

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA



MARGARETE FÁTIMA BORGA

**FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES COM FOCO NA  
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO PARA  
O 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**Canoas  
2015**

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA



MARGARETE FÁTIMA BORGA

FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES COM FOCO NA  
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO PARA  
O 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

**Orientadora:** Profa. Dra. Jutta Cornelia Reuwsaat Justo

**Canoas  
2015**

**MARGARETE FÁTIMA BORGA**

**FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES COM FOCO NA  
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO PARA  
O 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática

Linha de pesquisa: Formação de Professores em Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovado em: 16 de Abril de 2015

**BANCA EXAMINADORA:**

---

Orientadora Jutta Cornelia Reuwsaat Justo  
Professora Doutora – ULBRA

---

Ettiène Cordeiro Guerios  
Professora Doutora – UFPR

---

Carmen Teresa Kaiber  
Professora Doutora – ULBRA

---

Claudia Lisete O. Groenwald  
Professora Doutora – ULBRA

Abril, 2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP

B732f Borga, Margarete Fátima.

Formação continuada de professores com foco na resolução de problemas do campo multiplicativo para o 4º ano do ensino fundamental / Margarete Fátima Borga.

– 2015.

164 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-

Bibliotecária responsável – Heloisa Helena Nagel – 10/987

## AGRADECIMENTOS

*À minha mãe Alda, minha primeira professora, e ao meu pai Darcy, que sempre valorizaram o estudo e me estimularam a aprender;*

*Ao meu companheiro Rogerio e aos meus amados filhos, Guilherme e Leonardo, pelo apoio e compreensão demonstrados durante essa jornada. Espero poder compensar os momentos em que não pude me fazer presente;*

*À professora Jutta Justo, por ter me oportunizado cursar o mestrado, no qual aprendi muitas coisas que vão além desta pesquisa. Serei sempre grata pela sua orientação, dedicação, paciência, atenção, profissionalismo e, principalmente, pelo carinho e confiança;*

*À Tia Marta, presente na minha família há 20 anos, pelo carinho e cuidado para com meus filhos nos momentos em que não pude estar presente;*

*À Andréia, Carla, Carol, Carmen, Dani, Dulce, Leticia, Janaina, Marga, Nilmara, Rejane, Rose, Rosane, Sandra, Simoni, Tânia, Tere, colegas de escola que sempre me incentivaram, acreditaram no meu trabalho e apoiaram para que eu pudesse cursar o mestrado;*

*Às professoras Lécia e Cátia por se engajarem nesta pesquisa;*

*Aos queridos alunos da Escola Franz, com quem mais aprendo do que ensino;*

*Aos professores e colegas do PPGECIM da ULBRA;*

*As professoras Ettiène Cordeiro Guerios, Carmen Teresa Kaiber e Claudia Lisete O. Groenwald, pelas valiosas contribuições durante a banca de qualificação e defesa desta pesquisa.*

*À Secretaria Municipal de Educação de São Leopoldo pelo apoio para a realização desta pesquisa.*

*À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio com a bolsa do Observatório da Educação (OBEDUC – Edital 2010).*

*“A mente que se abre a uma nova  
ideia jamais voltará ao seu  
tamanho original”. Albert Einstein*

## RESUMO

O objetivo deste estudo foi investigar as contribuições que uma experiência de formação continuada de professores em serviço pode oferecer para ressignificação das práticas de professores polivalentes para o ensino de conceitos matemáticos do campo multiplicativo por meio de resolução de problemas, e a sua influência na aprendizagem dos alunos. O presente trabalho foi desenvolvido no âmbito do Programa Observatório da Educação da CAPES/INEP através de convênio com o PPGEICIM/ ULBRA. Ponderou-se ser a formação continuada um processo possível de ressignificar, ampliar e consolidar os conhecimentos adquiridos, seja pela formação inicial ou pela experiência, podendo servir como apoio à ação pedagógica. Nesse sentido, este estudo teve como questão norteadora: Um projeto de formação de professores na escola pode contribuir para o processo de ensino e para a aprendizagem de resolução de problemas do campo multiplicativo de alunos que frequentam o 4º ano do Ensino Fundamental? Para o desenvolvimento do estudo, foram pesquisadas 2 professoras e 37 alunos de uma escola municipal localizada no município de São Leopoldo, RS. Em busca de desvelar os subsídios que uma proposta de formação continuada pode oferecer aos professores, foram organizados alguns caminhos de pesquisa. Para o desenvolvimento deste estudo utilizou-se a metodologia qualitativa e empregou-se a abordagem de estudo de caso, composto por aplicação de um questionário e entrevistas semiestruturadas com as professoras, audiogravações de diálogos produzidos nos encontros de formação e nas aulas observadas, dados evidenciados em protocolos encontrados no diário de classe das professoras e protocolos apresentados pelos alunos para resolver problemas em pré e pós-testes. Como ponto de partida, procurou-se conhecer concepções e saberes disciplinares das duas professoras sobre os significados do campo multiplicativo, o que forneceu elementos para organização do plano de formação. A aplicação, com os alunos, de pré e pós-testes compostos por problemas matemáticos do campo multiplicativo, no início e no final da formação continuada de professores, evidenciou os conceitos elaborados pelos alunos antes e depois da participação dos docentes na referida formação. A investigação se fundamentou tanto em teorias que discutem questões relacionadas à formação continuada de professores, quanto em estudos sobre conceitos e aprendizagem do campo multiplicativo através de resolução de problemas. Os resultados encontrados evidenciaram que as professoras envolvidas neste estudo apresentavam carência de conhecimentos didáticos e pedagógicos sobre o conteúdo do campo multiplicativo, dificultando a abordagem e mediação desse tema com os alunos; a reflexão sobre a prática permitiu aos docentes a (re)construção e ressignificação dos conhecimentos teóricos e práticos, podendo este fato ter influenciado a aprendizagem dos alunos. Destaca-se, assim, a necessidade de abordar os conceitos do Campo Conceitual Multiplicativo com maior ênfase nos cursos de formação inicial e continuada de professores.

**Palavras-chave:** Campo Multiplicativo. Formação de Professores. Resolução de Problemas. Aprendizagem dos Alunos.

## ABSTRACT

The objective of this study was to investigate the contributions that continued training of teachers can offer to reframe the practices of polyvalent teachers for teaching mathematical concepts of the multiplicative field through problem solving, and their influence on learning students. This study was developed within the Observatory Program of Education CAPES / INEP through an agreement with the PPGEICIM / ULBRA. The continuing education process was considered a process of bring a new meaning, expand and consolidate the knowledge acquired, either through initial training or experience may serve as support for pedagogical action. Therefore, this study was guiding question: A teacher training project in the school can contribute to the process of teaching and learning solving multiplicative field problems of students in the 4th year of elementary school? To develop the study, teachers and 37 students of a municipal school located in São Leopoldo, Brazil, were surveyed. Seeking to unveil the subsidies that a continuing education proposal may offer teachers, were organized some research paths. To develop this study, was used a qualitative methodology and employed to the case study approach, consisting of a questionnaire and semi-structured interviews with teachers, dialog audio recordings produced in formation meetings and the lessons observed, evidenced data protocols found in the diary of class teachers and protocols presented by the students to solve problems in pre- and post-tests. As a starting point, we seek to recognize concepts and disciplinary knowledge of two teachers on the meanings of the multiplicative field, which provided input to training plan of the organization. The application, with students, pre and post-tests consist of mathematical problems of the multiplicative field at the beginning and end of the continuous training of teachers, showed the concepts developed by the students before and after the participation of teachers in such training. The research was based both on theories that discuss issues related to continuing education teachers, as in studies of concepts and learning the multiplicative field through problem solving. The results showed that the teachers involved in this study showed a lack of didactic and pedagogic knowledge about the contents of the multiplicative field, making it difficult to approach and mediation of this issue with students; reflection on the practice allowed the teachers to (re) construction and reinterpretation of theoretical and practical knowledge, which may indeed have influence student learning. It is noteworthy, therefore, the need to address the concepts of the Conceptual Field Multiplicative with greater emphasis on initial training courses and continuing teachers.

**Keywords:** Multiplicative Area. Teacher Formation. Problem Solving. Students Learning.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Quadro comparativo entre os dois conceitos atribuídos à divisão .....	50
Figura 2: Problemas protótipos de multiplicação – Comparação .....	52
Figura 3: Problemas protótipos de divisão – Comparação .....	52
Figura 4: Problemas protótipos de multiplicação – Proporcionalidade .....	53
Figura 5: Problemas protótipos de Divisão – Proporcionalidade .....	53
Figura 6: Problemas protótipos de multiplicação – Configuração retangular .....	54
Figura 7: Problemas protótipos de divisão – Configuração retangular .....	54
Figura 8: Problemas protótipos de multiplicação – Combinatória.....	55
Figura 9: Problemas protótipos de divisão – Combinatória .....	55
Figura 10: Problemas com estrutura de isomorfismo de medidas.....	60
Figura 11: Relações da categoria de isomorfismo de medidas .....	61
Figura 12: Relação de produto cartesiano – Tabela de dupla Entrada .....	63
Figura 13: Relação de produto cartesiano .....	64
Figura 14: Relação de configuração retangular.....	64
Figura 15: Relação de configuração retangular.....	64
Figura 16: Categorização dos Problemas de Estrutura Multiplicativa .....	67
Figura 17: Problemas aplicados para obtenção de dados no Pré e Pós-Teste.....	82
Figura 18: Problemas do campo multiplicativo .....	85
Figura 19: Tabela Pitagórica .....	87
Figura 20: Instruções e tabuleiro para o jogo “Bota de muitas léguas” .....	87
Figura 21: Instruções para o jogo “Adivinhe a multiplicação” .....	88
Figura 22: Instruções e tabuleiro para o jogo “Avançando com o Resto” .....	88
Figura 23: Concepções das professoras sobre conceito de multiplicação e divisão .	93
Figura 24: Problemas de estrutura multiplicativa elaborados pelas professoras pesquisadas .....	94
Figura 25: Problemas do campo multiplicativo utilizados para classificação por categorias.....	95
Figura 26: Resposta das professoras sobre diferenças conceituais de problemas do campo multiplicativo .....	96
Figura 27: Considerações das professoras sobre os conceitos da estrutura multiplicativa.....	97
Figura 28: Resposta sobre introdução de novos conhecimentos .....	98

Figura 29: Concepções das professoras A e B sobre resolução de problemas .....	99
Figura 30: Concepções das professoras A e B sobre a dificuldade para resolver problemas.....	100
Figura 31: Descrição dos conhecimentos dos alunos .....	100
Figura 32: Reflexão sobre jogos aplicados no encontro de formação continuada de professores.....	102
Figura 33: Reflexões das professoras sobre a tabela Pitagórica .....	103
Figura 34: Protocolo da resolução do Problema de Proporcionalidade Multiplicação .....	105
Figura 35: Problema de organização retangular .....	105
Figura 36: Protocolo da resolução do Problema de organização retangular .....	106
Figura 37: Protocolo de resolução de problema de multiplicação comparação .....	106
Figura 38: Protocolo de resolução de problema de multiplicação combinatória.....	107
Figura 39: Registro da professora A no diário de campo .....	108
Figura 40: Protocolo de Resolução de problema de Proporcionalidade.....	110
Figura 41: Problema de organização retangular .....	111
Figura 42: Problema de organização retangular .....	111
Figura 43: Descrição de um aluno sobre sua estratégia de resolução de problema de organização retangular.....	112
Figura 44: Registro da professora B sobre seu trabalho com o conceito de divisão .....	113
Figura 45: Registro de atividades desenvolvidas pela professora B com seus alunos .....	114
Figura 46: Processo de Ressignificação das Práticas.....	116
Figura 47: Estratégia de resolução de Problema de Comparação Divisão Quota – Pré-teste.....	119
Figura 48: Estratégia de resolução Problema de Proporcionalidade Multiplicação – Pós- teste .....	119
Figura 49: Estratégia de resolução de Problema de Combinatória Multiplicação – Pós-teste .....	120
Figura 50: Estratégia de resolução de Problema de Proporcionalidade Divisão Partição – Pré-teste.....	120

Figura 51: Estratégia de resolução de Problema de Configuração Retangular Multiplicação – Pré-teste .....	121
Figura 52: Estratégia de resolução de Problema de Comparação Multiplicação – Pré-teste .....	121
Figura 53: Protocolo de resolução de Problema de Comparação Multiplicação – Pós-teste .....	122
Figura 54: Estratégia de resolução de Problema de Combinatória Multiplicação – Pós-teste .....	123
Figura 55: Estratégia de resolução Problema de Configuração Retangular Multiplicação – Pós-teste.....	123
Figura 56: Estratégia de resolução de Problema de Proporcionalidade Divisão Partição – Pós-teste .....	124
Figura 57: Estratégia de resolução de Problema de Proporcionalidade Divisão Quota – Pós-teste .....	124
Figura 58: Estratégia de resolução de Problema de Comparação Divisão Partição – Pós-teste .....	125

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Respostas corretas: Pré e Pós-teste Turma 4 <sup>a</sup> ano 1 .....	131
Gráfico 2: Respostas corretas: Pré e Pós-teste Turma 4 <sup>a</sup> ano 2.....	131
Gráfico 3: Desempenho dos alunos para resolver problemas matemáticos do campo multiplicativo Resposta incorreta: 4 <sup>o</sup> ano 1 .....	135
Gráfico 4: Desempenho dos alunos para resolver problemas matemáticos do campo multiplicativo Resposta incorreta: 4 <sup>o</sup> ano 2 .....	136

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Estratégia de resolução empregadas pelos alunos do 4º ano 1 .....	126
Tabela 2: Estratégias de resolução empregadas pelos alunos do 4º ano 2 .....	127
Tabela 3: Desempenho dos alunos do 4º ano ao resolver os problemas matemáticos do campo multiplicativo propostos nos pré-testes e pós-testes 4º ano 1 e 4º ano 2 .....	129
Tabela 4: Desempenho dos alunos ao resolver problemas matemáticos do campo multiplicativo Resposta parcialmente correta: dados do 4º ano 1 .....	132
Tabela 5: Desempenho dos alunos ao resolver problemas matemáticos do campo multiplicativo Resposta parcialmente correta: dados do 4º ano 2 .....	133
Tabela 6: Desempenho dos alunos para resolver problemas matemáticos do campo multiplicativo Resposta incorreta: dados do 4º ano 1 .....	134
Tabela 7: Desempenho dos alunos para resolver problemas matemáticos do campo multiplicativo Resposta incorreta dados: 4º ano 2 .....	134

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>16</b>
<b>1 FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES, CAMINHOS E CONCEPÇÕES</b> .....	<b>24</b>
1.1 POLÍTICAS E ASPECTOS LEGAIS RELACIONADOS À FORMAÇÃO DE PROFESSORES .....	24
1.2 FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES, DIFERENTES PERCEPÇÕES .....	27
1.3 PROFESSORES POLIVALENTES, SUA FORMAÇÃO E A CONSTRUÇÃO DO SABER MATEMÁTICO .....	33
<b>2 APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS E O CAMPO MULTIPLICATIVO</b> .....	<b>42</b>
2.1 OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS, O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS.....	43
2.2 A ESTRUTURA MULTIPLICATIVA E SEUS SIGNIFICADOS.....	46
2.3 A ESTRUTURA MULTIPLICATIVA SOB DIFERENTES CONCEPÇÕES.....	51
<b>2.3.1 Visão dos Parâmetros Curriculares Nacionais</b> .....	<b>51</b>
<b>2.3.2 A visão da Teoria dos Campos Conceituais</b> .....	<b>57</b>
2.3.2.1 <i>Isomorfismo de medidas</i> .....	59
2.3.2.2 <i>Espaço de medidas</i> .....	61
2.3.2.3 <i>Produto de medidas</i> .....	62
<b>2.3.3 Classificação de Nunes e Bryant (1997) para os problemas de divisão e multiplicação</b> .....	<b>65</b>
2.4 ESTRUTURA MULTIPLICATIVA: APROXIMAÇÕES ENTRE PCN, TCC E NUNES E BRYANT.....	66
2.5 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....	68
<b>3 A PESQUISA</b> .....	<b>73</b>
3.1 TEMA.....	73
3.2 PROBLEMA DE PESQUISA .....	73
3.3 OBJETIVOS .....	74
<b>3.3.1 Objetivo geral</b> .....	<b>74</b>
<b>3.3.2 Objetivos específicos</b> .....	<b>74</b>
3.4 O CONTEXTO DA REALIDADE PESQUISADA .....	75

<b>3.4.1 A Escola</b> .....	<b>75</b>
<b>3.4.2 Os Sujeitos Investigados: perfil dos professores e das turmas</b> .....	<b>76</b>
3.5 OS CAMINHOS DA PESQUISA .....	77
3.6 A ORGANIZAÇÃO DA PESQUISA .....	78
<b>3.6.1 Os instrumentos de coleta de dados</b> .....	<b>79</b>
3.7 A CONFIGURAÇÃO DA FORMAÇÃO CONTINUADA NA ESCOLA .....	83
<b>3.7.1 Configuração dos encontros de formação de professores na escola desenvolvida para a pesquisa</b> .....	<b>83</b>
<b>3.7.2 Primeiro momento com as professoras</b> .....	<b>83</b>
<b>3.7.3 Segundo momento com as professoras</b> .....	<b>84</b>
<b>3.7.4 Terceiro momento com as professoras</b> .....	<b>85</b>
<b>3.7.5 Quarto momento com as professoras</b> .....	<b>86</b>
<b>3.7.6 Quinto momento com os professores</b> .....	<b>89</b>
3.8 APLICAÇÃO DO PRÉ-TESTE E DO PÓS-TESTE.....	89
3.9 OBSERVAÇÃO DAS AULAS.....	89
3.10 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE .....	90
<b>4. ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS</b> .....	<b>92</b>
4.1 CONHECIMENTOS E PRÁTICAS DE ENSINO DE PROFESSORES POLIVALENTES SOBRE CONCEITOS RELACIONADOS AO CAMPO MULTIPLICATIVO.....	92
<b>4.1.1 Conhecimentos de Conteúdo</b> .....	<b>92</b>
<b>4.1.2 Conhecimentos pedagógicos</b> .....	<b>98</b>
4.2 A PRÁTICA PEDAGÓGICA DAS PROFESSORAS POLIVALENTES PARA ENSINAR OS CONCEITOS DO CAMPO MULTIPLICATIVO AOS ALUNOS ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	104
<b>4.2.1 A prática e as aulas da professora A</b> .....	<b>104</b>
<b>4.2.2 A prática e as aulas da professora B</b> .....	<b>109</b>
4.3 RESSIGNIFICAÇÃO DOS CONHECIMENTOS SOBRE O CAMPO MULTIPLICATIVO DOS PROFESSORES POLIVALENTES POR MEIO DA PARTICIPAÇÃO NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES .....	115
4.4 ESTRATÉGIAS EMPREGADAS PELOS ALUNOS PARTICIPANTES DA PESQUISA PARA RESOLVER OS PROBLEMAS MATEMÁTICOS DO CAMPO MULTIPLICATIVO PROPOSTOS NOS PRÉ-TESTES E PÓS-TESTES .....	117

<b>4.4.1 Representações pictóricas.....</b>	<b>118</b>
<b>4.4.2 Algoritmo da adição ou subtração.....</b>	<b>120</b>
<b>4.4.3 Algoritmo da multiplicação .....</b>	<b>122</b>
<b>4.4.4 Algoritmo da divisão .....</b>	<b>124</b>
<b>4.5 DESEMPENHO APRESENTADO PELOS ALUNOS PESQUISADOS PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS DO CAMPO MULTIPLICATIVO PROPOSTOS NOS PRÉ-TESTES E PÓS-TESTES .....</b>	<b>128</b>
<b>4.5.1 Resposta Correta .....</b>	<b>129</b>
<b>4.5.2 Resposta parcialmente correta.....</b>	<b>132</b>
<b>4.5.3 Resposta incorreta.....</b>	<b>133</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>138</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>143</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>151</b>
<b>APÊNDICE A – ACEITE DE PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA .....</b>	<b>152</b>
<b>APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO USO DE SOM E IMAGEM .....</b>	<b>153</b>
<b>APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO.....</b>	<b>154</b>
<b>APÊNDICE D – ENTREVISTA 1.....</b>	<b>159</b>
<b>APÊNDICE E – ENTREVISTA 2.....</b>	<b>160</b>
<b>APÊNDICE F – PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE.....</b>	<b>162</b>



## INTRODUÇÃO

Vivemos um momento marcado pelo avanço tecnológico e, dentre as muitas transformações decorrentes desse processo, destacam-se o progresso intelectual e a sua rápida disseminação. Alarcão (2011, p. 17) descreve que este momento “começou por se chamar sociedade da informação, mas rapidamente se passou a chamar sociedade do conhecimento e que mais recentemente, se acrescentou a designação de sociedade da aprendizagem”. Portanto, a informação é uma condição necessária para o conhecimento, visto que não há conhecimento sem aprendizagem. Starepravo (2010, p. 25) afirma que “o conhecimento é um bem social de indiscutível importância e o desafio da educação consiste justamente em torná-lo acessível para todos”.

A expectativa, então, volta-se para a instituição educativa que tem por finalidade a sistematização e o estabelecimento de relações para transformar a informação e o conhecimento em aprendizagem: a escola. Para que a educação escolar se aproxime do pressuposto citado, necessita, entre muitas outras coisas, de professores preparados. Ciente disso, o poder público, as instituições privadas e as universidades vêm desenvolvendo estudos, pesquisas e propostas de formação continuada de professores. Portanto, esse tema se tem destacado em diversos cenários que vislumbram os programas de Formação Continuada como meio de oferecer aos professores a oportunidade de desenvolvimento pessoal e profissional, melhorando, assim, a qualidade da educação ofertada aos alunos.

Quando nos referimos à qualidade da educação, não podemos deixar de mencionar pesquisas que se voltam à avaliação do sistema educacional, como por exemplo, a avaliação em larga escala desenvolvida pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) (INEP, 2013)<sup>1</sup>, por meio da Prova Brasil, que teve sua última aplicação no ano de 2013. Dados divulgados referentes ao resultado dessa avaliação evidenciam que a aprendizagem dos alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental apresentou avanços poucos significativos na área de Matemática.

---

<sup>1</sup> O Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) tem como principal objetivo avaliar a Educação Básica brasileira, e contribuir para a melhoria de sua qualidade e para a universalização do acesso à escola, oferecendo subsídios concretos para a formulação, reformulação e o monitoramento das políticas públicas voltadas para a Educação Básica. Fonte INEP (2013).

Conforme o site de pesquisas educacionais QEDu<sup>2</sup>, em 2013, apenas 33% dos alunos das escolas públicas brasileiras apresentaram o desempenho esperado na disciplina. Tal fato sugere que a escola não tem conseguido possibilitar o acesso ao conhecimento básico em Matemática para a maioria dos estudantes.

Pozo (2002) destaca que para mudar as formas de aprender dos alunos é necessário também mudar as formas de ensinar dos professores. Concordamos com o autor e vislumbramos a formação continuada como alternativa para estimular os professores a refletir sobre suas práticas, sobre as metodologias empregadas, sobre os conhecimentos necessários referentes ao conteúdo a ser ensinado e, ainda, a compreender o processo de aprendizagem dos alunos.

Nóvoa (1999) argumenta que se deposita no professor parte da responsabilidade pela condução do processo e consolidação de novos paradigmas científicos, éticos e culturais, fato que se traduz em exigências cada vez mais complexa quanto às competências profissionais. Portanto, compreendemos que as demandas de atuação do professor se aprofundam e que, nesse sentido, suas competências e conhecimentos profissionais precisam estar articulados aos novos tempos, refletindo na melhoria das aprendizagens dos alunos.

Nesse contexto, surge esta pesquisa desenvolvida como dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação no Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil: *Formação Continuada de Professores com foco na resolução de problemas do campo multiplicativo para o 4º ano do Ensino Fundamental*. O trabalho tem como tema a Formação Continuada de Professores na escola e a influência desse processo no ensino/aprendizagem voltado à resolução de problemas do campo multiplicativo para alunos do 4º ano do Ensino Fundamental.

Como objetivo geral, pretende-se investigar as contribuições que uma experiência de formação continuada pode oferecer para ressignificação da prática de professores polivalentes para o ensino de conceitos matemáticos do campo multiplicativo empregando a resolução de problemas, e a sua influência na aprendizagem dos alunos.

---

<sup>2</sup> QEDu é um portal, desenvolvido por Meritt e pela Fundação Lemann, que utiliza as informações oficiais do Governo Brasileiro e apresenta dados detalhados sobre a qualidade do aprendizado em cada escola, município e estado do Brasil.

Um fator relevante para a escolha do tema e para a construção desta pesquisa se relaciona à minha prática como professora. Dessa forma, os próximos parágrafos são narrados em primeira pessoa, a fim de que eu possa lembrar alguns aspectos de minha história e fazer algumas reflexões sobre o meu desenvolvimento e sobre a minha vivência profissional como docente.

Sou do interior e, na minha cidade, na década de 70, as moças eram encaminhadas ao curso Normal com o objetivo de ser preparadas para serem professoras e donas de casa. A tradição da época era a da moça que casava e se tornava professora. O magistério não era entendido como uma profissão, mas como um dom. Minha professora de Didática, Cacilda, dizia que eu era “professora nata”. Embora já tenha decorrido algum tempo desde então, a concepção manifestada pela docente de Didática ainda se faz presente em dias atuais. Gatti (2000, p. 40) diz que a profissão docente ainda é encarada pela sociedade e pela universidade como sendo “fácil”, como algo que pode ser feito intuitivamente: “parece que algumas crenças do tipo quem sabe, sabe ensinar ou o professor nasce feito ainda predominam em nosso meio, embora a realidade esteja a toda hora contraditando essas crenças”.

