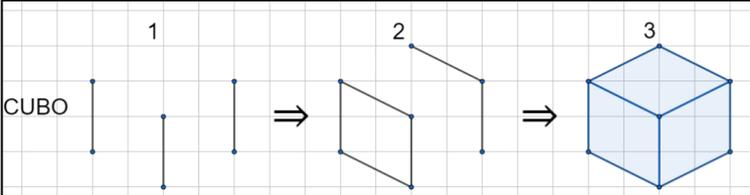
### 5.1.9 Atividades do Encontro 5

O quadro da Figura 47 exibe as atividades/recursos utilizados neste encontro e o quadro da Figura 48 apresenta as referências empregadas.

Figura 47 – Objetos de conhecimento e atividades trabalhadas no Encontro 5.

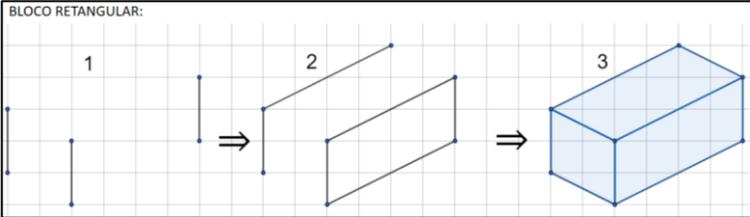
**SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO PLANO**

Sólidos Geométricos na malha  
Para facilitar o processo de representação dos Sólidos Geométricos no plano, podemos utilizar vários tipos de malhas (pontilhada, quadriculada, triangulada, etc).  
Observe a sequência de procedimentos para representar um cubo na malha quadriculada:



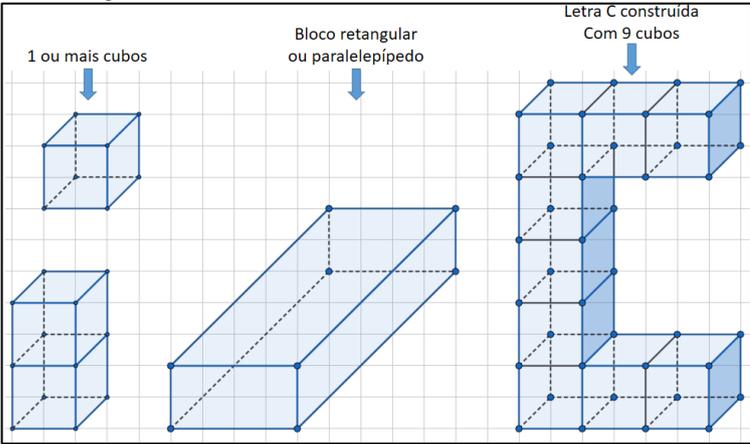
**ATIVIDADE 48** – Acesse o "GeoGebra Geometria" e construa um cubo seguindo a sequência de procedimentos apresentada anteriormente. Ao concluir a construção, faça uma captura de tela para enviar ao professor.

Construção do Bloco Retangular:



**ATIVIDADE 49** – Acesse o "GeoGebra Geometria" e construa um bloco retangular seguindo a sequência de procedimentos apresentada anteriormente. Ao concluir a construção, faça uma captura de tela para enviar ao professor.

Observe os exemplos a seguir:

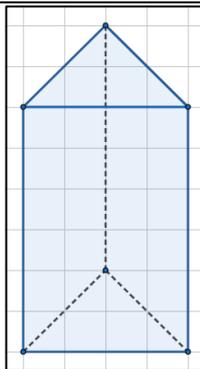


1 ou mais cubos

Bloco retangular ou paralelepípedo

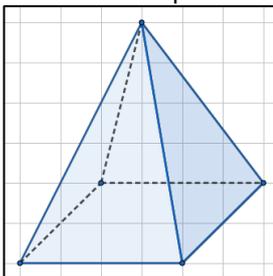
Letra C construída Com 9 cubos

**50)** Reproduza o poliedro, a seguir, em uma malha quadriculada.



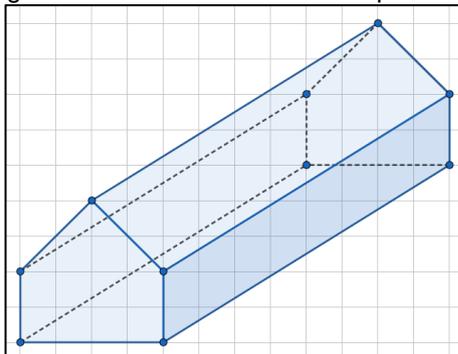
Após realizar o desenho, mande uma foto do mesmo para o professor.

**51)** Reproduza o Poliedro, a seguir, em uma malha quadriculada.



Após realizar o desenho, mande uma foto do mesmo para o professor.

**52)** Reproduza o Poliedro a seguir em uma folha com malha quadriculada.



Após realizar o desenho, mande uma foto do mesmo para o professor.

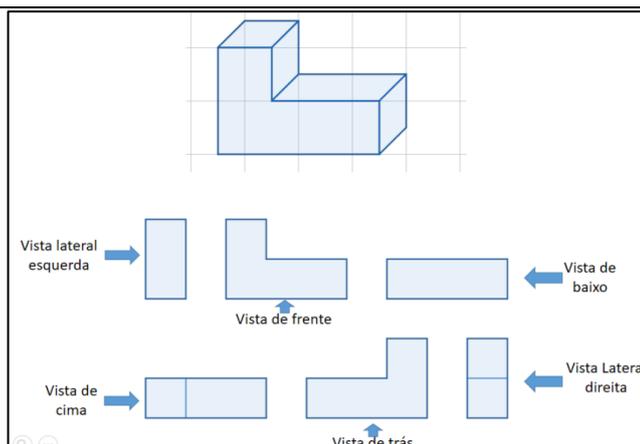
#### ATIVIDADE DE CONSTRUÇÃO EM DESENHO

**53)** Desenhe na malha quadriculada a letra F utilizando 10 cubos.

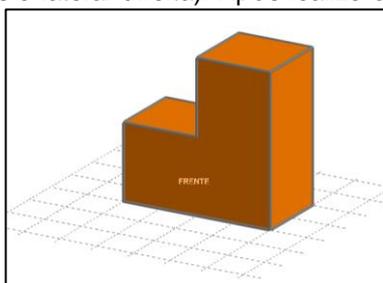
Após realizar o desenho, mande uma foto do mesmo para o professor.

#### VISTAS DE UM SÓLIDO GEOMÉTRICO

Um sólido geométrico pode ser observado de várias posições e o desenho que registra o que vemos é conhecido como VISTA do sólido geométrico. Observe as vistas do sólido a seguir:



**54)** Realize a projeção do sólido a seguir em RA e observe todas as principais vistas (lateral esquerda, frente, baixo, cima, trás e lateral direita). Após realize os desenhos que se pede.

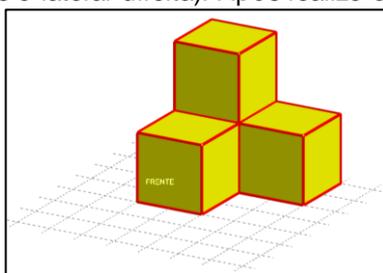


Desenhe as seguintes vistas do sólido acima:

- 1- vista lateral esquerda;
- 2- vista de frente;
- 3- vista de baixo;
- 4- vista de cima;
- 5- vista de trás;
- 6- vista lateral direita;

**IMPORTANTE:** após realizar os desenhos, lembre-se de tirar fotos dos mesmos para enviar ao professor.

**55)** Realize a projeção do sólido a seguir em RA e observe todas as principais vistas (lateral esquerda, frente, baixo, cima, trás e lateral direita). Após realize os desenhos que se pede.

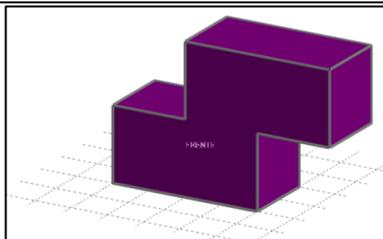


Desenhe as seguintes vistas do sólido acima:

- 1- vista lateral esquerda;
- 2- vista de frente;
- 3- vista de baixo;
- 4- vista de cima;
- 5- vista de trás;
- 6- vista lateral direita;

**IMPORTANTE:** após realizar os desenhos, lembre-se de tirar fotos dos mesmos para enviar ao professor.

**56)** Realize a projeção do sólido a seguir em RA e observe todas as principais vistas (lateral esquerda, frente, baixo, cima, trás e lateral direita). Após realize os desenhos que se pede.

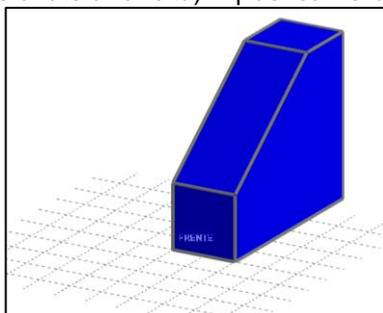


Desenhe as seguintes vistas do sólido acima:

- 1- vista lateral esquerda;
- 2- vista de frente;
- 3- vista de baixo;
- 4- vista de cima;
- 5- vista de trás;
- 6- vista lateral direita;

**IMPORTANTE:** após realizar os desenhos, lembre-se de tirar fotos dos mesmos para enviar ao professor.

**57)** Realize a projeção do sólido a seguir em RA e observe todas as principais vistas (lateral esquerda, frente, baixo, cima, trás e lateral direita). Após realize os desenhos que se pede.

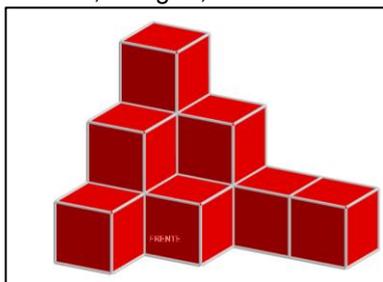


Desenhe as seguintes vistas do sólido acima:

- 1- vista lateral esquerda;
- 2- vista de frente;
- 3- vista de cima;

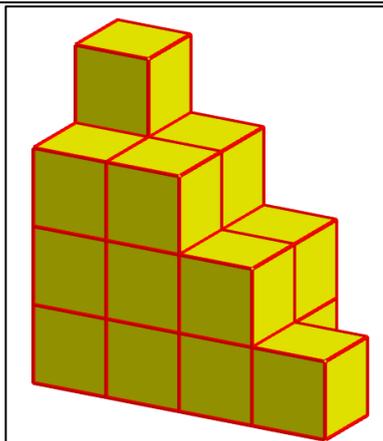
**IMPORTANTE:** após realizar os desenhos, lembre-se de tirar fotos dos mesmos para enviar ao professor.

**58)** Realize a projeção da pilha de cubos, a seguir, em RA e analise quantos cubos há na pilha.



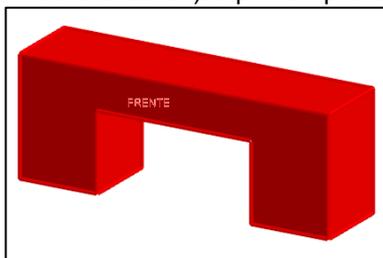
Responda: qual o número total de cubos?

**59)** Realize a projeção da pilha de cubos, a seguir, em RA e analise quantos cubos há na pilha.



Responda: qual o número total de cubos?

**60)** Realize a projeção do sólido a seguir em RA e observe todas as principais vistas (lateral esquerda, frente, baixo, cima, trás e lateral direita). Após responda as questões.

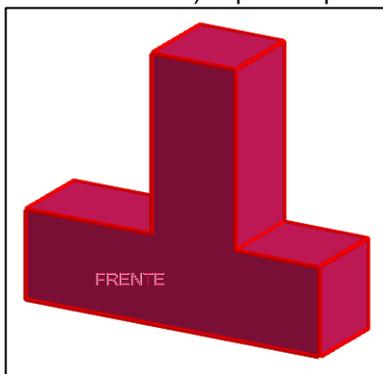


Desenhe:

1- vista de baixo.

**IMPORTANTE:** após realizar os desenhos, lembre-se de tirar fotos dos mesmos para enviar ao professor.

**61)** Realize a projeção do sólido a seguir em RA e observe todas as principais vistas (lateral esquerda, frente, baixo, cima, trás e lateral direita). Após responda as questões.



Desenhe as seguintes vistas do sólido acima:

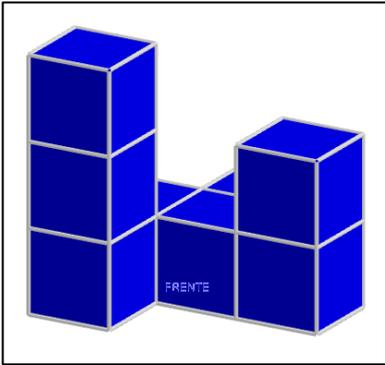
1- vista lateral esquerda;

2- vista de cima;

3- vista de trás;

**IMPORTANTE:** após realizar os desenhos, lembre-se de tirar fotos dos mesmos para enviar ao professor.

**62)** Realize a projeção dos cubos, a seguir, em RA e observe todas as principais vistas (lateral esquerda, frente, baixo, cima, trás e lateral direita). Após responda as questões.



Desenhe as vistas deste sólido:

- 1- vista lateral esquerda;
- 2- vista de frente;
- 3- vista de cima;
- 4- vista de trás;
- 5- vista lateral direita;

IMPORTANTE: após realizar os desenhos, lembre-se de tirar fotos dos mesmos para enviar ao professor.

**63)** Qual o número total de cubos?

Fonte: adaptado de Dante (2018b); a pesquisa.

Figura 48 – Referências das atividades/recursos trabalhadas no Encontro 5.

Atividades/recursos	Referência
Sólidos Geométricos no Plano e Vistas de um Sólido Geométrico	Adaptado de Dante (2018b)
Sólidos para Projeção em RA	A pesquisa

Fonte: a pesquisa.

### 5.1.10 Análise *a priori* das atividades didáticas do encontro 5

Este encontro inicia com atividades didáticas que preparam os discentes para desenvolver as habilidades de (i) desenhar Sólidos Geométricos no plano e (ii) reconhecer e desenhar as diferentes vistas de um objeto tridimensional. Para desenhar os sólidos no plano eles observam uma malha quadriculada contendo a sequência de procedimentos que geram o desenho final. Em relação à habilidade (ii), os discentes analisam as diferentes vistas (lateral esquerda, frente, baixo, cima, trás e lateral direita) de um sólido construído na malha quadriculada. O encontro é concluído com atividades para desenvolver a habilidade (iii), ou seja, reconhecer a quantidade total de cubos contidos em uma pilha.

Além do recurso de imagens, utiliza-se o GeoGebra Geometria para a construção de desenhos na malha quadriculada, contando com o auxílio da ferramenta “segmento”. Após o uso deste recurso tecnológico, os discentes representam graficamente as três dimensões dos sólidos em folhas A4 quadriculadas, que por óbvio são bidimensionais. Por sua vez, para a visualização (para desenhar) das diferentes vistas de um sólido geométrico e o reconhecimento da quantidade de

cubos empilhados, recorre-se à RA como facilitadora da observação por todos os ângulos possíveis.

Quanto às representações dos sólidos no plano, acredita-se que com o apoio do GeoGebra Geometria e o auxílio das folhas quadriculadas, os discentes desenvolvam a habilidade de realizar os desenhos no plano. Em relação às distintas vistas de um sólido e às atividades relativas aos cubos empilhados, espera-se que com a realização das projeções em RA os alunos desenvolvam a habilidade de visualização para a representação nas folhas quadriculadas. Portanto, acredita-se que a realização destas atividades contribui para desenvolver a habilidade de visualização fazendo com que os participantes, nas próximas atividades, não necessitem do apoio da RA.

### 5.1.11 Atividades do Encontro 6

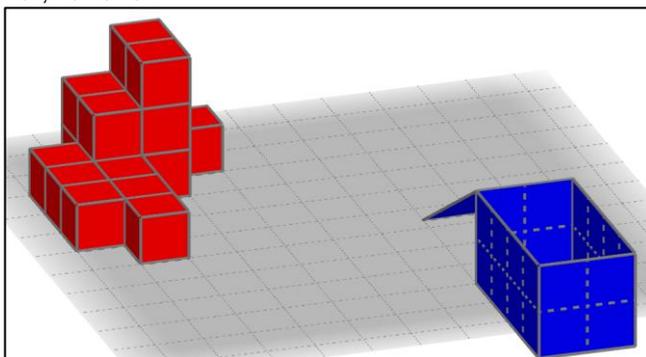
O quadro da Figura 49 exhibe as atividades/recursos utilizados neste encontro e o quadro da Figura 50 apresenta as referências empregadas.

Figura 49 – Objetos de conhecimento e atividades trabalhadas no Encontro 6.

#### DESAFIO DAS CAIXAS

**IMPORTANTE:** se possível, realize as projeções em Realidade Aumentada em um lugar que tenha bastante espaço (de preferência no pátio de sua casa) para você conseguir analisar os objetos de todos os ângulos.

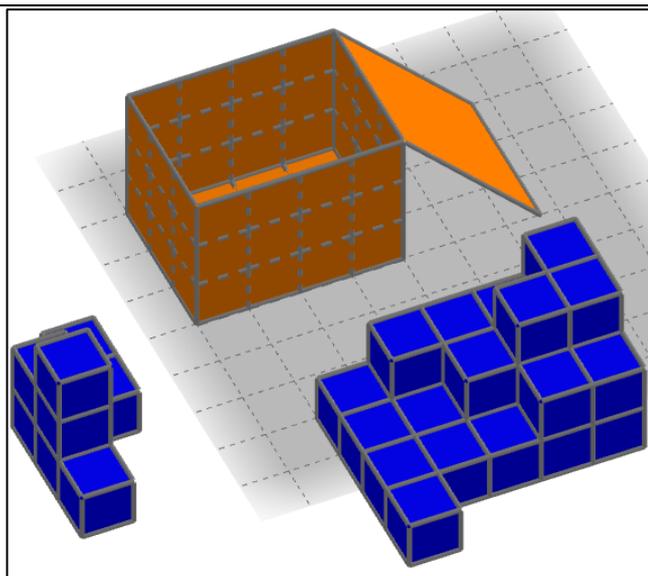
**64) CAIXA 01:** Realize a projeção em Realidade Aumentada e observe a caixa e as PILHAS DE CUBOS de todos ângulos. Faça capturas de tela da projeção e envie ao professor. Após a análise, responda as questões “a”, “b” e “c”.



- a) Qual o número total de cubos que estão fora da caixa?  
 b) Qual é o número máximo de cubos que cabem dentro da caixa?  
 c) Todos os cubos, que estão fora da caixa, cabem dentro dela? ( ) Sim. ( ) Não.

**IMPORTANTE:** lembre-se de realizar capturas de tela da projeção em Realidade Aumentada para enviá-las ao professor. Você pode anexar as capturas aqui no *Google Classroom* ou mandá-las para o *Whatsapp* do professor.

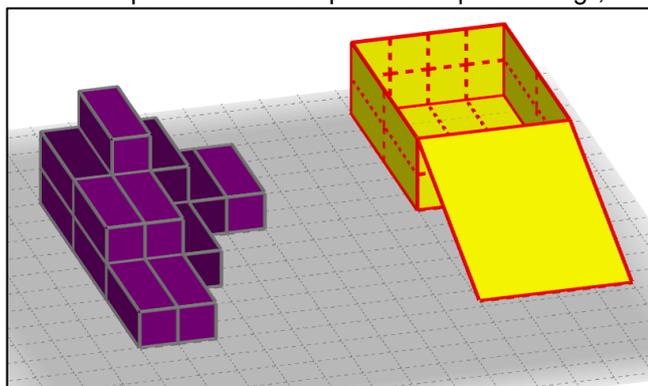
**65) CAIXA 02:** realize a projeção em Realidade Aumentada e observe a caixa e as PILHAS DE CUBOS de todos ângulos. Faça capturas de tela da projeção e envie ao professor. Após a análise responda às questões “d”, “e” e “f”.



- d) qual o número total de cubos que estão fora da caixa?  
 e) qual é o número máximo de cubos que cabem dentro da caixa?  
 f) todos os cubos, que estão fora da caixa, cabem dentro dela? ( ) Sim. ( ) Não.

IMPORTANTE: lembre-se de realizar capturas de tela da projeção em Realidade Aumentada para enviá-las ao professor. Você pode anexar as capturas aqui no *Google Classroom* ou mandá-las para o *Whatsapp* do professor.

**66) CAIXA 03:** Realize a projeção em Realidade Aumentada e observe a caixa e as PILHAS DE BLOCOS RETANGULARES (PARALELEPÍPEDOS) de todos ângulos. Faça capturas de tela da projeção e envie ao professor. Após a análise responda às questões “g”, “h” e “i”.

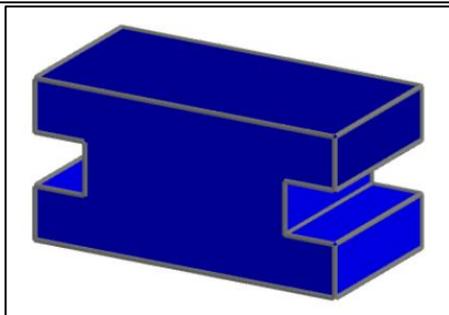


- g) Qual o número total de blocos retangulares que estão fora da caixa?  
 h) Qual é o número máximo de blocos retangulares que cabem dentro da caixa?  
 i) Todos os blocos retangulares, que estão fora da caixa, cabem dentro dela? ( ) Sim. ( ) Não.

IMPORTANTE: lembre-se de realizar capturas de tela da projeção em Realidade Aumentada para enviá-las ao professor. Você pode anexar as capturas aqui no *Google Classroom* ou mandá-las para o *Whatsapp* do professor.

#### ATIVIDADES SEM USO DA RA

Observe este sólido para responder as questões 67, 68, 69 e 70.



**QUESTÃO 67:** a vista frontal é igual a vista de trás? ( ) Sim. ( ) Não.

**QUESTÃO 68:** a vista de cima é igual a vista de baixo? ( ) Sim. ( ) Não.

**QUESTÃO 69:** a vista lateral esquerda é igual a vista lateral direita? ( ) Sim. ( ) Não.

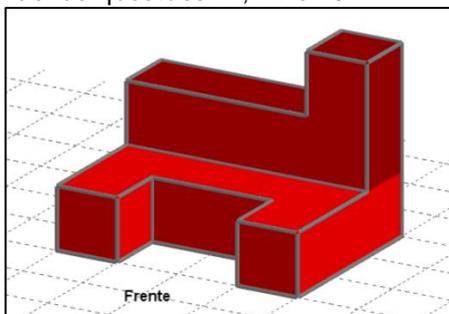
**QUESTÃO 70:** desenhe em uma folha de ofício.

a) vista de trás;

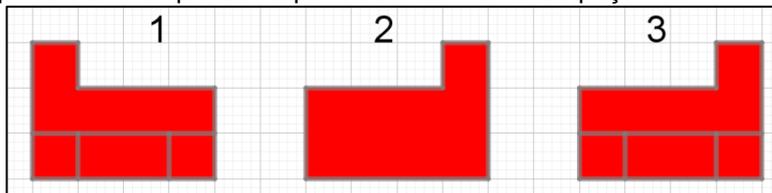
b) vista lateral direita.

**IMPORTANTE:** lembre-se de enviar fotos dos desenhos realizados.

Observe esta peça para responder as questões 71, 72 e 73.



**QUESTÃO 71:** qual o número que corresponde a vista frontal da peça?



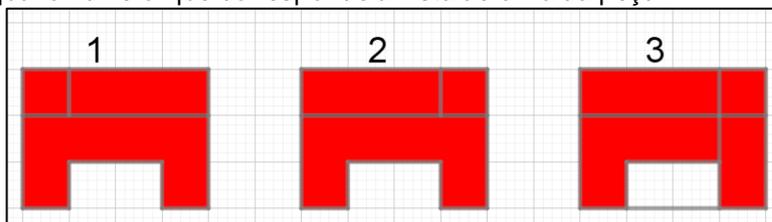
Assinale sua resposta aqui:

( ) 1

( ) 2

( ) 3

**QUESTÃO 72:** qual o número que corresponde a vista de cima da peça?



Assinale sua resposta aqui:

( ) 1

( ) 2

( ) 3

**QUESTÃO 73:** qual o número que corresponde a vista lateral esquerda da peça?

Assinale sua resposta aqui:

( ) 1  
( ) 2  
( ) 3

Observe este sólido para responder as questões 74, 75, 76 e 77.

**QUESTÃO 74:** a vista frontal é igual a vista de trás? ( ) Sim. ( ) Não.  
**QUESTÃO 75:** a vista de cima é igual a vista de baixo? ( ) Sim. ( ) Não.  
**QUESTÃO 76:** a vista lateral esquerda é igual a vista lateral direita? ( ) Sim. ( ) Não.  
**QUESTÃO 77:** desenhe em uma folha de ofício.

c) Vista de baixo;  
d) Vista lateral esquerda.

**IMPORTANTE:** lembre-se de tirar fotos dos desenhos realizados.

Fonte: a pesquisa.

Figura 50 – Referências das atividades/recursos trabalhadas no Encontro 6.

Atividades/recursos	Referência
Desafios das Caixas	A pesquisa
Atividades sem o apoio da RA	A pesquisa

Fonte: a pesquisa.

### 5.1.12 Análise *a priori* das atividades didáticas do encontro 6

As primeiras atividades didáticas deste encontro são apresentadas em forma de desafios denominados “desafios das caixas”. A habilidade da visualização é relacionada a estes desafios, visto que os alunos precisam analisar as pilhas – de cubos ou paralelepípedos – para identificar a quantidade total de sólidos e se eles cabem dentro das caixas. Cabe lembrar que no encontro 5 a terceira e última atividade trabalha o reconhecimento do total de cubos contidos em uma pilha. Portanto, os desafios do encontro 6 servem para dar continuidade ao desenvolvimento da habilidade da visualização.

O segundo conjunto de atividades deste encontro se refere à análise das diferentes vistas de um sólido, e, assim, também dá continuidade àquelas trabalhadas no encontro 5. Aqui os discentes respondem questões e constroem desenhos após

analisarem apenas imagens estáticas, isto é, sem o recurso da RA. Isto objetiva complementar os exercícios envolvendo pilhas de cubos – sem o uso da RA – contemplados no último encontro.

Quanto aos “desafios das caixas”, espera-se que os alunos informem (i) o total exato de objetos, (ii) o número exato de objetos que cabem dentro da caixa e (iii) se todos os objetos que estão fora da caixa cabem dentro da mesma. Sabendo que os discentes contarão com o auxílio das projeções em RA e, portanto, observarão as pilhas de sólidos e as caixas por todos os ângulos, acredita-se que informarão os resultados exatos. Concernente às atividades relativas à análise das diferentes vistas de um sólido, espera-se que os discentes realizem os desenhos corretamente e respondam as questões sem erros. Afinal, mesmo privados do auxílio da RA, acredita-se que neste momento eles já desenvolveram a habilidade da visualização.

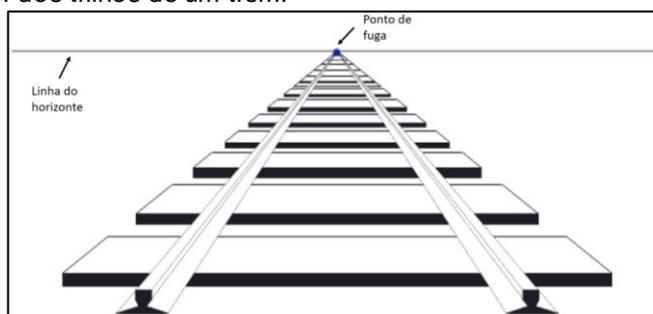
### 5.1.13 Atividades do Encontro 7

O quadro da Figura 51 exhibe as atividades/recursos utilizados neste encontro e o quadro da Figura 52 apresenta as referências empregadas.