Entrei na escola, na 1ª série, aos 5 anos e, assim, aos 13 anos, estava no primeiro ano do Curso Normal. Como nasci em Janeiro, com 15 anos já estava formada, mas não prossegui os estudos para me tornar professora, optando pelo curso de Nutrição. Hoje, olhando para trás, acredito ter sido uma sábia decisão, pois não me parece que uma jovem, aos 15 anos, possa ter maturidade para ensinar crianças. Entretanto, mesmo tendo seguido outro caminho, a educação sempre esteve entre meus interesses, sendo que meu trabalho de conclusão do curso de graduação foi direcionado à Educação Nutricional. Formei-me e, por um período, exerci atividade profissional como nutricionista. Quando veio a certeza de que queria ser professora, abandonei a Nutrição e ingressei no magistério.

Desde então, atuo como docente dos anos iniciais, como professora polivalente. Já são 28 anos, e grande parte desse tempo foi dedicado ao ensino no 5º e 6º anos, principalmente na área de Matemática. O início de minha carreira foi com alunos da pré-escola, hoje 1º ano. Em seguida, me foi proposto ensinar Matemática para a então 5ª série, hoje 6º ano. Foi um novo desafio. Procurei estudar e frequentei diversos cursos de formação continuada sobre o tema. Também busquei qualificação ao cursar Formação Pedagógica e especialização na área de

Gestão Escolar. Analisando os caminhos que percorri, observo que minhas concepções a respeito da educação e do ensino de Matemática foram se transformando ao longo do tempo. A ideia que privilegiava o ensino da Matemática empregando “siga o modelo”, forma como aprendi, foi dando lugar a outras noções. Hoje sei, por exemplo, a importância da mediação do professor para a aprendizagem dos alunos.

Em 2011, surgiu um novo desafio: fui convidada, por intermédio da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), a participar como bolsista do grupo de pesquisa do Observatório da Educação (OBEDUC). Na ocasião, também surgiu a possibilidade de cursar o mestrado e vivenciar a experiência de desenvolver pesquisas e formação continuada de professores em regime de colaboração com meus colegas na escola em que atuo. Essa vivência acarretou diversas mudanças. Na medida em que estudava as teorias e conseguia percebê-las na minha prática, muito daquilo em que eu acreditava sobre os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática se transformou. Hoje me sinto muito mais preparada para organizar a aprendizagem dos meus alunos. O desafio de ser formadora de maneira colaborativa também me levou a aprofundar os estudos, visto que para organizar os encontros precisava de argumentos para desafiar os colegas.

Atualmente, tenho certeza de que ensinar está além da vocação. Constituí-me professora pela experiência, pela reflexão e pelo tempo dedicado a aprender em cursos de formação continuada que contribuíram para o meu desenvolvimento pessoal e profissional, qualificando-me para a vida e para o trabalho.

Minha experiência como professora polivalente com alunos do 5º ano me permite afirmar que uma parte considerável dos alunos chega a essa etapa escolar sem ter elaborado o conhecimento mínimo esperado em relação ao campo multiplicativo. Por outro lado, ao atuar como formadora na escola em que esta pesquisa foi desenvolvida, no período de 2011 a 2014, as discussões realizadas, as trocas de experiências e a convivência evidenciaram que boa parte dos professores participantes demonstrava limitações no que se refere a conhecimentos e mediação de ensino de conceitos do campo multiplicativo por meio da resolução de problemas. A ideia presente era de que o ensino de algoritmos e a memorização de tabuadas são determinantes no ensino da multiplicação e divisão, sendo estas metodologias proposta aos alunos. Portanto, evidenciou-se que as dificuldades dos discentes para elaborar o sentido e resolver problemas que requeiram a utilização dos diferentes

conceitos que fazem parte do campo multiplicativo podem estar associadas às deficiências do conhecimento dos professores. Justo (2012, p. 15) afirma que “o conhecimento matemático do professor, ou melhor, a falta desse conhecimento, ainda é um dos fatores do insucesso dos estudantes na Matemática”.

Dessa forma, justifico que a motivação para este estudo decorre de minhas percepções como professora e como formadora, pois vislumbro que um dos possíveis motivos que faz com que poucos professores abordem os conceitos do campo multiplicativo nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental pode estar relacionado à falta de conhecimento para ensiná-los.

A escolha do 4º ano do Ensino Fundamental para desenvolver a presente pesquisa se deu pelas evidências percebidas por meio da convivência no ambiente escolar. Embora estudos como os de Nunes et al. (2001) recomendem que esses conceitos devam ser trabalhados desde o início da escolaridade, o ensino das estruturas multiplicativas é introduzido de maneira sistemática a partir da etapa final do 3º ano e aprofundado no 4º ano. Pessoa e Borba (2009) confirmam essa percepção expondo que problemas multiplicativos são introduzidos de modo formal, na escola, geralmente, a partir da 2ª ou 3ª série – em 2014 3º ou 4º ano – do Ensino Fundamental. Diante da realidade apresentada, considero a importância da abordagem do tema estruturas multiplicativas desde o princípio do Ensino Fundamental, porém destaco a relevância do 4º ano escolar para a aprendizagem dos diferentes significados do campo multiplicativo.

Como problema de pesquisa, buscamos investigar com as professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental quais os seus conhecimentos, como trabalham e que dificuldades apresentam para desenvolver os conceitos referentes ao campo multiplicativo com os alunos. Assim, surge a indagação: Um projeto de formação de professores na escola pode contribuir para o processo de ensino e para a aprendizagem de resolução de problemas do campo multiplicativo de alunos que frequentam o 4º ano do Ensino Fundamental?

Para buscar respostas ao problema de pesquisa no que se refere à formação de professores, tomamos como referência os estudos de Marcelo (1999), Alarcão (2011), Tardif (2002), Schön (1992) e Gatti et al. (2011), para os quais o saber profissional é aprendido na prática, pela experiência, em contato com a realidade do trabalho por meio de reflexão contínua sobre a prática da docência. Ainda, Nóvoa

(1992a, 1999), Candau (2001) e Justo (2009) destacam a escola como um espaço privilegiado de formação e de socialização entre os professores.

A metodologia de resolução de problemas está presente em orientações para o ensino de Matemática da Educação Básica como caminho para aprendizagem de conceitos e procedimentos matemáticos, sendo recomendada por pesquisadores da área (POZO, 2002; JUSTO, 2009; BRASIL, 1997) para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos, ideias e métodos matemáticos. Portanto, a resolução de problemas deve ser uma metodologia de ensino, pois proporciona o contexto em que se podem aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. Conforme Smole e Diniz (2001, p. 89), “a resolução de problemas corresponde a um modo de organizar o ensino o qual envolve mais do que aspectos puramente metodológicos, incluindo uma postura frente ao que é ensinar e, conseqüentemente do que significa aprender”.

O estudo das estruturas multiplicativas tem como referência as recomendações apresentadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) para o ensino de conceitos e ideias do campo multiplicativo. Nesse referencial são apresentadas quatro categorias de problemas multiplicativos: comparativa; proporcionalidade; configuração retangular; e combinatória.

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud (2009) também embasa este estudo e, quanto ao campo conceitual multiplicativo, apresenta situações que podem ser analisadas por meio de três grandes classes de problemas multiplicativos: isomorfismo de medidas; produtos de medidas; e proporções múltiplas. A TCC abarca o trabalho do professor, atribuindo a esse profissional a responsabilidade de encaminhar a construção de conceitos, mediante a escolha mais adequada possível de situações ou tarefas que favoreçam a evolução conceitual dos estudantes. Dessa forma, o papel do professor tem grande importância, tanto no que se refere ao conhecimento do conteúdo quanto da metodologia, uma vez que é ele quem organiza as atividades na sala de aula, seleciona material didático apropriado e coordena as atividades do aluno por meio de sua ação pedagógica.

Nunes e Bryant (1997) também desenvolveram estudos sobre os problemas do campo multiplicativo, classificando-os com nomenclatura diferente, mas com ideias semelhantes às apresentadas pelos PCN (BRASIL, 1997) e por Vergnaud

(2009): correspondência um-a-muitos, relação entre variáveis (covariação); e distribuição.

A pesquisa aqui apresentada tem o delineamento de estudo de caso, com características qualitativas. As etapas para a realização do estudo envolveram alunos e professores. Visando analisar como a formação dos docentes favoreceu ou não a aprendizagem do campo multiplicativo, foram aplicados, aos alunos, pré e pós-testes com problemas matemáticos. No decorrer da pesquisa, foram organizados encontros com professores para o estudo de conceitos e procedimentos relacionados ao ensino de problemas do campo multiplicativo e feitas observações de aulas. Apresentamos, a seguir, a organização dos capítulos desenvolvidos na pesquisa e a abordagem que eles versam.

A dissertação está estruturada em quatro capítulos. No capítulo um, abordamos aspectos legais e históricos e concepções referentes à formação de professores e formação continuada de professores no Brasil. Em seguida, destacamos a formação continuada de professores polivalentes para o ensino de Matemática. Discutimos o papel da formação continuada como possibilidade de ressignificação da prática e como instrumento de desenvolvimento pessoal e profissional.

No capítulo dois, apresentamos recomendações dos PCN (BRASIL, 1997) referentes ao ensino de Matemática dos anos iniciais. Abordamos aspectos referentes à estrutura multiplicativa sob diferentes perspectivas. Iniciamos com os PCN (BRASIL, 1997), seguimos com a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (TCC) e prosseguimos com o estudo do campo multiplicativo desenvolvido nas pesquisas de Nunes et al. (2005). Destacamos a importância da resolução de problemas para o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos.

No capítulo três, abordamos os aspectos metodológicos da pesquisa: a questão de pesquisa, o objetivo geral e os específicos, a natureza da pesquisa, a definição dos sujeitos, os procedimentos metodológicos utilizados, dados referentes ao questionário, à entrevista, aos pré e pós-testes e a aplicação desses instrumentos.

No capítulo quatro analisamos os dados coletados durante a realização da pesquisa em busca de evidências que possam responder ao problema da pesquisa. Procuramos verificar os conhecimentos matemáticos do professor em relação aos conceitos do campo multiplicativo, as dificuldades encontradas no desenvolvimento

do conteúdo, as intervenções em sala de aula e as mudanças de prática pedagógica. Também neste capítulo apresentamos os resultados dos pré e pós-testes, realizados com os alunos antes e depois da formação de seus professores. Tais resultados podem corroborar a resposta à pergunta de pesquisa. A análise foi organizada em categorias, tornando possível evidenciar e agrupar as informações coletadas durante o processo da pesquisa.

Por fim, apresentamos reflexões sobre o processo de Formação Continuada de Professores, desenvolvido, na formação proposta, sobre o campo multiplicativo para professores polivalentes do 4º ano do Ensino Fundamental. Discutimos, ainda, as dimensões alçadas em cada categoria e tecemos considerações sobre a prática e o conhecimento dos professores.

Observamos que esta pesquisa vai ao encontro do projeto desenvolvido pelo Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) em parceria com o Observatório de Educação (OBEDUC). Tal iniciativa foi aprovada pelo edital número 38/2010 para os anos de 2010/2014, tendo como propósito a formação continuada de professores de Ciências e Matemática das séries iniciais e finais do Ensino Fundamental de escolas públicas dos municípios de Canoas, Sapucaia do Sul e São Leopoldo. Os objetivos do Projeto Observatório de Educação foram buscar ações que permitissem desenvolver, aplicar e avaliar como é possível aprimorar o desempenho de estudantes do Ensino Fundamental, em Ciências e Matemática, de escolas públicas dos municípios referidos, assim como qualificar a prática docente dos professores envolvidos por meio de estratégias de formação continuada, de forma presencial e a distância.



## 1 FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES, CAMINHOS E CONCEPÇÕES

Neste capítulo, apresentamos políticas e legislações educacionais voltadas à formação inicial e continuada de professores, considerando aspectos históricos e enfatizando as mudanças ocorridas a partir da década de 1990, quando foi instituída a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), Lei n. 9.294/96 de 20 de dezembro de 1996 (BRASIL, 1996). Entendemos que realizar uma discussão sobre a formação docente no Brasil requer, em primeiro lugar, que se analise sua trajetória histórica, mesmo que de forma breve.

Expomos, ainda, as fundamentações teóricas relacionadas à formação continuada de professores e à formação de professores polivalentes para ensinar Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nas quais nos apoiamos para embasar o desenvolvimento do programa de formação continuada de professores e a análise dos dados coletados nesta pesquisa.

### 1.1 POLÍTICAS E ASPECTOS LEGAIS RELACIONADOS À FORMAÇÃO DE PROFESSORES

A questão da formação de professores tem provocado diversos debates no meio político e acadêmico com o escopo de responder às questões relacionadas à qualidade educacional. Considerando a importância desse tema, apresentamos a reflexão proposta por Prada, Freitas e Freitas (2010):

Formar-se é um processo de toda a vida; enquanto seres humanos temos a possibilidade de aprender e, portanto, nos humanizamos permanentemente, mediante as relações e interações que acontecem nos diversos ambientes culturais nos quais temos relações. Deste modo, aprender é mais do que receber ou obter informações e conhecê-las ou compreendê-las é tornar o aprendizado parte do ser, implicando desenvolver-se com ele. Formar-se é um processo de aprendizagem que se realiza desenvolvendo-se individual e coletivamente dentro da cultura, incorporando-a, criando e recriando-a (PRADA; FREITAS; FREITAS, 2010, p. 369).

Corroboramos os autores quando mencionam que a vida é um processo contínuo de formação e consideramos que, quando se trata de professores, essa formação ganha nova dimensão: o aprender para auxiliar o outro, no caso o aluno, no seu desenvolvimento e na sua aprendizagem.

Segundo Saviani (2009, p. 143), a formação de professores não é um tema recente, “no Brasil a questão do preparo de professores emerge de forma explícita após a Independência, quando se cogita a organização da instrução popular”. O autor descreve que a partir de tal fase, ao analisar a questão pedagógica articulada com as transformações da sociedade brasileira, percebem-se diferentes períodos na história da formação de professores no Brasil.

Gatti (2010) explica que a formação de docentes para o ensino das “primeiras letras” em cursos específicos foi proposta no final do século XIX, com a criação das Escolas Normais. Esse tipo de escola continuou a promover a formação dos professores para os primeiros anos do Ensino Fundamental e a Educação Infantil até dezembro de 1996, quando ocorreu a publicação da LDBEN n. 9.294/96 (BRASIL, 1996).

Demo (2000, p. 45) considera que a LDBEN 9.294/96 (BRASIL, 1996) trouxe grandes avanços à educação “porque seguindo também progressos notáveis nas teorias e práticas de aprendizagem – trata o professor como eixo central da qualidade da educação”. Conforme o autor, a valorização do profissional da educação, a formação continuada em serviço, o piso salarial, a progressão funcional baseada na titulação e o período reservado para estudo são alguns dos temas que foram regulamentados na referida legislação, tendo sido instituído o prazo de dez anos, a partir de 1996, para que os sistemas de ensino pudessem se adequar às novas normas. Gatti e Barreto (2009, p. 43) explicam que o prazo dado foi importante:

No Brasil, nessa época, a maioria dos professores do ensino fundamental (primeiros anos) possuía formação no magistério, em nível médio, havendo também milhares de professores leigos, sem formação no ensino médio como até então era exigido. Seriam necessários tempo, muito esforço e financiamentos para chegar a formar esses docentes em nível superior (GATTI; BARRETO, 2009, p. 43).

Considerando a formação docente, um dos indicativos da qualidade da educação no país, a partir da implementação da LDBEN 9.394/1996 (BRASIL, 1996) a questão da formação continuada recebeu base legal e passou a ser responsabilidade do Governo Federal, dos Estados e Municípios. Gatti (2008) afirma que desde então houve um crescimento exponencial de formação continuada em diferentes esferas públicas e que “o surgimento de tantos tipos de formação foi gratuito. Surgiram como forma de equacionar os problemas originários da formação

inicial do professor e como forma de melhorar a qualidade do ensino” (GATTI, 2008, p. 63).

Em 2006, depois de muitos debates, o Conselho Nacional de Educação (CNE) aprovou a Resolução nº 1, de 15/05/06 (BRASIL, 2006), com as Diretrizes Curriculares para o Curso de Pedagogia, atribuindo também a este a formação de professores para a Educação Infantil (EI) e anos iniciais do Ensino Fundamental (AFEF). Tal resolução ainda definiu a possibilidade da habilitação de professores para atuar na EI e nos AIEF através de cursos de Ensino Médio, na modalidade Normal. Dessa forma, no Brasil, a formação do professor polivalente acontece, em nível médio, na modalidade Normal e, em nível superior, nos cursos de Pedagogia e Normal Superior.

Mais recentemente, em 25 de junho de 2014, foi aprovado o Plano Nacional de Educação (PNE 2014-2024) pela Lei nº 13.005/2014 (BRASIL, 2014a), que vigorará até 2024. O PNE, por meio da Meta de número 15, prevê que no prazo de um ano deverá estar institucionalizada a política nacional de formação dos profissionais da educação, de modo a ampliar as possibilidades de qualificação. Cursos e programas a serem implementados possibilitarão aos docentes não licenciados ou licenciados em áreas diversas de sua atuação, que estejam em efetivo exercício, formação específica em sua área de atuação.

Para Gatti et al. (2011), ocorreram mudanças significativas nas legislações referentes à educação brasileira nas duas últimas décadas e, com elas, vieram diversas ações como, por exemplo, reformas curriculares ocorridas nos anos 1990, utilização de avaliações censitárias sistemáticas em nível nacional e estadual e redemocratização da escola, com ampliação do acesso ao ensino público. Os autores identificam que todo esse contexto desencadeou um desequilíbrio entre a oferta de vagas e a capacidade das instituições escolares de atender os alunos oferecendo uma educação de qualidade. As crises da escola frente às novas demandas têm assumido lugar de destaque, provocando reflexos sobre o trabalho dos professores, ainda mais quando “diagnósticos tem apontado o baixo desempenho dos alunos, o qual tem sido atribuído, em grande parte, aos professores e a sua formação” (GATTI et al., 2011, p. 9). Dessa forma, visando melhorar a qualidade da educação, os interesses se voltam para os processos de formação inicial e continuada de professores, pois, conforme Gatti et al. (2011, p. 9),

o conhecimento teórico e a prática da formação continuada do professor “vão refletindo avanços no modo de pensar a docência”.

Diante do quadro apresentado, destaca-se a importância de aspectos legais e Políticas Públicas que deem suporte e incentivo ao processo de formação de professores. Porém, acreditamos que as mudanças de que a educação brasileira tanto necessita não estão condicionadas apenas aos programas oficiais ou a Políticas Públicas de formação de professores, sejam iniciais ou continuadas. Requerem, também, escolas e profissionais comprometidos, com desejo e motivação para questionar, aprender e administrar a sua formação, para buscar saberes diferentes com o objetivo de conectar seus conhecimentos e ações à realidade dos alunos. Portanto, esse *continuum* não deve acontecer somente por iniciativa das instituições e nem só por parte dos professores, pois, como nos explica Charlot, (2005, p. 76) “só é possível aprender, evoluir profissionalmente se o sujeito professor tiver dentro de si um desejo consciente ou inconsciente daquilo que se almeja”.

## 1.2 FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES, DIFERENTES PERCEPÇÕES

Gatti et al. (2011) fazem considerações sobre a importância da educação no mundo contemporâneo e sua relação com a qualidade de vida:

[...] um país com uma população adequadamente escolarizada em termos de anos de estudo, frequentando uma escola de boa qualidade, apresenta índices de criminalidade mais baixos, melhores indicadores relativos à saúde, menor mortalidade infantil, menores taxas de desemprego e, em especial, menor possibilidade de vir a enfrentar situações de instabilidade econômica (GATTI et al., 2011, p. 13).

Para que a educação possa atingir a mudança esperada, exigem-se, entre outras coisas, professores preparados não apenas pela formação inicial, mas conectados com os imperativos do contexto vigente, ou seja, conscientes da necessária formação contínua. Diante dessa situação, são muitos os estudos e pesquisas realizados com o objetivo de encontrar novos caminhos que qualifiquem as práticas dos educadores. Tais caminhos rompem a visão tradicional de formação continuada caracterizada pelo acúmulo de técnicas e de conhecimentos e defendem

o desenvolvimento da prática docente reflexiva como forma de reconstrução permanente da identidade pessoal e profissional dos professores.

Marcelo (1999) considera a formação continuada como:

Processo contínuo, sistemático e organizado [...] tem de ser oferecida de um modo adaptado às necessidades de cada momento da carreira profissional garantindo a articulação entre teoria e prática, de modo que aprender a ensinar seja realizado através de um processo em que o conhecimento prático e o conhecimento teórico possam integrar-se num currículo orientado para a ação (MARCELO, 1999, p. 119).

Essa definição é bastante abrangente e está de acordo com o pensamento de muitos pesquisadores da área que valorizam a formação continuada como forma de integrar o conhecimento prático do professor às teorias existentes e com o meio de desenvolvimento da profissionalização docente.

Para Falsarella (2004), a formação continuada é vista, em sentido amplo, como processo continuado que acompanha o professor durante toda a sua trajetória profissional e, em sentido estrito, como forma deliberada e organizada de aperfeiçoamento, que o incentiva, pela ação, reflexão e interação com seus pares, ao aprimoramento de sua prática e à apropriação de saberes rumo à autonomia profissional.

Gatti (2008) explica a formação continuada fazendo analogia a um grande guarda-chuva, que oferece a oportunidade de conhecimento, reflexão, debate e trocas para o aprimoramento profissional. O autor define que ela pode ser efetivada em qualquer nível, citando o coletivo na escola, as reuniões pedagógicas, a participação na gestão escolar e os congressos, seminários e cursos de diversas naturezas e formatos.

Demo (2002, p. 79) compreende que, mais do que de qualquer outro trabalhador, a sociedade demanda do professor uma “formação primorosa”. Libâneo (2004, p. 227) concebe a formação continuada como o prolongamento da formação inicial, visando ao aperfeiçoamento profissional teórico e prático no próprio contexto de trabalho e ao desenvolvimento de uma cultura geral mais ampla, para além do exercício profissional.

Imbernón (2010) apresenta a ideia de empregar as questões da prática e buscar compreendê-las sob o enfoque da teoria e da própria prática, a fim de articular novos saberes na construção da docência. No ponto de vista do autor, a

formação continuada provoca desenvolvimento pessoal, profissional e institucional dos professores, elevando seu trabalho no sentido de transformar a prática:

O conhecimento profissional consolidado mediante a formação permanente apoia-se tanto na aquisição de conhecimentos teóricos e de competências de processamento da informação, análise e reflexão crítica em, sobre e durante a ação, o diagnóstico, a decisão racional, a avaliação de processos e a reformulação de projetos (IMBERNÓN, 2010, p. 75).

Nóvoa (1992a, p. 25) corrobora essa posição, destacando a formação continuada como meio para “estimular uma perspectiva crítico-reflexiva” bem como, para desenvolver pessoal e profissionalmente os professores. Conforme Nóvoa (1992a, p. 24), “a formação de professores pode desempenhar um papel importante na configuração de uma nova personalidade docente”.

A formação do professor reflexivo ganha importância nas ideias de Schön. No texto “Formar professores como profissionais reflexivos”, o autor descreve o processo pelo qual o docente se faz reflexivo:

[...] um professor reflexivo permite-se ser surpreendido pelo que o aluno faz. Num segundo momento, reflete sobre esse fato, ou seja, pensa sobre aquilo que o aluno disse ou fez e, simultaneamente, procura compreender a razão por que foi surpreendido. Depois, num terceiro momento, reformula o problema suscitado pela situação [...]. Num quarto momento, efetua uma experiência para testar a sua hipótese; por exemplo, uma nova questão ou estabelece uma nova tarefa para testar a hipótese que formulou sobre o modo de pensar do aluno. Esse processo de reflexão na ação não exige palavras (SCHÖN, 1992, p. 83).

Para o autor, o professor aprende com sua própria prática:

[...] é possível olhar retrospectivamente e refletir sobre a reflexão-na-ação. Após a aula, o professor pode pensar no que aconteceu, no que observou, no significado que lhe deu e na eventual adoção de outros sentidos. Refletir sobre a reflexão-na-ação é uma ação, uma observação e uma descrição, que exige o uso de palavras (SCHÖN, 1992, p. 83).

Schön (1992, 2000) propõe as ideias de reflexão na ação, reflexão sobre a ação e reflexão sobre a reflexão na ação. Para o autor, o pensamento reflexivo prático oferece aos professores a possibilidade de pensar sobre o que fazem durante a atuação. Relaciona-se ao pensamento do professor durante o momento em que ensina, em situações em que é necessário improvisar, rompendo com coisas prontas e acabadas, resolver problemas e tomar decisões na sala de aula.

Reflexão-na-ação é a maneira pela qual o professor aprende segundo a análise e interpretação de sua própria atividade. Reporta-se aos processos de pensamento que ocorrem durante a ação. “Através da reflexão-na-ação, um professor poderá entender a compreensão figurativa que um aluno traz para a escola, compreensão que está muitas vezes subjacente às suas confusões e mal-entendidos em relação ao saber escolar” (1992, p. 85). Reflexão sobre-a-ação supõe um olhar retrospectivo, é o processo do pensamento que ocorre de forma retrospectiva sobre um problema ou uma dada situação, é a capacidade que se tem, após a reflexão, de construir conhecimentos, inovar e formular propostas, buscando soluções no sentido da compreensão e reconstrução da própria prática. O terceiro conceito apontado por Schön, reflexão sobre a reflexão na-ação, é o processo que conduz o profissional a progredir em conhecimento e a construir sua forma pessoal de conhecer. É nesse momento que ocorre a reflexão crítica: quando o professor ou o investigador faz uma análise, a posteriori, sobre as características e os processos de sua própria ação. Ambos implicam um distanciamento temporal entre a ação e o momento da reflexão.

Os conceitos propostos por Schön (1992, 2000) destacam a importância da prática, de aprender-fazer. Para o autor, a reflexão somente será dinâmica se quem ensina, aprende a ensinar. Uma prática reflexiva, segundo Schön (1992), deve reunir três dimensões: a compreensão de como o aluno aprende, a interação professor-aluno e a dimensão burocrática da prática.

Alarcão (1996, p. 181), na mesma perspectiva de Schön (1992), considera que “os processos de formação implicam o sujeito num processo pessoal, de questionação do saber e da experiência numa atitude de compreensão de si mesmo e do real que o circunda”. Conforme a autora, os processos descritos por Schön se completam e auxiliam os professores a compreender e intervir na própria prática.

A formação do professor reflexivo também está entre os ideais de Zeichner (1992). Para ele, a formação continuada tem o fim de auxiliar o professor a desenvolver características que o tornem capaz de refletir sobre as informações de sua realidade para intervir nela, transformando-a. O autor ainda destaca que esse processo deve ocorrer não apenas de forma individual, mas envolver o coletivo da escola. Conforme Zeichner (1992, p. 23),

um aspecto final relacionado de muito perto com uma grande parte do trabalho do movimento para o ensino reflexivo é a insistência na reflexão dos professores individuais, que devem pensar sozinhos sobre seu trabalho. Uma grande parte do discurso sobre ensino reflexivo faz pouco sentido, pois fala-se pouco de reflexão como prática social através da qual grupos de professores podem apoiar e sustentar o crescimento uns dos outros.

De acordo com a perspectiva de Zeichner, considera-se que a formação continuada com grupos de professores no contexto da escola, no ambiente em que atuam esses docentes e seus pares, onde eles vivenciam práticas, dúvidas e problemas, é mais apropriado para a reflexão compartilhada. Alarcão (2011, p. 47) compactua com a ideia no excerto que segue:

o professor não pode agir isoladamente na sua escola. É neste local, o seu local de trabalho, que ele, com os outros, seus colegas, constrói a profissionalidade docente. Mas se a vida dos professores tem o seu contexto próprio, a escola, esta tem de ser organizada de modo a criar condições de reflexividade individuais e coletivas. Vou ainda mais longe. A escola tem de se pensar a si própria, na sua missão e no modo como se organiza para a cumprir. Tem, também ela, de ser reflexiva (ALARCÃO, 2011, p. 47).

Dessa forma, a escola precisa ser entendida como um espaço educativo também para os professores, um lugar em que ensinar e aprender são atividades complementares num processo de reflexão permanente e integrado ao cotidiano da escola e de seus membros.

Marcelo (1999) entende a escola como lugar em que surge e se pode resolver a maior parte dos problemas de ensino. O autor explica que “o desenvolvimento profissional dos professores ocorre no contexto do desenvolvimento da organização em que trabalham” (MARCELO, 1999, p. 37). Nesse sentido, a cultura organizacional da escola é decisiva, à medida que pode facilitar ou dificultar a formação continuada de professores ao proporcionar-lhes a autonomia e a colaboração entre os pares.

O autor vai mais adiante, considerando que a formação na escola requer: o envolvimento de lideranças, a saber, de diretores, professores, coordenadores pedagógicos como elementos motores do sistema escolar; o bom clima relacional entre os membros da escola pela cultura grupal e pelas relações que existem com o meio; a atuação dos próprios professores e seu comprometimento como elementos determinantes do êxito da formação em serviço.



Candau (1996) assinala três aspectos importantes referentes ao tema: a escola, como locus privilegiado de formação; a valorização do saber docente; e o ciclo de vida dos professores. Para a autora, a formação continuada precisa: primeiro, partir das necessidades reais do cotidiano escolar do professor; depois, valorizar o saber docente, ou seja, o saber curricular e/ou disciplinar além do saber da experiência; e, por fim, valorizar e resgatar o saber docente construído.

A mesma ideia é defendida por Canário (1998, p. 9-10), que considera a escola o lugar que mais colabora para aprendizagem do professor:

a maneira descontextualizada de conceber a formação profissional é a principal responsável pela sua ineficácia. A identidade profissional do professor se constrói no local de trabalho – a escola – mediante formação contínua que contemple a prática docente, seus saberes, suas experiências, seus fazeres e suas necessidades, com vistas à elaboração de “estratégias de mudança” (CANÁRIO, 1998, p. 9-10).

Para o autor, o conceito de escola se refere a todos os envolvidos, sendo esta a ideia de comunidade educativa. Por meio da interação reflexão é que o professor constrói o pensamento sobre sua prática.

Na visão de Imbernón (2001, p. 80-82) entende-se que

a instituição educacional transforma-se em lugar de formação prioritária diante de outras ações formativas [...] não é apenas uma formação como conjunto de técnicas e procedimentos, mas tem uma carga ideológica, valores, atitudes, crenças [...] trata-se de um novo enfoque para redefinir os conteúdos, as estratégias, os protagonistas e os propósitos da formação.

Nesse sentido, o autor esclarece que “a instituição é vista como um nicho ecológico para o desenvolvimento e a formação. O professor é sujeito e não objeto de formação” (IMBERNÓN, 2001, p. 81).

Nóvoa (1992a, p. 29) argumenta que o “desenvolvimento profissional dos professores tem de estar articulado com as escolas e os seus projetos”. Para o autor, o desafio está em “conceber as escolas como um ambiente educativo, onde trabalhar e formar não sejam atividades distintas. A formação deve ser encarada como um processo permanente, integrado no dia-a-dia dos professores e das escolas”. Assim, o processo de formação toma uma dimensão coletiva, sendo que a contribuição de todos favorece a produção de saberes.

Nóvoa (1992a, p. 25), defendendo a “necessidade de investir na práxis como lugar de produção do saber”, destaca a importância de “criação de redes de auto

formação participada, que permitam compreender a globalidade do sujeito, assumindo a formação como um processo interativo e dinâmico”. O autor argumenta, numa perspectiva crítico-reflexiva, que a formação deve estimular o pensamento autônomo do professor. Para ele, “a formação não se faz antes da mudança, faz-se durante, produz-se nesse esforço de inovação e de procura dos melhores percursos para a transformação da escola”.

Consideramos que a formação de professores é um processo contínuo, que necessita estar presente em todo o ciclo de vida profissional do docente, valorizando o conhecimento prático e o explicando com teorias que sustentem as ações do profissional em questão. Além disso, a escola, ao assumir uma cultura organizacional reflexiva, que valoriza o respeito, a confiança e o comprometimento com o processo formativo de seus educadores, propicia o desenvolvimento profissional e pessoal do docente. As escolas não podem mudar sem a participação efetiva dos professores, e estes não podem mudar sem uma transformação do local em que trabalham.

### 1.3 PROFESSORES POLIVALENTES, SUA FORMAÇÃO E A CONSTRUÇÃO DO SABER MATEMÁTICO

O conhecimento matemático é necessário não só para agir em situações simples do dia a dia, mas também em momentos complexos determinados pelos avanços no campo das tecnologias. Nesse contexto, o cidadão precisa desenvolver conhecimentos que favoreçam a resolução de problemas para os quais competências matemáticas podem trazer uma valiosa contribuição. Assim, é inegável que a Matemática é relevante na vida cotidiana, na ciência e na tecnologia, sendo indispensável ao homem em relação à sua participação na cultura contemporânea e ao exercício da cidadania.

Nunes e Bryant (1997, p. 35) afirmam que “é difícil dizer quando as crianças começam a aprender matemática”. Para os autores, as crianças já chegam na escola com conhecimentos matemáticos elaborados provindos das experiências sociais e culturais. Entretanto, é na escola que a Matemática é introduzida de maneira formal, como objeto de conhecimento constituído por conceitos e significados e, assim, cabe aos professores dos anos iniciais promover essa

aprendizagem. Nesse sentido Marcelo (2010, p. 13) analisa que “existe uma afinidade entre o conhecimento do professor e a maneira como ele organiza o ensino”. Portanto, conforme as ideias do autor, o conhecimento que o professor tem da matéria influencia sua forma de organizar o ensino. Dessa forma, é essencial que o professor esteja preparado ou busque qualificação para mediar as aprendizagens das crianças, propondo situações que ofereçam sentido à Matemática que é estudada na escola.

Conforme já visto, a LDBEN 9394/96, no Brasil, determina que a formação de docentes dos anos iniciais ou a formação para professor polivalente ocorra, em nível médio, na modalidade Normal e, em nível superior, nos cursos de Pedagogia e de Normal Superior. O termo polivalente é definido pelo parecer do CNE n. 16/1999 como:

[...] o atributo de um profissional possuidor de competências que lhe permitam superar os limites de uma ocupação ou campo circunscrito de trabalho para transitar para outros campos ou ocupações da mesma área profissional ou de áreas afins (BRASIL, 1999, p. 37).

As Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) para o Curso de Pedagogia (BRASIL, 2006) definem que o curso deve formar o licenciando para que desempenhe sua ação como futuro professor “[...] na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos cursos de Ensino Médio, na modalidade Normal, de Educação Profissional na área de serviços e apoio escolar e em outras áreas nas quais sejam previstos conhecimentos pedagógicos” (BRASIL, 2006, p. 7).

Discussões relacionadas à formação inicial e continuada de professores polivalentes que ensinam Matemática e seus saberes já vêm sendo realizadas há algum tempo. Curi (2006), ao apresentar dados de sua pesquisa, mostra certa inquietação para com a formação inicial dos professores polivalentes. A investigação realizada pela autora comprova que os currículos dos cursos de Pedagogia possuem poucas disciplinas que tratam de áreas específicas de conteúdos e conhecimentos matemáticos e suas didáticas. Argumenta que embora tenham sido realizadas muitas discussões sobre os cursos de Pedagogia desde a implantação da LDBEN 9394/96 (BRASIL, 1996), poucas mudanças foram introduzidas.

Os conhecimentos matemáticos abordados no curso de Pedagogia também foram objeto de estudo de Mello (2008). Ao analisar as ementas dos cursos de Pedagogia, a pesquisadora percebeu que a maioria delas priorizava as questões

metodológicas do ensino de Matemática como essenciais para a formação do professor dos anos iniciais. Diante desse fato e com o propósito de verificar e aprofundar a discussão, a autora escolheu, para abordar em estudo de caso, um curso que apresentava a disciplina de Metodologia do Ensino Fundamental II: Matemática e Ciências. Após análise, enfatiza conclusivamente que:

Para haver um adequado ensino de Matemática nos anos iniciais, é preciso que o curso de formação inicial ofereça oportunidades para consolidar e aprofundar [...] o conhecimento dos conteúdos matemáticos, didáticos desses conteúdos e conhecimento do currículo de matemática. Além disso, desenvolver atividades práticas que possam levar aos professores a reflexão e teorias que as fundamentem [...] devem levar em conta as experiências anteriores dos professores e favorecer a discussão e reflexão de sua própria experiência, para que o ensino e a aprendizagem de matemática sejam significativos (MELLO, 2008, p.103).

Com dados mais atualizados, essa questão também aparece no Relatório da Fundação Victor Civita (GATTI, 2010, p. 101):

[...] apenas 7,5% das disciplinas são destinadas aos conteúdos a serem ensinados nas séries iniciais do Ensino Fundamental, ou seja, relativos ao “o quê” ensinar. Esse dado torna evidente como os conteúdos específicos das disciplinas a serem ministradas em sala de aula não são objeto de atenção nos cursos de formação inicial de professores para os primeiros anos de escolarização.

Esse mesmo relatório mostra que, após exame das ementas de disciplinas de diversos cursos de Pedagogia, os pesquisadores concluíram que:

[...] predominam os referenciais teóricos de natureza sociológica, psicológica ou outros, com associação em poucos casos às práticas educacionais [...] [afirmando que] os conteúdos das disciplinas a serem ensinados na educação básica (Alfabetização, Língua Portuguesa, Matemática, História, Geografia, Artes, Ciências, Educação Física) são tratadas esporadicamente nos cursos de formação, e, na maioria dos cursos analisados, são abordados de forma genérica ou superficial, sugerindo frágil associação com as práticas docentes (GATTI, 2010, p. 132).

As lacunas deixadas pela formação inicial e percebidas no conhecimento matemático do professor que ensina Matemática foram motivos de reflexão e investigação de Pinto (2010), que afirma serem professores sem a formação específica que carregam a grande responsabilidade de ensinar tal matéria. Após análise, o autor assegura que:

As lacunas no processo formativo colocam os futuros professores diante do desafio de ensinar conteúdos específicos, sem o devido preparo. Como não recebem uma base sólida de conhecimentos, as concepções sobre a Matemática e sua prática de ensino ficam comprometidas para a atuação em sala de aula (PINTO, 2010, p. 27).

Os dados apresentados por meio das pesquisas citadas demonstram carências na formação inicial de professores polivalentes para ensinar Matemática. Confirmamos o que é dito nas pesquisas tomando como fundamento nossa experiência. Como docente polivalente de nível fundamental, não tenho dúvidas em afirmar que a formação continuada é necessária para oportunizar a aprendizagem de metodologias, para conhecer a matéria a ser ensinada, para saber como o aluno aprende e como ajudá-lo a avançar, para saber, enfim, como avaliar.

Aliada às considerações já expostas, encontramos outra perspectiva preocupante no estudo de Justo (2009):

Como docente da disciplina de Matemática Aplicada para a Educação Infantil e Anos Iniciais do Curso de Pedagogia, há vários semestres temos nos deparado com a insegurança e o medo de alunos desse curso em relação à Matemática. Em torno de 60% dos alunos matriculados nessa disciplina sentem alguma aversão, medo ou insegurança relacionados ao ensino e à aprendizagem da matemática (JUSTO, 2009, p. 54).

Para Tardif (2002), as crenças e representações que os professores possuem a respeito do ensino agem como conhecimentos prévios que calibram as experiências de formação e orientam seus resultados. Tardif (2002, p. 72) destaca: “o professor em sua atuação profissional, baseia-se em juízos provenientes de tradições escolares que ele interiorizou, em sua experiência vivida, enquanto fonte viva de sentidos a partir da qual o passado lhe possibilita esclarecer o presente e antecipar o futuro”.

Cury (1999) chama a atenção para o fato de que para os termos “concepções” e “crenças” não há definições unânimes, sendo que muitas vezes as significações são até conflitantes. Com relação às concepções de professores de Matemática, Cury (1999) afirma que:

os professores de Matemática concebem a Matemática a partir das experiências que tiveram como alunos e professores, do conhecimento que construíram, das opiniões de seus mestres, enfim das influências socioculturais que sofreram durante suas vidas, influências que vêm sendo construídas passando de geração para geração, a partir das ideias de filósofos que refletiram sobre a Matemática (CURY, 1999, p. 40).

Seguindo esse mesmo pensamento, Prada (1997, p. 87) afirma que “numa perspectiva histórica, a formação para a docência, é um processo em construção, desde tempos remotos da vida de cada professor”. Dessa forma, para pensar em formação continuada e investigar os saberes dos professores, deve-se considerar o contexto em que os conhecimentos que o professor detém foram elaborados, pois estes estão ligados diretamente às condições históricas e sociais em que se constituíram, seja pela formação acadêmica ou em virtude de experiências vividas.

Na visão de Pimenta (1999, 1997), há um conjunto de saberes que devem ser mobilizados pelos professores para o exercício da docência. A autora cita, inicialmente, o saber da experiência, adquirido no cotidiano por meio do processo de reflexão da prática. Destaca, também, o saber teórico e os conhecimentos das áreas específicas, pois sem eles o professorado dificilmente poderá ensinar. Conforme a autora, conhecimento não se reduz à informação. Esta é um primeiro estágio daquele. Conhecer implica um segundo estágio: o de trabalhar com as informações classificando-as, analisando-as e contextualizando-as. Por fim, a autora cita o saber pedagógico, construído a partir das necessidades reais da atuação docente, o que é apontado por ela como o “saber-fazer”, a fim de trabalhar os conhecimentos enquanto processo de ensino desenvolvido nas salas de aulas, nas escolas, nas comunidades escolares.

Gauthier et al. (1998) definem seis tipos de saberes da ação pedagógica: saber disciplinar, saber curricular, saber das ciências da educação, saber da tradição pedagógica, saber da experiência e saber da ação pedagógica.

O *saber disciplinar* refere-se aos saberes produzidos pelos pesquisadores e cientistas nas diversas disciplinas científicas.

O *saber curricular* são os saberes que a escola, enquanto instituição, seleciona, organizando as partes dos saberes produzidos pelas ciências e os transformando em programas escolares.

O *saber das ciências da educação* são os conhecimentos profissionais que informam o professor a respeito das várias facetas de seu ofício ou da educação de um modo geral.

O *saber da tradição pedagógica* refere-se às representações e concepções prévias existentes sobre o magistério entre os alunos no início da formação docente. Essa representação da profissão é muito mais forte do que se poderia imaginar à

primeira vista e, ao invés de ser desmascarada e criticada, serve de molde para guiar os comportamentos dos professores.

O *saber da experiência* é o aprender do professor por meio de suas próprias experiências. Está conectado com o *saber da ação pedagógica*. É o saber da experiência dos professores a partir do momento em que se torna público, sendo testado por meio das pesquisas realizadas em sala de aula. Os julgamentos dos professores e os motivos que lhes servem de apoio podem ser comparados, avaliados e medidos, a fim de estabelecer regras de ação que serão conhecidas e aprendidas por outros professores.

Para Schön (1992), o campo profissional do professor não se limita a um domínio de aplicação do conhecimento acadêmico previamente aprendido numa fase de formação inicial. O exercício de uma profissão evoca um conhecimento muito mais complexo, que recorre a dimensões que não podem ser representadas por conhecimento proposicional, mas que é construído e desenvolvido com base na experiência.

Schön (1992) destaca que as situações que envolvem a prática profissional são complexas e, diante dessa especificidade, é necessário considerar que o saber escolar é um tipo de conhecimento que os professores supostamente possuem e transmitem aos alunos. Considerar como verdadeira a premissa de que o saber escolar é o certo, traz consigo a ameaça de crer que existem respostas exatas. Dessa forma, para o autor, é necessário que o professor desenvolva o pensamento reflexivo durante o ensino. Quanto maior for o conhecimento do docente, melhor será seu desempenho na tarefa de lidar com os alunos.

Conforme Mizukami (2004), a base de conhecimento para o ensino consiste em um corpo de conhecimentos que são necessários para que o professor possa propiciar processos de ensino e de aprendizagem. Para a autora, o conhecimento pedagógico compreende conhecimentos de teorias e de princípios relacionados a processos de ensinar e aprender, conhecimentos dos alunos e conhecimento de contextos educacionais. Como segunda categoria, a autora evidencia conhecimentos específicos de conteúdo, os quais incluem tanto compreensões de fatos, conceitos e processos como procedimentos de uma área específica de conhecimento.

Segundo Tardif (2002), o saber docente é um saber plural, integrado por saberes relacionados à formação profissional, às disciplinas, ao currículo e à

experiência. Cabe à formação inicial articular esses saberes, promovendo o desenvolvimento pessoal, profissional e institucional, fornecendo ao professor um instrumental que lhe ajude a superar parte das dificuldades encontradas por ele, em especial no início de carreira, obstáculos que podem resultar na acomodação às formas vigentes de ensino.

Curi (2004) considera que um ponto importante na preparação de professores para ensinar Matemática é o conhecimento do objeto de ensino, ou seja, da Matemática a ser ensinada, e adverte que não basta apenas saber Matemática, é preciso conhecê-la na perspectiva de quem vai ensiná-la.

Na mesma linha de pensamento, Ponte (1998) destaca que o professor deve ter bons conhecimentos e uma boa relação com a Matemática; conhecer em profundidade o currículo e ser capaz de recriá-lo de acordo com a sua situação de trabalho; conhecer o aluno e como ele aprende; conhecer bem o seu contexto de trabalho, nomeadamente a escola e o sistema educativo; e, ainda, conhecer-se a si mesmo como profissional.

Para Serrazina,

Ensinar matemática implica tomar uma série de decisões sobre que parte dos conhecimentos matemáticos ensinar, em que momento é conveniente ensiná-los e de que forma pode ser mais tratá-lo de modo que seus alunos aprendam. O professor tem de possuir conhecimentos e capacidades que lhe possibilitem selecionar, organizar e trabalhar sobre a informação de modo a poder tomar decisões de forma racional e crítica (SERRAZINA, 2005, p. 308-309).

Serrazina, em entrevista a Nogueira, Pavanello e Borba (2014, p. 15-16), afirma que:

O ato de ensinar é um dos mais comuns, mas ao mesmo tempo uma das mais complexas atividades humanas. O trabalho de ensinar exige, além de possuir saberes num certo domínio, que o professor tenha a habilidade de fazer com que estes saberes possam ser aprendidos por outros; exigindo também que o professor ao ajudar na aprendizagem de outras pessoas leve em conta as diferentes perspectivas individuais e as necessidades de cada um. Assim, saber matemática para poder ensiná-la, envolve uma compreensão em profundidade que garanta o domínio dos significados e dos fundamentos de cada conceito e/ou procedimento.

Baseado nos argumentos da autora, o professor necessita de diferentes conhecimentos para ensinar, dominando o conteúdo matemático e didático, mas



também precisa olhar o aluno como ser único, com características próprias que se revelam na maneira como ele aprende.

Entendemos que a profissão do professor é complexa e requer múltiplos saberes. Assim, consideramos hipoteticamente impossível que a formação inicial forneça o conjunto de conhecimentos necessário ao exercício da profissão. Acreditamos na formação do professor polivalente como um processo dinâmico e constante, que se inicia no curso de Magistério ou Licenciatura e segue ao longo de toda a carreira profissional por meio do confronto entre a prática docente e a teoria, que conduz esse profissional a pensar sobre o que ensina, para quem ensina e como ensina e sobre quais são suas limitações para ensinar.

Contraopondo a ideia de que a Matemática dos anos iniciais é fácil de ser ensinada, consideramos que os professores que atuam nesse nível de ensino devem ter conhecimentos matemáticos elaborados para organizar as aprendizagens dos alunos e compreender como se processa a aprendizagem. Esse é o momento em que muitos conceitos importantes e necessários para a compreensão e aprendizagens futuras são apresentados aos alunos e, se não forem bem trabalhados, deixarão marcas que podem se perpetuar por longo tempo.

Ao longo deste capítulo, procuramos expor as diferentes concepções sobre formação continuada de professores, incluindo os saberes e conhecimentos necessários ao professor que ensina Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A partir das concepções dos teóricos citados, destacamos aspectos que podem se configurar como apoio para o nosso estudo tais como: a importância entre a relação da teoria e da prática para qualificar o trabalho pedagógico do professor, a escola como espaço de formação do professor e a importância do processo reflexivo sobre e na ação pedagógica do professor.

Contudo, considerando as exigências específicas que envolvem o cotidiano do ofício docente, principalmente do professor polivalente, nos deparamos com uma diversidade de situações: a necessidade de dominar diferentes áreas do conhecimento e o entendimento e a adequação de metodologias para atender a diversidade apresentada pelos alunos e pelos diferentes contextos sociais. Assim sendo, destacamos que a relação entre teoria e prática não se completa nos conhecimentos adquiridos na formação inicial. Os saberes do professor precisam ser reconstruídos diante de cada trajetória, o que justifica a formação do docente como um processo permanente na escola para dar suporte a sua ação pedagógica.

Portanto, o desenvolvimento profissional pode ser assinalado como um processo contínuo, que se dá ao longo da vida profissional. Decorre a partir da reflexão, das necessidades e dos interesses que surgem no percurso. Muitas incertezas e angústias inerentes à profissão podem ser trabalhadas por meio da formação continuada.

O levantamento teórico elaborado nos oferece elementos para refletir sobre a importância deste trabalho dissertativo. Ao pesquisar as ações que uma experiência de formação continuada de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental pode oferecer aos docentes no sentido de ampliar seus conhecimentos e aprimorar suas práticas com os alunos, evidenciamos indicadores que podem fortalecer as direções para o aprimoramento das ações de formação continuada de professores. No próximo capítulo, abordaremos os conceitos do campo multiplicativo e seu ensino com a metodologia de resolução de problemas.

## 2 APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS E O CAMPO MULTIPLICATIVO

Neste capítulo apresentamos princípios norteadores para o ensino de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental tomando como base as recomendações dos PCN (BRASIL, 1997). Esses parâmetros sugerem que o conhecimento da Matemática desempenha papel fundamental no desenvolvimento cultural da criança e na sua inserção no sistema de referências do grupo ao qual pertence.

A Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar. A Matemática precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente (BRASIL, 1997, p. 19).