Figura 51 – Objetos de conhecimento e atividades trabalhadas no Encontro 7.

#### DESENHANDO EM PERSPECTIVA

Examine esta imagem dos trilhos de um trem.



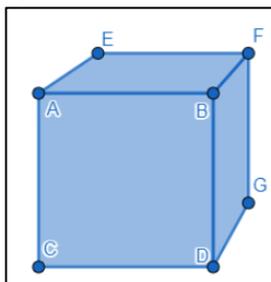
Ao fundo, temos a linha do horizonte (LH), uma linha imaginária. Essa linha do horizonte é sempre considerada ao nível (altura) dos olhos do observador.

Sabemos que os dois trilhos, em que passam as rodas do trem, são paralelos, mas nesta imagem eles parecem se encontrar em um ponto da linha do horizonte. Esse ponto é chamado ponto de fuga (PF).

Desenhar objetos em perspectiva é desenhá-los como eles aparecem em uma foto.

**EXEMPLO 01:** observe o passo a passo para desenhar um cubo em perspectiva.

Esboço do cubo que queremos desenhar:

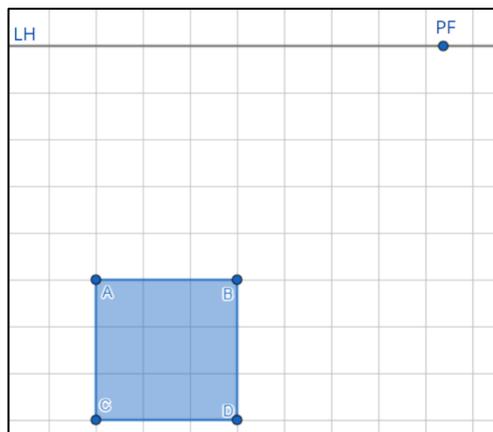


Observe que as faces do cubo que conseguimos ver são: frontal, lateral direita e face de cima (superior).

Conseguimos visualizar a face superior do cubo, portanto, isso significa que a linha do horizonte está acima dele.

Conseguimos visualizar, também, a face lateral direita do cubo. Isso significa que o ponto de fuga está à direita dele.

**1º passo:** desenhe a vista frontal do objeto, trace a linha do horizonte e marque nela um ponto de fuga.



RECAPITULANDO: no esboço conseguimos ver a face de cima do cubo, logo, a linha do horizonte fica acima dele.

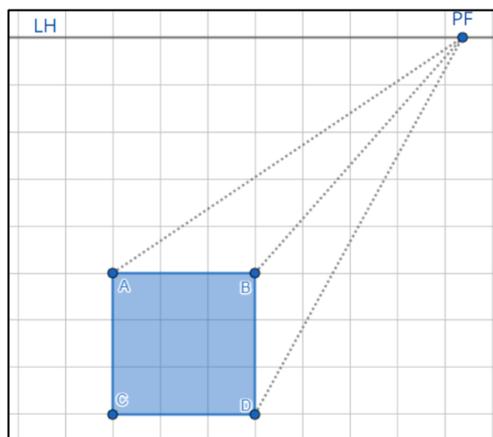
Também conseguimos ver a face lateral direita do cubo. Logo, o ponto de fuga está à direita dele.

EM RELAÇÃO AO PRIMEIRO PASSO, RESPONDA:

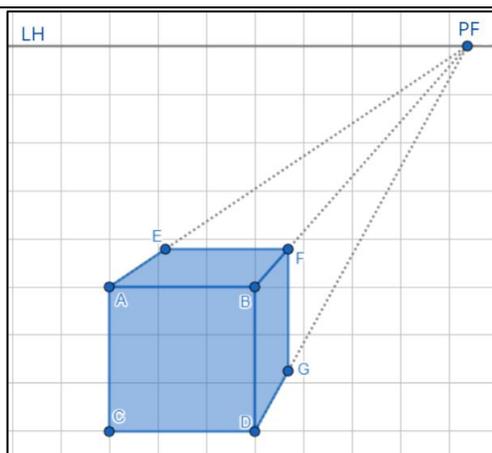
78) Os segmentos  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$  são paralelos a linha do horizonte? ( ) Sim. ( ) Não.

79) Os segmentos  $\overline{AC}$  e  $\overline{BD}$  são perpendiculares a linha do horizonte? ( ) Sim. ( ) Não.

**2º passo:** a partir dos vértices da face frontal, trace segmentos de retas pontilhadas que convergem para o ponto de fuga.



**3º passo:** trace segmentos de reta paralelos às arestas da face frontal de maneira conveniente e utilizando medidas de comprimento arbitrárias.

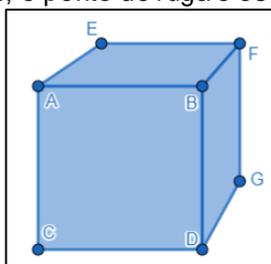


EM RELAÇÃO AO 3º PASSO, RESPONDA:

80) O segmento  $\overline{EF}$  é paralelo ao segmento  $\overline{AB}$  e a linha do horizonte? ( ) Sim. ( ) Não.

81) O segmento  $\overline{FG}$  é perpendicular a linha do horizonte? ( ) Sim. ( ) Não.

4º passo: apague a linha do horizonte, o ponto de fuga e os segmentos de reta tracejados.



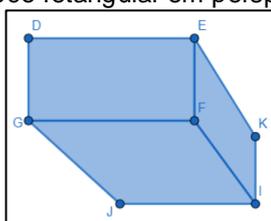
**ATIVIDADE DE DESENHO (a):** desenhe um cubo em perspectiva com linha do horizonte abaixo do sólido e ponto de fuga a esquerda do sólido. Lembre-se de sempre iniciar os desenhos em perspectiva com a face frontal (vista frontal) do objeto que se deseja desenhar.

IMPORTANTE: tire foto do desenho e mande para o professor.

Após desenhar, responda:

**Questão 82:** quais faces do cubo podemos ver?

Observe a seguir, o esboço de um bloco retangular em perspectiva.



Faça a observação para responder as questões 83, 84 e 85 e realizar a atividade de desenho "b".

**Questão 83:** marque a alternativa correta sobre qual face do objeto podemos ver.

( ) Face de baixo (inferior).

( ) Face de cima (superior).

**Questão 84:** sendo assim, neste caso, a linha do horizonte está acima ou abaixo do objeto?

( ) acima.

( ) abaixo.

**Questão 85:** o ponto de fuga está localizado a direita ou a esquerda do objeto? Justifique sua resposta.

**ATIVIDADE DE DESENHO (b)**

Siga os passos 1, 2, 3 e 4 para desenhar o bloco retangular (esboçado acima) e tire foto de cada passo realizado.

IMPORTANTE: lembre-se de enviar as fotos para o professor.

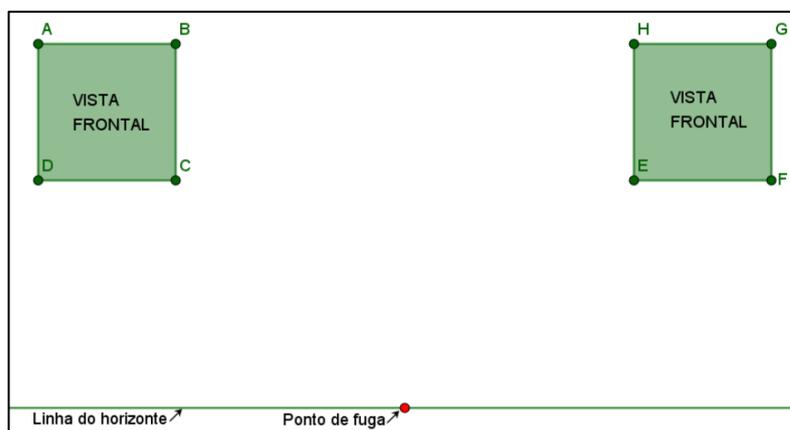
**EXEMPLO 02:** Observe que podemos desenhar mais de um objeto utilizando a mesma linha do horizonte e o mesmo ponto de fuga.



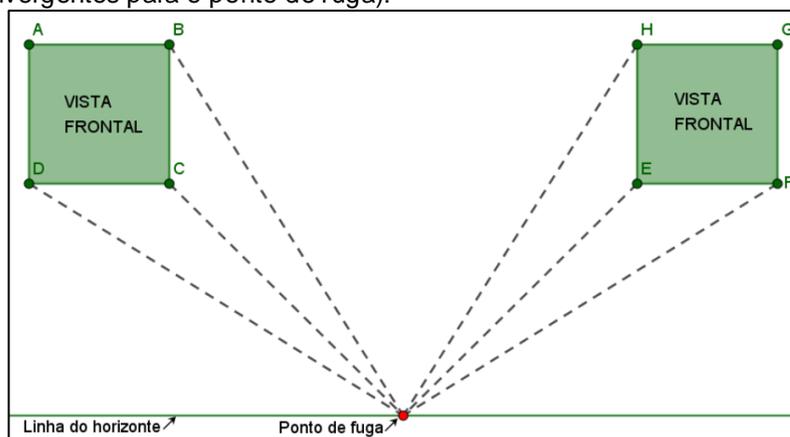
ANALISANDO OS 2 CUBOS ACIMA, PODEMOS PERCEBER QUE:

- 1- conseguimos ver a face de baixo dos 2 cubos. Portanto, a linha do horizonte está abaixo deles;
- 2- em relação ao CUBO 01, conseguimos ver a face lateral direita. Portanto, o ponto de fuga está à direita dele;
- 3- em relação ao CUBO 02, conseguimos ver a face lateral esquerda. Portanto, o ponto de fuga está à esquerda dele.

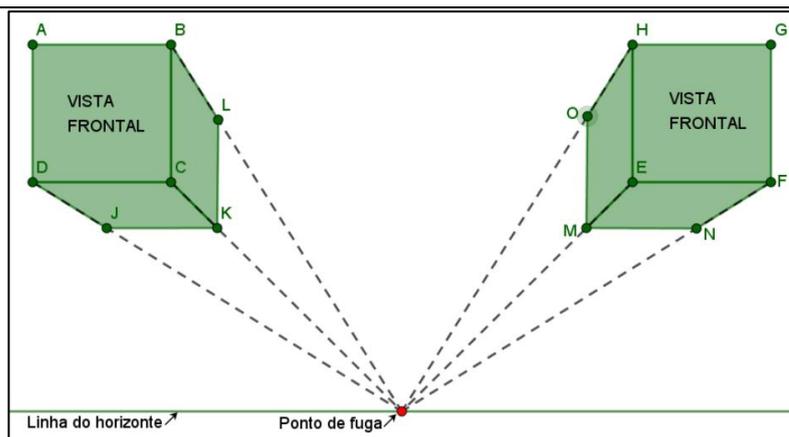
**Realizando o 1º passo** (desenhando a vista frontal dos cubos, a linha do horizonte e o ponto de fuga):



**Realizando o 2º passo** (a partir dos vértices das vistas frontais, traçando segmentos de retas pontilhadas convergentes para o ponto de fuga):



**Realizando o 3º passo** (traçando segmentos de retas paralelos às arestas das faces frontais de maneira conveniente e utilizando medidas arbitrárias):



**Realizando o 4º passo** (apagando a linha do horizonte, o ponto de fuga e os segmentos de reta tracejados):



**ATIVIDADE DE DESENHO (c):** faça um desenho livre em perspectiva. Utilize sua criatividade ou pesquise algum exemplo na internet.

Após desenhar, descreva o passo a passo para a realização do mesmo, informando quais segmentos são paralelos ou perpendiculares a linha do horizonte.

**IMPORTANTE:** lembre-se de enviar as fotos para o professor.

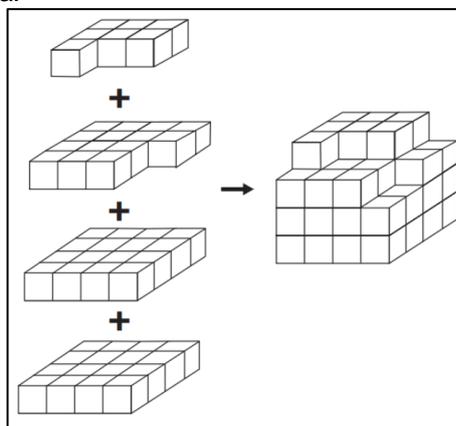
**ATIVIDADE DE DESENHO (d):** desenhe a letra "L" em perspectiva.

**IMPORTANTE:** após desenhar, mande as fotos da construção para o professor.

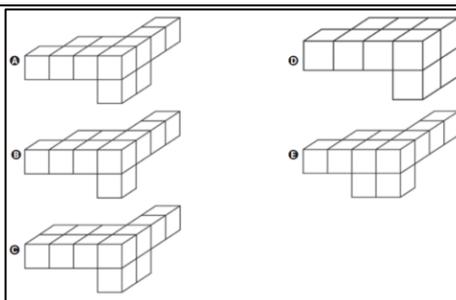
### DESAFIOS FINAIS

**86) DESAFIO 01 – ENEM (2018):** Minecraft é um jogo virtual que pode auxiliar no desenvolvimento de conhecimentos relacionados a espaço e forma. É possível criar casas, edifícios, monumentos e até naves espaciais, tudo em escala real, através do empilhamento de cubinhos.

Um jogador deseja construir um cubo com dimensões 4 x 4 x 4. Ele já empilhou alguns dos cubinhos necessários, conforme a figura.



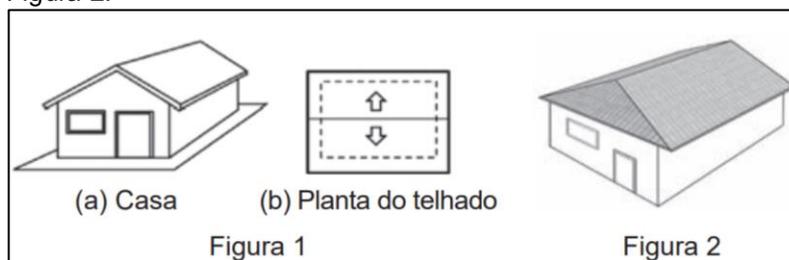
Os cubinhos que ainda faltam empilhar para finalizar a construção do jogo, juntos, formam uma peça única, capaz de completar a tarefa.



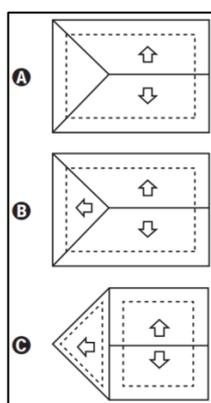
Marque a alternativa que corresponde ao formato da peça capaz de completar o cubo 4 x 4 x 4.

- ( ) A  
 ( ) B  
 ( ) C  
 ( ) D  
 ( ) E

**87) DESAFIO 02** – Adaptado de ENEM (2020): a Figura 1 apresenta uma casa e a planta do seu telhado, em que as setas indicam o sentido do escoamento da água de chuva. Um pedreiro precisa fazer a planta do escoamento da água de chuva de um telhado que tem três caídas de água, como apresentado na Figura 2.



A figura que representa a planta do telhado da Figura 2 com o escoamento da água de chuva que o pedreiro precisa fazer é



Marque a alternativa correta

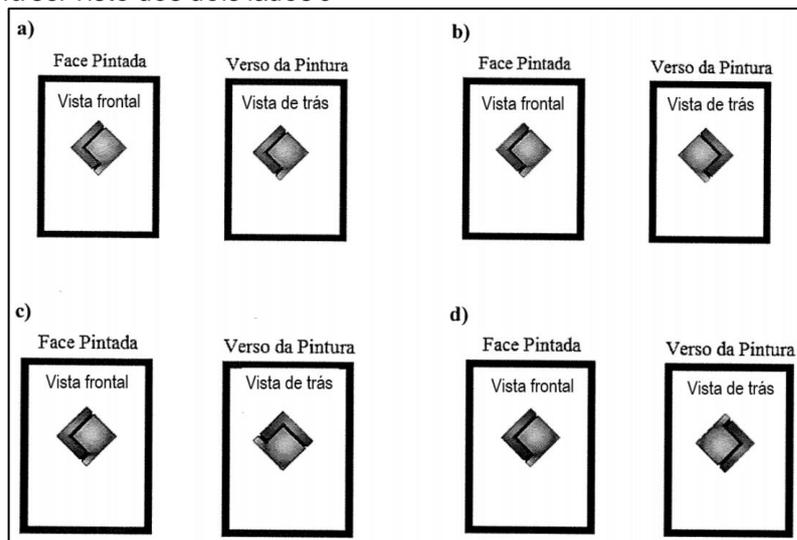
- ( ) A  
 ( ) B  
 ( ) C

**88) DESAFIO 03** – Adaptado de Fundação Liberato (Cunha, 2017): em 2017 a Fundação Liberato comemora 50 anos de existência. Para homenagear a escola, a aluna Eduarda fará uma pintura do logotipo da Fundação Liberato (conforme figura 1). Essa pintura será feita em apenas uma das faces de um quadro de vidro incolor, de modo que, pela transparência do vidro, seja possível visualizar o logotipo no verso do quadro.

### Figura I – Logotipo da Fundação Liberato

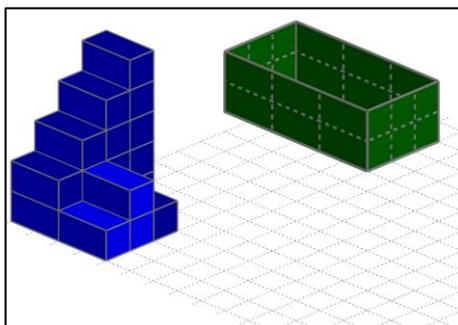


Considerando que cada alternativa ilustra, primeiramente, a face pintada (vista frontal) e, em seguida, o verso (vista de trás) dessa pintura, a alternativa que melhor representa a maneira como o logotipo poderá ser visto dos dois lados é



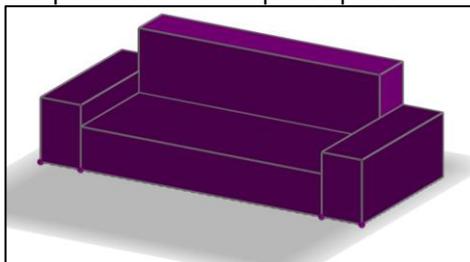
- ( ) a  
 ( ) b  
 ( ) c  
 ( ) d

89) DESAFIO 04: observe a pilha de blocos retangulares e a caixa para responder as questões a, b e c a seguir.



- a) Qual é o número total de blocos retangulares que estão fora da caixa?  
 b) Qual o número máximo de blocos retangulares que cabem dentro da caixa?  
 c) Todos os blocos retangulares que estão fora da caixa cabem dentro dela? ( ) Sim ( ) Não

90) DESAFIO 05: observe o sofá para desenhar o que se pede.

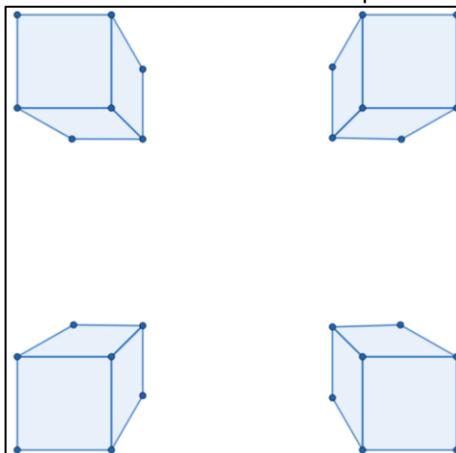


**DESENHE:**

- 1- vista frontal do sofá;
- 2- vista lateral esquerda;
- 3- vista lateral direita;
- 4- vista de trás.

**IMPORTANTE:** lembre-se de tirar fotos para enviá-las ao professor.

**91) DESAFIO 6:** desenhe os 4 cubos a seguir, utilizando a mesma linha do horizonte e o mesmo ponto de fuga. Apresente onde está a linha do horizonte e o ponto de fuga.



**IMPORTANTE:** lembre-se de tirar fotos do passo a passo e enviar para o professor.

Fonte: adaptado de Fundação Liberato (Cunha, 2017); Brasil (2018); adaptado de Dante (2018b); adaptado de Brasil (2020); a pesquisa.

Figura 52 – Referências das atividades/recursos trabalhadas no Encontro 7.

<b>Atividades/recursos</b>	<b>Referência</b>
Desenhos em Perspectiva	Adaptado de Dante (2018b)
Desafio 01	BRASIL (2018)
Desafio 02	Adaptado de BRASIL (2020)
Desafio 03	Adaptado de Fundação Liberato (Cunha, 2017)
Desafios 04, 05 e 06	A pesquisa

Fonte: a pesquisa.

### 5.1.14 Análise *a priori* das atividades didáticas do encontro 7

Neste encontro as atividades didáticas trabalham práticas (i) para os discentes desenharem sólidos em perspectiva utilizando linha do horizonte e ponto de fuga, e (ii) que permitam avaliar a capacidade de visualização espacial dos alunos para desenhar objetos tridimensionais. Na etapa (i), inicialmente os discentes visualizam uma sucessão de desenhos e a sequência de ações necessárias para a criação de cada um deles. Estes servem para que em seguida eles sintam-se habilitados a desenhar sólidos em perspectiva utilizando linha do horizonte e ponto de fuga.

No segundo momento deste encontro, ocorre a aplicação das atividades da etapa (ii), denominadas em conjunto de “desafios finais”. Estas são as últimas questões da SD que, somadas às anteriores, permitirão verificar o quanto cada aluno desenvolveu da habilidade de visualizar para desenhar objetos tridimensionais. Aqui,

seis desafios são apresentados, sendo destes, dois retirados do ENEM, um da Fundação Liberato e o restante construído pelo professor pesquisador.

Inicia-se com recursos de imagens em malhas quadriculadas para introduzir os desenhos em perspectiva. De pronto, ressalta-se aos alunos que desenhar objetos em perspectiva nada mais é do que desenhá-los da forma como são vistos, isto é, como eles aparecem em uma foto. Por outro lado, para a realização dos “desafios finais”, os discentes não recebem apoio de recursos didáticos, ou seja, lhes é apresentado apenas as questões e salientado que estas devem ser efetuadas com base nos conhecimentos que cada um construiu ao longo da realização das oficinas.

Em relação aos desenhos em perspectiva, acredita-se que os alunos percebam as relações de paralelismo e perpendicularismo entre as faces (de trás e frontal do objeto que está sendo desenhado) com a linha do horizonte. Também se espera que eles compreendam as relações sobre a localização do ponto de fuga e as faces visíveis do objeto em estudo. Por exemplo, se além da face frontal do sólido, também aparecem a face superior e a lateral direita, isto significa que o ponto de fuga está localizado à direita e acima do sólido.

Até chegar aos “desafios finais”, as propostas didáticas objetivam, diretamente ou indiretamente, ora com e ora sem o apoio das tecnologias, desenvolver a habilidade da visualização para desenhar em perspectiva. Portanto, acredita-se que tanto nas atividades relacionadas somente a visualização, quanto as relacionadas a visualizar para após desenhar, os discentes que seguirem com atenção a SD, conseguirão efetuá-las de forma correta.

## 5.2 A APLICAÇÃO E A VALIDAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Inicialmente os participantes responderam duas questões sobre a manipulação do aplicativo GeoGebra e a ferramenta de RA nas aulas de Matemática, como segue: (i) “Nas aulas de Matemática você já utilizou o aplicativo GeoGebra em seu *Smartphone*?” e (ii) “Você já utilizou Realidade Aumentada com o GeoGebra 3D?” Na primeira interrogação, dos 25 participantes, 21 nunca havia manuseado o aplicativo GeoGebra em seu *smartphone*, enquanto os quatro restantes informaram não lembrar. O resultado ainda é maior na segunda questão: 24 responderam “Não” e apenas um participante informou “Não lembro”.

### 5.3 AS ANÁLISES A POSTERIORI

A seguir apresenta-se as análises *a posteriori* dos encontros. Para as análises, os discentes foram identificados por letras maiúsculas do alfabeto de A até Y, resguardando as identidades dos menores de idade que participaram da pesquisa.

A realização das análises dos encontros 1, 2, 3 e 4 foram efetuadas com apresentação de todas as questões, visto terem sido propostas como uma revisão dos objetos de conhecimento. Entretanto, a quase totalidade dos discentes relataram desconhecer os conteúdos apresentados. Isto reflete uma realidade que já fora tratada pelos PCN em 1998, quando afirmavam que a Geometria tinha pouco destaque nas aulas de Matemática (BRASIL, 1998). Passados mais de 15 anos, Oliveira (2015) e Bongiovanni (2016), mostram que, infelizmente, tal situação permanece nas salas de aula da Educação Básica, o que é referendado pela presente pesquisa.

A partir do Encontro 5 as atividades da SD estão divididas em atividades âncoras e atividades de acompanhamento. As primeiras se caracterizam por aquelas de especial relevância, pois servem para (i) validar as hipóteses da pesquisa e (ii) identificar as contribuições da SD para a aprendizagem da Geometria Espacial. Por sua vez, as atividades de acompanhamento surgem como suporte para os discentes realizarem as atividades âncoras. Neste cenário, destaca-se que são aqui discutidas exclusivamente as atividades âncoras, em consonância ao referencial teórico adotado.

Nos tópicos seguintes se realiza a última fase da Engenharia Didática, ou seja, busca-se efetuar uma comparação do que era esperado (análises *a priori*) e o que, de fato, se sucedeu (análises *a posteriori*). Em vista disso, os objetivos e conceitos matemáticos envolvidos, de cada encontro, serão abordados novamente, no entanto, desta vez, de forma resumida, visto que eles se encontram devidamente descritos no subcapítulo 5.2.

Inicialmente, o tempo determinado para cada aula foi de 90 minutos, todavia, os encontros 1, 3, 4 e 6 tiveram quantidade menor de atividades/questões propostas em relação às aulas 2, 5 e 7. Por este motivo, estes encontros ocorreram com 120 minutos de duração, conforme exibição do quadro da Figura 53.

Figura 53 – Tempo de duração de cada encontro.

	<b>Duração</b>	<b>Atividades/Questões</b>
<b>Encontro 1</b>	90 minutos	1 a 5
<b>Encontro 2</b>	120 minutos	6 a 26
<b>Encontro 3</b>	90 minutos	27 a 36
<b>Encontro 4</b>	90 minutos	37 a 47

<b>Encontro 5</b>	120 minutos	48 a 63
<b>Encontro 6</b>	90 minutos	64 a 77
<b>Encontro 7</b>	120 minutos	78 a 91

Fonte: a pesquisa.

### 5.3.1 Análise a *Posteriori* do Encontro 1

Esta aula revisou os conceitos de retas paralelas e perpendiculares e, em seguida, retas concorrentes e retas coincidentes. Neste viés, após os discentes analisarem exemplos de retas paralelas e perpendiculares e, com apoio do recurso do GeoGebra, movimentarem as retas para observação de seus comportamentos, foram a eles apresentadas quatro questões, sendo a primeira: “em relação às retas paralelas, o que se pode afirmar?” Nesta questão, se esperava que os participantes concluíssem que as retas paralelas nunca se intersectam, ou seja, que não possuem um ponto em comum. Dos 25 alunos, apenas um não respondeu, sendo que os demais responderam corretamente.