Além de traçar objetivos, estabelecer metas e sugerir blocos de conteúdos para que o ensino de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental atinja seu fim, as recomendações dos PCN (BRASIL, 1997) também incluem o trabalho pedagógico do professor, destacando seu papel de mediador e de organizador das atividades de ensino.

Numa perspectiva de trabalho em que se considere a criança como protagonista da construção de sua aprendizagem, o papel do professor ganha novas dimensões. Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem; para desempenhá-la, além de conhecer as condições socioculturais, expectativas e competência cognitiva dos alunos, precisará escolher o(s) problema(s) que possibilita(m) a construção de conceitos/procedimentos e alimentar o processo de resolução, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir. (BRASIL, 1997, p. 30, 31).

No texto que segue, são abordados aspectos relacionados ao que concerne à aprendizagem do raciocínio multiplicativo (LAUTERT; SPINILLO, 2012; VERGNAUD, 2009; NUNES; BRYANT 1997). Com base nos PCN (BRASIL, 1997) são apresentadas categorias de problemas do campo multiplicativo conforme os significados das situações relacionadas à multiplicação e à divisão. Os estudos de Vergnaud (2009) e Nunes e Bryant (1997) completam e aprofundam a discussão sobre a categorização dos conceitos relacionados à estrutura multiplicativa. Aspectos referentes à aprendizagem das estruturas multiplicativas e à importância

do papel da resolução de problemas no ensino da Matemática (POLYA, 1978; POZO, 1998; SMOLE; DINIZ, 2001; JUSTO, 2009), mais especificamente no ensino de conceitos do campo multiplicativo, também são tema deste capítulo.

## 2.1 OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS, O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

Os PCN (BRASIL, 1997) foram apresentados à comunidade educativa em 1997, após a publicação da LDBEN 9.394/1996, com a finalidade de oferecer um referencial para a Educação Nacional. No portal do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira<sup>3</sup> (INEP), encontramos a seguinte explicação:

Os PCN's foram elaborados para difundir os princípios da reforma curricular e orientar os professores na busca de novas abordagens e metodologias. Eles traçam um novo perfil para o currículo, apoiado em competências básicas para a inserção dos jovens na vida adulta; orientam os professores quanto ao significado do conhecimento escolar quando contextualizado e quanto à interdisciplinaridade, incentivando o raciocínio e a capacidade de aprender (INEP, 2014).

A proposta de organização do conhecimento contida nos PCN (BRASIL, 1997) está de acordo com o disposto no artigo 26 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, segundo o qual:

Os currículos da Educação Infantil, do Ensino Fundamental e do Ensino Médio devem ter base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos (BRASIL, 1996).

Para os anos iniciais do Ensino Fundamental, a disciplina de Matemática é apresentada no volume intitulado Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática, (BRASIL, 1997), onde são oferecidas orientações para o Ensino Básico (1º e 2º Ciclos) e descritas as finalidades do ensino de Matemática na Escola Básica.

Entre os objetivos apontados para o ensino da Matemática no nível Fundamental, destaca-se que a disciplina deve contribuir para o desenvolvimento do

---

<sup>3</sup> Informação disponível no setor menu do professor, Parâmetros Curriculares Nacionais. <http://portal.inep.gov.br/eb/saeb/parametros-curriculares-nacionais>. Acesso em novembro de 2014.

pensamento do aluno, visando à formação de sua cidadania, o que significa inserção social, cultural e profissional.

Para tanto, é importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. [...] Falar em formação básica para a cidadania significa falar em inserção das pessoas no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura, no âmbito da sociedade brasileira (BRASIL, 1997, p. 25).

Os PCN (BRASIL, 1997) destacam, além da questão da cidadania, que o ensino de Matemática deve colaborar para a construção de outras habilidades como as capacidades de argumentar e de trabalhar em equipe, de tomar iniciativas pessoais, de atuar autonomamente e de conhecer e enfrentar desafios.

O documento apresenta a seleção de conteúdos recomendados para os anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo estes organizados em quatro blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Conforme os PCN (BRASIL, 1997), esses conhecimentos devem ser desenvolvidos utilizando metodologias que favoreçam os processos de ensino e de aprendizagem em três dimensões: conceitos, procedimentos e atitudes, valorizando a compreensão das ideias matemáticas, o modo como são produzidas e sua aplicação nas diversas áreas do conhecimento.

Referente à metodologia de trabalho do professor, os PCN (BRASIL, 1997) indicam que esta só terá sentido de inovação se atrelada ao consentimento de participação ativa dos alunos para que possam expressar suas compreensões.

Para tanto, o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios (BRASIL, 1997, p. 26).

Do ponto de vista metodológico, os PCN (BRASIL, 1997) recomendam que os conceitos matemáticos devam ser abordados por meio da resolução de problemas, sobressaindo que estes devem ser ponto de partida da atividade Matemática. Tal argumentação vai ao encontro das recomendações de educadores matemáticos (VERGNAUD, 2009; NUNES; BRYANT, 1997; SMOLE; DINIZ, 2001; JUSTO, 2009)

que apontam a resolução de problemas como estratégia facilitadora para a construção de conceitos matemáticos. Neste trabalho, dada a importância da resolução de problemas, o tema será tratado mais adiante.

Os PCN (BRASIL, 1997) atribuem diferentes funções ao professor no que se refere à aprendizagem do aluno. Destacamos algumas que consideramos de maior relevância. Como organizador, o docente precisa conhecer as condições socioculturais, as expectativas e a competência cognitiva dos alunos e, a partir disso, escolher situações de aprendizagem que favoreçam atingir os objetivos propostos. Na função de consultor, o professor fornece a ajuda necessária para aquilo que o aluno não tem condições de obter sozinho. Como mediador, o professor é responsável por promover o debate sobre os temas tratados, orientando as situações para que os alunos possam reformular suas hipóteses iniciais e chegar às soluções mais adequadas.

Entre as variáveis relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem, os PCN (BRASIL, 2007) destacam a relação entre o professor, o aluno e o conhecimento matemático. Cabe ao professor identificar as características dessa ciência, os métodos, as ramificações e as aplicações presentes; conhecer a vida dos alunos no que se refere aos conhecimentos científicos pré-existentes e às condições sociológicas, psicológicas e culturais; e ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, tendo em vista que as práticas em sala de aula estão ligadas às concepções das escolhas pedagógicas, à definição de objetivos e conteúdos de ensino e às formas de avaliação.

Na relação entre o aluno e o saber matemático, os PCN (BRASIL, 1997) consideram que as situações cotidianas favorecem reconhecer problemas, buscar e selecionar informações e tomar decisões. Portanto, desenvolver uma ampla capacidade para lidar com a atividade Matemática requer: ampliar habilidades de natureza prática para lidar com a Matemática; reconhecer a capacidade de lidar com um dado problema, buscando estabelecer relações entre o já conhecido e o novo; estabelecer relações entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio; e relacionar ideias matemáticas entre si e entre demais conhecimentos e situações do cotidiano.

## 2.2 A ESTRUTURA MULTIPLICATIVA E SEUS SIGNIFICADOS

A multiplicação é uma das quatro operações básicas de aritmética elementar, que, juntamente com a divisão, forma a estrutura multiplicativa. Dessa forma, a estrutura multiplicativa corresponde às situações em que estão envolvidas a multiplicação e a divisão, organizados em um conjunto de conceitos, os quais estão relacionados entre si, tais como: números primos e compostos, divisores e múltiplos, divisível por fator, operação inversa, algoritmo da divisão, divisão exata, restos possíveis de uma divisão, entre outros (VERGNAUD, 2009; SANTOS; MAGINA; MERLINI, 2010; NUNES; BRYANT, 1997).

Nunes e Bryant (1997) caracterizam a multiplicação e a divisão como operações complexas. Os autores descrevem que a aprendizagem de conceitos referentes a essas operações determina uma série de sentidos de números novos a serem estudados – proporções, fatores escalares e funcionais e novos tipos de relações representadas por números – o que requer transformação qualitativa no raciocínio das crianças, de forma que elas saibam como e em quais situações devem efetuar a multiplicação e a divisão. Conforme Nunes e Bryant (1997, p. 142), “a criança deve aprender e entender um conjunto inteiramente novo de sentidos de número e um novo conjunto de invariáveis, todos os quais relacionados à multiplicação e a divisão e não à adição e subtração”.

Os autores descrevem uma prática estabelecida nas escolas em que o ensino da adição precede ao da multiplicação, e o da subtração se relaciona com o da divisão. Para os pesquisadores, essa crença tem origem no fato de que a multiplicação e a divisão são mais difíceis do que a adição e subtração, ou então, principalmente no que diz respeito à adição, de que essa operação conduz à multiplicação porque a base da multiplicação é formada por alguns aspectos da adição. Tal posição tem sido questionada nos últimos anos por vários estudiosos que se opõem a essa ideia com a justificativa de que conceitos de multiplicação e divisão não podem ser reduzidos a simples operações que são ensinadas às crianças após o ensino da adição e da subtração. De maneira semelhante, os PCN (BRASIL, 1997) explicam que uma abordagem frequente no trabalho com a multiplicação é o estabelecimento de uma relação entre ela e a adição. No entanto, essa abordagem não é suficiente para que os alunos compreendam e resolvam

outras situações relacionadas à multiplicação, mas apenas aquelas que são essencialmente situações aditivas.

Granell (1983) expõe que o uso do princípio multiplicativo é bastante complexo. Ele envolve domínio de várias relações que ultrapassam o simples reconhecimento da multiplicação como adição de parcelas iguais. A criança precisa compreender duas informações básicas envolvidas no processo da multiplicação: o papel do operador multiplicativo ou o número de conjuntos equivalentes de operações a se conseguir e a relação exata entre o número de elementos de cada conjunto e o número de operações que devem ser efetuadas.

Portanto, estudos como o de Nunes e Bryant (1997) alertam para a necessidade de os professores entenderem que a conexão entre essas duas operações é de natureza conceitual, uma vez que existe diferença significativa entre o raciocínio aditivo e o raciocínio multiplicativo. O raciocínio aditivo refere-se a situações em que objetos ou conjuntos de objetos são reunidos ou separados, enquanto o raciocínio multiplicativo requer relação constante entre variáveis.

Moro (1999, p. 265), apoiada nos estudos de Vergnaud (1983; 1985; 1998), descreve que as estruturas multiplicativas assumem, “sobretudo, a forma de relações quaternárias de equivalência entre dois elementos”; assim, elas podem se referir a elementos de mesma natureza ou de naturezas diferentes.

Vergnaud (1985; 1998 apud MORO, 1999) aponta diversos níveis de dificuldades para as crianças no que diz respeito à aprendizagem dos conceitos da estrutura multiplicativa, atribuídas a: a) presença de números inteiros ou decimais, de grandezas discretas e contínuas; b) necessidade de se encontrar ou não o valor unitário conforme a correspondência entre os dois tipos de medidas, trazendo a operação de divisão; c) envolvimento de cálculos relacionais diferentes, com operador escalar sem dimensão ou com seu inverso.

Assim sendo, segundo Vergnaud (1985; 1998 apud MORO, 1999), há dificuldades diferentes para o aprendiz na compreensão das estruturas multiplicativas, conforme a complexidade das relações envolvidas, as quais não são todas necessariamente domináveis na escola fundamental e nem necessárias para uma criança resolver um problema multiplicativo.

Considerando a importância denotada pelos professores sobre o uso da tabuada para ensinar multiplicação e divisão, trazemos o pensamento de Vergnaud (2009) sobre o tema. O autor se refere à tabuada na forma de tabela cartesiana, e



orienta que as próprias crianças a componham e façam uso dela sempre que for necessário. Mais ainda, expressa que esse conhecimento deve ser adquirido não por uma aprendizagem e recitação decoradas, mas por exercícios de cálculo rápido, os quais permitam às crianças captar o interesse que efetivamente há em se conhecer de cor certos resultados. Em nenhum caso é necessário subordinar a aprendizagem dos algoritmos operatórios ao conhecimento da tabuada.

Brasil (2014b, p. 49) critica a memorização da tabuada de forma mecânica, e enfatiza que “aprender multiplicação requer muito mais do que memorizar as tabuadas”. Porém, reconhece que a memorização de resultados da multiplicação entre os fatores na tabuada facilita os processos de cálculos.

entendemos que essa memorização deva ser consequência da adoção de estratégias metodológicas que permitam a construção/estruturação de regularidades entre os fatos numéricos e a memorização dos mesmos por caminhos diferentes da “decoreba” destituída de significado, muitas vezes presentes nas salas de aula (BRASIL, 2014b, p. 49).

Broitman (2011) descreve que a tabuada tem sido palco de enfrentamentos. Conforme a autora, de um lado há educadores que defendem a memorização da tabuada e de outro há os que condenam essa prática. Ela argumenta que

Progressivamente, as crianças precisarão dispor de um conjunto de cálculos simples para poderem realizar outros mais complexos. Por exemplo, é preciso saber que  $9 \times 7 = 63$  para poder um dia resolver  $90 \times 70$ . Ter determinadas relações numéricas na memória é um recurso útil para as crianças. Isto não significa que a memorização seja o ponto de partida do ensino das estratégias de cálculo, nem que o trabalho de memorização seja realizado como atividade puramente mecânica. É importante realizar em uma aula atividades que tenham como objetivo a memorização de certos cálculos multiplicativos, precedidas e acompanhadas por um forte trabalho de reflexão e análise das relações numéricas (BROITMAN, 2011, p. 75-76).

A autora sugere a utilização da Tábua de Pitágoras<sup>4</sup> em tarefas que desafiem os alunos a elaborar estratégias próprias para encontrar os resultados da multiplicação e, após, recomenda que o professor desenvolva um trabalho reflexivo, por meio do qual os alunos possam tirar conclusões estabelecendo relações entre os resultados encontrados.

Pires (2012) explica que as tabuadas são identificadas, muito frequentemente, como marco divisório entre uma concepção tradicional e uma concepção atualizada

---

<sup>4</sup> Tábua de Pitágoras é o nome dado à tabela de dupla entrada em que são registrados os resultados da multiplicação dos números que ocupam a linha e a coluna principais (PIRES, 2012, p. 139).

de ensino de Matemática, embora ainda existam professores que a supervalorizem e a relacionem ao ensino da multiplicação e divisão. A memorização dos fatos fundamentais das operações foi duramente criticada como exemplo de um ensino baseado em regras e bastante descontextualizado. Desse modo, há algumas décadas passou-se a defender que o aluno deveria, ao invés de decorar a tabuada, compreender o significado das escritas multiplicativas. A autora considera que a compreensão é fundamental, mas não descarta que também devem ser desenvolvidas atividades que possam ajudar o aluno na memorização dos fatos. Conforme ela,

Evidentemente, não se trata de defender a mecanização pura e simples da tabuada, obrigando os alunos a recitarem os fatos ou copiá-los centenas de vezes para memorizá-los. É necessário sim, desenvolver sequências didáticas apropriadas para a finalidade pretendida (PIRES, 2012, p. 139).

Dessa forma, a autora esclarece que uma vez compreendido, pelo aluno, o significado da multiplicação a partir de situações de resolução de problemas, pode-se, por exemplo, usando a tabela pitagórica, auxiliá-lo a descobrir regularidades numa sequência de resultados e, a partir daí, ele poderá saber “de cor” tais resultados fundamentais para, inclusive, resolver multiplicações envolvendo números com duas ou mais ordens. “Sem saber a tabuada fica, de fato, muito difícil essa tarefa” (PIRES, 2012, p. 139).

Quanto à divisão, Lautert e Spinillo (2012) afirmam que ensiná-la tem sido um desafio para professores do ensino fundamental que procuram desenvolver em seus alunos uma compreensão efetiva desse conceito mais do que estimular uma compreensão algorítmica que garanta apenas a aplicação de procedimentos de cálculo. Compreender o conceito de divisão, de acordo com Nunes e Bryant (1997), implica entender que: o todo deve ser distribuído em quantidades iguais, ou ser distribuído igualmente entre todas as partes até que não exista a possibilidade de uma nova rodada de distribuição; o todo inicial é constituído pelo número de partes multiplicado pelo tamanho das partes acrescido do resto; quanto maior (ou menor) o número de partes, menor (ou maior) o tamanho de cada parte (relação inversa entre o tamanho das partes e o número de partes); o resto nunca pode ser igual ou maior do que o número de partes ou do que o tamanho das partes.

Os conceitos referentes ao campo multiplicativo, conforme os objetivos deste trabalho, são aqueles empregados para resolver problemas de proporcionalidade,

comparação, combinatória e configuração retangular. As situações de divisão, além de se enquadrarem nas categorias mencionadas, apresentam, ainda, as ideias de partição ou quotição. Conforme Lautert e Spinillo (2002), ambas demandam resolução com o emprego da operação de divisão, porém possuem características diferentes.

Na divisão por partição é dada uma quantidade inicial e o número de vezes (número de partes) em que essa quantidade deve ser distribuída, devendo-se encontrar o tamanho de cada parte (número de elementos). O resultado é o valor de cada parte.

Na divisão por quotição é dada uma quantidade inicial que deve ser dividida em quotas preestabelecidas (tamanho das partes). Para resolver problemas desse tipo, é preciso considerar que o quociente a ser obtido se refere à quantidade de partes em que o total será dividido, que o dividendo é representado pelo todo (valor/quantidade a ser dividida) e que o divisor se refere ao tamanho de cada parte. Esses problemas são também compreendidos por Nunes e Bryant (1997) como problemas inversos de multiplicação. A seguir, expomos um quadro comparativo entre os dois conceitos atribuídos à divisão (Figura 1).

Figura 1: Quadro comparativo entre os dois conceitos atribuídos à divisão

	<b>Divisão por partição</b>	<b>Divisão por quotas</b>
<b>Problema</b>	Pedro comprou 15 carrinhos e tinha 5 caixas. Ele quer colocar o mesmo número de carrinhos em cada caixa. Quantos carrinhos ele tem que colocar em cada caixa?	Pedro comprou 15 carrinhos e quer colocar cinco carrinhos em cada caixa. Quantas caixas ele precisa?
<b>Característica</b>	É a ideia de repartir igualmente determinada quantidade por um determinado número, ou seja, temos uma quantia dada conhecida e queremos reparti-la em certo número de grupos.	É a ideia de medir, de verificar quantos grupos se consegue formar com determinada quantidade, ou seja, queremos saber quantas vezes uma quantidade cabe em outra.
<b>Dividendo</b>	Representado pelo todo-valor/ quantidade a ser dividida.	Representado pelo todo-valor/ quantidade a ser dividida.
<b>Divisor</b>	Refere-se ao número de partes em que o todo é dividido	Refere-se ao tamanho de partes previamente estabelecidas.
<b>Quociente</b>	Refere-se ao tamanho das partes	Refere-se ao número de partes.
<b>Pergunta chave</b>	Quantos em cada parte?	Quantas partes?

Fonte: Organizado pela autora com base em Lautert e Spinillo (2002)

Nunes e Bryant (1997) apontam que os problemas de partição são mais fáceis do que os de quotas. Uma das razões para que isso ocorra é o fato de que antes mesmo de a criança ser instruída com o conceito de divisão, ela adquire a noção de divisão do todo em partes iguais no meio social. A forma de raciocínio exigida na divisão por quotas é menos usual nas experiências sociais da criança, inclusive no contexto escolar.

Devido à grande diversidade de conceitos que envolvem as estruturas multiplicativas, elas fazem parte de um conhecimento que o aluno adquire a médio e longo prazo, devendo ser oportunizadas diferentes situações de aprendizagem nas séries dos anos iniciais que serão revisitadas nos anos finais do Ensino Fundamental, proporcionando a ampliação desse campo conceitual.

## 2.3 A ESTRUTURA MULTIPLICATIVA SOB DIFERENTES CONCEPÇÕES

A estrutura multiplicativa ou campo conceitual multiplicativo envolve conceitos empregados para resolver situações de multiplicação ou divisão. Apresentamos, a seguir, a classificação das estruturas multiplicativas apresentadas pelos PCN (BRASIL, 1997) na ótica de Vergnaud (2009) e de Nunes e Bryant (1997).

### 2.3.1 Visão dos Parâmetros Curriculares Nacionais

Os PCN (BRASIL, 1997) apresentam abordagem conceitual e nomenclatura própria do campo multiplicativo. Apontam categorias distintas que fazem parte do campo multiplicativo, sendo estas: multiplicação comparativa, proporcionalidade, configuração retangular e combinatória. Todas as categorias apresentadas comportam situações para a multiplicação e divisão, sendo que a classificação se relaciona ao raciocínio necessário para a resolução.

A importância de um trabalho conjunto de problemas que explorem a multiplicação e a divisão é justificada nos PCN (BRASIL, 1997) pelas estreitas relações entre as duas situações. A abordagem dessas operações com base em um campo mais amplo de significados do que tem sido usualmente realizado também é apontada na obra.

Como primeiro grupo, são apresentadas as situações da **multiplicação comparativa** (Figuras 2 e 3), que correspondem a um tipo de raciocínio multiplicativo em que há uma comparação entre uma quantidade que é dada e outra que se pretende obter. Esse raciocínio envolve a ideia de dobro, triplo, quádruplo, metade, terça parte, etc.

Figura 2: Problemas protótipos de multiplicação – Comparação

<b>MULTIPLICAÇÃO</b>	
Protótipo 1 Pedro tem R\$ 5,00 e Lia tem o dobro dessa quantia. Quanto tem Lia?	Pedro – R\$ 5,00 Lia – $2 \times \text{R\$ } 5,00$
Protótipo 2 Marta tem 4 selos e João tem 5 vezes mais selos do que ela. Quantos selos tem João?	Marta – 4 selos João – $5 \times 4$ selos

Fonte: Adaptado de Brasil (1997).

Figura 3: Problemas protótipos de divisão – Comparação

<b>DIVISÃO</b>	
Protótipo 3 Lia tem R\$ 10,00. Pedro tem metade do que Lia. Quanto tem Pedro?	Lia – R\$ 10,00 Pedro – $\text{R\$ } 10,00 : 2$

Fonte: Adaptado de Brasil (1997).

Conforme Magina, Santos e Merlini (2011), situações do campo conceitual multiplicativo envolvendo a ideia de comparação multiplicativa podem gerar dificuldades de compreensão até para estudantes mais experientes. Para os autores, é razoável inferir que essa dificuldade não reside na habilidade de se efetuar a operação de multiplicação ou divisão, mas sim na complexidade de compreender o enunciado e traduzi-lo na operação Matemática adequada para a resolução da situação. Tal inferência sustenta-se no fato de que há problemas que envolvem a ideia de comparação multiplicativa com expressões do tipo “dobro”, “metade”.

Num segundo grupo, estão as situações associadas à comparação entre razões, que, portanto, envolvem a **ideia de proporcionalidade** (Figuras 4 e 5), ou seja, a relação  $a$  está para  $b$  assim como  $c$  está para  $d$ . Os problemas que envolvem essa ideia são muito frequentes nas situações cotidianas e, por isso, são mais bem compreendidos pelos alunos. Exemplos:

Figura 4: Problemas protótipos de multiplicação – Proporcionalidade

<b>MULTIPLICAÇÃO</b>	
Protótipo 1 Marta vai comprar três pacotes de chocolate. Cada pacote custa R\$ 8,00. Quanto ela vai pagar pelos três pacotes?	1 pacote – R\$ 8,00 3 pacotes – x
Protótipo 2 Dois abacaxis custam R\$ 2,50. Quanto pagarei por 4 abacaxis?	2 abacaxis – R\$ 2,50 4 abacaxis – x

Fonte: Adaptado de Brasil (1997).

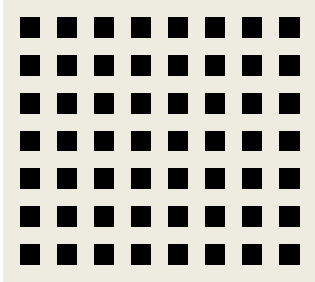
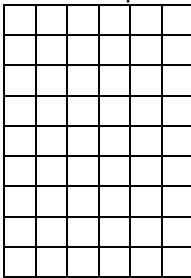
Figura 5: Problemas protótipos de Divisão – Proporcionalidade

<b>DIVISÃO</b>	
Protótipo 3 Marta pagou R\$ 24,00 por 3 pacotes de chocolate. Quanto custou cada pacote?	3 pacotes de chocolate – R\$ 24,00 1 pacote de chocolate – x
Protótipo 4 Marta gastou R\$ 24,00 na compra de pacotes de chocolate que custavam R\$ 3,00 cada um. Quantos pacotes de chocolate ela comprou?	1 pacote de chocolate – R\$ 3,00 x pacotes – R\$ 24,00

Fonte: Adaptado de Brasil (1997).

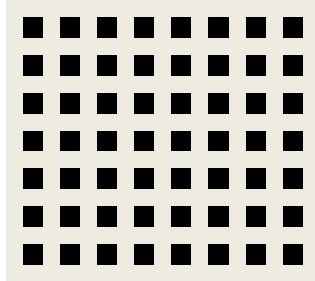
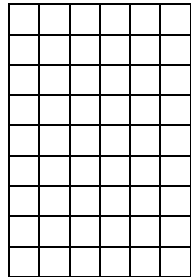
Os PCN (BRASIL, 1997) expõem um terceiro grupo de situações-problema para estudo da multiplicação e da divisão, que demonstra a ideia de **configuração retangular** (Figuras 6 e 7). Esse raciocínio se refere a situações em que se deseja saber o total de objetos dispostos em filas e colunas que representam certas medidas dispostas na horizontal e na vertical, de forma retangular, como no caso da área de uma superfície retangular em que são conhecidas as medidas dos lados.