Cabe salientar, entretanto, que quatro participantes não responderam conforme o esperado, contudo, considera-se que suas conclusões não estão incorretas, como o caso da aluna E que escreveu: “*se pode afirmar que as retas que são paralelas não se encontram em nenhum momento*”. Sendo assim, é perceptível que a participante compreendeu o conceito de retas paralelas, utilizando, porém, apenas a linguagem natural em detrimento da linguagem Matemática. Todavia, deve-se considerar que, como os módulos iniciais são de revisão, a SD não ofereceu embasamento suficiente sobre a linguagem Matemática. A aluna E afirmou o que viu, ou seja, o que o recurso tecnológico concedeu a ela.

Na segunda questão, “Em relação as retas perpendiculares, o que se pode afirmar?”, 25 afirmações foram relatadas como resposta e, destas, seis participantes responderam conforme o esperado e 19 discentes não. Contudo, é importante destacar que, destes 19, quatro alunos apresentaram respostas semelhantes e 15 afirmaram que as retas perpendiculares apenas são retas que se cruzam. Estes 15 não estão errados em afirmar que estas retas se cruzam porque, de fato, isso é verdade. Entretanto, é uma informação incompleta, visto que a intersecção das mesmas sem a formação de ângulos retos não é suficiente para garantir perpendicularidade.

Dentre os quatro discentes que apresentaram respostas semelhantes, destacam-se as afirmações dos participantes W e Y, respectivamente: “*as retas perpendiculares são sempre do mesmo tamanho e se cruzam, formando ângulos*” e “*elas continuam se cruzando em um ponto, apenas alternando o tamanho e direção*”. O recurso das retas utilizado no GeoGebra permite que os discentes aumentem e

diminuem o comprimento das mesmas e, por este motivo, tais alunos não lembraram que conceitualmente retas são infinitas, portanto, não se pode falar em comprimento/“tamanho” das mesmas. Destaca-se que, conforme a Figura 54 a seguir, este assunto foi discutido com os alunos imediatamente antes da utilização do recurso, como segue:

Figura 54 – Informação sobre as retas (Encontro 1).

**IMPORTANTE RELEMBRAR:** as flechas presentes nas retas são utilizadas para representar que elas não possuem origem ou extremidades. Portanto, não conseguimos determinar o início e fim de uma reta ou o seu tamanho, visto que elas são infinitas.

Fonte: a pesquisa.

Considera-se que neste caso, assim como ocorreu no anterior, estes discentes responderam com base no que lhes foi apresentado no recurso utilizado, ou seja, conforme a disposição (restrita) das retas. É evidente que eles não desenvolveram adequadamente a habilidade da visualização formando imagens mentais de retas, isto é, sem extremidades. Eles se restringiram ao que era visto, mas não visualizaram características implícitas na representação das retas. Isto nos remete ao que afirmaram Flores, Wagner e Buratto (2012, p. 39) numa das possíveis definições de “visualização”<sup>26</sup>, como segue: [...] *visualizar não é apenas ver o visível, mas tornar visível aquilo que se vê extraindo padrões das representações e construindo o objeto a partir da experiência visual*”.

No que tange à terceira questão, “Em relação aos ângulos das retas perpendiculares, o que se pode afirmar?”, 20 discentes concluíram o que se esperava enquanto os outros cinco não. As afirmações dos participantes E, K, R, T e U foram, respectivamente, as seguintes: “*que elas não se movem na parte do meio, somente nas pontas*”, “*se cruzam formando quatro pontas*”, “*que elas são do mesmo tamanho*”, “*elas sempre vão permanecer cruzadas*” e “*elas podem se expandir e sempre manter sua forma*”.

Esta questão direciona os alunos para prestarem atenção somente nos ângulos formados pelas retas perpendiculares, contudo, nota-se que os cinco supracitados responderam sempre com foco nas retas vistas. Isto nos leva a crer que o conceito de ângulo não está claro para aqueles alunos e que, por este motivo, não

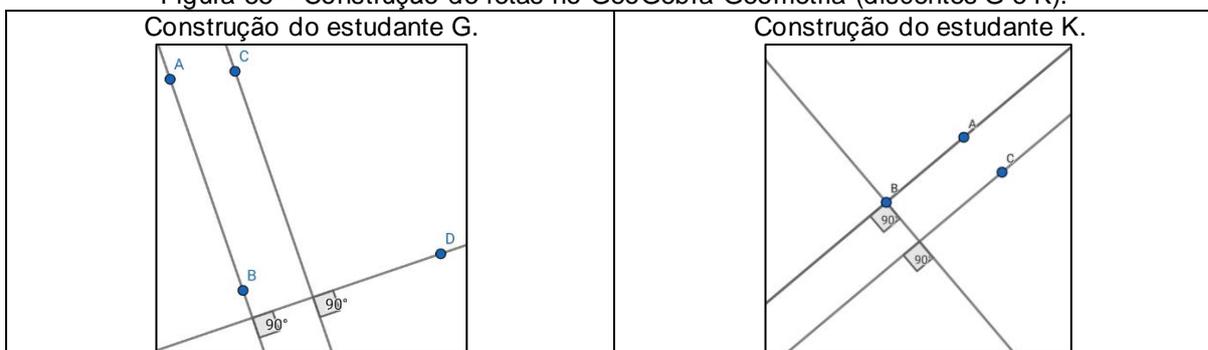
<sup>26</sup> Para mais informações sobre as definições de “visualização” veja o subcapítulo 3.4 desta dissertação.

compreenderam a questão de número três. Sendo assim, considera-se necessário acrescentar na SD uma recapitulação do conceito de ângulo.

No que diz respeito à quarta questão, “Explique, com suas palavras, a diferença entre as retas paralelas e as perpendiculares”, 24 participantes responderam, sendo que oito deles afirmaram o que se esperava enquanto 16 não. É importante destacar que estes últimos apenas concluíram que retas paralelas não se cruzam enquanto as perpendiculares o fazem. Tais afirmações não estão incorretas, contudo, são incompletas.

Após a realização das quatro questões iniciais, os discentes passaram para a atividade de construção das retas no aplicativo GeoGebra Geometria (atividade 5). Neste momento, o professor pesquisador apresentou aos participantes os conhecimentos tecnológicos necessários para a realização das construções. Todavia, ao final desta etapa alguns alunos informaram não estarem conseguindo utilizar as ferramentas do aplicativo, portanto, percebeu-se a necessidade da criação de um vídeo tutorial contendo os passos necessários para a execução da tarefa. Dos 25 participantes, 23 conseguiram realizar as construções enquanto dois não. O quadro da Figura 55 apresenta dois exemplos corretos de construções realizadas pelos participantes.

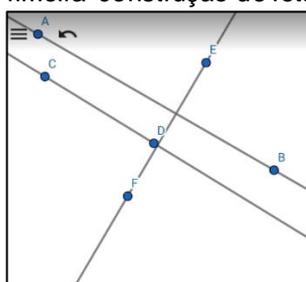
Figura 55 – Construção de retas no GeoGebra Geometria (discentes G e K).



Fonte: a pesquisa.

O valor pedagógico do vídeo tutorial fica ainda mais evidente com o exemplo do estudante S que conseguiu realizar a construção das retas apenas após vê-lo. O aluno S utilizou o *WhatsApp* para enviar as suas construções (Figuras 56, 57 e 58), abaixo apresentadas juntamente com o diálogo entre aluno e o professor pesquisador.

Figura 56 – Primeira construção de retas do aluno S.



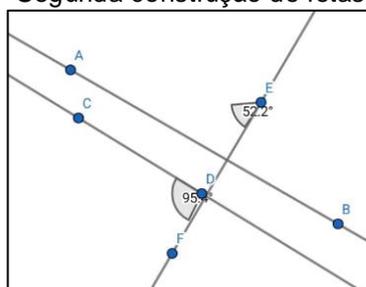
Fonte: a pesquisa.

**Professor pesquisador:** “*Muito bom, porém você esqueceu de medir os ângulos*”.

**Aluno S:** “*Eu não entendi como se mede*”.

**Professor pesquisador:** “*Seleciona a ferramenta ângulo e depois clica nas retas. Se não conseguir, peça ajuda novamente*”.

Figura 57 – Segunda construção de retas do aluno S.



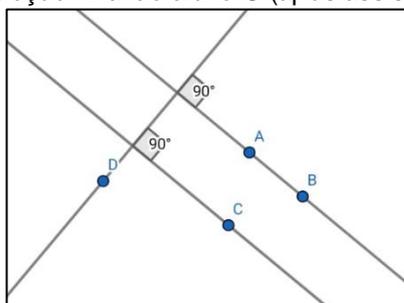
Fonte: a pesquisa.

**Professor pesquisador:** “*Eu vou fazer um vídeo tutorial e mandarei para vocês, okay? Não se preocupe*”.

**Aluno S:** “*Está bem*”.

**Professor pesquisador:** “*Coloquei o vídeo tutorial no grupo do WhatsApp da nossa turma*”.

Figura 58 – Construção final do aluno S (após assistir o vídeo tutorial).



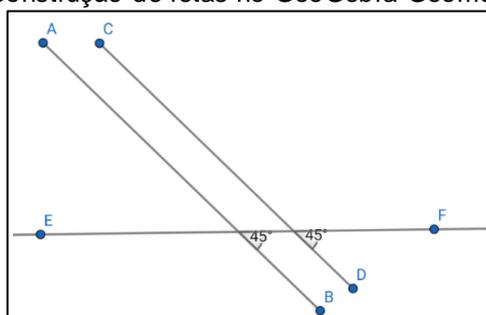
Fonte: a pesquisa.

Nesse viés, reforça-se a necessidade de fazer adequações na SD, ou seja, incluir nela o vídeo tutorial para promover a familiarização das ferramentas tecnológicas, ambas carências dos discentes. Contudo, é importante destacar que o

estudante S respondeu as quatro questões iniciais conforme o esperado, ou seja, conclui-se que ele compreendeu os conceitos de retas paralelas e perpendiculares sem que isto tivesse relação direta com a sua capacidade de lidar com o GeoGebra Geometria. Desta forma, fica evidente que o fato de o discente compreender os conceitos matemáticos não o salva de possuir dificuldades relacionadas às Tecnologias.

No que tange aos participantes A e T, que não conseguiram efetuar de maneira correta a construção das retas no aplicativo GeoGebra Geometria, percebe-se que ambos tiveram dificuldades com as ferramentas que deveriam ser exploradas nesta tarefa. A Figura 59 apresenta a construção realizada pelo aluno A.

Figura 59 – Construção de retas no GeoGebra Geometria (Aluno A).

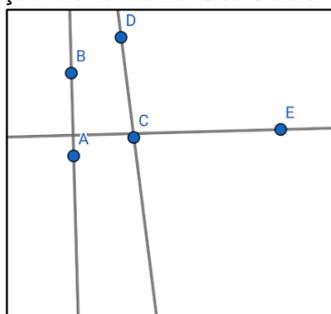


Fonte: a pesquisa.

Assim como ocorreu com o aluno S, o aluno A também respondeu corretamente as quatro primeiras questões sobre as retas paralelas e perpendiculares. Todavia, ao chegar na tarefa de construção das retas no GeoGebra Geometria, o aluno A não utilizou a ferramenta “Reta perpendicular” e, por este motivo, os ângulos formados foram de 45 graus e não de 90. Nesse cenário, entende-se que faltou atenção por parte do aluno no momento (i) da explicação da tarefa durante a aula e (ii) da leitura do enunciado da tarefa. Além disso, entende-se que ele não assistiu ao vídeo tutorial.

Por sua vez, a aluna T não conseguiu atingir o resultado esperado nas quatro questões iniciais e nem na construção das retas no GeoGebra Geometria. A Figura 60 apresenta a construção realizada por esta aluna.

Figura 60 – Construção de retas no GeoGebra Geometria (Aluna T).



Fonte: a pesquisa.

Considerando que a tarefa no aplicativo foi precedida por uma aula expositiva e pelo vídeo tutorial, entende-se que a aluna T não tenha se valido de forma adequada destas duas oportunidades para aprender a realizar as construções de forma correta. Não fosse este aparente desinteresse, ela poderia ser um exemplo de estudante que seria beneficiada pela tecnologia.

Interpreta-se que os discentes demonstraram bom engajamento para realização das tarefas. Apenas na primeira e na quarta questão um único participante não respondeu, contudo, no restante dos questionamentos os 25 alunos apresentaram respostas. Todavia, avalia-se necessário trabalhar a linguagem Matemática e o conceito de ângulo, dado que, as poucas dificuldades que se manifestaram foram relacionadas a estes tópicos.

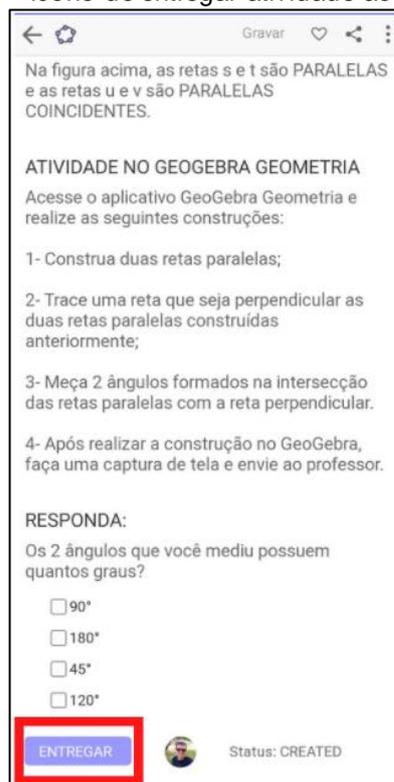
Aprecia-se que, dos 25 discentes, quatro não conseguiram visualizar, ou seja, formar imagens mentais das retas (infinitas). Portanto, entende-se que este conceito pode/deve ser mais explorado na SD, para que ocorra uma compreensão da infinitude das retas apesar das suas representações finitas. Além disso, considera-se que o recurso das retas, no GeoGebra, deve sofrer alterações para que as representações finitas permitam interpretar mais facilmente que as retas são infinitas.

Os discentes conseguiram manusear os exemplos de retas, em seus *smartphones*, com sucesso. Contudo, as demonstrações e explicações que ocorreram no momento da aula, sobre as ferramentas do aplicativo GeoGebra Geometria, não foram suficientes para que todos os participantes concluíssem a atividade 5<sup>27</sup> com êxito. Nesse cenário, fez-se necessário o encaminhamento de um vídeo tutorial demonstrando, com maior clareza, como utilizar as ferramentas no aplicativo.

<sup>27</sup> Atividade de construção e medição dos ângulos formados por retas paralelas e perpendiculares (tarefa 5 do tópico 4.3.1 desta dissertação).

Além disso, neste primeiro encontro, em relação às dificuldades com o uso das Tecnologias, a maior parte dos alunos se deparou com um empecilho no momento de enviar suas respostas. A Figura 61 exibe a tela de um *smartphone* que contém o botão “Entregar”, ou seja, ao pressionar este ícone o discente envia suas respostas ao professor.

Figura 61 – Ícone de entregar atividade ao professor.



Fonte: a pesquisa.

A dificuldade reside no fato desta opção (ícone “Entregar”) por vezes não aparecer nas telas de seus aparelhos, sendo necessário encontrar outras formas para eles enviarem as questões respondidas. Quando houve a ocorrência deste problema, no *Google Classroom*, os participantes enviaram suas respostas por meio de: (i) documento (*Google Docs*); (ii) comentário particular para o professor; ou (iii) captura da tela do *smartphone*. Além disso, uma pequena parte de alunos que não conseguiu enviar suas respostas no *Google Classroom* e acabaram por utilizar o *Whatsapp* do professor pesquisador para o encaminhamento.

Em análise posterior se identificou que este problema estava relacionado ao e-mail utilizado para acessar o *Google Classroom*, sendo que este deve coincidir com o e-mail que está conectado ao navegador do aparelho utilizado. Após a devida

instrução aos alunos houve uma diminuição das incidências de problema no envio das atividades.

De forma geral, mesmo com o surgimento destes imprevistos, a maioria dos participantes alcançou o que se esperava neste encontro, logo entende-se que a SD contribuiu para a revisão dos conceitos envolvidos.

### 5.3.2 Análise *a Posteriori* do Encontro 2

Nesta aula<sup>28</sup> efetuou-se uma revisão dos conceitos de segmentos de reta, Polígonos e principais Sólidos Geométricos. Em relação à recapitulação dos segmentos de reta, os estudantes responderam sete questões (6 a 12) e realizaram uma atividade de construção no GeoGebra Geometria (questão 13). Na sequência, para recapitular o conceito de Polígono, os discentes, por intervenção de um recurso dinâmico do GeoGebra, manejaram uma linha poligonal (questão 14) e responderam seis questões dissertativas (15 a 20). Por fim, com intuito de revisar os principais Sólidos Geométricos, os alunos jogaram dois jogos (memória e caça-palavras) e responderam seis questões (21 a 26) referentes à nomenclatura de cada sólido geométrico.

As questões 6 e 7 referem-se à quantidade e nomenclatura dos segmentos de reta presentes em figuras. Na primeira, dos 24 participantes que a responderam, 16 atingiram o que se esperava enquanto oito não. Os discentes B, N e P responderam da seguinte forma: “São 5 segmentos, sendo eles,  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  e  $\overline{DE}$ ”. Nesse cenário, percebe-se que eles atingiram o esperado em relação à nomenclatura dos segmentos, contudo, o conceito em análise não ficou muito claro, visto que no momento de quantificá-los eles contaram os pontos. Afirmações do tipo “São 5 segmentos: A, B, C, D e E” foram realizadas pelos participantes A, F, G, H e Q. Sendo assim, evidencia-se, neste primeiro momento, que estes discentes não compreenderam os segmentos como sendo parte de uma reta, contendo um ponto inicial e outro final. Eles apenas contaram os pontos e inseriram a nomenclatura.

Na questão 7, a figura apresentada aos participantes foi um retângulo ABCD. Neste caso, 13 participantes responderam conforme o esperado, mas, por outro lado, 11 discentes não responderam conforme se imaginava. Destes 11, as afirmações mais recorrentes foram (i) “São 4 segmentos, sendo eles, ABCD” e (ii) “São 4

<sup>28</sup> As atividades apresentadas neste encontro e as análises *a priori* do mesmo se encontram no tópico 4.3.2 desta dissertação.

*segmentos: BC e AD*". Todos os participantes "acertaram" a quantidade de segmentos contidos em um retângulo, todavia, deve-se considerar que, neste caso, a quantidade de segmentos é a mesma que a de pontos. Sendo assim, evidencia-se uma confusão relacionada a pontos e segmentos.

Em relação ao questionamento 8, apenas os alunos M, N, X e Y visualizaram os segmentos como parte de uma reta. O restante dos participantes não apresentou respostas incorretas, contudo, considera-se como incompletas. O quadro da Figura 62 apresenta as afirmações dos discentes nesta questão.

Figura 62 – Respostas para a questão 8.

<b>Questão 8: descreva, com suas palavras, o que é um segmento de reta.</b>	
<b>Afirmações realizadas</b>	<b>Participantes</b>
1- <i>"Um segmento é uma parte de uma reta, que inicia em um ponto e termina em outro".</i>	M, N, X e Y
2- <i>"Os segmentos de reta possuem um ponto inicial e outro final".</i>	A, B, F, G, H, I, K, L, P, Q, R, S, T e V
3- <i>"Segmento de reta é uma linha que começa em algum ponto, percorre um caminho, e acaba em outro ponto".</i>	C
4- <i>"Um segmento de reta é uma linha finita".</i>	D, J, O e W
5- <i>"Aqueles que possuem nomes conforme as letras dos pontos".</i>	U

Fonte: a pesquisa.

No que diz respeito à questão 9, que interrogava sobre a diferença entre uma reta e um segmento de reta, dos 24 participantes que responderam, 20 atingiram o que se esperava, afirmando que *"As retas são infinitas e os segmentos de reta não, pois possuem um ponto inicial e outro final"*. Os estudantes I e U afirmaram, respectivamente, *"As retas não se intersectam com pontos enquanto os segmentos de reta sim"* e *"As retas possuem formas livres e os segmentos são nomeados pelas letras dos pontos"*. Isto pode ser entendido como uma tentativa de afirmar que as retas são infinitas e os segmentos de reta não, todavia, percebe-se uma dificuldade na forma de se expressar corretamente.

Os estudantes G e H são irmãos e, em vista disto, suas afirmações foram parecidas: (G) *"Brasil Escola: segmentos de reta possuem fundamentos, já as semirretas possuem ponto de início, mas não de fim"*; (H) *"Segmentos de reta possuem fundamentos parecidos com o da semirreta, a diferença está no fato de que as semirretas possuem ponto de início, mas não de fim"*. Evidencia-se que eles buscaram respostas na internet, visto que o conceito de semirreta não foi trabalhado na SD e, também, pela presença do termo "Brasil escola" na resposta do aluno G.

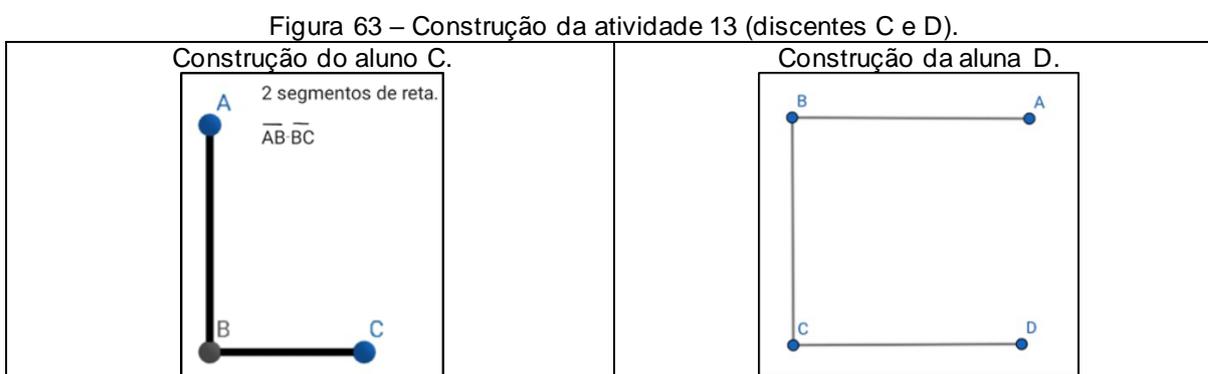
Em relação às questões 10, 11 e 12, que se referem aos conceitos de paralelismo e perpendicularismo de segmentos de reta, 24 discentes responderam e, destes, 21 alcançaram o pensamento matemático adequado, identificando as características geométricas que distinguem as duas configurações de retas, enquanto três não. Os participantes A, G e H foram os que não atingiram o previsto, contudo, considera-se que o participante A pode ter confundido os conceitos (paralelo e perpendicular), visto que manifestara conhecimento adequado no encontro 1. Ou seja, as respostas deste aluno evidenciam a troca entre os conceitos ao responder como sendo segmentos paralelos os perpendiculares e perpendiculares os paralelos.

Quanto aos participantes G e H, não houve evidências para afirmar o motivo pelo qual eles não alcançaram o que se esperava nestas questões. Na questão 9 foi constatado que eles buscaram respostas na internet, no entanto, em nenhum momento os discentes foram proibidos de realizar buscas na rede. Destaca-se, contudo, que a SD foi planejada para conter o suporte necessário para realização de todas as tarefas.

Reconhece-se que, por um lado, a SD – fruto desta pesquisa – pode apresentar falhas, mas, por outro lado, deve-se considerar que até aqui a maioria dos participantes apresentou o conhecimento esperado após a realização das tarefas. É por este motivo que ainda não é possível concluir, com maior segurança, o que está ocorrendo nos casos em que a tarefa não foi concluída com êxito. Por ora, pode-se pensar em duas hipóteses: (i) G e H foram atentos às informações presentes na SD e às explicações do professor pesquisador, mas, mesmo assim possuem dificuldades e, por este motivo, buscam auxílio na internet; ou (ii) G e H não dedicaram a devida atenção às informações da SD e às explicações do professor pesquisador e, sendo assim, tentam encontrar respostas na rede. Acredita-se que os resultados das próximas questões nos permitirão interpretar estes dados com mais acurácia.

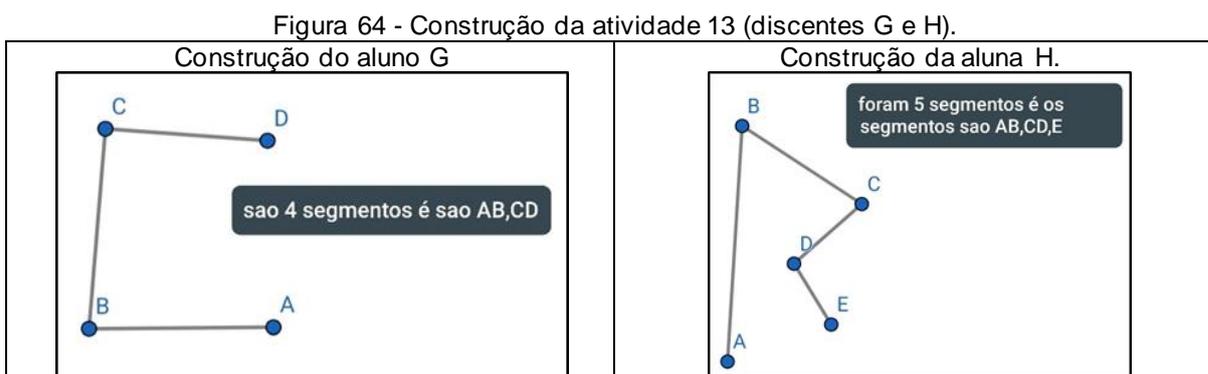
Em continuidade, os participantes realizaram a atividade 13, no aplicativo GeoGebra Geometria, na qual foi solicitado que realizassem a construção da letra inicial do seu nome utilizando segmentos de reta, assim como informar a quantidade e a nomenclatura dos segmentos necessários. Dos 25 participantes, 22 efetuaram a construção e, destes, 18 realizaram adequadamente a tarefa. A seguir, o quadro da Figura 63 apresenta as construções realizadas pelos participantes C e D. Embora a participante D não tenha apresentado a quantidade e nomenclatura dos segmentos

na própria construção, ele respondeu o que se esperava por meio de um comentário particular no *Google Classroom*.



Fonte: a pesquisa.

Os discentes A e E cometeram erros relacionados à nomenclatura dos segmentos. Percebe-se que ao tentar contar quantos segmentos estão inseridos na letra inicial de seus nomes, eles apenas quantificaram os pontos e inseriram as letras respectivas. Os participantes G e H, para quantificar os segmentos, cometeram o mesmo equívoco que A e E, todavia, no momento de nomeá-los, nota-se que eles interpretam que não se pode repetir um mesmo ponto. Por exemplo, um retângulo ABCD é formado pelos segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  e  $\overline{DA}$ . Nesse viés, tudo indica que os alunos G e H afirmariam que este retângulo é formado pelos segmentos  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$ , como mostra as suas construções representadas no quadro da Figura 64.



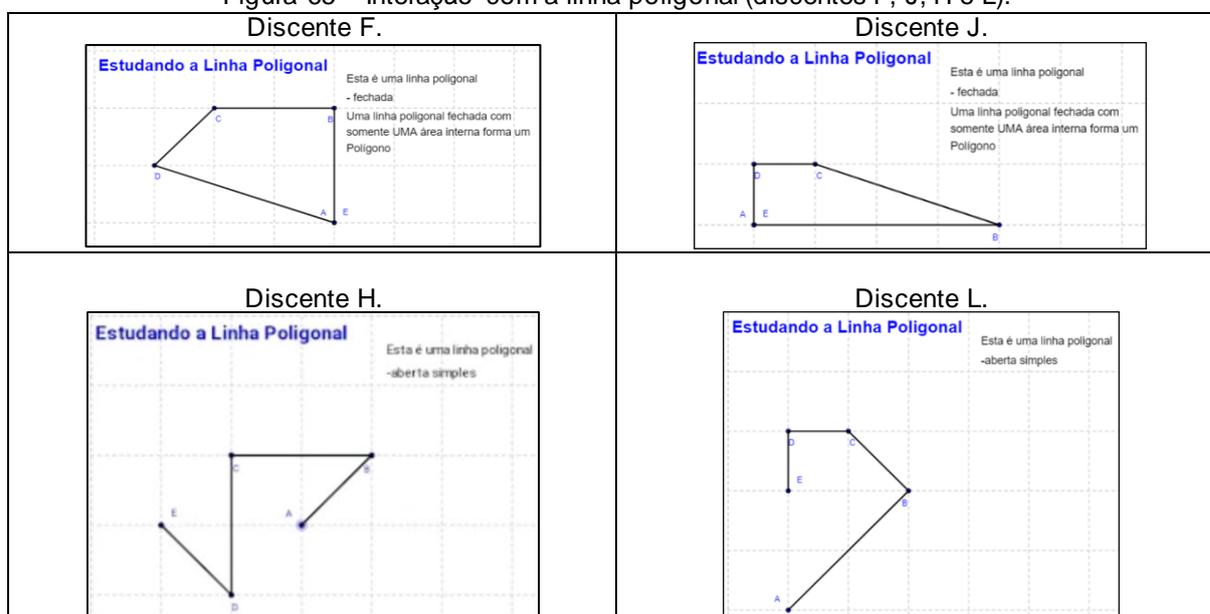
Fonte: a pesquisa.

Neste mesmo encontro, as duas primeiras questões também são relacionadas à quantidade e nomenclatura dos segmentos de reta. O discente A, repetiu os mesmos erros em ambas, ou seja, não se conseguiu identificar, nestes conceitos, uma evolução do conhecimento. Todavia, por outro lado, percebe-se um avanço na aprendizagem dos alunos G e H, que antes (atividades 6 e 7) nomearam segmentos

como A, B, C e, agora (atividade 13), utilizaram a nomenclatura  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$ . Sabe-se que tais afirmações não são de fato corretas, contudo, pode-se considerá-las com incompletas.

Na atividade 14, os participantes foram direcionados para mover a linha poligonal até que se formasse um Polígono e realizar uma captura de tela para enviar ao professor. Todos os 25 participantes interagiram com a linha, mas destes, 22 formaram um Polígono como se esperava, enquanto três não (H, L e Q). O quadro da Figura 65 exibe o Polígono formado pela ação das alunas F, J, H e L.

Figura 65 – Interação com a linha poligonal (discentes F, J, H e L).



Fonte: a pesquisa.

Nesta mesma atividade, de movimentar a linha poligonal até que se forme um Polígono, a aluna Y pintou de vermelho o Polígono formado. Além disso, a aluna T não recorreu ao recurso disponibilizado na SD e construiu um Polígono utilizando o aplicativo GeoGebra Geometria. Em nenhum momento o professor pesquisador salientou que, se quisessem, poderiam realizar modificações na linha poligonal ou efetuar a construção do Polígono no aplicativo. No entanto, pode-se compreender que estas alunas tiveram um bom engajamento com esta atividade.

Em seguida, os discentes foram questionados sobre “quais características a linha poligonal deve ter para formar um Polígono” (questão 15) e “quantos segmentos, no mínimo, são necessários para se ter um Polígono” (questão 16). Esperara-se que eles afirmassem que a linha poligonal deve ser fechada e simples e que bastam três segmentos de reta para a formação de um Polígono. Em relação à questão 15, 24 dos

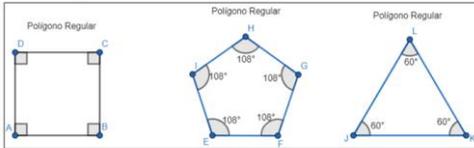
participantes a responderam, sendo que destes 17 atingiram o que se esperava e os outros sete (A, B, F, G, H, V e X) buscaram respostas na internet. É válido realizar esta afirmação, pois ao digitar o termo “linha poligonal” na barra de pesquisa do *Google*, aparece a seguinte definição, a qual foi enviada de forma idêntica por estes sete discentes: “Uma linha poligonal é formada por segmentos de retas consecutivos que não possuem as mesmas direções”.

Ao digitar a questão 16 na barra de pesquisa do *Google*, a primeira definição coincide exatamente com as afirmações dos participantes A G e H. Portanto, conclui-se que novamente eles recorreram à rede na busca de respostas. Mas, por outro lado, 18 participantes atingiram o que se esperava, enquanto os quatro restantes afirmaram que no mínimo quatro segmentos de reta são necessários para formação de um Polígono. O recurso utilizado, de movimentação das linhas poligonais, contém quatro segmentos de reta e, por este motivo, entende-se que estes alunos foram influenciados por tal instrumento em suas conclusões.

A Figura 66 apresenta as questões 17, 18, 19 e 20. Esperava-se, com esta sequência de interrogações, que os participantes percebessem que os Polígonos Regulares possuem lados e ângulos internos com mesma medida, enquanto os irregulares não.

Figura 66 – Questões 17, 18, 19 e 20 (Encontro 2).

Observe a seguir os **POLÍGONOS REGULARES**.

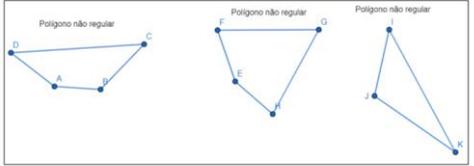


Questão 17: o que podemos afirmar em relação aos ângulos internos dos Polígonos Regulares?

Questão 18: o que podemos afirmar em relação aos lados dos Polígonos Regulares?

Questão 19: podemos concluir, então, que os Polígonos Regulares possuem quais características?

Observe os Polígonos **NÃO REGULARES**



Questão 20: em que os Polígonos não regulares se diferenciam dos regulares?

Fonte: a pesquisa.

Do total de 25 participantes, 24 responderam estas interrogações, todavia, destes 17 alcançaram o que se esperava, ou seja, descreveram que os Polígonos Regulares possuem lados e ângulos de mesma medida enquanto os irregulares não.

Este número de discentes, que atingiu o esperado, poderia ser 21, ao invés de 17, se consideradas as respostas dos alunos A, B, G e H que, embora estejam corretas, foram identificadas como cópia da internet.

As afirmações dos participantes E, R e T foram semelhantes, como segue: “*Os Polígonos não regulares não têm uma forma geométrica enquanto os Polígonos Regulares têm uma forma específica, por exemplo, o retângulo*”. Percebe-se que eles observaram apenas a aparência global das formas, desconsiderando as características específicas relacionadas aos lados e ângulos internos.

Com o objetivo de revisar a nomenclatura dos principais Sólidos Geométricos, os discentes usufruíram de um jogo da memória e resolveram um caça-palavras e, em seguida, responderam as questões 21, 22, 23, 24, 25 e 26. Nestes questionamentos, todos os 25 participantes alcançaram o que se esperava, ou seja, informaram corretamente a nomenclatura de cada sólido geométrico.

Em praticamente todas as questões os 24 discentes enviaram suas respostas. Todavia, destaca-se que após o jogo da memória e o caça-palavras este número subiu para 25, ou seja, atingiu o total de participantes do experimento. Entende-se que a inserção destes materiais lúdicos contribuiu para o aumento do engajamento nestas últimas questões.

Ao se observar as facilidades/dificuldades concernentes aos objetos de conhecimento, vindas deste encontro, evidencia-se uma “confusão”, por parte de alguns alunos, envolvendo pontos e segmentos de reta. Para quantificá-los apenas contam os pontos e, para nomeá-los, alguns adicionam a nomenclatura dos pontos enquanto outros consideram que um mesmo ponto não pode fazer parte de dois segmentos.

Os dois primeiros módulos da SD (revisão da Geometria Plana e Espacial) foram elaborados de forma mais sucinta, justamente por se tratar de uma revisão. Todavia, a maioria dos participantes informou que estava pela primeira vez tendo contato com estes conceitos, ou seja, para eles, o que era para ser recapitulação foi objeto de conhecimentos novos. Isto nos remete aos trabalhos de Oliveira (2015) e Bongiovanni (2016) que relatam que o ensino da Geometria tem sido, em certa extensão, negligenciado na Educação Básica e foi desaparecendo das salas de aula.

No que tange à revisão de Polígonos, as poucas dificuldades encontradas estão relacionadas ao recurso da linha poligonal e a observação da aparência global das formas (sem extração de características). No recurso utilizado, é apresentado

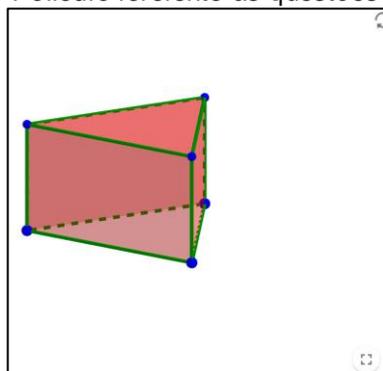
uma linha poligonal com quatro segmentos de reta, portanto, considera-se que este artifício pode ser melhorado com a inserção de duas linhas poligonais: uma composta por três segmentos de reta e a outra por quatro.

### 5.3.3 Análise *a Posteriori* do Encontro 3

Na primeira questão deste encontro, “Quais as diferenças entre os Corpos Redondos e os Poliedros?”, dos 25 participantes, 24 responderam conforme se esperava, ou seja, informaram que os Poliedros são compostos exclusivamente por faces planas, enquanto os Corpos Redondos possuem pelo menos uma face não plana.

Para a realização das questões 28, 29 e 30, os discentes efetuaram a projeção em RA do Poliedro da Figura 67 a seguir.

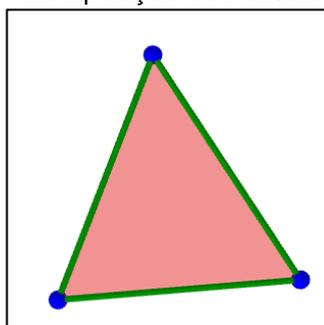
Figura 67 – Poliedro referente às questões 28, 29 e 30.



Fonte: a pesquisa.

No que tange à questão 28, “Esse Poliedro possui quantos vértices?”, todos os 25 discentes enviaram suas respostas e, destes, 24 alcançaram o que se esperava, ou seja, responderam que o Poliedro em análise possui seis vértices. Contudo, o aluno W informou que o sólido contém apenas três vértices. A Figura 68 apresenta a manipulação que o estudante W fez com o Poliedro, justificando, assim, a sua resposta incorreta. Embora tenha movimentado o sólido, ele realizou a observação da vista superior.

Figura 68 – Manipulação do Poliedro (aluno W).



Fonte: a pesquisa.

Se por um lado percebe-se que a tecnologia de RA provoca positivamente os discentes, tornando-os mais autônomos e, ao mesmo tempo, mais integrados ao ambiente de ensino (MACEDO, 2018), por outro, o ocorrido com o aluno W remete ao pensamento de Silva (2019) que afirma não ser adequado utilizar recursos tecnológicos modernos sem antes discutir em como estas ferramentas podem ser aplicadas por educadores e educandos.

Em relação à questão 29, “Esse poliedro possui quantas arestas?” do total de participantes, 19 concluíram que o poliedro possui nove arestas e, assim, atingiram o que se esperava. Os discentes A, E e W informaram ter seis arestas, enquanto os participantes L, M e U identificaram, respectivamente, que o sólido possui oito, sete e cinco arestas.

Na questão 30, “Esse Poliedro possui quantas faces e quais são as formas das faces?”, do total de 25 respondentes, apenas 14 atingiram o que se acreditava, isto é, concluíram que o sólido possui cinco faces sendo duas triangulares e três retangulares. Os alunos A e F confundiram retângulos com paralelepípedos, informando “*o poliedro possui cinco faces, duas triangulares e três em forma de paralelepípedos*”. Os discentes E, L, O, R e W responderam “*o poliedro possui cinco faces triangulares*”, ou seja, não perceberam os retângulos nas laterais do poliedro. Neste mesmo viés, o aluno H fixou sua atenção nas laterais retangulares, contudo, confundiu retângulos com quadrados, como segue: “*o poliedro possui cinco faces e são em forma de um quadrado*”.

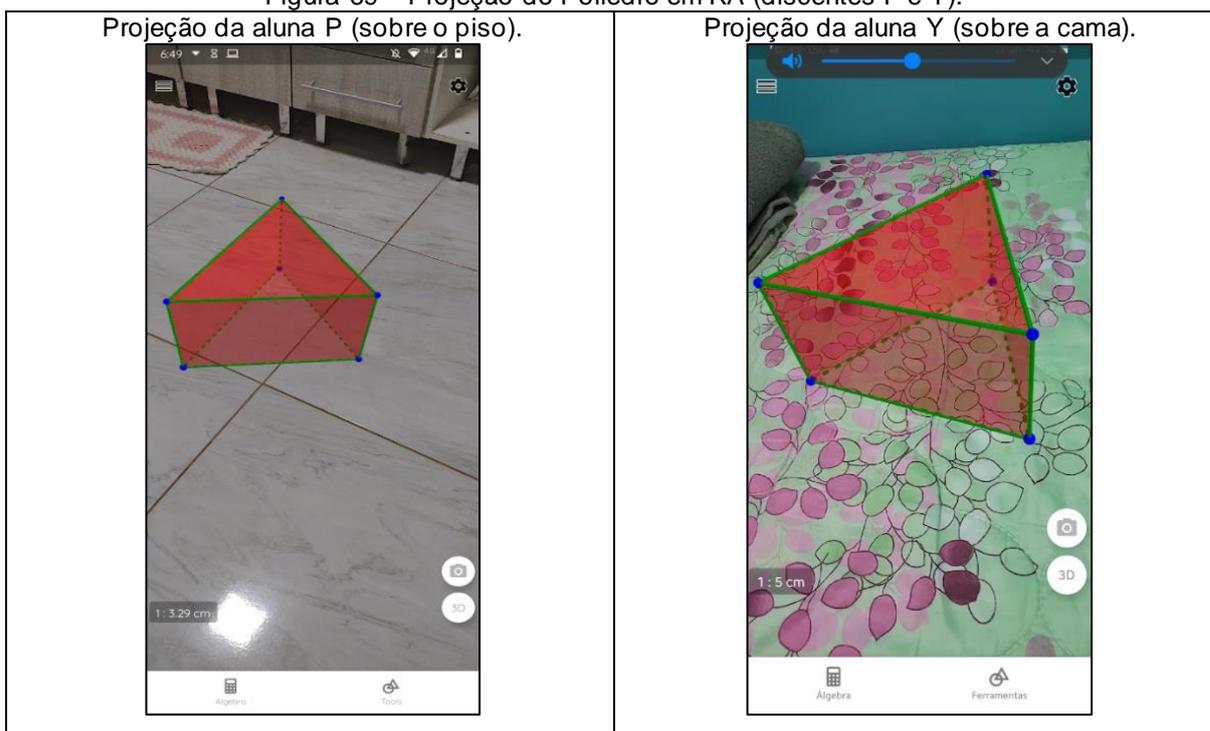
Por outro lado, considera-se que os participantes G, S e X não compreenderam o enunciado da questão, pois responderam: (G) “*o poliedro possui cinco faces. As dos lados, a de baixo e a de cima*”; (S) “*possui cinco faces, e todas são de forma plana*”; (X) “*possui cinco faces, sendo duas bases e três laterais*”. Estas

afirmações, embora corretas, não correspondem ao solicitado no enunciado da questão.

Estes resultados são consonantes ao fato de que, em Geometria Espacial, uma das dificuldades dos discentes está relacionada aos conhecimentos básicos da Geometria Plana, assim como na visualização e representação das formas tridimensionais (ROGENSKI; PEDROSO, 2019). Além disso, conforme salientado por Silva (2017), as tecnologias possuem função de complementar o processo de ensino, tornando-o mais eficaz, todavia, não garantem solução para todos os problemas educacionais.

A maioria dos discentes responderam os questionamentos anteriores conforme se esperava e, neste sentido, o quadro da Figura 69 exibe dois exemplos de projeção do sólido em RA, um da discente P e outro da Y.

Figura 69 – Projeção do Poliedro em RA (discentes P e Y).



Fonte: a pesquisa.

Considerando a questão 31, “Quantas bases possui cada Prisma?”, do total de 25 participantes, 23 responderam conforme se esperava, ou seja, concluíram que cada Prisma possui duas bases. Contudo, os discentes G e H confundiram bases com faces, pois responderam da seguinte forma: “o primeiro possui seis, o segundo sete e o terceiro oito”. Evidencia-se que eles contaram todas as faces de cada sólido e não se detiveram somente às bases.

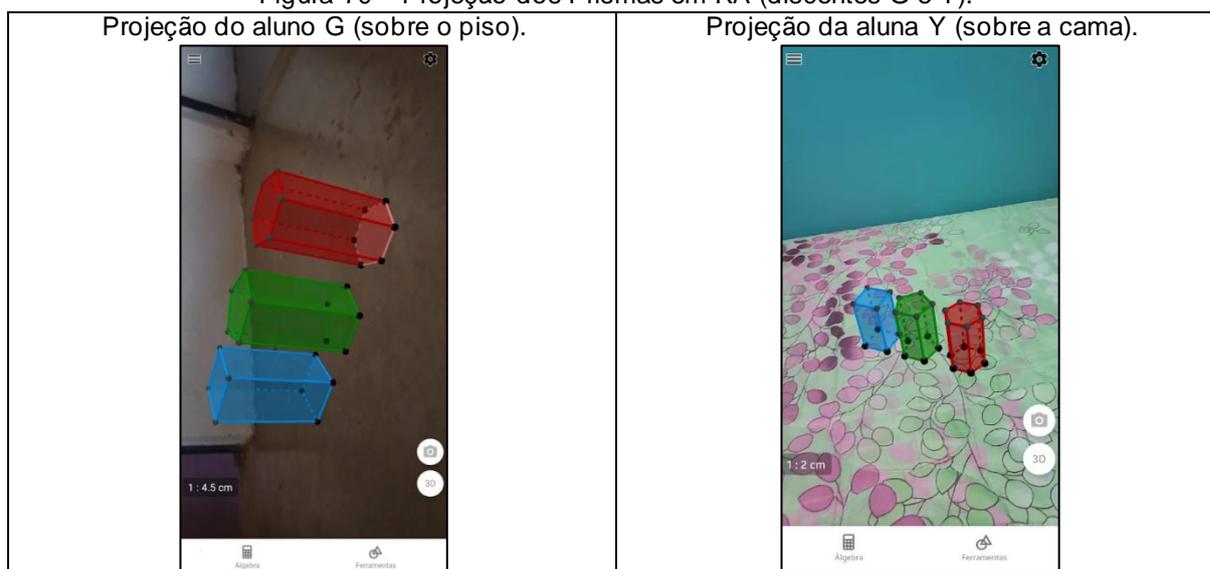
Quanto à questão 32, “As bases de cada Prisma são iguais?”, 13 alunos responderam que as bases de cada Prisma são iguais. Todavia, 12 participantes afirmaram que as bases não são iguais, como os dois estudantes a seguir: (U) “*Não. A base do azul é quadrangular, a do verde é pentagonal e a do vermelho é hexagonal*”; e (W) “*Não, cada Prisma tem uma base diferente*”. No momento da aula o professor pesquisador destacou aos participantes que esta análise deveria ser realizada para cada Prisma individualmente. No entanto, percebe-se que estes alunos observaram o conjunto de Prismas para responder à questão.

Na questão 33, “As bases de cada Prisma são paralelas?”, os 25 participantes alcançaram o que se esperava. Quanto à questão 34, “Qual a forma geométrica das faces laterais destes Prismas?”, do total de 25 respondentes, 17 reconheceram que as faces laterais são retangulares, enquanto o restante não. Os discentes A, G, H e Q informaram “*as faces laterais são Paralelepípedos*”. F, I e X responderam “*as faces laterais são quadrangulares*” e, a participante R, afirmou “*são paralelepípedos ou são retângulos*”. Percebe-se que ocorreu uma má interpretação envolvendo os conceitos da Geometria Plana e Espacial.

No que tange à questão 35, “Com base nas respostas anteriores, quais características são comuns a todos os Prismas?”, o total de respostas foi 24, e esperava-se que os discentes concluíssem que todo Prisma tem duas bases paralelas e iguais e as faces laterais retangulares. Entretanto, somente 11 alunos chegaram a esta conclusão. Dentre os que não atingiram o esperado, a resposta mais recorrente foi “*todos os Prismas possuem bases, altura, vértices, arestas e faces e recebem o nome de acordo com os Polígonos de suas bases*”. Tal afirmação não está incorreta, contudo, não elenca características exclusivas dos Prismas. Assim, evidencia que a sequência de questionamentos não foi suficiente para que todos alcançassem o desejado.

Na questão 36, “Informe os nomes de cada um dos Prismas analisados”, todos os participantes responderam de forma correta, com exceção da discente Q que afirmou “*Cilindro, Retângulo e Cilindro Pentagonal*”. A título de exemplo das projeções em RA efetuadas para auxiliar na realização das questões 31 a 36, o quadro da Figura 70 exhibe as capturas de tela enviadas pelos participantes G e Y.

Figura 70 – Projeção dos Prismas em RA (discentes G e Y).



Fonte: a pesquisa.

O objetivo desta etapa da SD (revisão dos Prismas) era o de que os discentes respondessem, por meio da projeção em RA, questões referentes às características dos sólidos em estudo e, por fim, chegassem na definição de Prismas. Todavia, devido aos equívocos relacionados à (i) permutação do conceito de “base” pelo de “face lateral” e vice-versa, (ii) má interpretação de um dado enunciado e (iii) dificuldade na diferenciação de figuras planas e espaciais, apenas 11 alunos chegaram na definição de Prismas.

Considera-se que esta etapa da SD deve passar por alterações para que todos (ou a maioria) dos estudantes consiga chegar à definição de Prismas. Destaca-se que estes problemas não estão relacionados à tecnologia de RA, visto que, embora a maioria dos participantes não tenha atingido o que se esperava, suas conclusões não são de todo incorretas (vide análise a posteriori da questão 35 acima). Por este motivo, conforme já salientado por Santos (2015), entende-se que a RA gera contribuições para amenizar as dificuldades dos discentes, pois, por meio da observação em distintas perspectivas, os alunos conseguem contemplar as características dos objetos tridimensionais. No entanto, é necessário que o discente se aproprie da tecnologia e a utilize adequadamente para se alcançar os objetivos didáticos planejados. Ainda, entende-se que parte dos problemas podem ser atribuídos ao modelo remoto compulsoriamente adotado, com os estudantes fazendo suas interações em casa sem o suporte presencial do professor pesquisador.

#### 5.3.4 Análise *a Posteriori* do Encontro 4

Nas cinco primeiras questões deste encontro (37 a 41), relacionadas ao estudo das Pirâmides, os 25 participantes alcançaram o que se esperava, isto é, informaram que:

- (i) as Pirâmides possuem uma única base;
- (ii) as três Pirâmides ilustradas têm bases distintas;
- (iii) o Polígono de cada base é, respectivamente, um quadrado, um pentágono e um hexágono;
- (iv) as faces laterais são triangulares;
- (v) em relação à nomenclatura dos sólidos tem-se: Pirâmide de base quadrangular, Pirâmide de base pentagonal e Pirâmide de base hexagonal.

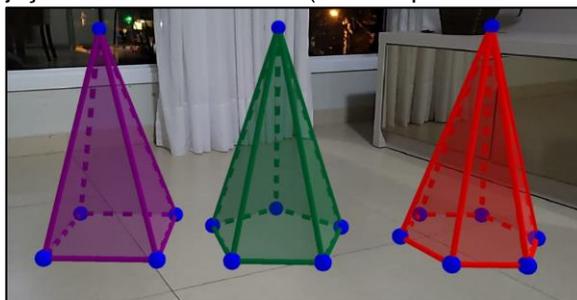
Quanto à questão 42, “Com base nas respostas anteriores, quais características são comuns a todas as Pirâmides?”, constata-se que:

- 20 discentes alcançaram o que se esperava, descrevendo que as Pirâmides possuem as faces laterais triangulares e uma única base;
- os outros cinco afirmaram: (H, N, P e X) “*as Pirâmides possuem bases diferentes*” e (L) “*todas as Pirâmides possuem apenas uma base*”. Estas afirmações não estão incorretas, mas, não conseguiram dar a denominação correta;
- os alunos H e X apresentaram dificuldade semelhante na revisão de Prismas. Isto não é de todo inesperado, visto que a maioria dos discentes informaram estar tendo o primeiro contato com estes objetos de conhecimento nesta SD.

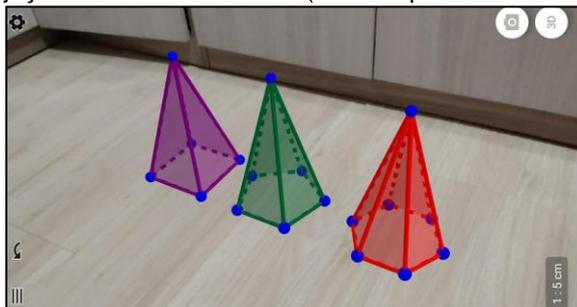
Estes resultados reforçam as afirmações dos PCN (Brasil, 1998), Oliveira (2015) e Bongiovanni (2016), sobre a pouca atenção dada ao ensino da Geometria na Educação Básica, como discutido na introdução das análises *a posteriori* e no Encontro 2, visto que estes discentes ainda estão estudando em um currículo no qual a BNCC não está totalmente implantada.

Como exemplos de projeções em RA realizadas para auxiliar na observação das Pirâmides, o quadro da Figura 71 exhibe as capturas de tela enviadas pelas participantes J e N.

Figura 71 – Projeção das três Pirâmides (discentes J e N).  
 Projeção das três Pirâmides (sobre o piso – discente J).



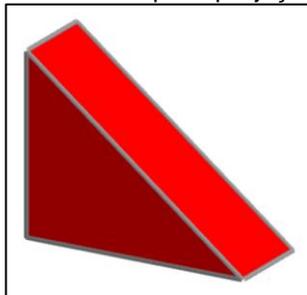
Projeção das três Pirâmides (sobre o piso – discente N).



Fonte: a pesquisa.

As questões 43, “Ele é formado por quantas regiões planas?”, e 44, “Informe o nome das regiões planas”, são relacionadas à projeção em RA do sólido exibido pela Figura 72 a seguir.

Figura 72 – Sólido 1 para projeção em RA.

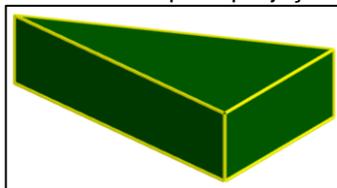


Fonte: a pesquisa.

Observa-se que todos os participantes responderam corretamente, ou seja, que o sólido é formado por cinco regiões planas. Todavia, no momento de informar o nome das regiões (questão 44), 22 discentes alcançaram o esperado, afirmando que o sólido possui duas regiões triangulares e três retangulares, enquanto os três restantes (A, Q e V) não. Os alunos A e V informaram “o sólido é formado por dois triângulos e três paralelepípedos” e, a participante Q, respondeu “o sólido é formado por regiões retangulares”. Percebe-se, assim, uma dificuldade para distinguir retângulos e paralelepípedos.