Figura 6: Problemas protótipos de multiplicação – Configuração retangular

<b>MULTIPLICAÇÃO</b>	
<p>Protótipo 1</p> <p>Num pequeno auditório, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há no auditório?</p>	 <p>Nº de cadeiras= 7 fileiras x 8 colunas</p>
<p>Protótipo 2</p> <p>Qual é a área de um retângulo cujos lados medem 6 cm por 9 cm?</p>	<p>Cada quadrado representa 1cm</p>  <p>Área = 6cm x 9cm</p>

Fonte: Adaptado de Brasil (1997).

Figura 7: Problemas protótipos de divisão – Configuração retangular

<b>DIVISÃO</b>	
<p>Protótipo 3</p> <p>As 56 cadeiras de um auditório estão dispostas em fileiras e colunas. Se são 7 as fileiras, quantas são as colunas?</p>	 <p>Nº de colunas= 56 cadeiras : 7 fileiras</p>
<p>Protótipo 4</p> <p>A área de uma figura retangular é de 54 cm<sup>2</sup>. Se um dos lados mede 6 cm, quanto mede o outro lado?</p>	<p>Cada quadrado representa 1cm</p>  <p>Área = 54 cm<sup>2</sup> : 6 cm</p>

Fonte: Adaptado de Brasil (1997).

Como última categoria, os PCN apresentam a **ideia de combinatória** (Figuras 8 e 9). Os estudos de Pessoa e Borba (2009) se referem à combinatória como um raciocínio que permite quantificar conjuntos ou subconjuntos de objetos ou de situações selecionados a partir de um conjunto dado, ou seja, a partir de determinadas estratégias ou de determinadas fórmulas.

Os PCN (BRASIL, 1997) destinam maior espaço para a discussão da combinatória, com o objetivo de levar o aluno a lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem, considerando as demais ideias exibidas.

Figura 8: Problemas protótipos de multiplicação – Combinatória

Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir?

Saías \ Blusas	Rosa	Azul	Cinza
	Preta	Preta Rosa	Preta Azul
Branca	Branca Rosa	Branca Azul	Branca Azul

Fonte: Adaptado de Brasil (1997).

Figura 9: Problemas protótipos de divisão – Combinatória

Numa festa foi possível formar 12 casais diferentes para dançar. Se havia 3 moças e todos os presentes dançaram, quantos eram os rapazes?

$$12 \text{ casais} = 3 \text{ moças} \times \text{rapazes}$$

Fonte: Adaptado de Brasil (1997).

Na combinatória contam-se, com base no raciocínio multiplicativo, grupos de possibilidades, valendo-se de uma ação sistemática, seja pelo uso de fórmula, seja pelo desenvolvimento de uma estratégia que dê conta de atender aos requisitos desse tipo de problemas. Como visto, esse raciocínio também comporta situações que envolvem multiplicação e divisão.

Neste estudo, utilizamos as categorias apresentadas pelos PCN (BRASIL, 1997), pois, conforme Magina (2005, p. 2), “um aspecto importante a considerar



sobre os PCN diz respeito a sua fundamentação teórica. Esta encontra na Teoria dos Campos Conceituais do psicólogo francês Gerard Vergnaud um de seus principais apoios”.

Mesmo já passadas quase duas décadas de sua divulgação, os PCN ainda são utilizados como texto de referência para a Educação Nacional, o que justifica nossa escolha. O documento *Ensino Fundamental de nove anos: passo a passo do processo de implantação* (BRASIL, 2009), por exemplo, ao tratar dos conteúdos que devem ser desenvolvidos no Ensino Fundamental de nove anos, destaca que: “A definição de conteúdos é de competência dos sistemas de ensino. Para subsidiar essa discussão é importante observar os dispositivos legais, as publicações e os documentos, entre os quais os PCN” (BRASIL, 2009, p. 23).

Os indicativos contidos nos PCN (BRASIL, 1997) também servem como referência para a organização dos livros didáticos distribuídos às escolas públicas pelo meio do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Por exemplo, Dante (2008) ao apresentar a coleção *Aprendendo Sempre, Matemática, PNLD 2010-2012*, destinada ao ensino de Matemática dos Anos Iniciais, na seção livro do professor, descreve que a obra foi elaborada como “preceitavam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática” (DANTE, 2008, p. 6).

Argumentamos, também, com base em nossas reflexões e experiência, que os PCN (BRASIL, 1997) apresentam os conceitos relacionados ao ensino de multiplicação e divisão de forma mais simplificada. Dessa maneira, a categorização utilizada aproxima-se da linguagem utilizada pelos professores polivalentes que não possuem formação aprofundada em Matemática, favorecendo a compreensão e a aproximação com as noções apresentadas nos livros didáticos, o que nos conduz a pensar que os diferentes conceitos que compõem a estrutura multiplicativa serão abordados com maior propriedade pelos professores durante sua intervenção com os alunos.

Mesmo utilizando os PCN (BRASIL, 1997), consideramos importante abordar outros estudos com o fim de organizar um referencial teórico mais elaborado para sustentar esta pesquisa. Portanto, a seguir, apresentamos a visão do tema conforme a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2009) e de Nunes e Bryant (1997).

### 2.3.2 A visão da Teoria dos Campos Conceituais

Segundo a teoria de Vergnaud, o conhecimento está organizado em campos conceituais. Vergnaud, (1990, p. 7) define que “um campo conceitual é um conjunto de problemas e situações cujo tratamento se faz necessário através de conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas estritamente interligados”.

A Teoria dos Campos Conceituais enfatiza que a elaboração de um conceito requer uma diversidade de situações. Para Vergnaud (1990, p. 133), um conceito não se forma em um só tipo de situação. “A construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se estende por vários anos”.

Para que um estudante possa aprender um conceito, ele precisa de tempo e de exposição a um contingente de situações que permitam dar significado a esse conceito. Por outro lado, uma situação, por mais simples que se apresente, envolve vários conceitos. Assim sendo, não faz sentido referir-se à formação do conceito, mas sim à formação de um campo conceitual, cuja apropriação requer o domínio de diversos conceitos de naturezas distintas.

Vergnaud (1990) propõe que todo conceito é descrito por três dimensões: as *situações*, no sentido de tarefas que dão significado ao conceito, o *conjunto de invariantes* ou propriedades associadas ao conceito e as *representações simbólicas* ou as formas e procedimentos utilizadas para representar as invariantes. Essas três dimensões influenciam de tal modo que a abrangência de um conceito pode modificar em função dos significados dados, das propriedades sobre as quais se está pensando e das representações simbólicas utilizadas para a resolução de problemas que envolvam o conceito.

Vergnaud (1990) utiliza um aporte teórico construído por Piaget: o conceito de esquema<sup>5</sup>, o qual é responsável por organizar as ações do sujeito aprendiz frente às situações. O pesquisador descreve que o funcionamento cognitivo do estudante está

---

<sup>5</sup> Esquema é o conceito introduzido por Piaget para dar conta das formas de organização tanto das habilidades sensório-motoras como das habilidades intelectuais. Um esquema gera ações e deve conter regras, mas não é um estereótipo porque a sequência de ações depende dos parâmetros da situação. Um esquema é um universal que é eficiente para toda uma gama de situações e pode gerar diferentes sequências de ação, de coleta de informações e de controle, dependendo das características de cada situação particular. Não é o comportamento que é invariante, mas a organização do comportamento (MOREIRA, 2002).

relacionado aos esquemas que ele possui. São os esquemas que determinam as formas com que um sujeito organiza a atividade. Todo o esquema está acompanhado de um teorema-em-ação ou de um conceito-em-ação, que são os aspectos estruturais do esquema. O conceito-em-ação é uma invariante operatória que se dá a conhecer na utilização de um esquema, conferindo a ele conteúdo, que pode ser pertinente ou não, dependendo da situação em que é usado. Assim, conhecer a sequência numérica empregada em uma contagem e a ideia de cardinal são exemplos de conceitos-em-ação (VERGNAUD, 1990). Os teoremas-em-ação são relações matemáticas estabelecidas pelos alunos quando optam por uma ou mais operações para resolver um problema. Na maioria das vezes não são expressos verbalmente, podendo até estar errados e aparecem espontaneamente em contextos simples, não possuindo um valor universal, mas nos permitindo traçar o conhecimento matemático no nível de esquemas de ação.

A análise dos esquemas informa ao professor quais são os objetos de pensamento que a criança usa e quais os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação que ela já possui. Vergnaud (1990) complementa que essa análise permite averiguar a competência da criança nas situações que compõem o campo conceitual, o que é importante para auxiliar a organização da ação didática do professor. Os conceitos-em-ação são os conhecimentos utilizados pelas crianças para resolver situações-problema.

Vergnaud (2009) faz distinção entre dois tipos de cálculo: o cálculo numérico, referente ao uso das operações aritméticas, e o cálculo relacional, que se caracteriza pela utilização do conhecimento tácito acerca das operações do pensamento. Esse segundo tipo diz respeito ao uso das operações realizadas mentalmente, sem a necessidade de emprego do algoritmo para reconhecer as relações envolvidas em uma situação.

A teoria dos campos conceituais deixa evidente que o desenvolvimento e o domínio progressivo de um campo conceitual pelos alunos exigem a interação social, a linguagem e a formação de símbolos. Do ponto de vista da teoria dos campos conceituais, os professores são mediadores. Sua tarefa é a de ajudar os estudantes a desenvolverem seu repertório de esquemas e representações (VERGNAUD, 1990). Desenvolvendo novos esquemas, os estudantes tornam-se capazes de enfrentar situações cada vez mais complexas.

A atenção de Vergnaud (1990) se voltou ao estudo de dois campos conceituais: o das *estruturas aditivas* e o das *estruturas multiplicativas*. As estruturas aditivas são as estruturas ou relações a adições e subtrações em diferentes níveis. Já as estruturas multiplicativas consistem em um conjunto de situações que envolvem a multiplicação ou a divisão de dois números, ou a combinação de tais operações em diferentes níveis (abrangendo os conceitos de função linear, razão, fração, números racionais, entre outros).

Na perspectiva dos campos conceituais, o aluno elabora seus conhecimentos a partir de sua interação com situações já conhecidas. Dessa maneira, o conhecimento tem características locais, e os conceitos têm um domínio de validade restrito, variando de acordo com a experiência e com o desenvolvimento cognitivo do sujeito. Os casos de multiplicação e divisão são exemplos de conceitos que não devem ser estudados isoladamente, já que se constituem dois lados de uma mesma moeda e, nesse sentido, não devem ser trabalhadas de forma desvinculada na escola.

Vergnaud (1990) pontua que inúmeras classes de problemas multiplicativos podem ser obtidas pela forma de relação multiplicativa, a classificação das situações resulta das considerações matemáticas e de considerações psicológicas. Dessa forma, para o autor, os problemas de multiplicação e divisão podem ser classificados segundo três tipos de estruturas: isomorfismo de medidas, produto de medidas e espaço de medidas.

#### 2.3.2.1 Isomorfismo de medidas

Vergnaud (2009) se refere aos problemas de **isomorfismo de medidas** como aqueles nos quais se estabelecem relações de proporção simples e de proporção múltipla. A proporção simples envolve uma relação entre quatro quantidades, sendo duas de um tipo e duas de outro tipo. Assim, ocorre uma relação quaternária, ou seja, quatro termos relacionam-se entre si para que um deles seja encontrado. Os problemas de proporções múltiplas envolvem pelo menos duas proporções simples.

Vergnaud (2009) apresenta exemplos de situações em que a multiplicação surge com o significado de isomorfismo de medidas (Figura 10) e mostra um esquema representativo desse significado da multiplicação (Figura 11).

Figura 10: Problemas com estrutura de isomorfismo de medidas

<b>MULTIPLICAÇÃO</b>	<b>Exemplo 1</b> Tenho 3 pacotes de iogurte. Há 4 iogurtes em cada pacote. Quantos iogurtes eu tenho?	<b>Exemplo 2</b> Minha mãe quer comprar tecido a R\$ 24,80 o metro para fazer um vestido e um paletó. Ela necessita de 3,50 metros de tecido. Quanto ela gastará?	
<b>DIVISÃO</b>	<b>Exemplo 3</b> Paguei R\$ 12,00 por 3 garrafas de vinho. Quanto custa cada garrafa?	<b>Exemplo 4</b> Pedro tem R\$ 12,00 e quer comprar pacotes de bala a R\$ 4,00 o pacote. Quantos pacotes ele pode comprar?	
<b>PROBLEMA DA REGRA DE TRÊS</b>	<b>Exemplo 5</b> Uma corrida de automóveis tem 247.760 km de percurso. Um carro consome 6,785 litros a cada 100 quilômetros. Quanto ele consumirá durante essa corrida?	<b>Exemplo 6</b> Vou comprar 12 garrafas de vinho a R\$ 12,50 por três garrafas. Quanto vou gastar?	<b>Exemplo 7</b> 3 novelos de lã pesam 200 gramas. São necessários 8 para fazer um pulôver. Qual vai ser o peso do pulôver?

Fonte: Vergnaud (2009).

Os problemas apresentados envolvem quatro medidas, das quais é necessário extrair a relação dos três termos presentes para encontrar o quarto termo que falta. Conforme o autor, esses exemplos apresentam dificuldades diferentes, mas todos eles podem ser representados por um esquema análogo, que não traz qualquer espécie de dificuldade para as crianças e que mostra bem a relação existente entre as quatro quantidades:  $x$  designa a quantidade a ser encontrada, conforme o esquema abaixo:

Figura 11: Relações da categoria de isomorfismo de medidas

<u>exemplo 1</u>		<u>exemplo 2</u>		<u>exemplo 3</u>		<u>exemplo 4</u>	
pacotes	iogurtes	metros	reais	garrafas	reais	pacotes	reais
1	→ 4	1	→ 24,80	1	→ $x$	1	→ 4
3	→ $x$	3,50	→ $x$	3	→ 12	$x$	→ 12

<u>exemplo 5</u>		<u>exemplo 6</u>		<u>exemplo 7</u>	
quilômetros	litros	garrafas	reais	novelos	gramas
100	→ 6,785	3	→ 12,50	3	→ 200
247,760	→ $x$	12	→ $x$	8	→ $x$

Fonte: Vergnaud (2009).

Dessa forma, os problemas podem ser resolvidos por multiplicação (Exemplos 1 e 2), por divisão (Exemplos 3 e 4) ou por regra de três (Exemplos 5, 6 e 7). Vergnaud (2009) explica que o esquema utilizado em todos esses exemplos não é nada mais que um quadro de correspondência entre duas espécies de quantidades (os pacotes de iogurte e os iogurtes, os metros de tecido e o preço pago, etc.). Para a divisão, o autor apresenta duas ideias. Uma se relaciona à divisão: busca do valor unitário e divisão; e a outra, à busca da quantidade de unidades. Ambas as ideias empregam os mesmos princípios da divisão por quotas e por partição, descritas na seção *A Estrutura multiplicativa e seus significados*.

Vergnaud (2009) sugere que os problemas de isomorfismo de medida podem ser desenvolvidos com material de base múltipla<sup>6</sup>, que é, sem dúvida, o meio mais eficaz para simular materialmente as regras operatórias da multiplicação e da divisão.

### 2.3.2.2 Espaço de medidas

Refere-se a uma relação multiplicativa que coloca em jogo uma correspondência, sem ser, no entanto, um isomorfismo de medidas, pois há somente uma categoria de medidas. As expressões linguísticas “três vezes mais”, “três vezes

<sup>6</sup> Quando se refere ao material de base múltipla Vergnaud (2009, p. 185) apresenta imagens que se reportam ao material estruturado elaborado por Montessori, Material Dourado destinado ao ensino e à aprendizagem do sistema de numeração decimal-posicional e dos métodos para efetuar as operações fundamentais, ou seja, os algoritmos.

menos” estão inevitavelmente presentes no enunciado dessa forma de relação. Vergnaud (2009) apresenta os seguintes exemplos:

- **Multiplicação:** *“São necessários 2 metros de tecido para fazer uma saia; são necessárias três vezes mais para fazer um conjunto. Quanto de tecido é necessário para fazer um conjunto?”*
- **Divisão:** busca de uma medida: *“São necessárias três vezes mais tecido para fazer um conjunto do que uma saia. São necessários 6 metros para um conjunto. Quanto tecido é necessário para fazer uma saia?”*
- **Divisão:** busca de um escalar: *“São necessários 2 metros de tecido para fazer uma saia e 6 metros para um conjunto. Quantas vezes mais são necessárias para fazer um conjunto (em relação a uma saia)?”*

### 2.3.2.3 Produto de medidas

As situações que envolvem produto de medidas são aquelas que apresentam composição cartesiana de duas grandezas, em que todos os elementos de um dos grupos são relacionados com todos os elementos do outro grupo. Da mesma forma que no isomorfismo de medida, a categoria produto de medida inclui a multiplicação, e a divisão. Nessa categoria, interessam os problemas referentes à área e ao produto cartesiano, porém Vergnaud (2009) também abrange o conceito de volume e outros conceitos da Física que envolvem ideias matemáticas mais complexas.

As situações de produto cartesiano envolvem a ideia de estabelecer as possibilidades de determinados agrupamentos formados com os elementos de um ou mais conjuntos sob uma dada condição. Para ilustrar o conceito de produto cartesiano, Vergnaud (2009, p. 253) apresenta as seguintes situações-problema no que se refere à multiplicação:

**Exemplo 1:** *3 rapazes e 4 moças querem dançar. Cada rapaz quer dançar com cada moça e cada moça, com cada rapaz. Quantos seriam os casais possíveis? (Figura 12).*

No contexto dos anos iniciais, o esquema mais natural para representar a situação atribuída à multiplicação é a combinação por desenho ou tabela de dupla entrada, que Vergnaud (2009, p. 254) apresenta utilizando o seguinte esquema:

Denomina  $R = \{A, B, C\}$  o conjunto dos rapazes e  $M = \{F, G, H, I\}$  o conjunto das moças. O conjunto  $C$  dos casais possíveis é o produto cartesiano do conjunto de rapazes pelo conjunto de moças.

Figura 12: Relação de produto cartesiano – Tabela de dupla Entrada

Moças (M) \ Rapazes (R)	F	G	H	I
A	(A, F)	(A, G)	(A, H)	(A, I)
B	(B, F)	(B, G)	(B, H)	(B, I)
C	(C, F)	(C, G)	(C, G)	(C, I)

Fonte: Adaptado de Vergnaud (2009).

Cada casal encontrado consiste na associação de um elemento do primeiro conjunto com um elemento do segundo. O número de casais ( $C$ ) é igual ao produto do número de rapazes ( $R$ ) pelo número de moças ( $M$ ), ou seja,  $C = R \times M$ , portanto  $C = 12$  casais.

Nos problemas que envolvem a divisão, é dado o valor do produto das medidas e o valor de uma das medidas elementares, e tem-se que encontrar o valor da outra medida elementar, conforme a situação a seguir:

**Exemplo 2:** *Trocando somente de pulôver e de cachecol, Ana pode ter 15 trajés diferentes. Ela tem três pulôveres; quantos cachecóis ela tem?* (Figura 13).

Para encontrar o número de cachecóis, é necessário dividir o número de trajés possíveis pelo número de pulôveres.



Figura 13: Relação de produto cartesiano

3 tipos de pulôveres x  $n$  tipos de cachecóis = 15 trajes diferentes  
 15 trajes diferentes / 3 tipos de pulôveres =  $n$  tipos de cachecóis

Fonte: Vergnaud (2009).

As condições caracterizadas como *configuração retangular* são aquelas em que as variáveis representam certas medidas dispostas na horizontal e na vertical, de forma retangular. No que se refere a essa subcategoria, Vergnaud (2009, p. 254) descreve as situações conforme Figuras 14 e 15:

Figura 14: Relação de configuração retangular

Uma sala retangular tem 4m de comprimento e 3m de largura. Qual e sua área?

Fonte: Vergnaud (2009).

Ao decompor o retângulo em quadrados – linhas e colunas de um metro de comprimento – encontramos a medida da superfície, que nada mais é do que o produto da medida da largura pela medida do comprimento. Nesse caso:

Figura 15: Relação de configuração retangular

$n$  metros quadrados = 3 metros x 4 metros

Fonte: Adaptado de Vergnaud (2009).

Os problemas de *proporcionalidade dupla ou múltipla* são uma estrutura muito parecida com a anterior do ponto de vista das relações aritméticas. Uma medida espacial é proporcional a outras duas medidas espaciais, diferentes e independentes. Por exemplo, a produção de leite de uma fazenda pode ser (sob certas condições) proporcional ao número de vacas e ao número de dias do período considerado.

Conforme Vergnaud (2009), o estudo das relações multiplicativas mostra que há diversos tipos de multiplicação e de divisão, ou melhor, que há várias classes de problemas cujas soluções pedem uma multiplicação ou uma divisão. A distinção dessas diferentes classes e sua análise deve ser cuidadosamente abordada a fim de ajudar a criança a reconhecer a estrutura dos problemas e a encontrar o procedimento que levará a sua solução.

### 2.3.3 Classificação de Nunes e Bryant (1997) para os problemas de divisão e multiplicação

Os estudos Nunes e Bryant (1997) e Nunes et al. (2005) também apresentam uma classificação para os problemas que envolvem a multiplicação e a divisão. Para os pesquisadores, a multiplicação e a divisão são operações complexas, porque apresentam uma série de sentidos de números novos a serem aprendidos como, por exemplo, proporções, fatores escalares e funcionais. Novos tipos de relações determinam uma transformação qualitativa no raciocínio das crianças, de forma que elas saibam como e em quais situações devem efetuar a multiplicação e a divisão.

Nunes e Bryant (1997) distinguem três tipos principais de situação multiplicativa: *Situações de correspondência um para muitos*; *Situações que envolvem relações entre variáveis*; *Situações que envolvem distribuição, divisão e divisões ao meio*. A seguir, apresentamos os problemas da estrutura multiplicativa classificada pelos autores:

**Correspondência um-a-muitos:** é a base para o conceito de proporção, por meio da ação de replicar, pois apresenta a característica de manter uma constante entre dois conjuntos, na qual o número de replicações é conhecido como fator escalar. São dois os novos sentidos de número: proporção e fator escalar, que se desenvolvem em situações de correspondência um-para-muitos. Nunes e Bryant (1997) apresentam as seguintes situações de correspondência um-a-muitos:

- Multiplicação. Exemplo: *Um carro tem 4 rodas. Quantas rodas terão 3 carros?*  
Nesse caso se evidencia uma relação constante: cada vez que um carro é acrescentado, também são acrescentadas 4 rodas a fim de manter constante a relação de 1 para quatro.
- Problema inverso de multiplicação (quociente). Exemplo: *Carlos vai fazer aniversário. Cada amigo que vier a sua festa vai ganhar 3 balões. Ele comprou 18 balões. Quantos amigos ele pode convidar?*
- Produto cartesiano. Exemplo: *Rita tem 3 saias e 4 blusas diferentes. Quantos trajés diferentes ela pode vestir mudando suas saias e blusas?*

**Situações que envolvem relações entre variáveis:** situações que relacionam duas ou mais variáveis.

Exemplo: *Meio quilo de açúcar custa R\$ 0,80. Quanto custa um quilo?*

**Situações que envolvem distribuição, divisão e divisões ao meio:** a atividade de distribuir é uma ação relacionada à operação de dividir e à possibilidade de cortes sucessivos.

Exemplo: *Eu tenho 20 confeitos para distribuir para 5 crianças. Quantos confeitos cada uma receberá?*

Essa situação envolve a distribuição equitativa de um conjunto (por exemplo, de doces para um número  $x$  de receptores, crianças), sendo que há três valores a serem considerados: o total, o número de receptores e a quota (ou o tamanho da distribuição). A quota e o número de receptores estão em relação inversa um com o outro: enquanto um cresce, o outro diminui.

#### 2.4 ESTRUTURA MULTIPLICATIVA: APROXIMAÇÕES ENTRE PCN, TCC E NUNES E BRYANT

Encontramos várias aproximações entre os PCN (BRASIL, 1997), a Teoria de Vergnaud (2009) e os estudos de Nunes e Bryant (1997). Como primeira aproximação, percebe-se que todos se voltam ao entendimento do conceito, desviando-se do tradicional entendimento da multiplicação como simplificação aditiva e como operação entendida como tabuada. Dessa forma, um ponto comum entre as obras é a recomendação da abordagem de ensino dos conceitos por meio de resolução de problemas. A resolução de problemas é evidenciada como meio de interagir com os diferentes significados das operações, pois um problema pode apresentar diferentes formas de ser resolvido, levando as crianças a reconhecer que uma mesma operação pode estar associada a diferentes situações.

Quanto à categorização dos problemas, percebemos equivalências nas propostas dos PCN (BRASIL, 2007), nos estudos de Vergnaud (1990, 2009) e nas pesquisas de Nunes e Bryant (1997) em situações que envolvem conceitos do campo

multiplicativo. Para melhor elucidar essa questão, apresentamos o quadro comparativo (Figura 16), organizado com os problemas que foram usados para nossa investigação.

Figura 16: Categorização dos Problemas de Estrutura Multiplicativa

PROBLEMA	CATEGORIZAÇÃO DOS PROBLEMAS		
	PCN	VERGNAUD	NUNES; BRYANT
Jorge guarda as moedas que coleciona em caixas com 5 moedas em cada caixa. Se ele tem 4 caixas completas, quantas moedas têm sua coleção?	Proporcionalidade Multiplicação	Isomorfismo de medidas	Correspondência um-a-muitos multiplicação
Paguei 12 reais por 6 cadernos. Quanto custou cada caderno?	Proporcionalidade Divisão Partição	Isomorfismo de Medidas	Distribuição equitativa
Laura comprou alguns cadernos. Cada caderno custou 3 reais. Quantos cadernos Laura comprou se gastou 15 reais?	Proporcionalidade Divisão Quota	Isomorfismo de Medidas	Correspondência um-a-muitos Problema inverso de multiplicação (cotição)
Fábio tem 3 vezes a quantidade de figurinhas de João. Se João tem 4 figurinhas, quantas figurinhas tem Fábio?	Comparação Multiplicação	Espaço de medidas	Correspondência um-a-muitos
Em um jogo, Luísa fez 15 pontos. Ela fez 3 vezes mais pontos que João. Quantos pontos João fez?	Comparação Divisão Partição	Espaço de medidas	Correspondência um-a-muitos
Carla tem 18 reais e Gustavo tem metade do dinheiro de Carla. Quanto dinheiro Gustavo tem?	Comparação Divisão Quota	Espaço de medidas	Correspondência um-a-muitos
Na sala de aula as carteiras estão organizadas em 5 filas e 4 colunas. Quantas carteiras há na sala?	Configuração retangular Multiplicação	Produto de Medidas	Correspondência um-a-muitos
Na sala de aula 18 cadeiras vão ser organizadas em 3 fileiras. Quantas cadeiras terá cada fileira?	Configuração retangular Divisão Partição	Produto de Medidas	Correspondência um-a-muitos
Em uma sala de aula há 20 cadeiras. Quantas fileiras de cadeiras podem ser feitas se há 4 colunas?	Configuração retangular Divisão Quota	Produto de Medidas	Correspondência um-a-muitos
Rita vai viajar levando 3 saias e 4 blusas. Quantos trajes diferentes ela pode vestir, mudando suas saias e blusas?	Combinatória Multiplicação	Produto de Medidas	Produto cartesiano
Numa festa havia 4 meninos e algumas meninas. Se foi possível formar 12 pares diferentes entre eles para dançar, quantas meninas havia na festa?	Combinatória Divisão	Produto de Medidas	Produto cartesiano

Fonte: Elaborado pela autora.

Assim, percebe-se que é possível categorizar os problemas de estrutura multiplicativa nas três posições teóricas apresentadas. Destacamos a importância do reconhecimento e da apropriação das ideias expostas com relação à multiplicação e divisão, por parte dos professores, para que possam incluí-las ao planejar suas intervenções com os alunos, direcionando-os para a compreensão de diversos conceitos.

Para que os alunos possam compreender as diferentes ideias da multiplicação e divisão, é necessário que tenham contato com situações em que os diferentes conceitos são abordados, o que é praticamente impossível se a aprendizagem da multiplicação e divisão for apenas condicionada ao ensino de técnicas do algoritmo. Nessa perspectiva, a resolução de problemas cumpre um importante papel no sentido de propiciar oportunidades para que as crianças interajam com os diferentes significados das operações. Ainda, a compreensão do conjunto de ideias e significações conceituais pressupõe maior facilidade para aprendizagem e emprego de algoritmo e de cálculo.

## 2.5 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas aparece como recomendação em diversos estudos (POLYA, 1978; SMOLE; DINIZ, 2001; POZO, 1998, 2002; JUSTO, 2009, VERGNAUD, 2009) para o ensino/aprendizagem de conceitos matemáticos, e como caminho para o desenvolvimento de habilidades e competências matemáticas. A argumentação baseia-se no fato de que à medida que os alunos se deparam com problemas para resolver precisam propor hipóteses, desenvolver estratégias de resolução e argumentar para validar as respostas encontradas. Nos estudos listados, o sentido da educação Matemática relaciona-se ao seu emprego para resolver problemas.

Os PCN (BRASIL, 1997) defendem que a resolução de problemas não é uma atividade que deve ser trabalhada separada da aprendizagem:

O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las (BRASIL, 1997, p. 43).

Pozo (1998) também destaca a importância da resolução de problemas para a aprendizagem de Matemática:

É um método de aprendizagem na medida em que grande parte do conteúdo da Matemática escolar trata de habilidades, técnicas, algoritmos ou procedimentos heurísticos que podem ser usados em diversos contextos (cotidiano, científico, etc.). Para alcançar uma aprendizagem significativa desse tipo de técnicas é necessário aprender a usá-las no contexto de diversos problemas. É um objetivo da aprendizagem na medida em que não é possível aprender a solucionar problemas independentemente da aprendizagem de conceitos e conhecimentos de Matemática e que, ao mesmo tempo, como vimos, a solução de problemas exige o acionamento e a coordenação de muitos processos complexos (POZO, 1998, p. 13).

Ainda na visão de Pozo (1998, p. 14), a resolução de problemas permite não apenas dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também desenvolver neles o “hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta”. Justo (2009) corrobora as ideias citadas. A autora se refere à resolução de problemas como:

[...] situações que oferecem a possibilidade de estudar a resolução de problemas matemáticos na escola e favorecem a aprendizagem de conceitos e estratégias que podem ser usados para resolver os problemas da vida. Assim, os problemas matemáticos propostos pela escola deveriam ter alguns aspectos em comum aos problemas que surgem fora dela, para que os alunos mais facilmente estabeleçam relações entre eles e façam uso de estratégias aprendidas na escola para resolver também os problemas da vida (JUSTO, 2009, p. 18).

Carvalho (1994, p. 82), em conformidade com as ideias dos demais autores, também apóia a resolução de problemas como meio para aprender matemática: “não se aprende Matemática para resolver problemas e, sim, se aprende Matemática resolvendo problemas”. Conforme o autor, a resolução de problemas se caracteriza como uma situação de ensino utilizando propostas problematizadoras para elaboração do conhecimento matemático. Smole e Diniz (2001) argumentam que um dos maiores motivos para o estudo da Matemática na escola é desenvolver a habilidade de resolver problemas. Essa capacidade destaca-se não somente para a aprendizagem Matemática da criança, mas também para o desenvolvimento de potencialidades em termos de inteligência e cognição.

Diante das afirmações, considera-se que, no contexto escolar, os estudantes devem resolver problemas para descobrir, criar, debater e valer-se de diferentes estratégias e registros, além de explicar o caminho percorrido e socializar com os

colegas e professores os conceitos empregados para resolução, com o propósito de desenvolver habilidades e estratégias próprias e abandonar procedimentos mecânicos. Desse modo, entende-se que o processo de ensino e aprendizagem de conceitos, ideias e métodos matemáticos deve ser abordado mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações cuja resolução exija dos alunos o desenvolvimento de algum tipo de estratégia.

Um problema é uma situação nova ou diferente daquela que já foi aprendida. Para solucioná-lo, é necessária a utilização estratégica de técnicas conhecidas e a ativação de diversos tipos de conhecimentos e de diferentes atitudes, motivações e conceitos. No livro “A arte de resolver problemas” Polya (1978) expõe o seu método de resolução de problemas, dividindo-o em quatro etapas. O autor argumenta que ao trabalhar com resolução de problema é importante que a criança compreenda o enunciado, registre todos os dados, elabore um plano e o execute. Ao professor cabe fazer o retrospecto ou a verificação das resoluções do problema, para que as crianças percebam que, para um mesmo problema, podem haver várias soluções corretas, mas que foram utilizadas diferentes estratégias de resolução compatíveis com o nível de desenvolvimento cognitivo delas. Carvalho (2007), apoiada nas ideias de Polya (1978), registra que “não existem palavras-chave para resolução de problemas, e sim todo um texto, um enunciado, que deve ser interpretado para se tratar uma estratégia de resolução” (CARVALHO, 2007, p. 20).

Diante do exposto, acredita-se que o professor assume papel primordial no ensino da Matemática por meio da resolução de problemas. Justo (2009) descreve que ao adotar essa perspectiva é preciso um trabalho que considere as estratégias dos alunos como ponto de partida para o planejamento. A autora apresenta alguns princípios que devem guiar o professor na atividade de resolução de problemas:

- promover a vivência de diferentes experiências;
- os contextos dos problemas devem ser variados (situações diversas da realidade das crianças), assim como as formas de apresentação dos problemas (escritos, orais, impressos, em fichas);
- propor problemas que sejam interessantes aos alunos;
- propor problemas adequados ao nível de desenvolvimento e conhecimento geral dos alunos: o conteúdo do problema não pode ser um obstáculo à aprendizagem matemática;
- propor, no máximo, quatro a cinco problemas por aula, para que possam ser discutidos e analisados por todos em conjunto;
- iniciar com a resolução de problemas que são mais fáceis para a turma e ir, gradativamente, desafiando-os com outros mais complexos

O professor deve, igualmente, trabalhar a compreensão dos problemas, e para isso necessita

- questionar as crianças a fim de que captem as ideias essenciais do problema, para a busca de alguns modelos de situação: os modelos de situação são esquemas baseados na experiência prévia, capazes de selecionar os pontos importantes de um texto;
- valorizar as respostas das crianças aos questionamentos sobre as ideias essenciais do problema, para que elas também valorizem essa etapa e deixem de lado a preocupação em encontrar, rapidamente, uma solução (ou cálculo).

Durante a resolução dos problemas, o docente deve executar as seguintes ações:

- promover o diálogo dos alunos, pois aula de resolução de problemas não é aula de silêncio;
- incentivar e valorizar diferentes formas de raciocínio: um problema pode ser resolvido por diversas maneiras;
- oportunizar a discussão de diferentes maneiras de resolução encontradas pelos alunos, para ampliar o conhecimento de conceitos e de estratégias.

Para tanto, o trabalho com a resolução de problemas envolve:

Proporcionar que o aluno desenvolva as seguintes habilidades metacognitivas<sup>7</sup>:

- observar seus próprios processos de compreensão;
- aprender a identificar as alternativas antes de proceder às escolhas;
- verificar os resultados em cada etapa da resolução;
- refletir sobre suas próprias atividades;
- fazer uso de múltiplas representações, sempre que necessário.

O professor, no contexto de resolução de problemas, deve assumir o papel de mediador, criando um ambiente favorável para que as crianças cheguem à solução de problemas utilizando estratégias próprias e desenvolvendo novas estratégias, ampliando, dessa forma, os conhecimentos matemáticos.

Carvalho (2007) indica o trabalho com resolução de problemas desde a educação infantil. Para a autora, tal proposta de ensino possibilita ao professor entender como as crianças estabelecem o conhecimento, precisamente, os

---

<sup>7</sup> Justo (2009, p. 38) descreve metacognição como um termo introduzido na literatura da área da memória por J. H. Flavell, definindo-a como o conhecimento que o sujeito tem de seu próprio conhecimento, ou seja, o conhecimento dos próprios processos e produtos cognitivos, ou algo relacionado com eles. Através da metacognição, ao resolver problemas, o sujeito assume um papel mais autônomo em relação ao processo de resolução, pois ele supervisiona suas ações e estratégias, avaliando os resultados encontrados durante e após a resolução.



conceitos matemáticos. Portanto, ao contrário do que ocorre com os exercícios, na resolução de problemas as crianças representam as relações matemáticas envolvidas da forma como as compreenderam. Assim, os procedimentos de solução mobilizados pelos alunos na resolução de problemas podem oferecer indícios importantes sobre a compreensão que possuem dos conceitos matemáticos em questão.

A partir desse ponto de vista, entende-se que os conceitos são mais bem compreendidos quando a criança tem a oportunidade de empregá-los em atividades diversificadas de resolução de problemas, ou seja, em tarefas que envolvam diversos domínios de um mesmo conceito. Dessa maneira, vislumbra-se a resolução de problemas como meio de oportunizar aos alunos contextos diferenciados, favorecendo a interação com os diferentes significados das operações matemáticas, mais especificamente, neste caso, com as operações do campo multiplicativo, para a formalização dos conceitos presentes em tal campo conceitual.

Entre as reflexões deste capítulo, destacamos a importância da aprendizagem dos diferentes conceitos referentes ao campo multiplicativo nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Evidenciamos, também, a importância da abordagem desse conteúdo por meio da resolução de problemas, como uma proposta de ensino na perspectiva de construir o pensamento matemático do aluno.

No próximo capítulo, serão abordados aspectos referentes à metodologia traçada para a pesquisa.

### 3 A PESQUISA

Neste capítulo, apresentamos os caminhos elaborados para a investigação. Partimos dos elementos básicos da pesquisa, como o tema, a problemática e os objetivos para, em seguida, situar a perspectiva teórico-metodológica adotada. Elegemos a pesquisa qualitativa com procedimento de estudo de caso para nortear a investigação, sendo a observação, o questionário, a entrevista, o pré e o pós-teste, a análise documental e as audiografações, ou seja, as técnicas empregadas para a coleta dos dados.

#### 3.1 TEMA

Esta pesquisa tem como tema a Formação Continuada de Professores na escola e sua influência no processo de ensino voltado à resolução de problemas do campo multiplicativo para alunos do 4º ano do Ensino Fundamental.

#### 3.2 PROBLEMA DE PESQUISA

Ao conviver com crianças observamos que, desde pequenas, elas vivem circunstâncias em que empregam situações do campo multiplicativo. Dividem objetos nas brincadeiras, sabem quanto dinheiro precisam para comprar, por exemplo, três pacotes de figurinhas. Entretanto, notamos que essas mesmas crianças têm dificuldades ao empregar conceitos de multiplicação e divisão para resolver problemas na escola. Selva e Borba (2008) desenvolveram uma pesquisa a fim de investigar os conhecimentos de estudantes de 3ª e 5ª séries – atualmente denominadas 4º e 5º anos – e concluíram que estes apresentaram dificuldades na resolução de problemas multiplicativos. Para os autores, grande parte das dificuldades parece recair na falta de compreensão das relações multiplicativas envolvidas nos problemas propostos o que ocorre, infelizmente, muitas vezes, por falta de trabalho em sala de aula.

Tais percepções nos conduziram ao interesse de investigar os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, verificando quais são os seus conhecimentos, como trabalham e que dificuldades apresentam para desenvolver os

conceitos referentes ao campo multiplicativo com os alunos. Dessa forma, buscamos responder à questão: Como um projeto de formação de professores na escola pode contribuir para o processo de ensino de resolução de problemas do campo multiplicativo de alunos que frequentam o 4º ano do Ensino Fundamental?

### 3.3 OBJETIVOS

A fim de nortear os caminhos da pesquisa desenvolvida, elencamos, a seguir, os objetivos que estabelecemos.

#### 3.3.1 Objetivo geral

Investigar as contribuições que uma experiência de formação continuada de professores em serviço pode oferecer para ressignificação da prática de professores polivalentes para o ensino de conceitos matemáticos do campo multiplicativo por meio de resolução de problemas, e a sua influência na aprendizagem dos alunos.

#### 3.3.2 Objetivos específicos

Para alcançar o objetivo geral, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Investigar as práticas metodológicas dos professores referentes aos conceitos do campo multiplicativo e seu ensino através de resolução de problemas;
- Investigar as dificuldades dos professores relacionadas ao ensino de resolução de problemas do campo multiplicativo;
- Investigar os conhecimentos reelaborados pelos professores ao participar da formação continuada;
- Investigar os conhecimentos do campo multiplicativo já construído pelos alunos por meio de aplicação de pré-testes com tarefas de resolução de problemas;

- Investigar os avanços demonstrados pelos alunos ao resolverem problemas do campo multiplicativo, relacionando os resultados aos temas tratados na formação de professores.

### 3.4 O CONTEXTO DA REALIDADE PESQUISADA

A pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública municipal da cidade de São Leopoldo, Rio Grande do Sul. A instituição atende desde os anos iniciais até o 6º ano do Ensino Fundamental. Para a realização do estudo, contamos com a participação de duas professoras que atuam no 4º ano e de 37 alunos. Descrevemos, a seguir, a escola e as características das professoras participantes da pesquisa.

#### 3.4.1 A Escola

A escola localiza-se em um bairro de classe média alta, sendo que a maioria dos alunos é oriunda de outros bairros, alguns próximos e outros distantes da instituição. Há pouca rotatividade tanto por parte do corpo docente quanto do discente. Destaca-se no município com o terceiro lugar entre as Escolas Municipais no que se refere ao Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), com média de 6,3 pontos.

Quanto à estrutura, é edificada em alvenaria. O prédio possui dois andares com, aproximadamente, 825m<sup>2</sup> de área construída. Todas as salas têm espaço adequado ao número de alunos que nela estudam. A escola funciona no turno da manhã, das 7h30min às 11h30min, e no turno da tarde, das 13h15min às 17h15min. Em 2014, a escola possuía 265 alunos, uma diretora, duas supervisoras, uma pessoa responsável pelo apoio pedagógico, sete funcionários e 26 professores, dos quais 18 atuavam nos anos iniciais.

Na fase de realização desta pesquisa, a escola prestava atendimento do 1º ao 6º ano do Ensino Fundamental, com duas turmas de 1º ano, duas de 2º ano, duas de 3º ano, duas de 4º ano, duas de 5º ano e duas de 6º ano. Do 1º ao 5º ano, as turmas possuíam dois professores, um chamado de Professor 2 (P2), responsável pelas disciplinas de Ciências, Artes e Educação Física, e o outro chamado de

Professor Regente (PR), responsável pelas demais disciplinas. No 6º ano, todas as disciplinas eram lecionadas por especialistas de cada área.

A instituição dispunha de sete salas de aula, Biblioteca, sala de Estudos de Recuperação, sala para o Projeto Diversidade, sala de Recursos Multifuncionais, sala para o projeto Mais Educação, sala de professores, secretaria, sala de direção e supervisão, cozinha, despensa, refeitório, sala para funcionamento do Espaço Virtual de Aprendizagem Multimídia (EVAM) e banheiros no andar térreo e no andar superior. Existia, ainda, uma quadra poliesportiva coberta e uma pracinha. Todos os ambientes eram organizados, limpos e bem conservados.

### **3.4.2 Os Sujeitos Investigados: perfil dos professores e das turmas**

Para participar da pesquisa, convidamos as duas Professoras Regentes do 4º ano da escola onde ocorreu o estudo. O convite foi feito pessoalmente, com o consentimento da equipe diretiva da escola. Para preservar a identidade das professoras participantes e manter o sigilo ético cabível a esse tipo de pesquisa, os nomes das profissionais envolvidas foram trocados por letras do alfabeto e, sendo assim, elas serão chamadas de professora A e professora B.

A professora A trabalha na escola há 25 anos, tem 53 anos de idade e 32 anos de docência. Sua formação no Ensino Médio é a do curso de magistério, sendo que iniciou o curso superior de Pedagogia, mas não o concluiu. Até o ano passado atuava também na rede particular, na qual se aposentou. É professora concursada, com regime de trabalho de 20 horas semanais, porém, no momento da pesquisa, estava com carga horária estendida, através de convocação, para 40 horas semanais. Assim, atuava como professora regente do 4º ano no período da manhã e do 2º ano no período da tarde.

A professora B trabalha na escola há 18 anos, tem 41 anos de idade e 22 anos de docência. Possui formação em Pedagogia e Especialização em Psicopedagogia. Também é professora concursada, no regime de 40 horas semanais. Como a outra professora, também atuava no período da manhã como regente do 4º ano, e no período da tarde com turma do 2º ano.

As turmas pesquisadas foram a 4A1 e a 4A2. Na turma 4A1 estudavam 17 alunos, sendo 7 meninos e 8 meninas. Todos os alunos iniciaram na escola no 1º

ano e permanecem até o 4º ano. A professora B descreveu a turma como tranquila, participativa e interessada na aprendizagem de Matemática. Apenas um dos alunos estava repetindo o 4º ano e três alunos da turma apresentavam dificuldades de aprendizagem em Matemática. Havia um aluno com Necessidades Educativas Especiais (NEE), e este contava com o auxílio de uma estagiária, estudante de Pedagogia, que exercia a função de apoio pedagógico. Esse aluno não apresentava dificuldade em Matemática.

Na turma 4A2 havia 20 alunos, sendo 11 meninos e 9 meninas. Foram descritos pela professora A como crianças tranquilas e interessadas. Não havia alunos repetentes, e apenas um aluno da turma não frequentou a escola desde o 1º ano. A turma gostava de estudar Matemática, sendo que três alunos apresentavam dificuldades para aprender a disciplina.

### 3.5 OS CAMINHOS DA PESQUISA

Para conduzir esta investigação a partir dos objetivos traçados, nos valem de pesquisa qualitativa com metodologia de estudo de caso. Os métodos qualitativos, conforme Gil (1999, p. 94) “[...] estão voltados para auxiliar os pesquisadores a compreenderem pessoas e seus contextos sociais, culturais e institucionais”. Segundo Ludke e André (1986, p. 13), a pesquisa qualitativa “envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes”.

No ponto de vista de Triviños (1987, p. 133) o Estudo de Caso “é uma categoria de pesquisa cujo objeto é uma unidade que se analisa aprofundadamente”. Para Yin (2001), o estudo de caso representa uma investigação empírica e compreende um método abrangente, com a lógica do planejamento, da coleta e da análise de dados.

Conforme Lüdke e André (1986, p. 17), os estudos de caso enfatizam a interpretação do contexto, retratando a realidade de forma completa e profunda pelo emprego de uma variedade de fontes de informação. A partir dos objetivos traçados, a nossa pesquisa se enquadra como estudo de caso, pois nos inserimos em uma escola acompanhando e vivenciando a realidade de duas professoras

para ensinar conceitos do campo multiplicativo por meio de resolução de problemas. Portanto, estudamos um caso particular que pode ter relações com outras realidades.

O estudo de caso é recomendado por André (2013) para pesquisa educacional. Para o autor,

Se o interesse é investigar fenômenos educacionais no contexto natural em que ocorrem, os estudos de caso podem ser instrumentos valiosos, pois o contato direto e prolongado do pesquisador com os eventos e situações investigadas possibilita descrever ações e comportamentos, captar significados, analisar interações, compreender e interpretar linguagens, estudar representações, sem desvinculá-los do contexto e das circunstâncias especiais em que se manifestam. Assim, permitem compreender não só como surgem e se desenvolvem esses fenômenos, mas também como evoluem num dado período de tempo. (ANDRÉ, 2013, p. 97).

Ludke e André (1986) pressupõem que um estudo de caso qualitativo deve objetivar a descoberta, enfatizar a interpretação, retratar a realidade de forma completa e profunda, permitir generalizações naturalísticas, que são analogias que o leitor faz com suas próprias experiências, e relatar dados com linguagem e forma acessíveis ao leitor.

### 3.6 A ORGANIZAÇÃO DA PESQUISA

A pesquisa foi desenvolvida no ambiente da escola durante os meses de junho a setembro do ano de 2014. A escolha desse período do ano letivo seguiu critério solicitado pelas professoras: nessa fase iniciavam o ensino referente ao campo multiplicativo.

Foram organizados cinco encontros de formação que ocorreram em um intervalo de quinze dias. O encontro inicial teve duração de 4h e os demais tiveram duração de 2h30min, sendo realizados das 9h30min às 12h, totalizando 14 horas. Os encontros ocorreram sempre às sextas-feiras, no horário de planejamento dos professores<sup>8</sup>. Essa modalidade foi escolha dos docentes.

No encontro inicial com os alunos, explicamos que estávamos desenvolvendo uma pesquisa e que iríamos acompanhar algumas aulas. Esclarecemos que seria

---

<sup>8</sup> Na Rede de Ensino de atuação das professoras pesquisadas, um terço da carga horária de trabalho é destinado ao planejamento de ensino.

feito um pré-teste para ver o que eles já sabiam e o que ainda precisavam aprender, e que junto com as professoras iríamos estudar meios para desenvolver essas aprendizagens. Aproveitamos esse encontro inicial, também, para entregar o Termo de Consentimento de Participação na Pesquisa, explicando-lhes que deveria ser assinado pelos pais ou responsáveis (Apêndice B).

O pré-teste (Apêndice F) foi aplicado aos alunos antes do início da formação dos professores. Consistiu em um instrumento com 11 problemas do campo multiplicativo, divididos em dois grupos. A aplicação foi feita em duas etapas, ou dois dias consecutivos, sendo que os alunos resolveram um grupo de seis problemas no primeiro dia e de cinco problemas no segundo dia.

A partir do terceiro encontro de formação, após já termos discutidos aspectos teóricos sobre o nosso objeto de estudo com os professores, iniciamos a observação das aulas. Realizamos a observação de quatro aulas das professoras pesquisadas, quinzenalmente, sempre às terças-feiras, por um período de 3 horas, distribuídas em 1h30min em cada turma. Nessas aulas, os professores trabalharam resolução de problemas do campo multiplicativo.

### **3.6.1 Os instrumentos de coleta de dados**

Para obtenção de dados que contribuíssem para a busca de respostas ao problema da pesquisa, foram adotados os seguintes instrumentos: questionário (Apêndice C), entrevista semiestruturada no início e final da formação (Apêndice D e E), pré-testes e pós-testes (Apêndice F), análise documental (diários de campo, diário de classe, caderno dos alunos), gravações em áudio e observação de aulas.

Pesquisadores como Fiorentini e Lorenzato destacam um elemento importante sobre o critério usado para coleta dos dados:

[...] vale lembrar mais uma vez que a escolha da forma de coleta de dados deve estar de acordo com a natureza do problema ou questão de investigação e dos objetivos da pesquisa. A natureza dos dados a serem coletados também interfere na escolha dos instrumentos de coleta (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 98).