Nas questões 45 e 46 se repetiram os enunciados da 43 e 44, respectivamente, com o sólido observado em RA posicionado conforme a Figura 73.

Figura 73 – Sólido 2 para projeção em RA.

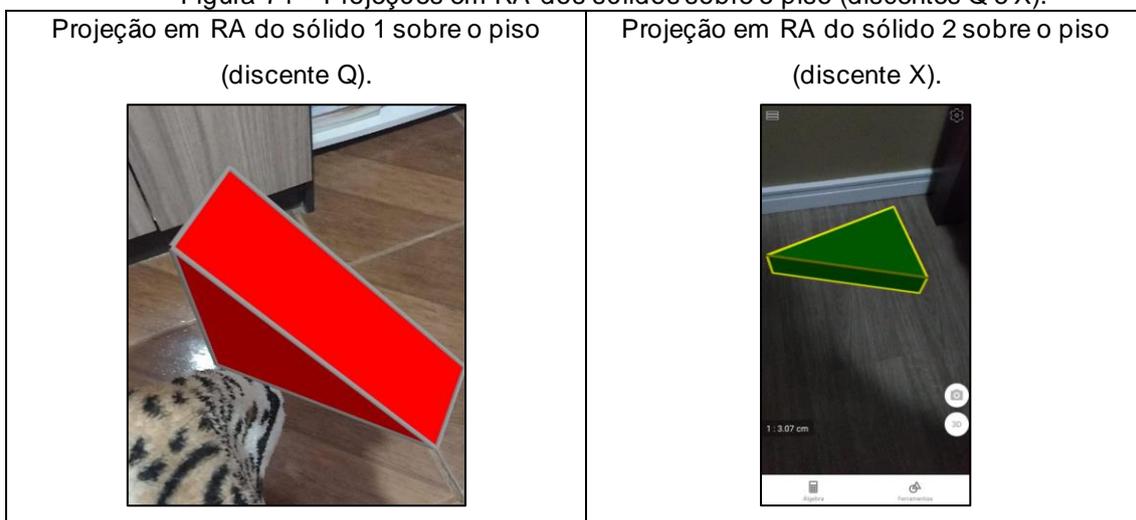


Fonte: a pesquisa.

O que ocorreu nas questões 43 e 44 se sucedeu na 45 e 46, contudo, desta vez a aluna Q informou “*as regiões são dois triângulos e três retângulos*”, ou seja, a mudança do posicionamento para as vistas permitiu que ela identificasse as regiões do sólido de maneira correta. Por outro lado, os participantes A e V cometeram o mesmo equívoco, chamando de paralelepípedos os retângulos, enquanto os 23 participantes restantes alcançaram o que se acreditava.

A título de exemplo das projeções em RA efetuadas para auxiliar na realização das questões 43 a 46, o quadro da Figura 74 exhibe as capturas de tela enviadas pelos participantes Q e X.

Figura 74 – Projeções em RA dos sólidos sobre o piso (discentes Q e X).



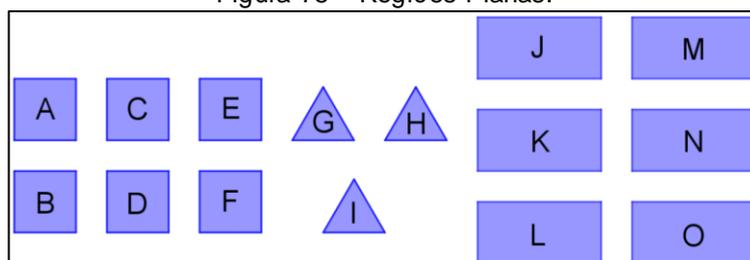
Fonte: a pesquisa.

Em relação às questões 43 a 46, a maioria dos discentes identificaram as figuras componentes de cada sólido apresentado. Sendo assim, julga-se que esta etapa da SD e a observação por diversos ângulos de visão, fazendo uso da RA, contribuíram para a aprendizagem dos participantes. Este fato nos recorda Lopes *et al.* (2019) que consideram a tecnologia de RA responsável por um alto impacto

motivacional sobre os alunos, sendo também uma facilitadora do processo de compreensão dos objetos de conhecimento estudados, bem como, um potencial recurso que permite a visualização do estudante, desenvolvendo o pensamento geométrico. Por outro lado, no que tange aos poucos discentes que não atingiram o que se esperava, confundindo figuras planas com espaciais, percebe-se que estas dificuldades são relacionadas à identificação das relações existentes entre as formas (ROGENSKI; PEDROSO, 2019). Neste viés, entende-se que se faz necessário, nos anos finais do EF, dar mais atenção ao ensino das dissimilaridades entre figuras planas e espaciais.

Referente às questões “47a” a “47e”, destaca-se que os participantes não tiveram amparo da RA. Após observarem 15 formas geométricas planas (Figura 75), foram solicitados a informar a nomenclatura dos diferentes sólidos e quais as formas planas necessárias para construí-los.

Figura 75 – Regiões Planas.



Fonte: a pesquisa.

Na questão 47a, do total de participantes, 21 reconheceram que o sólido é um cubo e é formado por seis regiões planas (quadrados). No entanto, quatro alunos (C, F, G e U) informaram que o sólido é um quadrado e, no momento de indicar as regiões planas, citaram apenas quatro quadrados. Evidencia-se uma dificuldade relacionada à visualização, pois estes participantes não perceberam, primeiramente, que se trata de um cubo e, em seguida, que ele é formado por seis regiões planas. Percebe-se que estes estudantes ainda não estão com o processo de visualização construído, devendo ser desenvolvidas mais atividades com o recurso em RA.

Quanto à questão 47b, referente à Pirâmide de base triangular, todos os participantes concluíram que não há triângulos suficientes para formá-la, contudo, cinco alunos (C, E, F, H e X) se equivocaram em nomeá-la, afirmando que o nome do sólido é triângulo. Os outros 20 participantes atingiram o esperado, salientando que esta é uma Pirâmide de base triangular e que seriam necessários quatro triângulos para montá-la.

Em relação à questão 47c, do total de participantes, 20 alcançaram o que se desejava, respondendo que o sólido observado é um paralelepípedo e que são necessários dois quadrados e quatro retângulos para montá-lo. Os discentes U e Y reconheceram que se trata de um paralelepípedo, mas afirmaram que ele é composto por dois quadrados e três retângulos, isto é, não visualizaram o quarto retângulo. Além disso, os alunos B, F e V perceberam que este sólido é constituído por seis regiões planas, sendo dois quadrados e quatro retângulos, porém, afirmaram não ser um paralelepípedo e sim um retângulo. Estes dados reforçam as dificuldades relacionadas à distinção das figuras planas e espaciais.

No tocante à questão 47d, que se refere a um Prisma de base triangular, 20 participantes atingiram o que se esperava em relação a sua nomenclatura e às regiões planas necessárias para montá-lo. Os outros cinco discentes se equivocaram no momento de informar o nome do sólido, como segue: (M) “*Prisma de base quadrangular*”; (R) “*Não sei o nome, mas é formado por três quadrados e dois triângulos*”; (T) “*Prisma de base retangular*”; (X) “*Cubo de base triangular*”; e (Y) “*Pirâmide*”.

Na questão 47e 18 alunos afirmaram o esperado, ou seja, responderam que o sólido observado é um Prisma de base triangular. Entretanto, em relação a sua nomenclatura, os discentes E e F responderam “*Paralelepípedo de base triangular*” e os participantes D, R, T e Y afirmaram, respectivamente: “*Cilindro*”; “*Não sei o nome, mas é formado por dois triângulos e três retângulos*”; “*Prisma de base retangular*”; e “*Pirâmide*”. No que diz respeito às regiões necessárias para montá-lo, o participante U se equivocou, salientando que bastam dois triângulos e dois retângulos, isto é, não visualizou que são obrigatórios quatro retângulos.

Evidencia-se que os poucos equívocos cometidos pelos participantes nas questões “47a” a “47e” são relacionados aos seguintes aspectos:

- (i) nomenclatura dos Sólidos Geométricos;
- (ii) distinção de figuras planas e espaciais;
- (iii) visualização das faces dos objetos.

Isto nos remete a Bongiovanni (2016), ao informar que as representações planas de objetos espaciais são enganosas, visto que nem todas as “partes” de um objeto/sólido estão visíveis.

Todavia, merece destaque que a maioria dos discentes atingiram o esperado, e entende-se que tal resultado se deve ao uso da tecnologia de RA como ferramenta

auxiliar na resolução das atividades anteriores. Nesse cenário, os discentes tiveram contato direto com os sólidos e, conforme Rancan e Giraffa (2012), para que os alunos adquiram uma aprendizagem significativa, é fundamental utilizar meios que viabilizem a visualização e manipulação dos objetos tridimensionais.

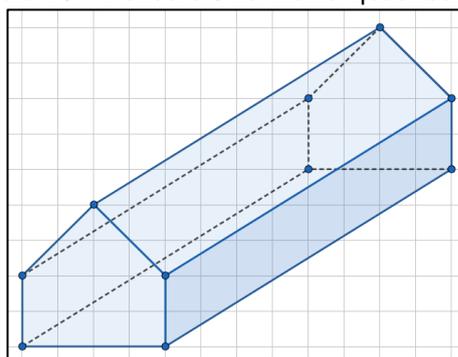
### **5.3.5 Análise *a Posteriori* do Encontro 5**

Como discutido no texto de introdução às análises *a posteriori* (tópico 5.4), a partir do Encontro 5 a discussão dos resultados é centrada nas atividades âncoras. As questões 48 e 49, que iniciam este encontro, classificam-se como de acompanhamento; as demais, âncoras. Contudo, estas últimas foram subdivididas em grupos que, embora unidos por uma finalidade semelhante, apresentam peculiaridades.

As questões 50 a 53 tratam da representação de Sólidos Geométricos na malha quadriculada. Por sua vez, as questões 54 a 57 e 60 a 62, trabalham as diferentes vistas de um sólido. E, por último, as questões 58, 59 e 63 exercitam a visualização de cubos em uma pilha. Por que mais de uma questão em cada grupo? Porque na busca de desenvolver a habilidade da visualização, faz-se necessário trabalhar situações didáticas similares utilizando diferentes objetos tridimensionais (RANCAN; GIRAFFA, 2012; WAHAB *et al.*, 2017; RESENDE, 2019). De cada um dos grupos acima referenciados, apresenta-se a análise *a posteriori* das questões 52, 53, 56, 58, 61 e 62, visto serem as consideradas mais significativas para a validação da proposta desta investigação. Inicialmente são discutidas as questões referentes a desenhar em perspectiva, em malha quadriculada, sem o apoio do recurso de RA, ou seja, a 52 e 53. Na sequência estão aquelas que tratam de desenhos das distintas vistas de sólidos, mas, desta vez, com o apoio da ferramenta de RA (questões 56, 61 e 62). E, finalmente, a questão 58, que novamente com o apoio do recurso de RA trabalha a visualização da quantidade de cubos em uma pilha.

Para a realização da questão 52, os discentes observaram o sólido da Figura 76 para reprodução do desenho na malha quadriculada.

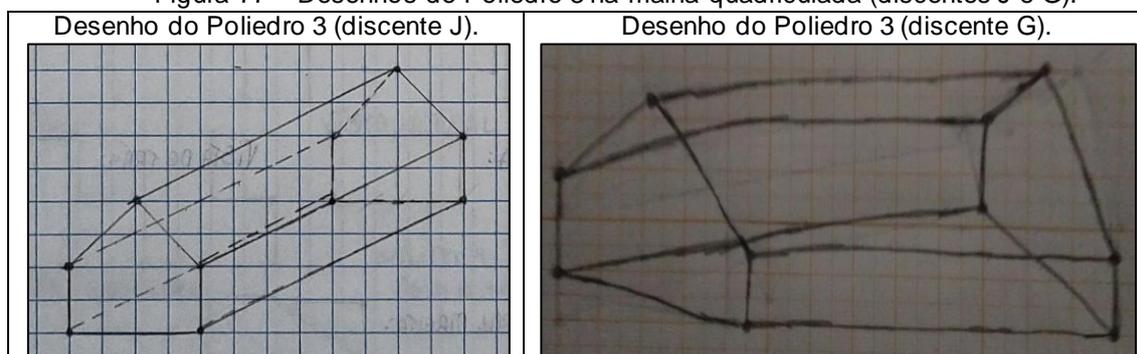
Figura 76 – Poliedro 3 na malha quadriculada.



Fonte: a pesquisa.

Nesta atividade, 24 alunos efetuaram o desenho, sendo que destes, 22 alcançaram o que se esperava, isto é, utilizaram os vértices da malha como apoio. Contudo, os discentes G e H não foram bem-sucedidos. Em vista disto, é pertinente lembrar que estes dois alunos apresentaram dificuldades relacionadas à visualização nas questões 30 (Encontro 3) e 47 (Encontro 4). Isto serve como indicativo de que os discentes que possuem dificuldades em visualizar também se embarçam no momento de desenhar. Como forma de exemplo dos desenhos efetuados pelos participantes, o quadro da Figura 77 exhibe as ilustrações dos alunos J (correta) e G (incorreta).

Figura 77 – Desenhos do Poliedro 3 na malha quadriculada (discentes J e G).

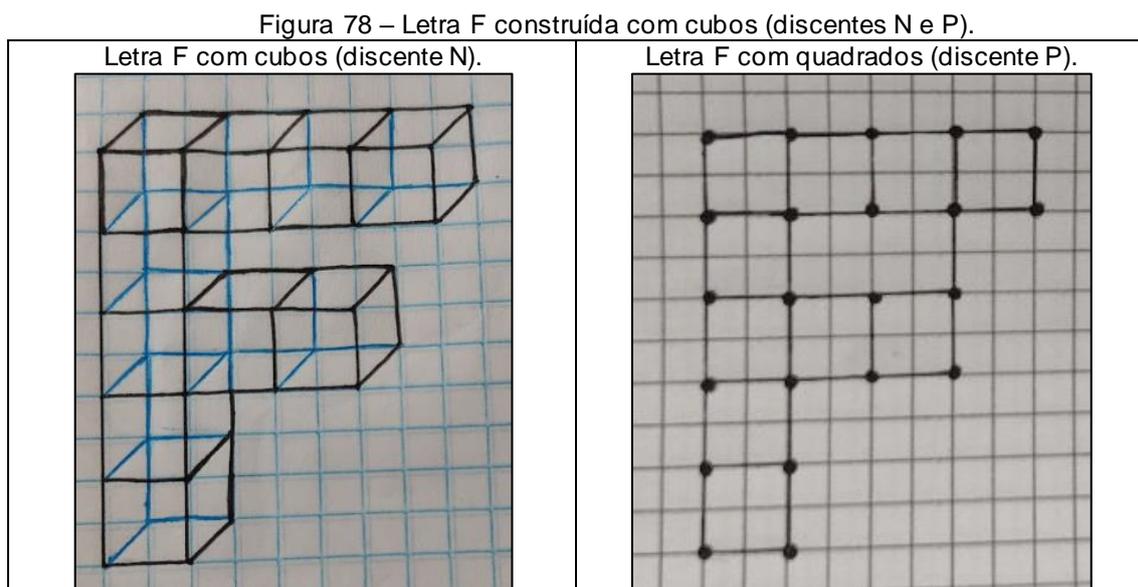


Fonte: a pesquisa.

Quanto à questão 53, “Desenhe na malha quadriculada a letra F utilizando 10 cubos”, quatro discentes não efetuaram esta atividade. Dos 21 que desenharam na malha quadriculada, 17 realizaram a tarefa conforme se esperava. Por outro lado, os alunos G, H, L e P, em vez de representarem cubos, esboçaram quadrados. Percebe-se, novamente, dificuldades relacionadas à distinção de uma figura plana para outra espacial (ROGENSKI; PEDROSO, 2019). Destaca-se que os discentes G e H mais uma vez mostraram dificuldades relacionadas à visualização. Por outro lado, os participantes L e P não haviam tido problemas desta natureza, anteriormente. Sendo

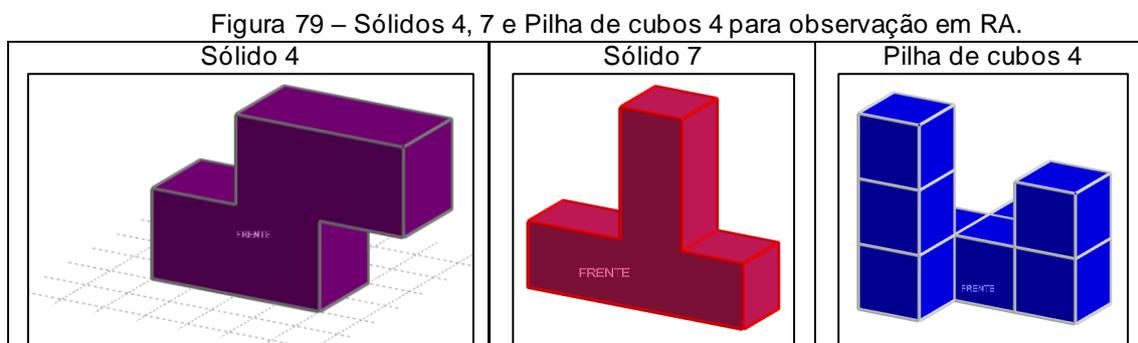
assim, evidencia-se que falharam na representação do desenho solicitado devido, exclusivamente, à visualização dos cubos, visto que eles, em vez de formarem imagens mentais do objeto tridimensional (FLORES; WAGNER; BURATTO, 2012) visualizaram na forma bidimensional, isto é, em quadrados.

A título de exemplo, o quadro da Figura 78 exhibe os desenhos realizados pelas discentes N (adequado) e P (inadequado).



Fonte: a pesquisa.

Na realização das questões 56, 61 e 62 os discentes utilizaram a RA para a observação dos sólidos 4, 7 e “pilha de cubos 4” exibidos no quadro da Figura 79 a seguir. Na 56 eles foram solicitados a desenhar todas as vistas do sólido, na 61 exclusivamente as vistas lateral esquerda, cima e trás e, na 62, todas as vistas com exceção da de baixo.



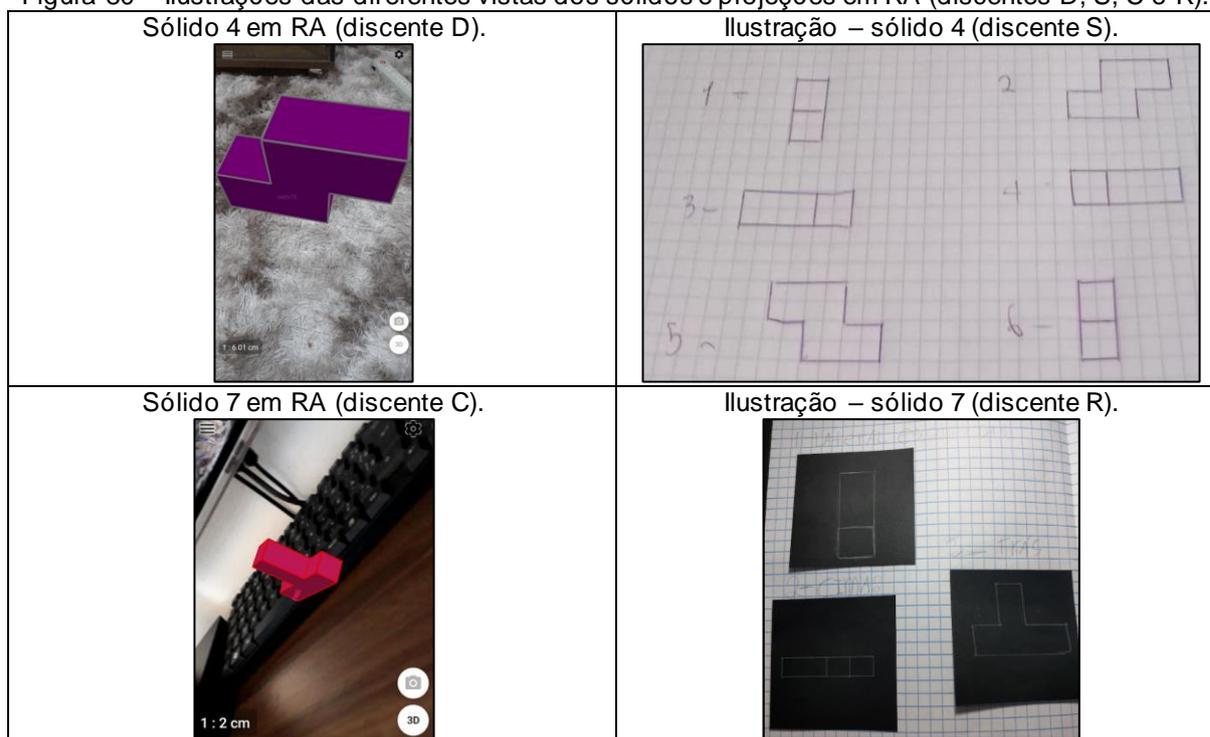
Fonte: a pesquisa.

Na questão 56 os discentes H e U não realizaram as ilustrações, no entanto, o restante dos participantes efetivaram a tarefa como se esperava. Quanto à questão

61, novamente, com exceção da aluna H, todos os estudantes apresentaram as ilustrações das vistas do sólido corretamente. No que tange à questão 62, 24 discentes efetuaram a tarefa, sendo que todos ilustraram as diferentes vistas da pilha de cubos como se acreditava.

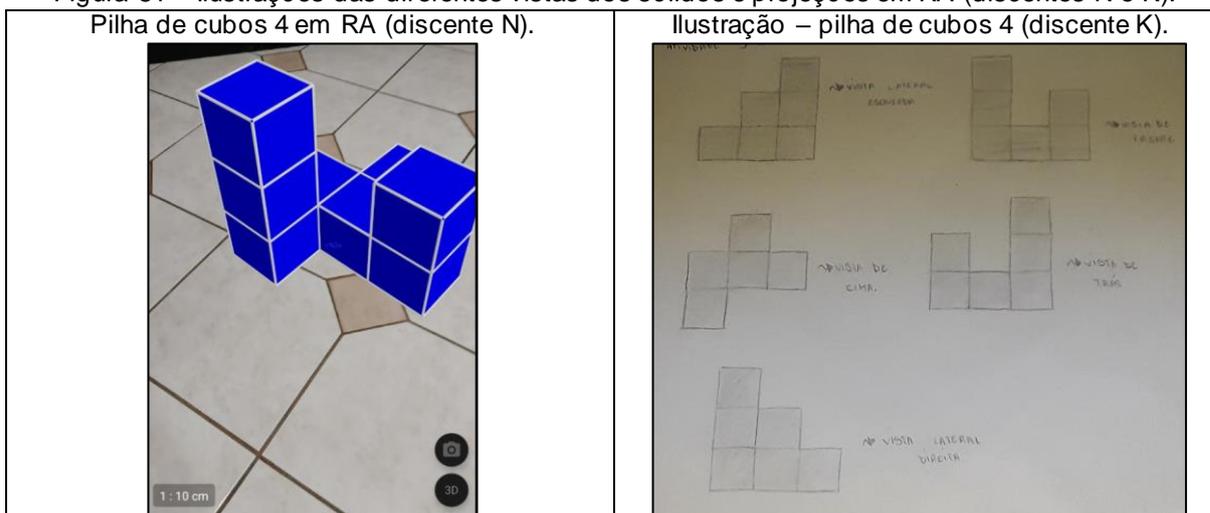
Evidencia-se que, nestes casos, a utilização da ferramenta tecnológica está de acordo com os objetivos que se pretendia atingir, ou seja, entende-se que seguindo os PCN (Brasil, 1998), Silva (2017), Valentim (2017) e Silva (2019), a utilização da RA foi exitosa. Sendo assim, as tecnologias aumentam as possibilidades de contribuições que potencializam o processo de ensino e aprendizagem (SILVA, 2017), e denota-se que a RA se caracteriza por um valioso benefício para o ensino da Geometria Espacial (DUNCAN, 2014; SANTOS, 2015; FRANÇA, 2015; OLIVEIRA, 2016; SILVA, 2017; MACEDO, 2018; RESENDE, 2019; LOPES *et al.*, 2019). Em forma de exemplo, os quadros das Figura 81 e 81 apresentam ilustrações das diferentes vistas dos sólidos (discentes S, R e K) e projeções em RA efetuadas (discentes D, C e N).

Figura 80 – Ilustrações das diferentes vistas dos sólidos e projeções em RA (discentes D, S, C e R).



Fonte: a pesquisa.

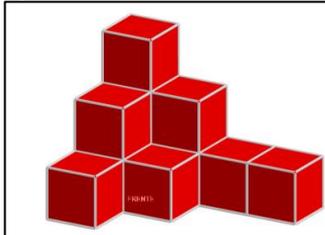
Figura 81 – Ilustrações das diferentes vistas dos sólidos e projeções em RA (discentes N e K).



Fonte: a pesquisa.

A pilha de cubos da Figura 82, a seguir, foi analisada em RA pelos participantes para efetuarem a questão 58.

Figura 82 – Pilha de cubos 2.



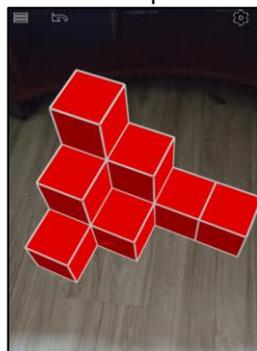
Fonte: a pesquisa.

Nesta indagação, “Qual o número total de cubos?”, todos os 25 participantes enviaram suas respostas, contudo, evidencia-se certa dificuldade em visualizar o montante de cubos, visto que sete discentes responderam incorretamente. Em contrapartida, 18 alunos alcançaram o que se esperava, ou seja, afirmaram “a pilha possui 11 cubos”. Os alunos B, I, T e X concluíram que o total de cubos é dez, enquanto os discentes H, M e O afirmaram, respectivamente, nove, oito e sete. Os alunos que afirmaram que a pilha possui dez cubos, com exceção do I, até esta atividade não apresentaram dificuldades relacionadas à visualização e, portanto, credita-se o ocorrido à falta de atenção durante a observação em RA. Por sua vez, os discentes H, I, M e O já haviam apresentado alguma dificuldade com a visualização, em especial H e I, o que justifica suas respostas incorretas. Conforme Fainguelemt e Nunes (2009) *apud* Resende (2019), no processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial, os discentes precisam desenvolver as competências da visualização e percepção tridimensional, o que é favorecido pelo recurso de RA. Ainda

seguindo estes autores, percebe-se que os discentes H, I, M e O possuem baixa capacidade para realizar a conexão entre imagem mental e raciocínio lógico visual.

A título de exemplo das projeções em RA efetivadas pelos participantes, a Figura 83 exibe a captura de tela da pilha de cubos enviada pela aluna D.

Figura 83 – Projeção em RA da pilha de cubos 2 (discente D).



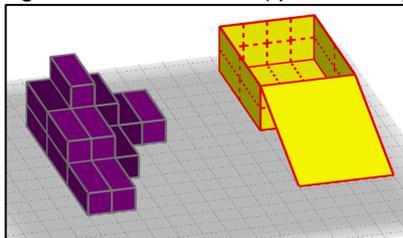
Fonte: a pesquisa.

### 5.3.6 Análise *a Posteriori* do Encontro 6

É importante destacar que, com exceção das questões 64 a 66, em todas as próximas tarefas da SD, os participantes não tiveram o auxílio da RA. Isto se justifica, pois o objetivo, a partir deste momento, foi verificar se eles desenvolveram a habilidade da visualização. As questões 64, 65 e 67 a 70, classificam-se como de acompanhamento, sendo, as demais, âncoras.