Conforme Gil (1999), o questionário consiste em uma série de perguntas a serem respondidas pelo informante sem a presença do pesquisador. As questões



são apresentadas por escrito e as respostas permitem conhecer concepções, opiniões, crenças, sentimentos, interesses e expectativas dos entrevistados. A entrevista foi empregada na nossa pesquisa, pois, conforme Gil (1999), ela é seguramente a mais flexível de todas as técnicas de coleta de dados de que dispõem as ciências sociais, possibilitando um contato mais próximo com os sujeitos pesquisados e permitindo conhecer o modo como esses sujeitos se relacionam com o objeto da pesquisa.

A nossa opção foi por um modelo de entrevista semiestruturado, muito utilizado na área da educação. Fiorentini e Lorenzato (2007) apresentam esclarecimentos sobre a entrevista:

essa modalidade é muito utilizada nas pesquisas educacionais, pois o pesquisador, pretendendo aprofundar-se sobre um fenômeno ou questão específica, organiza um roteiro de pontos a serem contemplados durante a entrevista, podendo, de acordo com o desenvolvimento da entrevista, alterar a ordem deles e, até mesmo, formular questões não previstas inicialmente. (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 121).

Como forma de registrar dados do contexto, no início do estudo organizamos cadernos de campo para a pesquisadora e para os professores, para anotações e registros das atividades desenvolvidas na formação, do cronograma dos encontros, das tarefas individuais, das reflexões, das observações e experiências sobre as atividades desenvolvidas com os alunos em sala de aula e de comentários pessoais. Esse instrumento também foi fonte de dados para a análise. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2007), o diário de campo ou de bordo é

Um dos instrumentos mais ricos de coletas de informações durante o trabalho de campo [...]. É nele que o pesquisador registra observações fenômenos, faz descrições de pessoas, cenários, descreve episódios ou retrata diálogos. Quanto mais próximo do momento da observação for feito o registro, maior será a acuidade da informação (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 118).

Das anotações feitas pelos professores, alguns pontos foram fundamentais para a análise, como: dificuldades e facilidades encontradas para aplicação, com os alunos, dos temas e intervenções discutidos na formação, análises de atividades realizadas com os alunos e atividades efetuadas em sala que apresentaram bons resultados.

Para conhecer a prática dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental enquanto trabalhavam com conceitos do campo multiplicativo por meio

de resolução de problemas, utilizamos a observação sistemática das aulas. Conforme Lüdke (1986), a observação controlada e sistemática se caracteriza como um instrumento fidedigno de investigação científica.

Para Gil (1999, p. 100), a observação constitui-se elemento fundamental para a pesquisa. Desde a formulação do problema, passando pela construção de hipóteses e pela coleta, análise e interpretação dos dados, a observação desempenha papel imprescindível no processo de pesquisa. É, todavia, na fase de coleta de dados, que o seu papel se torna mais evidente. A observação é sempre utilizada nessa etapa, conjugada a outras técnicas ou utilizada de forma exclusiva.

Os pré-testes e pós-testes constituem um conjunto de problemas que foi aplicado aos alunos participantes da pesquisa antes do início da formação de suas professoras e ao final desse processo. Sua finalidade foi buscar evidências sobre o nível inicial de conhecimento dos alunos com relação ao conteúdo de resolução de problemas do campo multiplicativo e, ao final, verificar os conhecimentos elaborados. Através da comparação das notas do pré-teste com as notas do pós-teste, evidencia-se a interferência da formação de professores na aprendizagem dos alunos.

Elaboramos os pré e pós-testes considerando as categorias de problemas do campo multiplicativo referidas nos PCN (BRASIL, 1997): comparação, organização retangular, proporcionalidade e combinatória. Foram organizados 11 problemas, sendo 1 problema de multiplicação para cada categoria e 2 problemas de divisão, 1 de divisão por quota e 1 por partição. Os problemas são apresentados (Figura 17) de acordo com a categoria correspondente. Os testes propostos aos alunos estão no final do trabalho (Apêndice F).

Figura 17: Problemas aplicados para obtenção de dados no Pré e Pós-Teste

SITUAÇÃO	CATEGORIA CONFORME OS PCN
<b>P1</b> - Jorge guarda as moedas que coleciona em caixas com 5 moedas em cada caixa. Se ele tem 4 caixas completas, quantas moedas têm sua coleção?	PPM Proporcionalidade Multiplicação
<b>P2</b> - Paguei 12 reais por 6 cadernos. Quanto custou cada caderno?	PPP Proporcionalidade Divisão Partição
<b>P3</b> - Laura comprou alguns cadernos. Cada caderno custou 3 reais. Quantos cadernos Laura comprou se gastou 15 reais?	PPQ Proporcionalidade Divisão Quota
<b>P4</b> - Fábio tem 3 vezes a quantidade de figurinhas de João. Se João tem 4 figurinhas, quantas figurinhas tem Fábio?	COM Comparação Multiplicação
<b>P5</b> - Em um jogo, Luísa fez 15 pontos. Ela fez 3 vezes mais pontos que João. Quantos pontos João fez?	CPP Comparação Divisão Partição
<b>P6</b> - Carla tem 18 reais e Gustavo tem metade do dinheiro de Carla. Quanto dinheiro Gustavo tem?	CPQ Comparação Divisão Quota
<b>P7</b> - Na sala de aula as carteiras estão organizadas em 5 filas e 4 colunas. Quantas carteiras há na sala?	CRM Configuração retangular Multiplicação
<b>P8</b> - Na sala de aula 18 cadeiras vão ser organizadas em 3 fileiras. Quantas cadeiras terá cada fileira?	CRP Configuração retangular Divisão Partição
<b>P9</b> - Em uma sala de aula há 20 cadeiras. Quantas fileiras de cadeiras podem ser feitas se há 4 colunas?	CRQ Configuração retangular Divisão Quota
<b>P10</b> - Rita vai viajar levando 3 saias e 4 blusas. Quantos trajes diferentes ela pode vestir, mudando suas saias e blusas?	CBM Combinatória Multiplicação
<b>P11</b> - Numa festa havia 4 meninos e algumas meninas. Se foi possível formar 12 pares diferentes entre eles para dançar, quantas meninas havia na festa?	CBP Combinatória Divisão

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2014).

Nunes et al. (2001) argumentam que um ensino baseado em evidências necessita de instrumentos de avaliação do desenvolvimento conceitual dos alunos. Assim, defendem que é fundamental que os professores usem os mesmos instrumentos em diferentes momentos do ano escolar.

### 3.7 A CONFIGURAÇÃO DA FORMAÇÃO CONTINUADA NA ESCOLA

Apresentamos, nesta seção, os encontros de formação sobre o conteúdo estrutura multiplicativa desenvolvidos com as professoras participantes da pesquisa. O planejamento dos encontros foi organizado considerando os estudos de Marcelo (1999), Nóvoa (1992a, 1992b), Schön (2000) entre outros que recomendam a importância de formações como essas estarem adaptadas às necessidades do professor, promovendo o seu desenvolvimento profissional através do processo de reflexão sobre sua própria prática.

Para fundamentar os estudos referentes à resolução do campo multiplicativo, buscou-se fundamentação nos PCN (BRASIL, 1997), em Vergnaud (2009), Nunes e Bryant (1997) e Justo (2009), autores que descrevem os conceitos relacionados à estrutura multiplicativa e apontam princípios de aprendizagem através de resolução de problemas.

#### **3.7.1 Configuração dos encontros de formação de professores na escola desenvolvida para a pesquisa**

Nesta seção, apresentamos dados referentes aos encontros de formação continuada para professores desenvolvidos para atender ao objetivo desta pesquisa. Ressaltamos que todos os encontros ocorreram nas dependências da escola em que desenvolvemos o estudo.

#### **3.7.2 Primeiro momento com as professoras**

O primeiro encontro de formação continuada para professores foi realizado em 13/06/2014, com duração de 4 horas. As atividades que desenvolvemos com as professoras foram:

- Discussão sobre os objetivos da pesquisa Formação continuada de professores com foco na resolução de problemas do campo multiplicativo para o 4<sup>o</sup> ano do ensino fundamental;
- Realização de entrevista individual com as professoras;

- Orientações sobre o questionário e o caderno de campo entregue às professoras participantes;
- Combinações sobre a configuração dos encontros de formação continuada quanto ao tempo, bem como quanto a datas e temas a serem tratados;
- Solicitação às professoras participantes para que elaborassem problemas matemáticos de multiplicação e divisão tomando por base os conceitos e ideias que trabalham com seus alunos;
- Discussão e reflexão sobre os princípios da metodologia de resolução de problemas;
- Discussão sobre as diferenças conceituais entre adição e multiplicação;
- Avaliação do encontro.

### **3.7.3 Segundo momento com as professoras**

O segundo encontro de formação continuada de professores ocorreu em 27/06/2014, com duração de 2h30min. As atividades que desenvolvemos com as professoras foram:

- Execução de atividade na qual as professoras receberam uma folha impressa (Figura 18) com problemas do campo multiplicativo, sendo que foi proposto a elas que os agrupassem considerando os diferentes raciocínios necessários para resolvê-los;
- Apresentação dos vídeos *A natureza da multiplicação* e *A natureza da divisão* (TV ESCOLA, 2002);
- Discussão sobre os conceitos do campo multiplicativo conforme as categorias apresentadas nos vídeos e propostas pelos PCN (1997);
- Encaminhamento de atividade em que as professoras deveriam escrever um comentário para apresentar no próximo encontro sobre o tema: “o ensino da multiplicação e da divisão iniciado e desenvolvido no contexto de resolução de problemas”;
- Avaliação do encontro.

Figura 18: Problemas do campo multiplicativo

<b>P1</b> - Se 1 pacote de leite custa R\$ 2,00, quanto vou pagar por 8 pacotes?
<b>P2</b> - Gastei R\$ 16,00 para comprar 4 pacotes de biscoito. Quanto paguei cada pacote?
<b>P3</b> - Gastei R\$ 16,00 para comprar pacotes de biscoito que custam R\$4,00 cada um. Quantos pacotes comprei?
<b>P4</b> - Um pequeno auditório comporta 8 filas com 5 cadeiras em cada uma. Qual é a lotação desse auditório?
<b>P5</b> - Qual é a área de um retângulo cujos lados medem 5 cm por 4 cm?
<b>P6</b> - Um comerciante organizou 42 garrafas em linhas e colunas. Se as garrafas estão dispostas em 6 linhas, quantas são as colunas?
<b>P7</b> - A área de uma figura retangular é 24 centímetros quadrados. Se um dos lados da figura mede 3 cm quanto medem os outros lados?
<b>P8</b> - O preço de carteira é R\$45,00. Uma bolsa é cinco vezes mais cara que a carteira. Qual é o preço da bolsa?
<b>P9</b> - Anderson tem 86 figurinhas, Leonardo tem o dobro dessa quantia. Quantas figurinhas Leonardo têm?
<b>P10</b> - Leonardo tem 172 figurinhas. Anderson tem metade dessa quantia. Quantas figurinhas Anderson têm?
<b>P11</b> - Paulo tem uma calça e duas camisetas. De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir utilizando apenas essas peças de roupa?
<b>P12</b> - João levou para um passeio três calças e algumas camisetas. Se ele tem 6 opções diferentes para se vestir, quantas camisetas João tem?

Fonte: Elaborado pela autora.

### 3.7.4 Terceiro momento com as professoras

O terceiro encontro ocorreu em 11/07/2014, e teve duração de 2h30min. As atividades que desenvolvemos com as professoras foram:

- Reflexão sobre as respostas apresentadas pelas professoras à questão “ensino da multiplicação e da divisão iniciado e desenvolvido no contexto de resolução de problemas”, proposta no encontro anterior;
- Discussão e reflexão considerando as duas perspectivas atribuídas ao conceito de divisão: divisão por quotas e divisão por partição;

- Apresentação, às professoras participantes da formação continuada, de um panorama do desempenho de seus alunos para resolver problemas do campo multiplicativo, através de dados obtidos com a aplicação do pré-teste;
- Análise dos erros apresentados pelos alunos nos pré-testes e discussão sobre as dificuldades evidenciadas para resolver problemas na sala de aula;
- Avaliação do encontro.

### 3.7.5 Quarto momento com as professoras

O quarto encontro de formação continuada de professores se deu em 08/08/2014, com duração de 2h30min. As atividades que desenvolvemos com as professoras foram:

- Leitura e discussão do texto *Tabela Pitagórica para aprender multiplicação*, publicado pela revista Nova Escola<sup>9</sup>. Escolhemos o texto por ele apresentar reflexões e sugestões de atividades para sistematização através da exploração das relações envolvidas nas multiplicações;
- Encaminhamento de atividade em que as professoras participantes da formação continuada deveriam realizar o preenchimento da tabela pitagórica (Figura 19), buscando as regularidades;
- Discussão sobre as regularidades encontradas e sobre formas de aplicar esse trabalho com os alunos;
- Atividades com jogos matemáticos: Bota de muitas léguas (Figura 20), Adivinhe a multiplicação (Figura 21) e Avançando com o resto (Figura 22). Os objetivos dos jogos estão descritos, a seguir, nas figuras correspondentes a cada um deles;
- Reflexão sobre as possibilidades de aprendizagens e problematização a partir dos jogos matemáticos trabalhados;

---

<sup>9</sup> Disponível em: <http://gentequeeduca.org.br/planos-de-aula/tabela-pitagorica-para-aprender-multiplicacao>.

- Avaliação do encontro.

Figura 19: Tabela Pitagórica

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fonte: Adaptado a partir de Revista Nova Escola <sup>10</sup>

Figura 20: Instruções e tabuleiro para o jogo “Bota de muitas léguas”

#### Bota de muitas léguas

Este jogo tem por objetivo desenvolver a ideia multiplicativa.

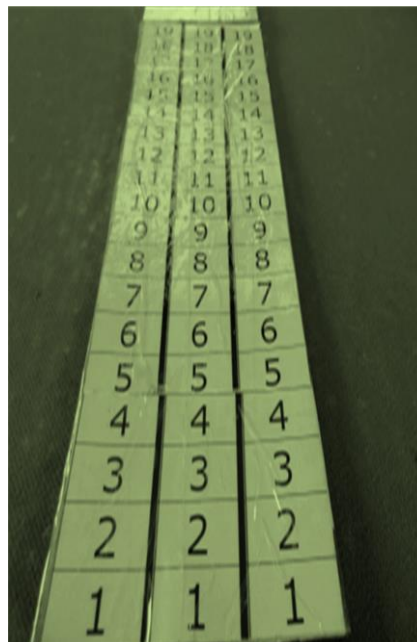
#### Materiais:

Tabuleiros com reta numérica de 1 a 100 (como ao lado), dois dados e fichas coloridas para representar os jogadores.

Organização da turma: em grupos

#### Como jogar:

1. O primeiro jogador lança 2 dados: o menor número sorteado indica o número de pulos que ele deve dar e o maior indica o comprimento de cada pulo.
2. Por exemplo, se o jogador tirar 3 e 4 nos dados, ele dará 3 pulos, cada pulo vale 4 casas.
3. O objetivo é chegar ao final da reta.



Fonte: Brasil (2008, p. 16).

<sup>10</sup> Disponível em: <http://gentequeeduca.org.br/planos-de-aula/tabela-pitagorica-para-aprender-multiplicacao>



Figura 21: Instruções para o jogo “Adivinhe a multiplicação”

**ADIVINHE A MULTIPLICAÇÃO**

Trata-se de um jogo que oportuniza situações para relacionar os fatores da multiplicação ao produto através de estratégias de cálculo mental.

**Material utilizado:** Todas as cartas de um baralho convencional, exceto damas, reis e valetes.

**Organização da sala:** Trios.

**Como jogar:**

1. Nos trios, haverá dois jogadores e um juiz. Os alunos decidem quem será o juiz.
2. O juiz embaralha e dá metade das cartas para cada jogador. Nenhum jogador vê as cartas que tem.
3. Os dois jogadores que receberam as cartas sentam-se um em frente ao outro, cada um segurando seu monte de cartas viradas para baixo. O terceiro jogador fica de frente para os dois jogadores, de modo que possa ver o rosto dos dois.
4. A um sinal do juiz, os dois jogadores pegam a carta de cima de seus respectivos montes e falam “Adivinhe”, segurando-as perto de seus rostos de maneira que possam ver somente a carta do adversário.
5. O juiz usa os dois números à mostra e diz o produto. Cada jogador tenta deduzir o número de sua própria carta apenas olhando a carta do adversário e conhecendo o produto falado pelo juiz. Por exemplo, um jogador viu um 6, o outro viu um 5 e o produto dito pelo juiz foi 30. O jogador, para levar as duas cartas, deve dizer 6 e 5 ou 5 e 6.
6. O jogador que disser primeiro o número das duas cartas fica com elas.
7. O jogo acaba quando as cartas acabarem.
8. Ganha o jogador que tiver mais pares de cartas no final do jogo.

Fonte: Smole, Diniz e Candido (2008, p. 73)

Figura 22: Instruções e tabuleiro para o jogo “Avançando com o Resto”

**AVANÇANDO COM O RESTO**

**Objetivos:** Exercitar a aplicação dos fatos fundamentais e o cálculo de divisões simples.

**Material necessário:** tabuleiro (como ao lado), e 1 dado de 6 faces.

**Regras**

1. Duas equipes jogam alternadamente. Cada equipe movimenta a sua ficha colocada, inicialmente, na casa de número 25.
2. Cada equipe, na sua vez, joga o dado e faz uma divisão onde: - o dividendo é o número da casa onde sua ficha está; - o divisor é o número de pontos obtidos no dado.
3. Em seguida, calcula o resultado da divisão e movimenta sua ficha o número de casas igual ao resto da divisão.
4. A equipe que, na sua vez, efetuar um cálculo errado perde sua vez de jogar.
5. Cada equipe deverá obter um resto que faça chegar exatamente à casa marcada FIM sem ultrapassá-la, mas se isso não for possível, ela perde a vez de jogar e fica no mesmo lugar.
6. Vence a equipe que chegar primeiro ao espaço com a palavra FIM.

TABELEIRO PARA O JOGO DO RESTO

70	9	6	5	35	16
33	39	27	71	4	14
28	0 Tchau			51	10
17	68	Fim	96	80	53
25 Início	15	22	30	13	62

Fonte: UNESP (2015).

### 3.7.6 Quinto momento com os professores

O último encontro de formação continuada de professores teve a duração de 2h30min, e ocorreu em 22/08/2014 também nas dependências da escola. As atividades que desenvolvemos com as professoras foram:

- Elaboração de problemas de multiplicação e de divisão pelas professoras participantes dos encontros de formação continuada;
- Análise dos problemas elaborados e comparação com os problemas criados no primeiro encontro;
- Entrevista individual com as professoras participantes para identificar se os objetivos propostos para a formação continuada foram alcançados.

### 3.8 APLICAÇÃO DO PRÉ-TESTE E DO PÓS-TESTE

A aplicação do pré-teste ocorreu nos dias 03 e 04/06/2014, em horários previamente estabelecidos com as professoras. Entregamos, aos alunos, as questões impressas em folhas de papel sulfite (vide APÊNDICE D). Orientamos os discentes a resolverem as questões e a registrarem as prováveis soluções empregando estratégias pessoais, por meio de desenhos, algoritmos ou outros teoremas em ação para a situação, sem a nossa intervenção. Quanto ao pós-teste, a aplicação seguiu os mesmos princípios descritos para o pré-teste. O pós-teste ocorreu no final do mês de setembro de 2014.

### 3.9 OBSERVAÇÃO DAS AULAS

Foram observadas quatro aulas, nas quais as professoras A e B desenvolveram atividades de resolução de problemas do campo multiplicativo com seus alunos. Para proceder à análise das práticas adotadas pelos professores e verificar o emprego dos conceitos trabalhados na formação, realizamos a observação das aulas anotando aspectos que consideramos ser relevantes no sentido de contribuir para o estudo. As aulas observadas também foram gravadas, e as transcrições utilizadas na análise. Os itens observados foram:

- Planejamento do professor para desenvolver conceitos do campo multiplicativo através de resolução de problemas;
- Mediação com os alunos.

### 3.10 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE

A fase de análise dos dados coletados é momento essencial da pesquisa, pois determina a escolha e a organização de evidências consistentes, em consonância com os objetivos do estudo e com a questão norteadora.

Para o processo de análise, buscamos informações advindas das entrevistas, dos questionários, das ações evidenciadas nas atividades desenvolvidas nos encontros de formação continuada de professores, das falas produzidas pelas professoras, das anotações do diário de classe e do caderno de campo e dos resultados apresentados pelos alunos nos pré e pós-testes. Para procedermos à análise na expectativa de compreender os dados evidenciados, elegemos a análise de conteúdo como método e técnica. De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2007), há múltiplas maneiras de se desenvolver uma análise de conteúdo, seja por meio de livros didáticos, de depoimentos de professores ou de prática de sala de aula de Matemática. A respeito dessa ferramenta de investigação, Fiorentini e Lorenzato (2007) compreendem ser um

[...] trabalho metódico que implica múltiplas leituras do material disponível, tentando nele buscar unidades de significados, ou então padrões e regularidades, para depois agrupá-los em categorias. A busca dessa organização é guiada, geralmente, pela questão investigativa e pelos objetivos de estudo (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 133).

Considerando os objetivos propostos para esta pesquisa e a sua aproximação com os dados obtidos, optamos, dentre as diversas técnicas de análise de conteúdo, pela categorização. No processo de categorização, seguimos a análise vertical orientada por Fiorentini e Lorenzato (2007). Conforme os autores,

no processo de análise vertical, cada uma das categorias é analisada separadamente. Somente após o término da análise de cada categoria é que se realiza um confronto entre elas, tentando produzir resultados e conclusões consistentes e relacionadas à questão de investigação (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 136).

Considerando os caminhos traçados, procuramos investigar com o objetivo de que as evidências encontradas nesta pesquisa não sejam apenas geradoras de informação, mas possam contribuir para trazer sentido ao principal fazer do professor: o ato de ensinar. Dessa forma, com base nos dados encontrados, nomeamos as seguintes categorias de análise:

- Conhecimentos e práticas de ensino de professores polivalentes a respeito de conceitos relacionados ao campo multiplicativo, sendo analisados os *conhecimentos de conteúdo* e os *conhecimentos pedagógicos das professoras pesquisadas*;
- Prática pedagógica das professoras polivalentes para ensinar os conceitos do campo multiplicativo aos alunos através de resolução de problemas;
- Resignificação dos conhecimentos dos professores polivalentes por meio da participação na formação continuada de professores;
- Estratégias empregadas pelos alunos participantes da pesquisa para resolver os problemas matemáticos do campo multiplicativo propostos nos pré-testes e pós-testes.
- Desempenho dos alunos participantes da pesquisa na resolução dos problemas matemáticos do campo multiplicativos propostos nos pré-testes e pós-testes.

Neste capítulo, procuramos contextualizar a pesquisa no que se refere à metodologia, destacando objetivos, problema de pesquisa e formas de coleta e análise de dados. No próximo capítulo, analisaremos os dados coletados em busca de evidências que possam responder ao problema da pesquisa.

## 4. ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS

Neste capítulo, discorreremos sobre as informações coletadas no transcorrer da pesquisa. Por meio de dados evidenciados nos diálogos estabelecidos durante os encontros de Formação Continuada de Professores, suscitados pelos questionários, pelas entrevistas, pela análise documental, pelas observações de aulas, pelos pré e pós-testes aplicados aos alunos, buscamos elementos que pudessem responder ao problema da pesquisa: *Um projeto de formação de professores na escola pode contribuir para o processo de ensino e para a aprendizagem de resolução de problemas do campo multiplicativo de alunos que frequentam o 4º ano do Ensino Fundamental?*

Os questionários e o roteiro de entrevistas encontram-se nos Apêndices C, D e E desta dissertação. A análise documental também está registrada por meio de figuras e imagens colocadas ao longo do texto, para que seja possível contextualizar os dados obtidos durante o desenvolvimento da pesquisa. Para direcionar a análise, constituímos categorias distintas de informações coletadas durante o processo. Destacamos, assim, as cinco categorias que serão discutidas: conhecimentos, ressignificação, prática pedagógica, desempenho dos estudantes e estratégias empregadas pelos estudantes.

### 4.1 CONHECIMENTOS E PRÁTICAS DE ENSINO DE PROFESSORES POLIVALENTES SOBRE CONCEITOS RELACIONADOS AO CAMPO MULTIPLICATIVO

Nesta categoria, são analisados os *conhecimentos do conteúdo e as práticas de ensino* das professoras participantes da formação continuada descrita nesta pesquisa. Optamos por organizá-la em duas subcategorias, porque percebemos relações entre o conhecimento de conteúdo e as concepções de ensino de conceitos do campo multiplicativo.

#### 4.1.1 Conhecimentos de Conteúdo

O conhecimento do conteúdo se relaciona diretamente com o da matéria a ser ensinada. Ele é considerado fundamental para o processo de ensino, pois possibilita

ao professor o domínio dos significados e dos fundamentos dos conceitos que vai ensinar (CURI, 2004; MIZUKAMI, 2004; PIMENTA, 1999; PONTE, 1998; TARDIF, 2002).

Para esclarecer aspectos referentes aos conhecimentos, durante a primeira entrevista (Apêndice D) perguntamos às professoras: *Quando você diz que está desenvolvendo o conteúdo de multiplicação e divisão com seus alunos, que conceito está ensinando?* Citamos as respostas das professoras, na íntegra, na Figura 23:

Figura 23: Concepções das professoras sobre conceito de multiplicação e divisão

<b>PROFESSORA A</b>	<b>PROFESSORA B</b>
Conceitos de aumentar e separar grupos em partes iguais.	Multiplicação no sentido de aumentar quantidades iguais e divisão no sentido de repartir em partes iguais.

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Ao analisar as respostas das professoras A e B à questão proposta, percebemos que seus conceitos de multiplicação e divisão se referem a grupos com o mesmo número de elementos, que podem ser aumentados, repetindo as quantidades, ou repartidos, distribuindo-se as quantidades em parte iguais. Embora a ideia de aumentar e repartir dada quantidade em partes iguais possa ser o ponto de partida para a compreensão dos conceitos que envolvem o campo multiplicativo, este não é o único sentido atribuído à multiplicação e divisão. Segundo Nunes et al. (2005, p. 85), “o invariante conceitual do raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis (ou duas grandezas ou quantidades). Qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades em relação constante entre si”. Dessa maneira, consideramos que as respostas dadas pelas professoras podem evidenciar lacunas nos conhecimentos de conceitos do campo multiplicativo.

Para esse entendimento, também corroboram os problemas matemáticos elaborados pelas docentes. No primeiro encontro de formação continuada de professores, solicitamos que elas elaborassem problemas matemáticos de multiplicação e divisão, tomando como base os conceitos e ideias que trabalham com os alunos. A seguir, apresentamos os problemas elaborados (Figura 24) pelas participantes do estudo:

Figura 24: Problemas de estrutura multiplicativa elaborados pelas professoras pesquisadas

PROFESSORA A	PROFESSORA B
<p style="text-align: center;"><b>Multiplicação</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pedro tem 3 caixas de bombons. Em cada caixa há 12 bombons. Quantos bombons ele tem?</li> <li>• Minha mãe comprou 5 caixas de leite. Cada caixa tinha 10 litros de leite. Quantos litros de leite minha mãe comprou?</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Divisão</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Eu tenho 30 reais e quero repartir entre meus dois sobrinhos. Quanto vou dar a cada um?</li> <li>• Fabio tem 64 figurinhas e vai repartir entre 3 amigos. Quantas figurinhas cada um vai ganhar? Vão sobrar figurinhas?</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Multiplicação</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gabriel tem um álbum com 9 páginas, em cada página do álbum cabem 20 figurinhas. Quantas figurinhas cabem no álbum de Gabriel?</li> <li>• Em uma prateleira há 25 livros. Quantos livros terão 8 prateleiras?</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Divisão</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Isabel fez 36 docinhos para vender e quer colocá-los em 3 caixas. Quantos docinhos Isabel vai colocar em cada caixa?</li> <li>• Manu tem 50 lápis e quer arrumá-los em 5 estojos. Quantos lápis ela vai colocar em cada estojo?</li> </ul>

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Os conhecimentos das professoras A e B sobre conceitos do campo conceitual multiplicativo puderam ser evidenciados por meio das proposições presentes nos problemas elaborados por elas (Figura 24). Ao analisá-los, percebemos que eles se concentram na categoria de proporcionalidade, sendo os problemas de divisão centrados na ideia de partição. Tal evidência vai ao encontro de um estudo desenvolvido por Santos, Magina e Merlini (2010). Os autores propuseram a professores polivalentes que elaborassem problemas do campo multiplicativo. Como resultado, observaram que a maior parte dos problemas apresentados se reportava à categoria de proporcionalidade. Como justificativa para tal achado, os pesquisadores argumentam que a categoria de proporcionalidade corresponde a uma situação protótipo das operações de multiplicação e divisão, sendo a categoria mais comum na maioria dos livros didáticos e, portanto, a mais recorrente no cotidiano do professor. Do ponto de vista cognitivo, a categoria de proporcionalidade permite um modelo matemático bem próximo do algoritmo trabalhado nas operações de divisão e multiplicação na sala de aula, ou seja,  $a \times b = c$  ou  $a \div b = c$ . Consideramos que as conclusões apontadas pelos autores podem elucidar as ideias apresentadas pelas professoras participantes desta pesquisa.

Em outro momento da formação continuada de professores, propusemos às docentes que classificassem problemas do campo multiplicativo de acordo com o

raciocínio empregado para resolvê-los. Para tal, elaboramos 12 problemas (Figura 25), que foram entregues em uma folha impressa.

Figura 25: Problemas do campo multiplicativo utilizados para classificação por categorias

<b>P1:</b> Se 1 pacote de leite custa R\$ 2,00, quanto vou pagar por 8 pacotes?
<b>P2:</b> Gastei R\$ 16,00 para comprar 4 pacotes de biscoito. Quanto paguei por cada pacote?
<b>P3:</b> Gastei R\$ 16,00 para comprar pacotes de biscoito que custam R\$4,00 cada um. Quantos pacotes comprei?
<b>P4:</b> Um pequeno auditório comporta 8 filas com 5 cadeiras em cada uma. Qual é a lotação desse auditório?
<b>P5:</b> Qual é a área de um retângulo cujos lados medem 5 cm por 4 cm?
<b>P6:</b> Um comerciante organizou 42 garrafas em linhas e colunas. Se as garrafas estão dispostas em 6 linhas, quantas são as colunas?
<b>P7:</b> A área de uma figura retangular é 24 centímetros quadrados. Se um dos lados da figura mede 3 cm, quanto medem os outros lados?
<b>P8:</b> O preço de uma carteira é R\$45,00. Uma bolsa é cinco vezes mais cara do que a carteira. Qual é o preço da bolsa?
<b>P9:</b> Anderson tem 86 figurinhas e Leonardo tem o dobro dessa quantia. Quantas figurinhas Leonardo tem?
<b>P10:</b> Leonardo tem 172 figurinhas. Anderson tem a metade dessa quantia. Quantas figurinhas Anderson tem?
<b>P11:</b> Paulo tem uma calça e duas camisetas. De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir utilizando apenas essas peças de roupa?
<b>P12:</b> João levou para um passeio três calças e algumas camisetas. Se ele tem 6 opções diferentes para se vestir, quantas camisetas João levou?

Fonte: Elaborado pela autora.

Ambas as professoras agruparam os problemas de P1 a P9 em dois grupos, tomando como referência as operações de multiplicação e divisão. Os problemas P10, P11 e P12, suscitaram dúvidas. As duas professoras, ao proceder à identificação, empregaram desenhos e classificaram os problemas como de multiplicação e divisão. Questionadas sobre a possibilidade de haver diferenças conceituais entre as situações, assim responderam (Figura 26):



Figura 26: Resposta das professoras sobre diferenças conceituais de problemas do campo multiplicativo

PROFESSORA A	PROFESSORA B
<p>Para mim é tudo multiplicação e divisão (pausa) é... tem diferença no jeito de escrever (o problema), uns são mais complicados mas para resolver, é tudo multiplicação e divisão.</p>	<p>Sei que tem um jeito diferente de classificar, já vi em uma formação, são como os de adição, mas habitualmente a gente não trabalha assim. Na época não me apropriei deste conhecimento, não estava trabalhando com isso, acho que tinha um segundo ano. Vejo que todos precisam ser resolvidos pela multiplicação e divisão. Uns são mais difíceis, o número 10, 11 e 12.</p>

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Podemos inferir, por meio dessa atividade, que as professoras A e B demonstraram não perceber as diferenças conceituais presentes nos problemas da estrutura multiplicativa que permitem categorizá-los de acordo com o raciocínio necessário para a resolução.

No segundo encontro de formação, exibimos os vídeos *A natureza da multiplicação* (TV ESCOLA, 2002) e *A natureza da divisão* (TV ESCOLA, 2002), ambos produzidos pela TV Escola. Tais vídeos explicam as diferenças conceituais entre as estruturas aditivas e multiplicativas e os conceitos do campo multiplicativo através de resolução de problemas, conforme as categorias e recomendações propostas pelos PCN (BRASIL, 1997).

Os problemas multiplicativos exibidos nos vídeos forneceram elementos para estudo teórico, análise e discussão de conceitos presentes na estrutura multiplicativa. Tal ação possibilitou, também, a retomada da atividade anterior. Os problemas matemáticos (Figura 25) que haviam sido classificados pelas professoras na atividade anterior foram analisados na perspectiva das diferenças conceituais que categorizam a estrutura multiplicativa. As docentes tiveram a oportunidade de aprofundar os conhecimentos sobre o assunto, conforme os depoimentos que seguem na Figura 27:

Figura 27: Considerações das professoras sobre os conceitos da estrutura multiplicativa

PROFESSORA A	PROFESSORA B
Desenvolvo alguns destes problemas, até trabalho, mas até hoje não tinha ideia que existia uma classificação. Preciso me reciclar, acredito que só na prática para aprender mais. Não havia me dado conta disso, já participei de diversas formações, isso nunca foi trabalhado. Existe diferença entre os raciocínios e não costumamos trabalhar assim com os alunos.	Como eu disse, sabia que existia uma classificação, agora eu entendi melhor e penso que é importante saber para trabalhar todos esses tipos de problemas com os alunos. Por isso que os alunos até sabem fazer contas e não sabem interpretar os problemas, não temos o conhecimento necessário para desenvolver todos estes conceitos.

Fonte: Dados da pesquisa (2014)

Os relatos e as observações das professoras demonstram que havia lacunas no entendimento que tinham dos conceitos do campo multiplicativo. A falta de domínio desse conteúdo pelas professoras também limitava o trabalho desenvolvido com os alunos, fato respaldado por Marcelo (1998), quando reconhece que o conhecimento específico da disciplina ou o conhecimento que os professores possuem sobre o conteúdo que ensinam também influencia a escolha do que ensinam. Fiorentini e Nacarato (2005) evidenciam o mesmo pensamento. Para os autores, o domínio da matéria de ensino é fundamental para que o professor produza conhecimento. O conhecimento do professor e a sua forma de conceber o conteúdo de ensino têm fortes implicações no modo de selecionar e reelaborar o saber escolar e especialmente no modo de explorar e problematizar as aulas.

Ball (1991 apud CURI; PIRES, 2008) destaca a importância de o professor polivalente possuir conhecimentos “de e sobre” Matemática. Para a autora, a maneira com que as professoras definem para os alunos as operações fundamentais está intimamente ligada às suas próprias compreensões sobre tais conteúdos.

Observamos, ainda, que a insuficiência de conhecimentos dos professores polivalentes evidenciada nesta pesquisa contraria as recomendações contidas nos PCN (BRASIL, 1997), que sugerem um trabalho consistente em diversos contextos, propiciando aos estudantes dos Anos Iniciais a construção dos diferentes significados das operações de multiplicação e divisão.

Portanto, entendemos que, para que as professoras polivalentes A e B possam desenvolver o ensino de conceitos do campo multiplicativo através da metodologia de resolução de problemas com seus alunos, é necessário, em primeiro

lugar, que compreendam tais conceitos. A carência de informações sobre o conteúdo abordado revela a importância da promoção e da participação docente em cursos de formação com as características deste estudo, de maneira que haja a possibilidade de refletir sobre conceitos, representações, procedimentos e aplicações em situações do dia a dia através da metodologia de resolução de problemas, objetivando práticas que favoreçam o ensino e a aprendizagem dos alunos.

#### 4.1.2 Conhecimentos pedagógicos

Conhecimentos pedagógicos são entendidos como princípios educacionais através dos quais o professor organiza sua prática pedagógica. Perguntamos às professoras A e B: *Como você costuma introduzir novos conhecimentos relacionados à multiplicação e divisão?* (APÊNDICE C). Obtivemos as seguintes respostas (Figura 28):

Figura 28: Resposta sobre introdução de novos conhecimentos

PROFESSORA A	PROFESSORA B
Através de representação, através de desenhos e material de contagem procuro usar material concreto ou desenhos. Primeiro faço assim, depois faço como aprendi, passo para as operações.	Eu faço multiplicação e divisão através de desenhos, uso materiais concretos, e depois vou dando exercícios de fixação para os alunos através de contas. Trabalho associada à adição, eu aprendi a multiplicação associada à adição. Ex: $2 \times 3 = 3 + 3$ e costumo trabalhar assim.

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Percebemos, nos relatos, que ambas as professoras iniciam a abordagem através de representações e desenhos e, após, passam ao ensino das operações. A professora B menciona que desenvolve a multiplicação associada à adição. Nunes e Bryant (1997) e os PCN (BRASIL, 1997) consideram essa abordagem insuficiente para que a criança possa compreender o sentido da estrutura multiplicativa. O emprego de algoritmos para o ensino/aprendizagem de conceitos matemáticos contraria as recomendações de pesquisas desenvolvidas sobre educação Matemática (POLYA, 1978; SMOLE; DINIZ, 2001; POZO, 1998, 2002; BRASIL,

1997; JUSTO, 2009; VERGNAUD, 2009). Tais teóricos apontam a resolução de problemas como caminho para o ensino de conceitos matemáticos.

Sobre o emprego de problemas, perguntamos às professoras A e B: *O que você pensa sobre o ensino de Matemática através de resolução de problemas? Descreva como procede quando utiliza essa metodologia* (APÊNDICE C). As respostas apresentadas estão descritas a seguir (Figura 29):

Figura 29: Concepções das professoras A e B sobre resolução de problemas

PROFESSORA A	PROFESSORA B
Sempre procuro utilizar problemas para trabalhar Matemática, não gosto de dar contas soltas, embora às vezes o faça. Com problemas o aluno entende o sentido da operação. Faço assim, leio o problema com os alunos, a gente discute e eles resolvem e às vezes corrijo no quadro outras no caderno. Percebo que os alunos têm muitas dificuldades para resolver problemas.	Utilizo problemas para ensinar matérias novas, sempre começo com um problema no grande grupo, a gente discute e depois dou outros problemas que os alunos resolvem em duplas. Eles podem resolver usando estratégias próprias, geralmente faço correção no caderno.

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

As professoras manifestam a importância da resolução de problemas para o ensino de Matemática, ambas destacando a resolução de problemas como forma de dar sentido aos conceitos matemáticos. Porém, nessa questão, percebemos uma contradição com a resposta anterior, na qual se reportam às operações para trabalhar conhecimentos referentes ao ensino da multiplicação e divisão. Quanto à metodologia, ambas descrevem que procuram promover o diálogo com os alunos antes da resolução, a fim de que eles captem as ideias essenciais do problema, conforme recomenda Justo (2009). Também não percebemos evidências nas respostas dadas pelas professoras de que os alunos partilhem com os demais colegas suas estratégias pessoais de resolução, o que, conforme Justo (2009), seria essencial para ampliar o conhecimento de conceitos e de estratégias das crianças.

Em se tratando de problemas matemáticos, as professoras A e B relatam que boa parte de seus alunos demonstra dificuldade para desenvolver o processo de resolução. A partir dessa realidade, discutimos o assunto refletindo as causas de os alunos apresentarem tal dificuldade. Em síntese, para as professoras A e B, os obstáculos decorrem de (Figura 30):

Figura 30: Concepções das professoras A e B sobre a dificuldade para resolver problemas

PROFESSORA A	PROFESSORA B
Porque não são acostumados a pensar, hoje com tantas facilidades os alunos querem tudo pronto. E também tem a dificuldade de compreender o que estão lendo, às vezes sozinhos não conseguem compreender é preciso que a gente leia com eles.	Dificuldades de interpretar, de leitura, por que se for uma conta solta eles fazem. Penso também que é a forma como a maioria dos professores trabalha, desenvolver resolução de problemas como discutimos e estudamos aqui dá bastante trabalho, nem todos fazem assim.

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

As dificuldades de leitura e interpretação são apontadas pelas professoras como fatores limitantes à compreensão dos problemas pelos alunos. Para os PCN (BRASIL, 1997), esse fato não representa um obstáculo, visto que a resolução de problemas pode e deve ser desenvolvida desde o início da escolaridade, quando os alunos ainda não dominam a leitura e a escrita. A resposta da professora B atribui a dificuldade dos alunos para resolver problemas à dificuldade ou à ausência de mediação do professor. Concordamos com essa visão, pois a metodologia de resolução de problemas requer professores comprometidos com o ensino, dispostos a participar do processo, já que a utilização dessa metodologia exige do professor muita dedicação, avaliação contínua e planejamento.

O ensino da multiplicação e divisão, conforme já citado (BRASIL, 1997), antecede ao 4<sup>a</sup> ano, sendo que a recomendação é que tais conceitos sejam abordados desde o início da escolaridade. Para esclarecer os conhecimentos que os alunos das docentes pesquisadas já dominam, perguntamos a elas: *No 4<sup>o</sup> ano supõe-se que os alunos já possuam conhecimentos relacionados divisão e multiplicação. Você é capaz de descrever brevemente o que seus alunos já sabem? Como você tem dado sequência a este conhecimento?* (APÊNDICE C). Na Figura 31, seguem as respostas dadas pelas professoras na íntegra:

Figura 31: Descrição dos conhecimentos dos alunos

PROFESSORA A	PROFESSORA B
Eles já possuem uma noção de multiplicação e divisão, sabem fazer a conta na horizontal e com desenhos. No terceiro ano estudaram a tabuada até 5 e um pouco de divisão com resolução de problemas. Começo sempre de onde eles já sabem.	Eles sabem o processo da multiplicação, mas falta estudar em casa, para saberem a tabuada de cor. Eles têm dificuldade de associar a divisão à tabuada (ou à multiplicação).

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

As respostas esclarecem que os alunos em questão já possuíam conhecimentos relacionados à multiplicação e divisão. A professora A descreve que organiza a aprendizagem a partir dos conhecimentos prévios, e consegue contextualizar os saberes de seus alunos. O relato da professora B expõe que os alunos sabem o processo da multiplicação, mas lhes falta o conhecimento da tabuada. Falas da professora B, como por exemplo, *Eles têm dificuldade de associar a divisão à tabuada (ou à multiplicação)*, evidenciam que a docente desenvolve os conceitos de multiplicação e divisão tendo como base a tabuada.

Abrimos aqui um parêntese para relatar que o tema tabuada apresentou-se recorrente nos encontros de formação continuada de professores que promovemos. A professora B manifestou-se inúmeras vezes solicitando que abordássemos formas de memorizar a tabuada. Para Marcelo (1998), o conhecimento didático do conteúdo se constrói e é consequência da própria biografia pessoal e profissional do professor. Dessa forma, ao refletirmos sobre a trajetória de ensino a qual também fomos submetidos e para a qual saber a tabuada sempre foi uma questão preliminar para aprender multiplicação e divisão, acolhemos os sentidos e as significações das professoras na perspectiva de esclarecer que aprender a estrutura multiplicativa está além do que simplesmente saber a tabuada.

Assim, justificamos que nos distanciamos de nossa ideia preliminar, pois quando traçamos um programa de formação continuada de professores não tínhamos a intenção de abordar a tabuada. As concepções de ensino evidenciadas pelas professoras, principalmente pela professora B, nos conduziram a abordar o tema, vislumbrando possibilidades de reflexão. Para Guérios (2002, p. 178) “a perspectiva de transformação formativa é a de permitir outros modos de pensar [...] o que exige posicionamento didático”. Dessa forma, apresentamos às professoras cursistas alguns jogos que oferecem a oportunidade de trabalhar conceitos do campo multiplicativo e também favorecem a memorização da tabuada. São eles: Bota de muitas léguas, (Figura 20), Adivinhe a multiplicação (Figura 21) e Avançando com o Resto (Figura 23). Conforme Smole, Diniz e Cândido (2007), a utilização dos jogos gera várias possibilidades didáticas para a construção de conceitos e o desenvolvimento de habilidades matemáticas.

Antes da experimentação dos jogos, promovemos uma discussão sobre os princípios de aplicação desse tipo de atividade. Em consenso com as professoras, destacamos a importância de explicar objetivos e regras e de acompanhar os alunos

no desenvolvimento dos jogos, organizando situações problematizadoras a partir deles. Após o desenvolvimento de cada jogo, procedemos à reflexão sobre as possibilidades de aprendizagem e problematização. Na Figura 32, apresentamos as conclusões das professoras A e B:

Figura 32: Reflexão sobre jogos aplicados no encontro de formação continuada de professores

<b>JOGO</b>	<b>PROFESSORA A</b>	<b>PROFESSORA B</b>
Bota de muitas léguas	Este jogo é bem legal, dá para aplicá-lo até nas aulas de educação física, nem precisa de tabuleiro, posso fazer a trilha no chão, boa forma de calcular os resultados da multiplicação.	Com este jogo dá para trabalhar quantas vezes um número se repete, acho um bom jeito de ensinar multiplicação.
Adivinhe a multiplicação	Este jogo é fácil de ser aplicado, sem perceber as crianças podem memorizar a tabuada. E ainda posso propor que criem problemas e apresentem aos colegas de classe. Este jogo também é uma forma de trabalhar cálculo mental com os alunos.	Jogo atraente, as crianças podem aprender a tabuada de forma lúdica, pensando através de um jeito próprio, sem ter que ficar decorando através da repetição.
Avançando com o Resto	Este jogo é bem interessante, uma grande dificuldade que percebo em meus alunos é compreender o resto na divisão, quando fazem uma operação, às vezes o resto ainda pode ser dividido e eles não se dão conta. Também vejo neste jogo a possibilidade de elaborar vários problemas.	Vejo este jogo como uma forma de trabalhar a divisão com os alunos, esta é operação mais difícil para ensinar, e também para aprender.

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Nessa perspectiva percebemos, nas manifestações das professoras A e B, que elas reconheceram os objetivos dos jogos e a importância deles como uma estratégia para promover a aprendizagem dos alunos, não só no momento em que estão jogando, mas também depois, quando podem voltar às situações do jogo para refletir sobre elas. Assim, oportunizam-se momentos de aprendizagem de conceitos matemáticos por meio dos jogos.

As regularidades presentes na tabela pitagórica também tiveram espaço nos encontros de formação continuada. Para Vergnaud (2009) e Broitman (2011), após a compreensão de conceitos e do processo de multiplicação, a exploração das regularidades da tabela pitagórica, um exercício aparentemente mecânico, pode contribuir para que os alunos memorizem os fatos da tabuada, desde que as atividades sejam desenvolvidas com reflexão e análise. Propusemos às professoras

que construíssem uma tabela pitagórica e que, em conjunto, analisassem linhas e colunas em busca de regularidades. A atividade favoreceu também a abordagem das propriedades da multiplicação. Segue uma síntese das colocações feitas pelas professoras (Figura 33):

Figura 33: Reflexões das professoras sobre a tabela Pitagórica

PROFESSORA A	PROFESSORA B
<p>Através desta atividade podemos ir problematizando, desafiando os alunos como fomos desafiadas aqui, por exemplo, posso começar trabalhando os dobros que para eles (os alunos) é um conceito fácil, e partir daí explorar os outros resultados.</p>	<p>Não tinha ideia de trabalhar a tabuada assim, aprendi sempre de forma mecânica, tendo que decorar e reproduzo isto com meus alunos, sei que não está certo, que é importante compreender conforme discutimos. É que os alunos se atrapalham por que não sabem a tabuada, esta forma vai ajudar eles a memorizar, facilitando os cálculos de multiplicação e divisão.</p>

Fonte: Dados da pesquisa (2014)

A professora A relata: “*Através desta atividade podemos ir problematizando, desafiando os alunos como fomos desafiadas aqui*”. Podemos perceber, pela fala, que o estudo da tabela pitagórica não se consolidou como um mero procedimento mecânico para a professora A, mas alçou possibilidades para que ela utilize esse conhecimento em benefício dos alunos. Já na fala da professora B, percebemos evidências de que a atividade não atingiu seu fim. Embora no depoimento a docente considere que *é importante “compreender”*, destacamos a parte em que ela diz que *“esta forma vai ajudar eles a memorizar, facilitando os cálculos de multiplicação e divisão”*, o que demonstra que a professora continua relacionando multiplicação e divisão a cálculos e tabuada. Pesquisadores (PIRES, 2012; BRASIL, 2014b; BROITMAN, 2011; BRASIL, 1997; VERGNAUD, 2009) reconhecem a importância da memorização da tabuada como elemento facilitador para realizar operações de cálculo de multiplicação e divisão. Contudo, recomendam que os conceitos de divisão e multiplicação sejam trabalhados no contexto de resolução de problemas, para que os alunos possam compreender os significados e conceitos das operações e utilizá-las em diferentes contextos.

Dessa maneira, no que concerne à categoria *Conhecimentos e concepções de ensino de professores polivalentes sobre conceitos relacionados ao campo multiplicativo*, podemos destacar que além de dificuldades referentes aos



*conhecimentos do conteúdo* que fazem parte do campo multiplicativo, as professoras pesquisadas também evidenciaram deficiências no que diz respeito aos *conhecimentos pedagógicos*. Diante de tais constatações, observamos que é necessário promover momentos de reflexão para desconstruir uma prática que parece estar cristalizada nas concepções pedagógicas das professoras pesquisadas, com destaque à professora B, qual seja: o ensino e a aprendizagem das operações de multiplicação e divisão só são possíveis se ancorados na memorização da tabuada e nos algoritmos. Nessa direção, esperamos que este trabalho, realizado na perspectiva do Campo Conceitual Multiplicativo, ajude a superar essa prática, na medida em que aborda o trabalho na sala de aula por meio da metodologia de resolução de problemas, explorando os conceitos que devem ser elaborados em diferentes situações e refletindo sobre eles.