Quanto à realização dos “desafios das caixas” (questões 64, 65 e 66) os discentes utilizaram a RA para a observação dos objetos. Nestas três tarefas eles foram solicitados a verificar a quantidade total de cubos/paralelepípedos nas pilhas e se estes caberiam dentro das caixas. A Figura 84 apresenta o desafio da caixa 3.

Figura 84 – Desafio 3 (questão 66).

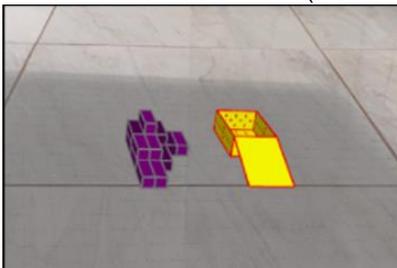


Fonte: a pesquisa.

Quanto à questão 66 (desafio da caixa 3), nove alunos não conseguiram identificar as quantidades exatas de sólidos na pilha e a capacidade total da caixa. Em contrapartida, os outros 16 discentes responderam os questionamentos corretamente.

Em relação aos resultados obtidos nestes desafios, considera-se relativamente baixo o número de respostas corretas. Contudo, percebe-se que os participantes realizaram as projeções em RA de maneira inadequada, ou seja, com as pilhas de sólidos e caixas pequenas e, não raro, em ambiente com espaço reduzido para esta prática, conforme exhibe a Figura 85 a seguir.

Figura 85 – Desafio 3 em RA (discente F).



Fonte: a pesquisa.

Neste cenário, estes mesmos desafios foram enviados novamente àqueles participantes que, na primeira tentativa, não atingiram o que se esperava. No entanto, foi salientado que as projeções deveriam ser efetuadas em ambiente com espaço suficiente e em tamanho maior, condições necessárias para analisar os objetos com mais precisão. O quadro da Figura 86 exhibe as comparações dos resultados da primeira e segunda aplicações do desafio da caixa 3.

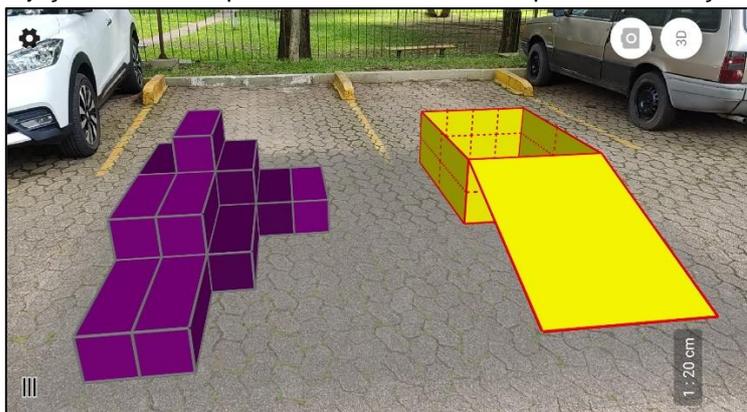
Figura 86 – Resultados do desafio da caixa 3.

<b>Comparação dos resultados do desafio da caixa 3</b>		
<b>Resultados caixa 03</b>	<b>Número de respostas INADEQUADAS</b>	<b>Número de respostas ADEQUADAS</b>
Antes das orientações relativas às projeções	9	16
Após as orientações relativas às projeções	2	23

Fonte: a pesquisa.

É importante destacar que apenas os estudantes A, C, N, R, V e Y responderam de pronto os desafios das caixas 1, 2 e 3. Os demais respondentes que obtiveram algum êxito na primeira tentativa, acertaram um ou dois, mas nunca os três desafios consecutivos. Todavia, após as orientações do professor pesquisador, relacionadas ao local e a forma de realizar as projeções e observações em RA, o número dos discentes que atingiram o objetivo nos três desafios subiu para 23. A Figura 87 exhibe a projeção realizada pela discente O, sendo um exemplo de projeção em tamanho e espaço suficientes para uma boa observação.

Figura 87 – Projeção em RA da pilha de cubos e caixa 3 após as orientações (discente O).



Fonte: a pesquisa.

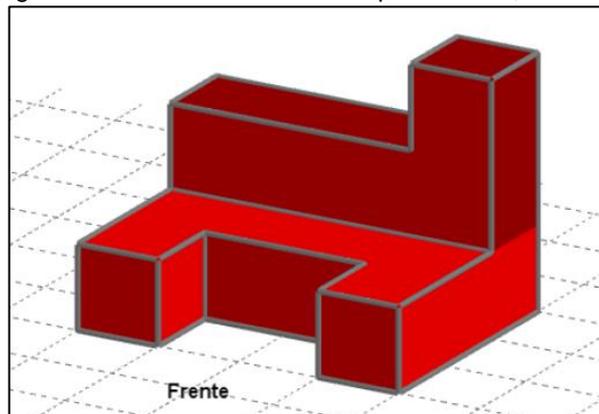
Posteriormente as orientações relacionadas ao espaço e tamanho que as projeções devem ser efetuadas, apenas os discentes I e Q não atingiram o que se acreditava. Todavia, destaca-se que estes alunos possuem histórico de dificuldade em visualização, como visto em questões trabalhadas nos encontros 3, 4 e 5.

Neste cenário, os resultados corroboram que a tecnologia de RA potencializa o processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial. A RA facilita a ação de visualizar e investigar figuras geométricas, bem como permite vinculações entre as habilidades de formação de imagens mentais, raciocínio lógico visual e visualização geométrico-espacial (RESENDE, 2019).

O ocorrido também reforça o que foi discutido por Silva (2017), ou seja, que em relação ao uso de tecnologias, deve ser efetuada uma análise prévia para verificar se o recurso é consonante às particularidades do ambiente de ensino. Neste viés, considera-se que estes três desafios, enquanto parte desta SD, são relevantes e contribuem para a aprendizagem da Geometria Espacial, facultando aos discentes a oportunidade de experimentação na aquisição de conhecimento, por meio da exploração e investigação de formas geométricas, como discutido por Wahab *et al.* (2017).

As questões 71 a 73 foram de múltipla escolha. Para respondê-las, os discentes observaram o sólido da Figura 88 a seguir.

Figura 88 – Sólido referente às questões 71, 72 e 73.

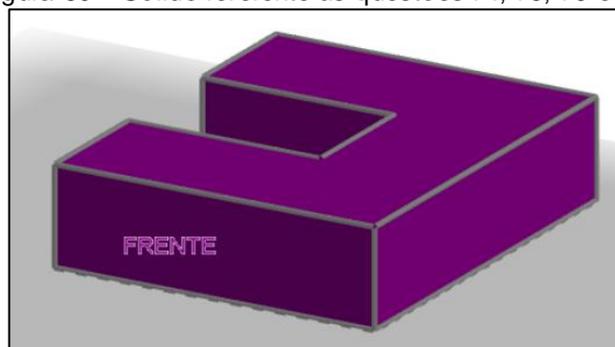


Fonte: a pesquisa.

Estas questões foram realizadas por 24 participantes e, na primeira, com exceção da aluna Q, os demais concluíram que a alternativa três corresponde à vista frontal da peça, ou seja, atingiram o que se esperava. Por outro lado, na indagação 72, o total de respondentes concluiu o que se acreditava, afirmando que a vista de cima da peça está representada pela opção dois. E, no que tange à questão 73, quatro participantes (H, M, P e Q) não alcançaram o que se desejava, pois não reconheceram/visualizaram que a primeira alternativa exibe a vista lateral esquerda da peça.

Para realizar as tarefas 74 a 77, os participantes observaram o sólido da Figura 89. Cabe destacar que nas questões 74 a 76 os discentes não foram solicitados a desenhar, enquanto na 77, sim.

Figura 89 – Sólido referente às questões 74, 75, 76 e 77.



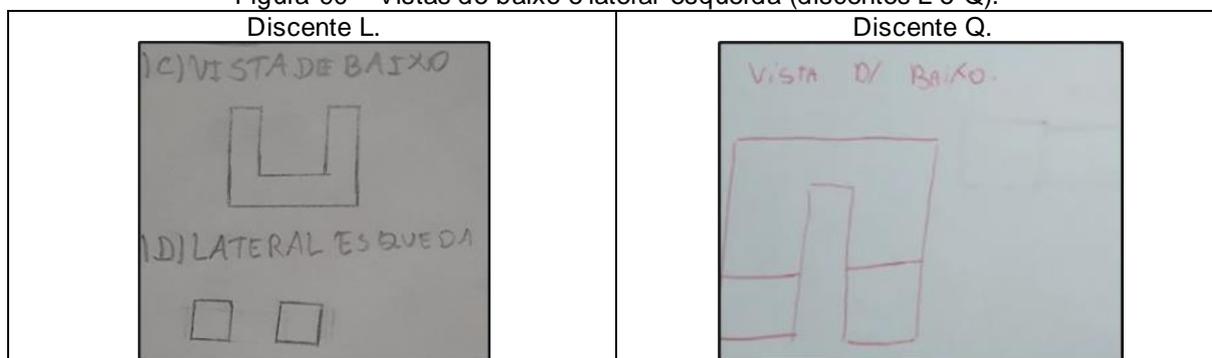
Fonte: a pesquisa.

As questões 74, 75 e 76 foram respondidas por 24 estudantes, sendo que nas duas primeiras, com exceção da aluna M, os restantes atingiram o que se esperava, isto é, visualizaram que (i) a vista frontal do sólido é igual a de trás e (ii) a vista de cima é igual a de baixo. No que tange à questão 76, os discentes G e H salientaram

que a vista lateral esquerda é igual à direita, portanto, considerando que somente a lateral direita está à mostra, percebe-se que eles não conseguiram formar uma imagem mental da vista lateral esquerda.

No que tange à questão 77, onde foi solicitado desenhar as vistas de baixo e lateral esquerda do sólido, do total de participantes, 22 efetuaram as ilustrações. Como apresentado no quadro da Figura 90, as alunas L e Q, contrariando o que se esperava, cometeram um deslize relacionado à habilidade de visualização. A discente L desenhou a lateral esquerda de forma incorreta e, a aluna Q, fez o mesmo, entretanto, com a representação da vista de baixo.

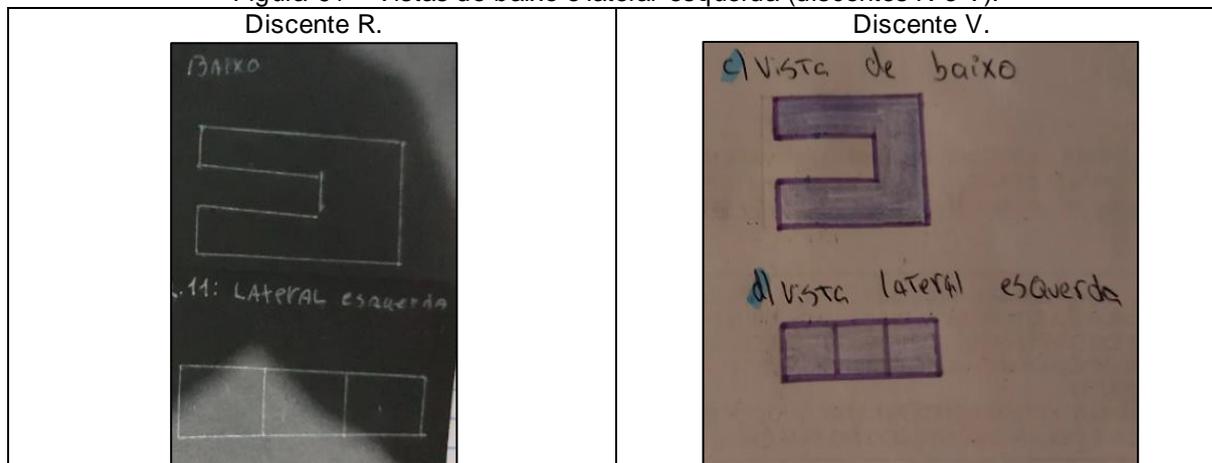
Figura 90 – Vistas de baixo e lateral esquerda (discentes L e Q).



Fonte: a pesquisa.

Em contrapartida, os outros 20 participantes formaram imagens mentais destas diferentes vistas do sólido e, assim, realizaram os desenhos conforme o esperado. Dois exemplos, dos alunos R e V, estão exibidos no quadro da Figura 91 a seguir.

Figura 91 – Vistas de baixo e lateral esquerda (discentes R e V).



Fonte: a pesquisa.

Neste conjunto de questões os poucos equívocos relacionados à habilidade da visualização foram cometidos pelos discentes G, H, M, P e Q. Contudo, deve-se considerar que estes participantes já apresentaram dificuldades em tarefas anteriores associadas ao ato de visualizar. Neste viés, percebe-se que há uma deficiência no desenvolvimento da visualização espacial (RESENDE, 2019). Sendo assim, entende-se que aumentar a quantidade de atividades didáticas com RA contribuiria para o aprimoramento da habilidade da visualização, o que nos remete ao trabalho de Rancan e Giraffa (2012).

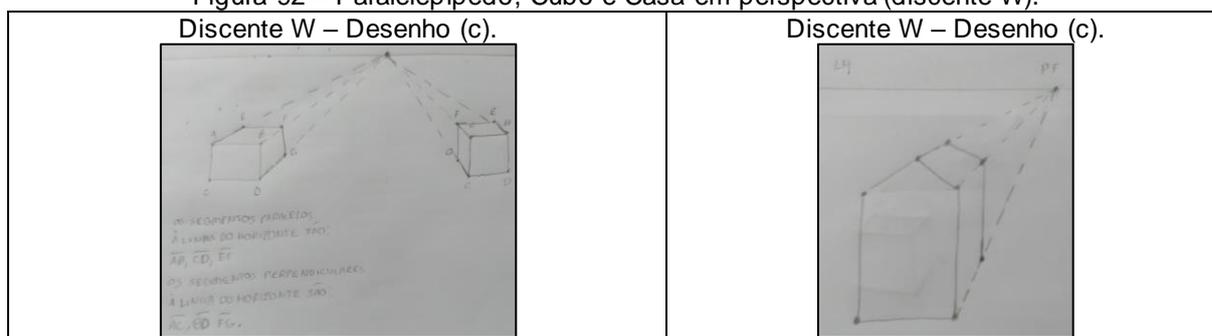
Por outro lado, credita-se à tecnologia da RA a maioria dos alunos ter alcançado o que se esperava. Ela amenizou os impasses referentes à visualização dos sólidos (SANTOS, 2015), facilitando a formação de imagens mentais para resolução das tarefas (FLORES; WAGNER; BURATTO, 2012) e, desta forma, novamente se mostra como um valioso recurso na aprendizagem da Geometria Espacial.

### 5.3.7 Análise a Posteriori do Encontro 7

Neste último encontro, as questões 86, 87, 91 e as atividades de desenho “c” e “d” são classificadas como âncoras. Por outro lado, as questões 78 a 85 e 89 e 90 são consideradas de acompanhamento, visto que dão suporte à realização das âncoras.

Quanto à atividade de desenho “c”, do total de participantes, 24 efetuaram esta tarefa de desenho livre. Deste conjunto, 19 a desenvolveram conforme se imaginava, isto é, utilizaram linha do horizonte, ponto de fuga e segmentos paralelos e perpendiculares à linha do horizonte, citando quais são paralelos e quais são perpendiculares.

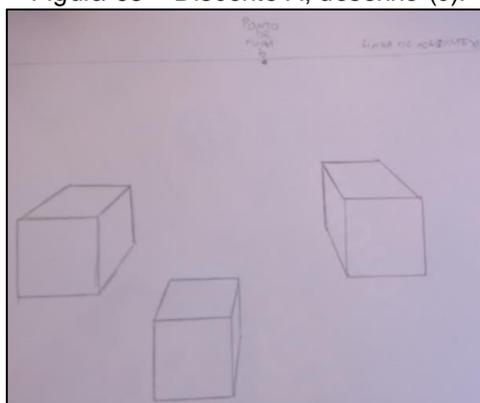
Figura 92 – Paralelepípedo, Cubo e Casa em perspectiva (discente W).



Fonte: a pesquisa.

Conforme exibido no quadro da Figura 92, o discente W esboçou um paralelepípedo, um cubo e uma casa, em perspectiva. Para ilustrar os dois primeiros ele utilizou a mesma linha do horizonte e ponto de fuga. De modo similar, o aluno A também se apoiou na linha do horizonte e em um único ponto de fuga, desenhando os três paralelepípedos exibidos na Figura 93 a seguir.

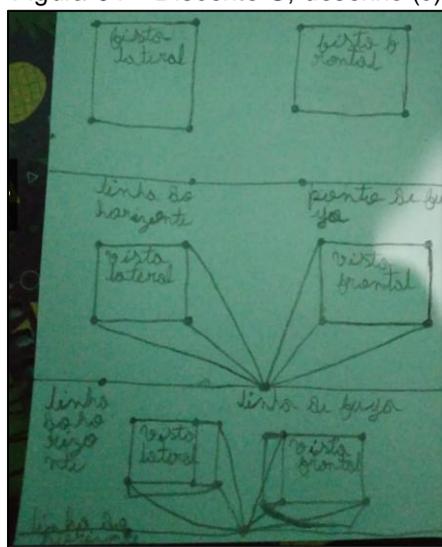
Figura 93 – Discente A, desenho (c).



Fonte: a pesquisa.

Por outro lado, os participantes F, G, H, Q e T passaram por dificuldades para desenvolver o proposto na atividade. Os obstáculos encontrados por estes alunos são semelhantes. Os cinco iniciaram esboçando as faces frontais do(s) objeto(s) que pretendiam ilustrar e traçaram segmentos até o ponto de fuga, todavia, os equívocos ocorreram no momento de delinear os segmentos paralelos e perpendiculares à linha do horizonte. A Figura 94 apresenta o trabalho do discente G.

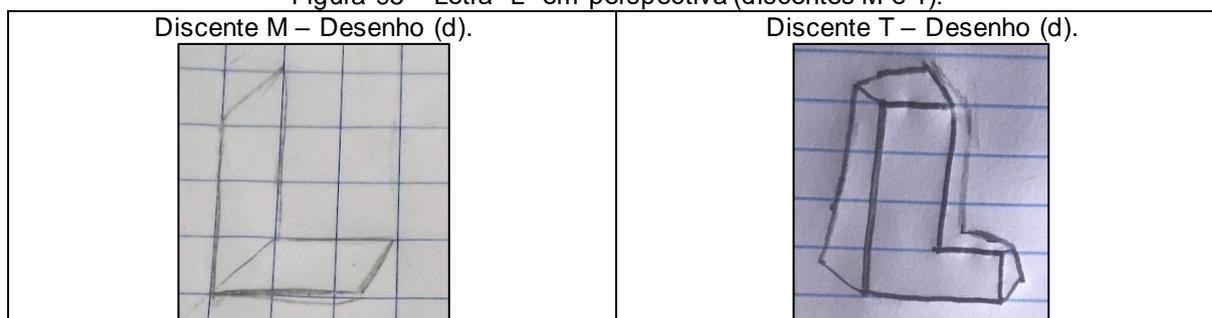
Figura 94 – Discente G, desenho (c).



Fonte: a pesquisa.

Em relação à atividade de desenho “d”, 21 participantes enviaram suas ilustrações, contudo, quatro alunas (M, P, Q e T) encontraram dificuldades para concretizá-la corretamente. As discentes M, P e Q não iniciaram o esboço pela vista frontal da letra L e, por este motivo, não conseguiram efetuar o desenho em perspectiva. Seguindo outra concepção, a aluna T não empregou a linha do horizonte e o ponto de fuga e, em resultado disso, sua ilustração ficou inadequada. O quadro da Figura 95 exibe os desenhos das participantes M e T.

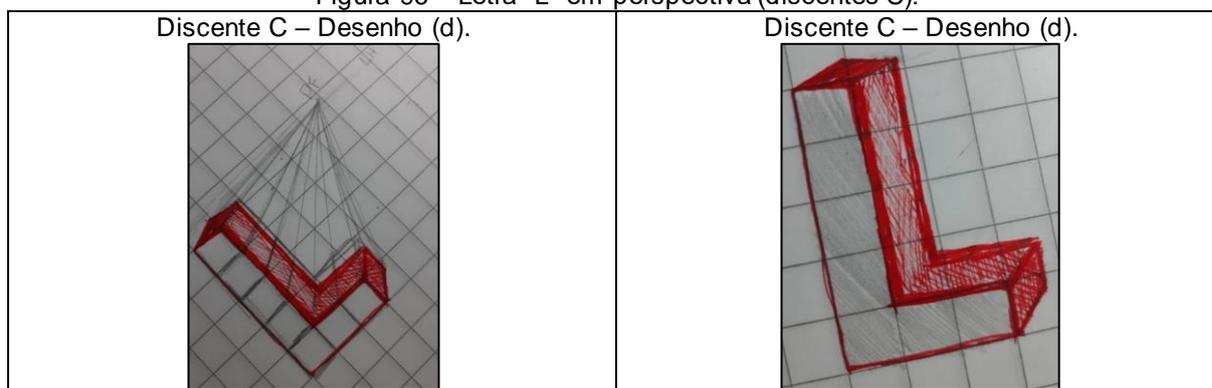
Figura 95 – Letra “L” em perspectiva (discentes M e T).



Fonte: a pesquisa.

Em contrapartida, os 17 participantes restantes atingiram o que se esperava, ou seja, utilizaram a face frontal da letra, linha do horizonte, ponto de fuga e segmentos paralelos e perpendiculares para realizar o desenho em perspectiva. A título de exemplo, as ilustrações do participante C estão exibidas no quadro da Figura 96 a seguir.

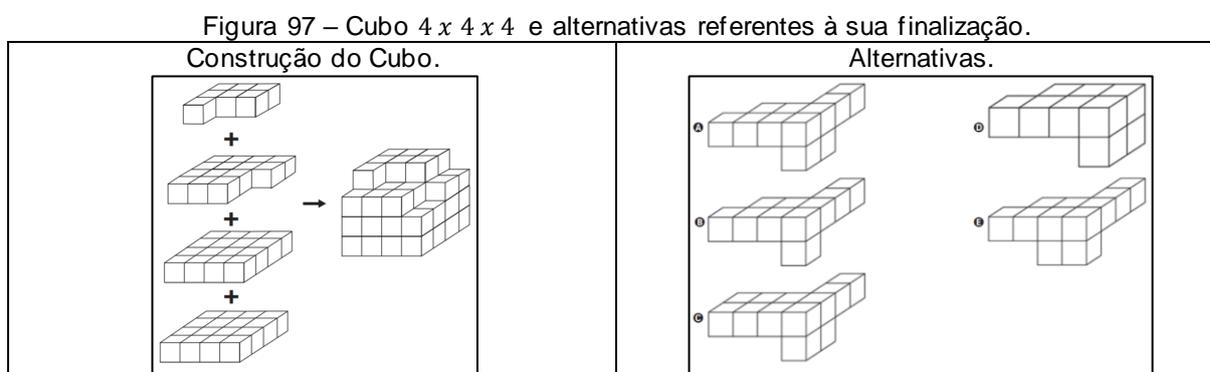
Figura 96 – Letra “L” em perspectiva (discentes C).



Fonte: a pesquisa.

Na questão 86 (ENEM 2018) os discentes observaram as imagens contidas no quadro da Figura 97 referentes à construção de um Cubo com dimensões  $4 \times 4 \times 4$ .

O desafio consistiu em identificar a alternativa que corresponde aos cubinhos que ainda faltam empilhar para finalizar a construção do Cubo.

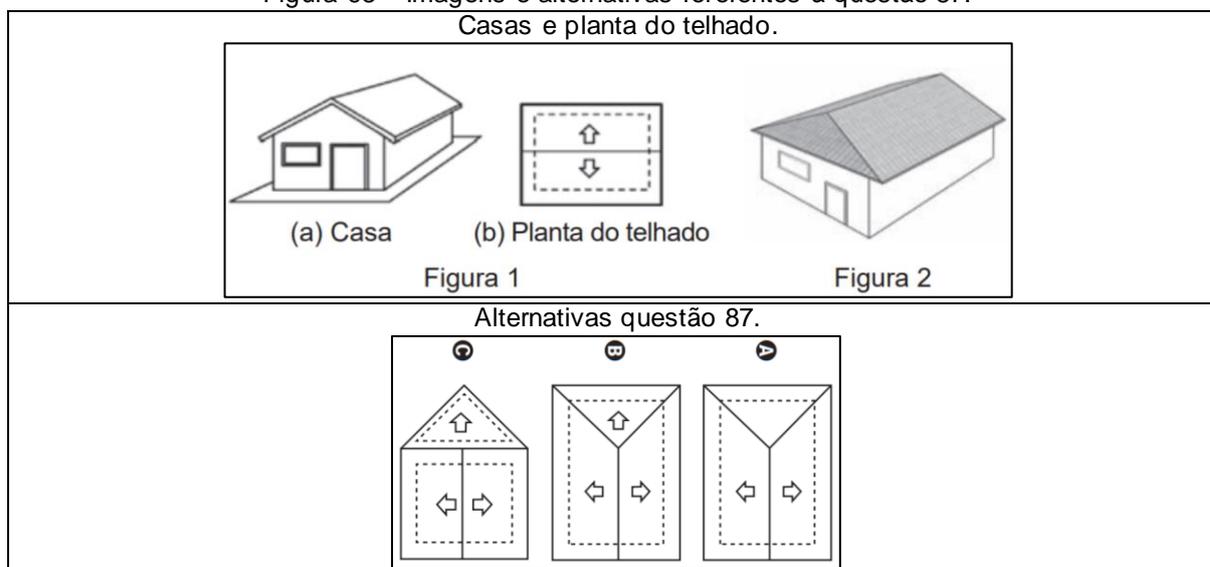


Fonte: Brasil (2018).

Nesta atividade, 24 participantes enviaram suas respostas. Contudo, três discentes (F, G e Q) não alcançaram o que se esperava, pois não visualizaram que a alternativa “A” corresponde à peça que completa o cubo  $4 \times 4 \times 4$ . A discente F optou pela alternativa “C”, enquanto G e Q escolheram a opção “E”. Os outros 21 alunos tiveram preferência por “A”, ou seja, atingiram o que se acreditava.

No que tange à questão 87 (adaptada do ENEM, (2020)), os discentes analisaram as imagens exibidas no quadro da Figura 98. No quadro, a Figura 1 apresenta uma casa e a planta do seu telhado com indicação do sentido de escoamento da água da chuva. Em contrapartida, a Figura 2 expõe uma segunda casa e, o desafio, é identificar a alternativa correta referente à planta do telhado desta casa, incluindo a indicação do sentido do escoamento da água da chuva.

Figura 98 – Imagens e alternativas referentes à questão 87.

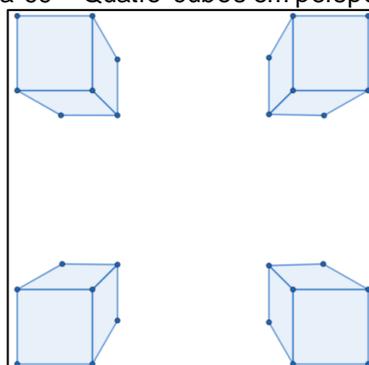


Fonte: a pesquisa.

Neste desafio, assim como no anterior, três discentes não responderam a questão corretamente, mas, desta vez, foram H, Q, e T. As participantes H e Q afirmaram “A” enquanto T pensou ser “C”. Contudo, o restante dos alunos atingiu o que se esperava, visualizando que a escolha correta é “B”.

Em relação ao último desafio (questão 91), os participantes observaram quatro cubos (Figura 99) e foram solicitados a desenhá-los utilizando a mesma linha do horizonte e o mesmo ponto de fuga.

Figura 99 – Quatro cubos em perspectiva.



Fonte: a pesquisa.

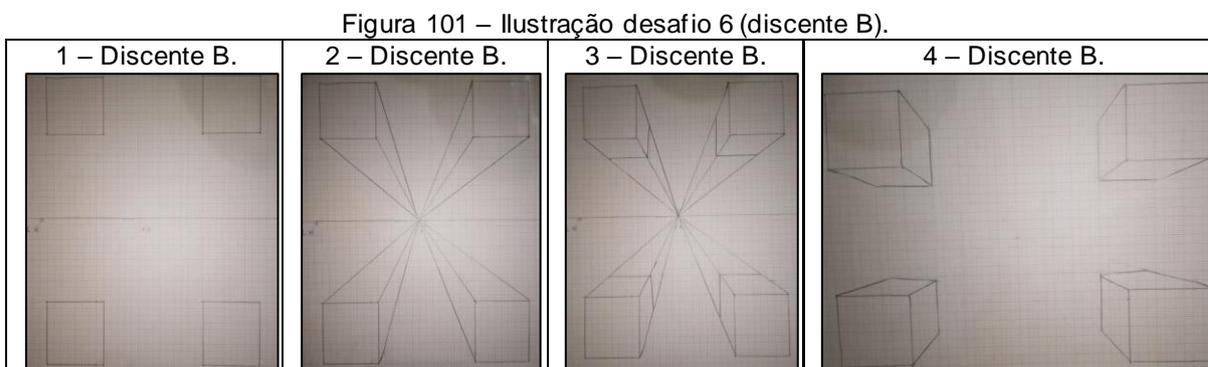
Nesta tarefa, 23 participantes realizaram a ilustração, contudo, os alunos F, G, H, Q e T não alcançaram o que se acreditava. A discente Q iniciou a representação dos cubos de maneira correta, entretanto, não utilizou segmentos paralelos nem perpendiculares à linha do horizonte. Por este motivo a ilustração ficou despadronizada. Por equívoco diferente, ou seja, por não esboçarem os segmentos pontilhados do ponto de fuga aos vértices da face frontal dos cubos, os alunos F, G e H também não atingiram o esperado. Por sua vez, a discente T não visualizou a linha do horizonte entre os cubos, com ponto de fuga no centro. Ela considerou que a linha estava localizada abaixo dos quatro sólidos e, por conta deste raciocínio, seu resultado foi incorreto. Como exemplo, o quadro da Figura 100 exhibe as ilustrações realizadas pelas participantes Q, F e T.

Figura 100 – Ilustrações referentes à questão 91 (discentes Q, F e T).



Fonte: a pesquisa.

Em contrapartida, os 18 participantes restantes alcançaram o que se esperava. Eles visualizaram a linha do horizonte e o ponto de fuga no centro dos cubos e efetuaram os desenhos de maneira correta. A título de exemplo, o quadro da Figura 101 apresenta as ilustrações realizadas pela aluna B.



Fonte: a pesquisa.

No Encontro 7 as atividades foram especialmente construídas para verificar a validação das hipóteses de pesquisa, as quais estão elencadas no tópico 1.1.4 desta dissertação. Dentre as atividades âncoras foram trabalhados desenhos em perspectiva e tarefas que, para serem realizadas corretamente, necessitam sobretudo da habilidade da visualização.

Os equívocos ainda cometidos por uns poucos estudantes foram relacionados ao que segue:

- dificuldade em desenhar segmentos de reta paralelos ou perpendiculares à linha do horizonte;
- iniciar a ilustração de um sólido desconsiderando a vista frontal;
- desenhar sem o emprego da linha do horizonte e do ponto de fuga;
- deficiência no ato de visualizar.

Conforme discutido no início deste Encontro, os discentes F, G, H, Q e T apresentaram dificuldades para realizar a atividade de desenho “c”. Além disso, estes mesmos alunos também se embaraçaram ao efetuar a ilustração solicitada na questão 91. E, na atividade de desenho “d”, os impasses ocorreram com os participantes M, P, Q e T. Neste cenário, cabe destacar que até o Encontro 6 esta SD apresenta 44 questões relativas à habilidade da visualização, sendo que os participantes aqui citados foram os que demonstraram o menor desenvolvimento desta habilidade. Portanto, infelizmente, não causa surpresa que estes sete estudantes efetuaram os desenhos com incorreções.

Por outro lado, a maioria dos participantes atingiu o que se esperava, lembrando que neste Encontro eles não tiveram o apoio da RA. Contudo, entende-se que a sequência de atividades dos encontros anteriores, onde o recurso da RA foi fartamente utilizado, responde pelo sucesso por eles aqui registrado. A interação dos discentes com esta tecnologia lhes fortaleceu a autonomia no desenvolvimento do pensamento geométrico espacial (FRANÇA, 2015; OLIVEIRA, 2016; MACEDO, 2018), contribuindo sobremaneira para desenvolverem a habilidade de desenhar em perspectiva. Com certeza eles conseguiram realizar a conexão entre imagem mental e raciocínio lógico visual, o que nos remete ao trabalho de Resende (2019). Nesta conjuntura, validam-se as duas hipóteses desta investigação, como segue: (i) atividades didáticas, amparadas pela tecnologia de RA, contribuem para o desenvolvimento da habilidade de “visualização”; e (ii) discentes que visualizam diferentes faces de um sólido geométrico estão mais habilitados a realizar desenhos em perspectiva.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, “Ensino e Aprendizagem de Geometria Espacial: um Experimento com Realidade Aumentada”, se teve como objetivos:

- explorar os recursos disponíveis sobre RA no *software* de Geometria Dinâmica GeoGebra, bem como sua integração ao *Google Classroom*;
- investigar/desenvolver atividades didáticas, apoiadas na tecnologia de RA, com conceitos matemáticos necessários à aprendizagem da Geometria Espacial para o 8º e 9º anos do EF;
- elaborar e implementar uma SD com foco na habilidade de visualizar diferentes vistas de um sólido para realizar desenhos em perspectiva.

Considerando a pouca atenção dada à Geometria nas salas de aula da Educação Básica (OLIVEIRA, 2015), e a insuficiência da utilização de apenas desenhos para explorar a Geometria Espacial (NOTARE; BASSO, 2016), evidencia-se a necessidade de se pensar sobre os benefícios proporcionados pelas novas TD. Neste cenário, surge o questionamento desta investigação: “Quais as contribuições da aplicação de uma Sequência Didática com RA, como estratégia para a aprendizagem da Geometria Espacial, para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental?”

Na busca por respostas, as seguintes hipóteses de pesquisa foram levantadas:

- atividades didáticas, amparadas pela tecnologia de RA, contribuem para o desenvolvimento da habilidade de “visualização”;
- discentes que visualizam diferentes faces de um sólido geométrico estão mais habilitados a realizar desenhos em perspectiva.

Ao seguir os pressupostos da metodologia Engenharia Didática, as análises prévias (1ª fase) foram realizadas por meio da investigação das pesquisas nacionais relacionadas a esta temática (Revisão de Literatura – capítulo 2) e das convergências e contrastes, entre os PCN e a BNCC, no que tange ao ensino da Geometria Espacial e utilização das TD (tópico 3.2). Revela-se, com a Revisão de Literatura, que a tecnologia de RA é uma valiosa ferramenta educacional por permitir a experimentação e o contato próximo/direto com os objetos. Além disso, mostra-se neste estudo hoje que a RA está mais acessível aos educadores e educandos, pois, quando utilizada

com o GeoGebra 3D, necessita apenas de material do GeoGebra (ggb) e de *smartphone/tablet* com a plataforma ARCore instalada. Neste viés, faz-se desnecessário (i) utilizar marcadores de RA; (ii) conhecer programação; (iii) importar bibliotecas virtuais; e/ou (iv) desenvolver aplicativo ou *software*.

Em relação aos PCN e à BNCC, evidenciam-se convergências nos anos finais do EF. Contudo, para o 9º ano, a BNCC introduziu a habilidade EF09MA17, a qual gerou o terceiro objetivo desta pesquisa, isto é, a habilidade de visualizar para, após, desenhar objetos em perspectiva.

Quanto à segunda fase da metodologia (análises *a priori*), efetuou-se a elaboração da SD — desenvolvida para ser aplicada por meio de oficinas remotas — objetivando o processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial. No entanto, com base nas análises prévias, a SD foi dividida em módulos, visto ser necessário, inicialmente, revisar os conceitos básicos da Geometria Plana.

No que diz respeito à experimentação da SD (terceira fase da metodologia), o experimento ter ocorrido remotamente pode, por um lado, ter apresentado algumas limitações. Por quê? Porque neste formato a interação entre professor e aluno é parcialmente prejudicada, como, por exemplo, dificultando ao educador verificar se os discentes estão efetuando as projeções em RA e observações de maneira correta. Posto isto, acredita-se que esta SD pode/deve ser aplicada também em formato presencial, permitindo comparar os resultados obtidos em cada modalidade e, assim, trazendo novas contribuições ao ensino e aprendizagem da Geometria Espacial.

Por outro lado, o modo remoto permitiu a participação de estudantes de diferentes regiões, sendo três estados, 11 cidades e 14 escolas, todas da rede de ensino pública. Portanto, o grupo é formado por discentes de distintas realidades sociais e educacionais e, neste cenário, os resultados desta investigação suportam afirmações mais abrangentes em relação ao ensino da Geometria Espacial.

Quanto às análises *a posteriori* e validação da SD (última fase da metodologia), os resultados foram analisados em relação às construções e interações dos discentes, no decorrer das sete oficinas (encontros) realizadas. Pelo sucedido nos Encontros 1 e 2, os quais objetivaram revisar os conceitos básicos da Geometria Plana, salienta-se que a maioria dos participantes afirmaram estar vendo tais objetos de conhecimento pela primeira vez. À vista disso, e consideradas as distintas realidades dos discentes, admite-se as deficiências/negligências referentes ao ensino da Geometria, como já discutido por Oliveira (2015) e Bongiovanni (2016). Cabe ainda

salientar, que estes dois primeiros encontros mostraram não ser suficiente o docente possuir conhecimento das TD, visto que, para que a aprendizagem ocorra, os alunos também devem estar familiarizados com o recurso tecnológico aplicado. Neste cenário, o professor pesquisador optou pela criação de um vídeo tutorial que tratou do uso das ferramentas do aplicativo GeoGebra Geometria, o qual, após assistido pelos estudantes, revelou-se de expressivo valor pedagógico, uma vez que lhes proporcionou mais agilidade e segurança na realização das atividades da SD.

Em relação ao Encontro 3, conforme já discutido por Macedo (2018), os resultados indicaram que o emprego da tecnologia de RA torna os discentes mais integrados ao ambiente de ensino. Contudo, antes de fazer o uso das TD, entende-se necessário verificar se a tecnologia escolhida está alinhada aos objetivos didáticos em jogo, conforme já argumentado por Silva (2019). Além disso, os resultados igualmente evidenciaram o que já fora salientado por Silva (2017), ou seja, que as TD complementam o processo, contudo, não solucionam todos os problemas educacionais. Neste contexto, o recurso da RA se mostrou eficaz, dado que os discentes conseguiram observar as características dos objetos tridimensionais.

No que diz respeito ao Encontro 4, alguns discentes apresentaram dificuldades relacionadas à (i) nomenclatura dos Sólidos Geométricos, (ii) distinção de figuras planas e espaciais e (iii) visualização das faces dos objetos. Entende-se que isso ocorreu pela falta de conhecimento dos conceitos básicos da Geometria, o que nos remete, novamente, às discussões sobre a pouca atenção dada a esta disciplina na educação básica. Em contrapartida, a maioria dos participantes atingiram o que se esperava nas atividades deste Encontro, sendo este resultado potencializado pela tecnologia de RA, que permitiu a visualização e manipulação dos sólidos, contribuindo, desta forma, para a aprendizagem da Geometria Espacial.

No Encontro 5, oportunidade em que foram introduzidas tarefas que trabalham a habilidade de desenhar, os resultados mostraram que os alunos que possuem dificuldades em visualizar, também se embaraçam nos momentos de desenhar. Por outro lado, devido à quantidade de discentes que realizaram as atividades conforme se acreditava, julga-se que a ferramenta tecnológica aplicada estava em consonância aos objetivos traçados. Assim, a RA apresentou-se, mais uma vez, como beneficiadora para o ensino e aprendizagem da Geometria Espacial. As práticas pedagógicas assessoradas pelas TD, estando estas alinhadas aos objetivos de

aprendizagem definidos pelo docente, são de todo bem-vindas nas salas de aula na contemporaneidade (MACEDO; SILVA; BURRIOL, 2016).

O desfecho relativo ao Encontro 6 mostrou que, para que a RA contribua para o desenvolvimento da habilidade de visualização, as projeções devem ser efetuadas em ambiente com espaço livre suficiente para a obtenção de imagens em tamanho relativamente grande, condição necessária à análise dos objetos com a devida precisão. Estes resultados reforçam o que foi discutido por Silva (2017), isto é, que o recurso utilizado deve ser consonante às particularidades do ambiente de ensino.

Entende-se que os poucos discentes que permaneceram com dificuldades relacionadas ao ato de visualizar, possuem uma deficiência referente à visualização espacial, conforme os estudos de Resende (2019). Nestes casos, indica-se aumentar a quantidade de atividades didáticas com RA para o aprimoramento desta habilidade num compasso mais gradativo. Todavia, sob outra perspectiva, devido ao número de alunos que atingiram o que se esperava, dá-se créditos a tecnologia de RA por amenizar os impasses referentes à visualização dos sólidos.

Quanto ao Encontro 7, os poucos discentes que apresentaram dificuldades para efetuar os desenhos em perspectiva, foram os mesmos que demonstraram menor desenvolvimento da habilidade de visualização no decorrer das atividades da SD. Em compensação, novamente a maioria dos participantes atingiram o que se desejava e, assim, atribui-se o ocorrido à sequência de atividades apoiadas na tecnologia de RA. Nesta conjuntura, validam-se as duas hipóteses estabelecidas nesta investigação.

Tomando por base todos os resultados obtidos nesta dissertação, considera-se que a presente SD gerou as seguintes contribuições ao processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial:

- tornou os discentes mais ativos e integrados ao ambiente de ensino;
- proporcionou a observação e manipulação, em distintas perspectivas, das características de objetos tridimensionais;
- facilitou o processo de compreensão dos objetos de conhecimento estudados;
- desenvolveu a competência da visualização e percepção tridimensional;
- proporcionou vinculações entre as habilidades de formação de imagens mentais e raciocínio lógico-visual.

## REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. Engenharia Didática: evolução e diversidade. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, [S.L.], v. 7, n. 2, p. 22-52, 13 dez. 2012. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p22>.
- ANDRADE, V. G. **O Desenvolvimento do Aplicativo Ra. Geo: Contribuições da Realidade Aumentada para o Ensino de Geometria Espacial**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de Goiás, Jataí, 2017.
- ARTIGUE, M. *Ingénierie didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques*, [S.L.], v. 9.3, p. 281-308, 1989.
- ARTIGUE, M. *Perspectives on Design Research: The Case of Didactical Engineering*. In, A. Bikner-Ahsbabs, C. Knipping & N. Presmeg (Eds). **Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education**, p. 467-496, New York: Springer, 2014.
- BISHOP, A. J. *Spatial abilities and mathematics education – a review*. **Educational Studies In Mathematics**, [S.L.], v. 11, n. 3, p. 257-269, ago. 1980. Springer Science and Business Media LLC. <http://dx.doi.org/10.1007/bf00697739>.
- BONGIOVANNI, V. A Inserção da Geometria Dinâmica no Ensino da Geometria: um olhar Didático. **Histemat - Revista de História da Educação Matemática**, Santos, v. 2, n. 2, p. 264-297, fev. 2016.
- BRAGA, J. **Objetos de Aprendizagem - Introdução e Fundamentos**. Santo André: Editora UFABC, 2014. 153 p.
- BRASIL. **PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: Matemática**. 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 19 maio 2020.
- BRASIL. **PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental**. 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 20 maio 2020.
- BRASIL. **Plataforma Sucupira**. 2020. Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/>. Acesso em: 05 ago. 2020.
- BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. 2006. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book\\_volume\\_02\\_internet.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf). Acesso em: 15 maio 2020.
- BRASIL. **EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO: Prova de Matemática e suas Tecnologias**. 2018. Disponível em:

[https://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/enem/provas/2018/2DIA\\_05\\_AMARELO\\_BAIXA.pdf](https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2018/2DIA_05_AMARELO_BAIXA.pdf). Acesso em: 11 maio 2021.

BRASIL. **EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO: Prova de Matemática e suas Tecnologias**. 2020. Disponível em: [https://download.inep.gov.br/enem/provas\\_e\\_gabaritos/2020\\_PV\\_impreso\\_D2\\_CD5.pdf](https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2020_PV_impreso_D2_CD5.pdf). Acesso em: 15 maio 2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília: MEC. Versão entregue ao CNE em 03 de abril de 2018. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wpcontent/uploads/2018/04/BNCC\\_EnsinoMedio\\_embaixa\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wpcontent/uploads/2018/04/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf). Acesso em: 17 maio 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 16 abr. 2020.

CORTELLA, M. S. Informatofobia e Informatolatria: Equívocos na Educação. **Revista de Educação e Informática**, [S.L.], v. 5, n. 11, p. 32 – 35. Dezembro 1995. ISSN 0103-0736.

COSTA, E. V.; HOMA, A. I. R. Ensino de Geometria Espacial e as Tecnologias no Ensino Fundamental: uma comparação dos PCN e a BNCC. **5º Fórum Nacional Sobre Currículos de Matemática: Práticas Educativas em Pesquisa e Educação Matemática**, Canoas, v. 2, n. 1, p. 1-17, maio 2021.

CUNHA, F. E. T. L. S. V. **PROVA DE CLASSIFICAÇÃO DO DIURNO: Língua Portuguesa e Matemática**. 2017. Disponível em: [https://www.liberato.com.br/wp-content/uploads/2020/06/Prova\\_diurno\\_2017.pdf](https://www.liberato.com.br/wp-content/uploads/2020/06/Prova_diurno_2017.pdf). Acesso em: 10 maio 2021.

DANTE, L. R. **Teláris Matemática, 6º ano: Ensino Fundamental - anos finais**. 3. ed. São Paulo, Editora Ática, 2018a. 396 p.

DANTE, L. R. **Teláris Matemática, 9º ano: Ensino Fundamental - anos finais**. 3. ed. São Paulo, Editora Ática, 2018b. 380 p.

DUNCAN, S. A. M. **Uso de Técnicas de Realidade Aumentada no Ensino de Pirâmides**. 2014. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2014.

FLORES, C. R.; WAGNER, D. R.; BURATTO, I. C. F. Pesquisa em Visualização na Educação Matemática: Conceitos, Tendências e Perspectivas. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, [S.L.], v. 14, n. 1, p. 31-45, abr. 2012. ISSN 1983-3156.

FORTE, C. E.; KIRNER, C. Usando Realidade Aumentada no Desenvolvimento de Ferramenta para Aprendizagem de Física e Matemática. In: **6º Workshop de Realidade Virtual e Aumentada**, Santos. 2009. p. 1-6.

FRANÇA, J. S. **Uma Proposta Didática da Realidade Aumentada no Ensino da Geometria Espacial**. 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Pará, Pará, 2015.

GEOGEBRA. **Baixar Aplicativos GeoGebra**. 2021. Disponível em: <https://www.geogebra.org/download>. Acesso em: 15 jul. 2021.

GUTIÉRREZ, A. *Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework*. In: **PME Conference**, 1996. p. 1-17.

HOMA, A. I. R.; GROENWALD, C. L. O. Área de Figuras Planas com Objetos de Aprendizagem no GeoGebra. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 9, n. 1, p. 123-147, abr. 2016.

KIRNER, C.; TORI, R. Fundamentos de realidade aumentada. **Fundamentos e Tecnologia de Realidade Virtual e Aumentada**, v. 1, p. 22-38, 2006.

LEMOS, B. M.; ALENCAR, C. V. Uso de Realidade Aumentada para Apoio ao Entendimento da Relação de Euler. **Novas Tecnologias na Educação (Renote)**, Porto Alegre, v. 8, n. 2, p. 1-10, jul. 2010.

LIMA, L. A. F.; ALONSO, K. M.; MACIEL, C. Análise da Qualidade em Objetos de Aprendizagem: reflexão sobre aspectos pedagógicos. **Workshops do Congresso Brasileiro de Informática na Educação**, [S.L.], p. 61-71, 25 nov. 2013.

LOPES, L. M. D.; VIDOTTO, K. N. S.; POZZEBON, E.; FERENHOF, H. A. Inovações Educacionais com o uso da Realidade Aumentada: uma Revisão Sistemática. **Educação em Revista**, [S.L.], v. 35, p. 1-33, 2019.

MACEDO, A. C.; SILVA, J. A.; BURIOL, T. M. Usando *Smartphone* e Realidade Aumentada para Estudar Geometria Espacial. **RENTE-Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 14, n. 2, 2016.

MACEDO, A. C. **Ensino e Aprendizagem de Geometria por meio da Realidade Aumentada em Dispositivos Móveis: um Estudo de Caso em Colégios Públicos do Litoral Paranaense**. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação: Teoria e Prática de Ensino, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

MENDES, R. M.; SOUZA, V. I.; CAREGNATO, S. E. A propriedade intelectual na elaboração de objetos de aprendizagem. **Cinform–Encontro Nacional de Ciência da Informação**, [S.L.]v. 5, 2004.

MORAN, J. M. **A Educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá**. 2. ed. Campinas, Editora Papirus, 2007. 174p.

NOTARE, M.; BASSO, M. Geometria Dinâmica 3D - Novas Perspectivas para o Pensamento Espacial. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 14, n. 2, p. 1-10, dez. 2016.

OLIVEIRA, S. C. Aprendizagens Docentes sobre Transformações Geométricas em Grupo de Formação Continuada. **Anais do XIX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática**, Juiz de Fora, p. 1-11, out. 2015.

OLIVEIRA, P. S. **Procedimentos Pedagógicos para o Processo Ensino Aprendizagem de Matemática no Ensino Médio: Intervenção pela Realidade Aumentada**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências)-Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências, Universidade Federal de Itajubá. Itajubá, 2016.

PRESMEG, N. *Contemplating visualization as an epistemological learning tool in mathematics*. **Zdm Mathematics Education**, [S.L.], v. 46, n. 1, p. 151-157, 29 nov. 2013. Springer Science and Business Media LLC. <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-013-0561-z>.

RANCAN, G.; GIRAFFA, L. M. M. Utilizando Manipulação, Visualização e Tecnologia como Suporte ao Ensino de Geometria. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (Rencima)**, Cruzeiro do Sul, v. 3, n. 1, p. 15-27, jul. 2012.

RESENDE, B. **A Aprendizagem da Geometria Espacial Potencializada por meio de um Aplicativo de Realidade Aumentada na Perspectiva do Mobile Learning**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

ROGENSKI, M. L. C.; PEDROSO, S. M. D. O Ensino da Geometria na Educação Básica: Realidade e Possibilidades. **Artigo**, [S.L.] v. 3, 2019.

SANTOS, F. C. **Realidade Aumentada Aplicada ao Ensino de Geometria Espacial: um Desafio para a Educação Matemática**. 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, 2015.

SILVA, F. O. **Utilização de Dispositivos Móveis e Recursos de Realidade Aumentada nas Aulas de Matemática para Elucidação dos Sólidos de Platão**. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Presidente Prudente, 2017.

SILVA, R. C. D. **Realidade Aumentada como Interface para a Aprendizagem de Poliedros do tipo Prismas**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2019.

SOUZA, W. O.; ESPINDOLA, G. M.; PEREIRA, A. R. A.; SÁ, L. A. C. M. A Realidade Aumentada na apresentação de Produtos Cartográficos. **Boletim de Ciências Geodésicas**, [S.L.], v. 22, n. 4, p. 790-806, dez. 2016. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1982-21702016000400045>.

UCLÉS, R. R.; MARTÍNEZ, P. F. *Habilidades de visualización de estudiantes con talento matemático: comparativa entre los test psicométricos y las habilidades de visualización manifestadas en tareas geométricas*. *Enseñanza de Las Ciencias*.

**Revista de Investigación y Experiencias Didácticas**, [S.L.], v. 35, n. 2, p. 179-196, 7 jun. 2017. <http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2152>.

VALENTIM, T. A. **O Uso da Realidade Aumentada no Ensino da Geometria Espacial**. 2017. 43 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

WAHAB, R. A.; ABDULLAH, A. H.; MOKHTAR, M.; ATAN, N. A.; ABU, M. S. *Evaluation by Experts and Designated Users on the Learning Strategy using SketchUp Make for Elevating Visual Spatial Skills and Geometry Thinking*. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [S.L.], v. 31, n. 58, p. 819-840, ago. 2017. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n58a15>.

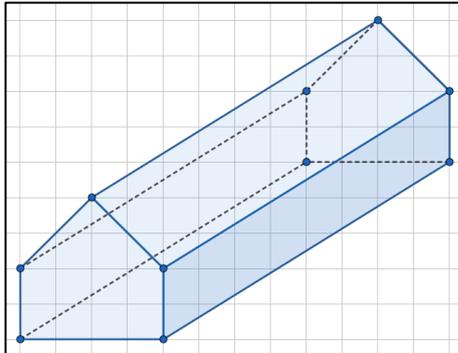
WORDWALL. **Pares de Sólidos Geométricos**. 2021. Disponível em: <https://wordwall.net/pt/resource/16131827/science/pares-de-s%c3%b3lidos-geom%c3%a9tricos>. Acesso em: 26 jun. 2021.

WORDWALL. **Sólidos Geométricos**. 2021. Disponível em: <https://wordwall.net/pt/resource/16124112/science/s%c3%b3lidos-geom%c3%a9tricos>. Acesso em: 30 jun. 2021.

## **APÊNDICES**

## APÊNDICE A – ATIVIDADES ÂNCORAS DOS ENCONTROS 5, 6 E 7

52) Reproduza o Poliedro a seguir em uma folha com malha quadriculada.



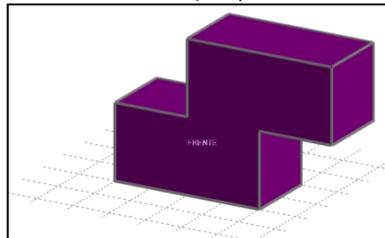
Após realizar o desenho, mande uma foto do mesmo para o professor.

### ATIVIDADE DE CONSTRUÇÃO EM DESENHO

53) Desenhe na malha quadriculada a letra F utilizando 10 cubos.

Após realizar o desenho, mande uma foto do mesmo para o professor.

56) Realize a projeção do sólido a seguir em RA e observe todas as principais vistas (lateral esquerda, frente, baixo, cima, trás e lateral direita). Após realize os desenhos que se pede.

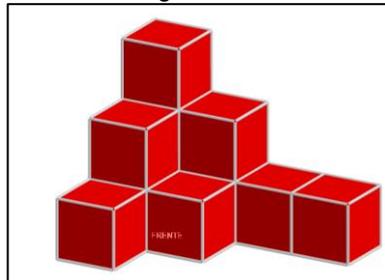


Desenhe as seguintes vistas do sólido acima:

- 1- vista lateral esquerda;
- 2- vista de frente;
- 3- vista de baixo;
- 4- vista de cima;
- 5- vista de trás;
- 6- vista lateral direita;

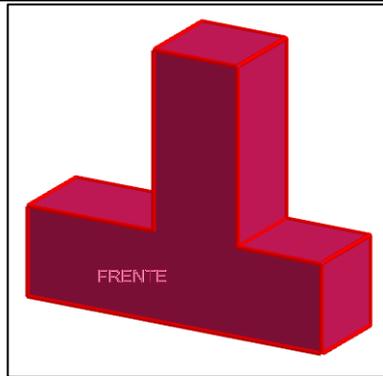
IMPORTANTE: após realizar os desenhos, lembre-se de tirar fotos dos mesmos para enviar ao professor.

58) Realize a projeção da pilha de cubos, a seguir, em RA e analise quantos cubos há na pilha.



Responda: qual o número total de cubos?

61) Realize a projeção do sólido a seguir em RA e observe todas as principais vistas (lateral esquerda, frente, baixo, cima, trás e lateral direita). Após responda as questões.

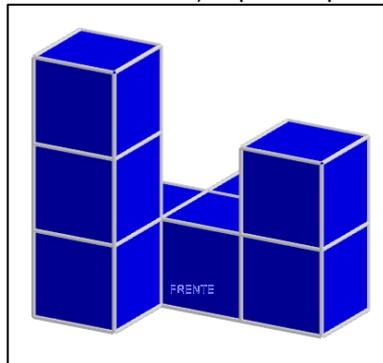


Desenhe as seguintes vistas do sólido acima:

- 1- vista lateral esquerda;
- 2- vista de cima;
- 3- vista de trás;

**IMPORTANTE:** após realizar os desenhos, lembre-se de tirar fotos dos mesmos para enviar ao professor.

**62)** Realize a projeção dos cubos, a seguir, em RA e observe todas as principais vistas (lateral esquerda, frente, baixo, cima, trás e lateral direita). Após responda as questões.

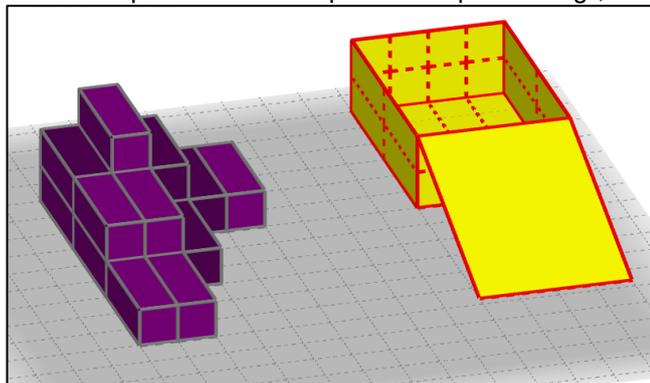


Desenhe as vistas deste sólido:

- 1- vista lateral esquerda;
- 2- vista de frente;
- 3- vista de cima;
- 4- vista de trás;
- 5- vista lateral direita;

**IMPORTANTE:** após realizar os desenhos, lembre-se de tirar fotos dos mesmos para enviar ao professor.

**66) CAIXA 03:** Realize a projeção em Realidade Aumentada e observe a caixa e as PILHAS DE BLOCOS RETANGULARES (PARALELEPÍPEDOS) de todos ângulos. Faça capturas de tela da projeção e envie ao professor. Após a análise responda às questões “g”, “h” e “i”.

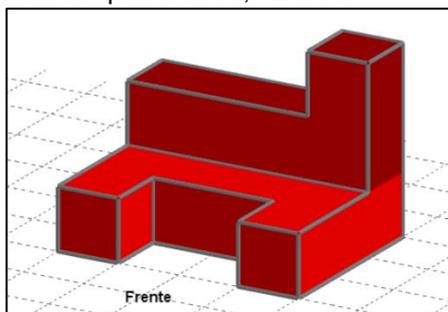


- g) Qual o número total de blocos retangulares que estão fora da caixa?
- h) Qual é o número máximo de blocos retangulares que cabem dentro da caixa?

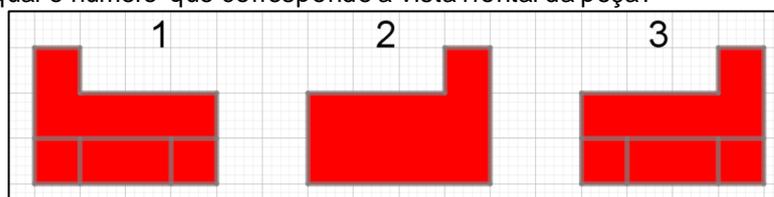
i) Todos os blocos retangulares, que estão fora da caixa, cabem dentro dela? ( ) Sim. ( ) Não.

IMPORTANTE: lembre-se de realizar capturas de tela da projeção em Realidade Aumentada para enviá-las ao professor. Você pode anexar as capturas aqui no *Google Classroom* ou mandá-las para o *Whatsapp* do professor.

Observe esta peça para responder as questões 71, 72 e 73.



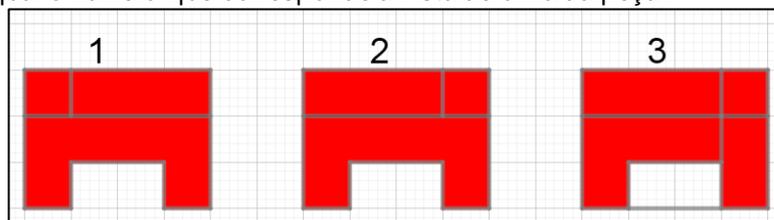
**QUESTÃO 71:** qual o número que corresponde a vista frontal da peça?



Assinale sua resposta aqui:

- ( ) 1
- ( ) 2
- ( ) 3

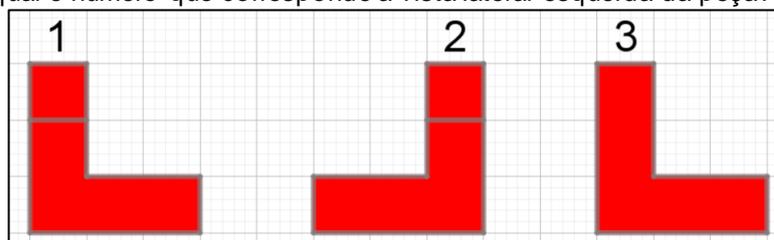
**QUESTÃO 72:** qual o número que corresponde a vista de cima da peça?



Assinale sua resposta aqui:

- ( ) 1
- ( ) 2
- ( ) 3

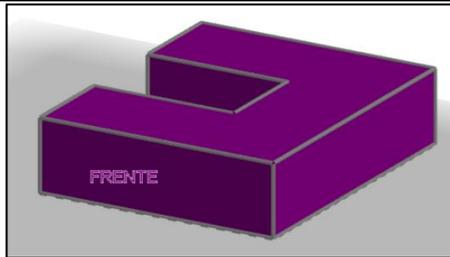
**QUESTÃO 73:** qual o número que corresponde a vista lateral esquerda da peça?



Assinale sua resposta aqui:

- ( ) 1
- ( ) 2
- ( ) 3

Observe este sólido para responder as questões 74, 75, 76 e 77.



**QUESTÃO 74:** a vista frontal é igual a vista de trás? ( ) Sim. ( ) Não.

**QUESTÃO 75:** a vista de cima é igual a vista de baixo? ( ) Sim. ( ) Não.

**QUESTÃO 76:** a vista lateral esquerda é igual a vista lateral direita? ( ) Sim. ( ) Não.

**QUESTÃO 77:** desenhe em uma folha de ofício.

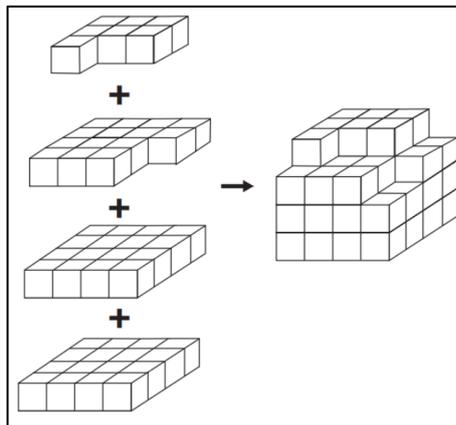
c) Vista de baixo;

d) Vista lateral esquerda.

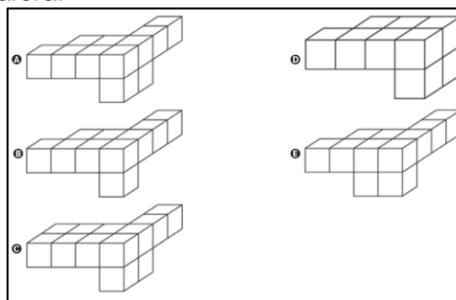
**IMPORTANTE:** lembre-se de tirar fotos dos desenhos realizados.

**86) DESAFIO 01 – ENEM (2018):** Minecraft é um jogo virtual que pode auxiliar no desenvolvimento de conhecimentos relacionados a espaço e forma. É possível criar casas, edifícios, monumentos e até naves espaciais, tudo em escala real, através do empilhamento de cubinhos.

Um jogador deseja construir um cubo com dimensões 4 x 4 x 4. Ele já empilhou alguns dos cubinhos necessários, conforme a figura.



Os cubinhos que ainda faltam empilhar para finalizar a construção do jogo, juntos, formam uma peça única, capaz de completar a tarefa.



Marque a alternativa que corresponde ao formato da peça capaz de completar o cubo 4 x 4 x 4.

( ) A

( ) B

( ) C

( ) D

( ) E

**87) DESAFIO 02 – Adaptado de ENEM (2020):** a Figura 1 apresenta uma casa e a planta do seu telhado, em que as setas indicam o sentido do escoamento da água de chuva. Um pedreiro precisa fazer a planta do escoamento da água de chuva de um telhado que tem três caídas de água, como apresentado na Figura 2.

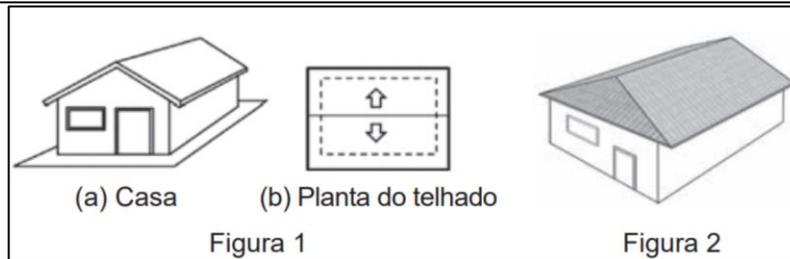
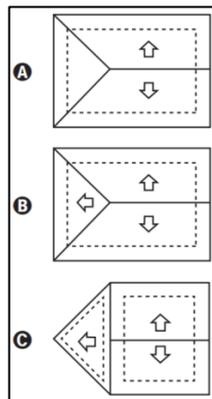


Figura 1



Figura 2

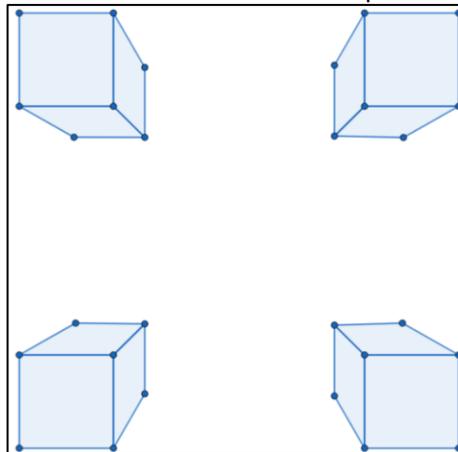
A figura que representa a planta do telhado da Figura 2 com o escoamento da água de chuva que o pedreiro precisa fazer é



Marque a alternativa correta

- ( ) A  
 ( ) B  
 ( ) C

**91) DESAFIO 6:** desenhe os 4 cubos a seguir, utilizando a mesma linha do horizonte e o mesmo ponto de fuga. Apresente onde está a linha do horizonte e o ponto de fuga.



**IMPORTANTE:** lembre-se de tirar fotos do passo a passo e enviar para o professor.

**ATIVIDADE DE DESENHO (c):** faça um desenho livre em perspectiva. Utilize sua criatividade ou pesquise algum exemplo na internet.

Após desenhar, descreva o passo a passo para a realização do mesmo, informando quais segmentos são paralelos ou perpendiculares a linha do horizonte.

**IMPORTANTE:** lembre-se de enviar as fotos para o professor.

**ATIVIDADE DE DESENHO (d):** desenhe a letra "L" em perspectiva.

**IMPORTANTE:** após desenhar, mande as fotos da construção para o professor.

Fonte: Brasil (2018); adaptado de Dante (2018b); Brasil (2020); a pesquisa.

Fonte das Atividades Âncoras

<b>Atividades</b>	<b>Referência</b>
86	BRASIL (2018)
52, 53, Atividades de desenhos "c" e "d"	Adaptado de Dante (2018b)
87	BRASIL (2020)
56, 58, 61, 62, 66, 71 a 77, 91	A pesquisa

Fonte: a pesquisa.

## APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

### Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

#### 1. IDENTIFICAÇÃO DO PROJETO DE PESQUISA

Título do Projeto: Ensino e Aprendizagem de Geometria Espacial: Um Experimento com Realidade Aumentada.													
Área do Conhecimento: Ciências Humanas					Número de participantes: 25								
Curso: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática.					Unidade: Canoas/RS								
Projeto Multicêntrico	<input type="checkbox"/>	Sim	<input checked="" type="checkbox"/>	Não	<input checked="" type="checkbox"/>	Nacional	<input type="checkbox"/>	Internacional	Cooperação Estrangeira	<input type="checkbox"/>	Sim	<input checked="" type="checkbox"/>	Não
Patrocinador da pesquisa:													
Instituição onde será realizado: Universidade Luterana do Brasil – ULBRA													
Nome dos pesquisadores e colaboradores: Eduardo Vinicius Costa													

Seu filho (**e/ou menor sob sua guarda**) está sendo convidado(a) para participar do projeto de pesquisa acima identificado. O documento abaixo contém todas as informações necessárias sobre a pesquisa que estamos fazendo. Sua autorização para que ele participe neste estudo será de muita importância para nós, mas, se retirar sua autorização, a qualquer momento, isso não lhes causará nenhum prejuízo.

#### 2. IDENTIFICAÇÃO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA E/OU DO RESPONSÁVEL

Nome do Menor:		Data de Nasc.:	Sexo:
Nacionalidade:		Estado Civil:	Profissão:
RG:	CPF/MF:	Telefone:	E-mail:
Endereço:			

#### 3. IDENTIFICAÇÃO DO PESQUISADOR RESPONSÁVEL

Nome: Eduardo Vinicius Costa		Telefone: 51 9 8960 8455
Profissão: Professor	Registro no Conselho N°:	E-mail: eduardocosta@rede.ulbra.br
Endereço: Rua Uruguai, 1175, São José, Canoas – RS.		

Eu, responsável pelo menor acima identificado, após receber informações e esclarecimento sobre este projeto de pesquisa, autorizo, de livre e espontânea vontade, sua participação como voluntário(a) e estou ciente:

#### 1. Da justificativa e dos objetivos para realização desta pesquisa.

Segundo pesquisas realizadas, a abordagem tradicional para a aplicação dos conteúdos de Geometria se restringe à métrica do cálculo de áreas e volumes de alguns sólidos, não sendo suficiente para relacionar o conteúdo à realidade do aluno. É necessário proporcionar aos estudantes oportunidades de desenvolver o pensamento computacional por meio da utilização de diferentes recursos pedagógicos, abordando conceitos, procedimentos e estratégias. As orientações presentes nos documentos norteadores dos currículos da Educação Básica nos fazem refletir sobre a abordagem tradicional, por parte dos professores, em relação ao ensino de Geometria. E, também ressaltam orientações sobre a utilização de diferentes recursos tecnológicos como ferramenta metodológica de ensino.

Na disciplina de Geometria Espacial, os alunos do Ensino Fundamental possuem amplas dificuldades relacionadas à visualização e representação das formas tridimensionais, pois reconhecem poucos conceitos da Geometria básica. Eles também apresentam problemas de percepção das relações existentes entre os objetos de identificação das propriedades das figuras que formam os sólidos. Além disso, nas questões que envolvem cálculos de área ou volume, os discentes realizam os de aplicação direta, porém, apresentam dificuldades quando deparados a situações mais complexas. Em circunstâncias como esta, os discentes acompanham o raciocínio utilizado na realização das atividades, mas aplicá-lo em outra situação torna-se complicado.

À vista disso, desenvolvendo o tema proposto neste projeto, buscamos contribuir para o processo de Ensino e Aprendizagem de Geometria Espacial, utilizando como recurso uma Sequência Didática integrada às TDs. Esta será elaborada com ênfase nos conceitos e características dos Sólidos Geométricos, objetivando capacitar os estudantes para que o processo de

aprendizagem de Geometria Espacial seja alcançado, com apoio da tecnologia da RA.

## **2. Do objetivo da participação de meu filho.**

A participação voluntária de seu filho, e/ou menor sob sua guarda, contribuirá para identificarmos se a Sequência Didática, integrada à Realidade Aumentada, apresenta contribuições para o processo de Ensino e Aprendizagem de Geometria Espacial.

## **3. Do procedimento para coleta de dados.**

Será realizada a pesquisa com a participação dos alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental da Escola. O experimento ocorrerá remotamente com três encontros semanais e duração máxima de sete encontros. Durante todo o processo, será observada a interação dos discentes para realização das atividades, e também, serão observados os registros do desenvolvimento das tarefas, através da análise do *software* utilizado.

Ao final do experimento os participantes responderão um formulário com o intuito de validar os objetivos propostos nesta investigação. Desta forma, o formulário servirá de auxílio para identificarmos as contribuições da sequência de atividades selecionadas.

## **4. Da utilização, armazenamento e descarte das amostras.**

As informações obtidas através das observações, registros e formulários serão utilizadas para validar a Sequência Didática utilizada no experimento e serão replicadas. Porém, a confidencialidade dos participantes será mantida.

## **5. Dos desconfortos e dos riscos.**

A aplicação da Sequência Didática ocorrerá por meio de algum aplicativo que permita a realização de vídeo conferências. Desta forma, o único desconforto que possa ocorrer é de o participante sentir-se inseguro para tirar dúvidas ou para expor suas ideias durante a aula remota. Contudo, o pesquisador responsável pelo experimento disponibilizará o contato de e-mail e número de celular para que os discentes possam esclarecer dúvidas de forma individualizada, se necessário. Quaisquer desconfortos que algum participante tiver, em relação ao seu próprio desempenho, e que forem identificados durante a pesquisa, serão considerados e, se o participante desejar, suas informações serão desconsideradas na análise dos dados.

## **6. Dos benefícios.**

A pesquisa objetiva estudar e desenvolver uma Sequência Didática, integrada às Tecnologias Digitais, direcionada à Realidade Aumentada, para a aprendizagem de Geometria Espacial. Nesse viés, poderá contribuir para que os estudantes aprendam Geometria Espacial de uma forma mais clara e significativa. Além disso, também permitirá que os atuais e futuros professores de Matemática ensinem Geometria Espacial, aos alunos, utilizando esta Tecnologia na Educação Básica.

## **8. Da isenção e ressarcimento de despesas.**

A minha participação é voluntária e isenta de despesas e não receberei ressarcimento, pois não terei despesas na participação deste experimento.

## **9. Da forma de acompanhamento e assistência.**

O pesquisador responsável estará disponível para dirimir as dúvidas em relação à pesquisa, seus métodos e procedimentos. Os resultados individuais da avaliação estarão disponíveis durante todo o período podendo ser requisitado ao pesquisador a qualquer momento.

## **10. Da liberdade de recusar, desistir ou retirar meu consentimento.**

Tenho a liberdade de recusar, desistir ou de interromper a colaboração nesta pesquisa no momento em que desejar, sem necessidade de qualquer explicação. A minha desistência não causará nenhum prejuízo à minha saúde ou bem-estar físico. Não virá interferir nos resultados do experimento da Sequência Didática integrada à Realidade Aumentada.

## **11. Da garantia de sigilo de privacidade.**

Os resultados obtidos durante este estudo serão mantidos em sigilo, mas concordo que sejam divulgados em publicações científicas, desde que meus dados pessoais não sejam mencionados.

## **12. Da garantia de esclarecimento e informações a qualquer tempo.**

Tenho a garantia de tomar conhecimento e obter informações, a qualquer tempo, dos procedimentos e métodos utilizados neste estudo, bem como dos resultados finais, desta pesquisa. Para tanto, poderei consultar o **pesquisador responsável (acima identificado)**. Em caso de dúvidas não esclarecidas de forma adequada pelo(s) pesquisador(es), de discordância com os procedimentos, ou de irregularidades de natureza ética poderei ainda contatar o **Comitê de Ética em Pesquisa em Seres**

**Humanos da Ulbra Canoas (RS)**, com endereço na Rua Farroupilha, 8.001 – Prédio 14 – Sala 224, Bairro São José, CEP 92425-900 - telefone (51) 3477-9217, e-mail comitedeetica@ulbra.br.

Declaro que obtive todas as informações necessárias e esclarecimento quanto às dúvidas por mim apresentadas e, por estar de acordo, assino o presente documento em duas vias de igual conteúdo e forma, ficando uma em minha posse.

\_\_\_\_\_ ( ), \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_  
**Participante da Pesquisa**

\_\_\_\_\_  
**Responsável pelo Participante da Pesquisa**

\_\_\_\_\_  
**Pesquisador Responsável pelo Projeto**

## APÊNDICE C – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)

### TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (PARA MENORES DE 12 a 18 ANOS - Resolução 466/12)

Convidamos você, após autorização dos seus pais [ou dos responsáveis legais], para participar como voluntário (a) da pesquisa: ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ESPACIAL: UM EXPERIMENTO COM REALIDADE AUMENTADA. Esta pesquisa é da responsabilidade do pesquisador EDUARDO VINICIUS COSTA, residente na rua Uruguai, 1175, no bairro São José, na cidade de Canoas RS, CEP 92420340, Telefone: (51 9 8960 8455), Email: [eduardocosta@rede.ulbra.br](mailto:eduardocosta@rede.ulbra.br) e está sob a orientação de: Profº. Dr. AGOSTINHO IAQCHAN RYOKITI HOMA, Telefone: (51 9 9802 1620), Email: [iaqchan@ulbra.br](mailto:iaqchan@ulbra.br).

Este Termo de Consentimento pode conter informações que você não entenda. Caso haja alguma dúvida, pergunte à pessoa que está lhe entrevistando para que esteja bem esclarecido (a) sobre sua participação na pesquisa. Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer pagamento para participar. Você será esclarecido(a) sobre qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se. Após ler as informações a seguir, caso aceite participar do estudo, assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma delas é para ser entregue aos seus pais para guardar e a outra é do pesquisador responsável. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema se desistir, é um direito seu. Para participar deste estudo, o responsável por você deverá autorizar e assinar um Termo de Consentimento, podendo retirar esse consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

#### INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

**Descrição da pesquisa:** esta pesquisa objetiva identificar as contribuições de se utilizar a tecnologia da Realidade Aumentada para a aprendizagem de Geometria Espacial, pois é necessário proporcionar aos estudantes oportunidades de desenvolver o pensamento computacional por meio da utilização de diferentes recursos pedagógicos, abordando conceitos, procedimentos e estratégias. Na disciplina de Geometria Espacial, os alunos do Ensino Fundamental possuem amplas dificuldades relacionadas à visualização e representação das formas tridimensionais, pois reconhecem poucos conceitos da Geometria básica. Eles também apresentam problemas de percepção das relações existentes entre os objetos de identificação das propriedades das figuras que formam os sólidos. Além disso, nas questões que envolvem cálculos de área ou volume, os discentes realizam os de aplicação direta, porém, apresentam dificuldades quando deparados a situações mais complexas. Em circunstâncias como esta, os discentes acompanham o raciocínio utilizado na realização das atividades, mas aplicá-lo em outra situação torna-se complicado.

À vista disso, desenvolvendo o tema proposto neste projeto, buscamos contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de Geometria Espacial, utilizando como recurso uma Sequência Didática integrada às TDs. Esta será elaborada com ênfase nos conceitos e características dos sólidos geométricos, objetivando capacitar os estudantes para que o processo de aprendizagem de Geometria Espacial seja alcançado, com apoio da tecnologia da RA.

A coleta dos dados será realizada através das observações das interações dos alunos durante as aulas, das tarefas realizadas e pelo formulário que será aplicado depois do experimento finalizado.

**Período de participação voluntária:** o experimento ocorrerá através de três encontros semanais e terá duração máxima de 2 semanas, iniciando em 16 de agosto de 2021 com término previsto para o dia 30 de agosto deste mesmo ano. Serão em torno de sete encontros remotos.

**RISCOS diretos:** a aplicação da Sequência Didática ocorrerá por meio de algum aplicativo que permita a realização de vídeo conferências. Desta forma, o único desconforto que possa ocorrer é de o participante sentir-se inseguro para tirar dúvidas ou para expor suas ideias durante a aula remota. Contudo, o pesquisador responsável pelo experimento disponibilizará o contato de e-mail e número de celular para que os discentes possam esclarecer dúvidas de forma individualizada, se necessário. Quaisquer desconfortos que algum participante tiver, em relação ao seu próprio desempenho, e que forem identificados durante a pesquisa, serão considerados e, se o participante desejar, suas informações serão desconsideradas na análise dos dados.

**BENEFÍCIOS diretos e indiretos:** a pesquisa objetiva estudar e desenvolver uma Sequência Didática, integrada às Tecnologias Digitais, direcionada à Realidade Aumentada, para a aprendizagem de Geometria Espacial. Nesse viés, poderá contribuir para que os estudantes aprendam Geometria Espacial de uma forma mais clara e significativa. Além disso, também permitirá que os atuais e futuros professores de Matemática ensinem Geometria Espacial, aos alunos, utilizando esta Tecnologia na Educação Básica.

As informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo o

sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa (gravações, entrevistas, fotos e filmagens) ficarão armazenados em computador pessoal, sob a responsabilidade do pesquisador, no endereço acima informado, pelo período de no mínimo 5 anos. Nem você e nem seus pais [ou responsáveis legais] pagarão nada para você participar desta pesquisa. Se houver necessidade, as despesas para a sua participação e de seus pais serão assumidas ou ressarcidas pelos pesquisadores. Fica também garantida indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da sua participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial.

Este documento passou pela aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos que está no endereço: **Av. Farrroupilha, nº 8.001 – prédio 14, sala 224 – Bairro: São José – Canoas/RS, CEP: 92425-900, Tel.: (51) 3477-9217 – e-mail: [comitedeetica@ulbra.br](mailto:comitedeetica@ulbra.br).**

\_\_\_\_\_  
Assinatura do pesquisador (a)

#### **ASSENTIMENTO DO MENOR DE IDADE EM PARTICIPAR COMO VOLUNTÁRIO**

Eu, \_\_\_\_\_, portador (a) do documento de Identidade \_\_\_\_\_ (se já tiver documento), abaixo assinado, concordo em participar do estudo ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ESPACIAL: UM EXPERIMENTO COM REALIDADE AUMENTADA, como voluntário (a). Fui informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, o que vai ser feito, assim como os possíveis riscos e benefícios que podem acontecer com a minha participação. Foi-me garantido que posso desistir de participar a qualquer momento, sem que eu ou meus pais precisemos pagar nada.

Local e data \_\_\_\_\_

Assinatura do (da) menor: \_\_\_\_\_

**Presenciamos a solicitação de assentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do/a voluntário/a em participar. 2 testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):**

Nome:

Nome:

Assinatura:

Assinatura: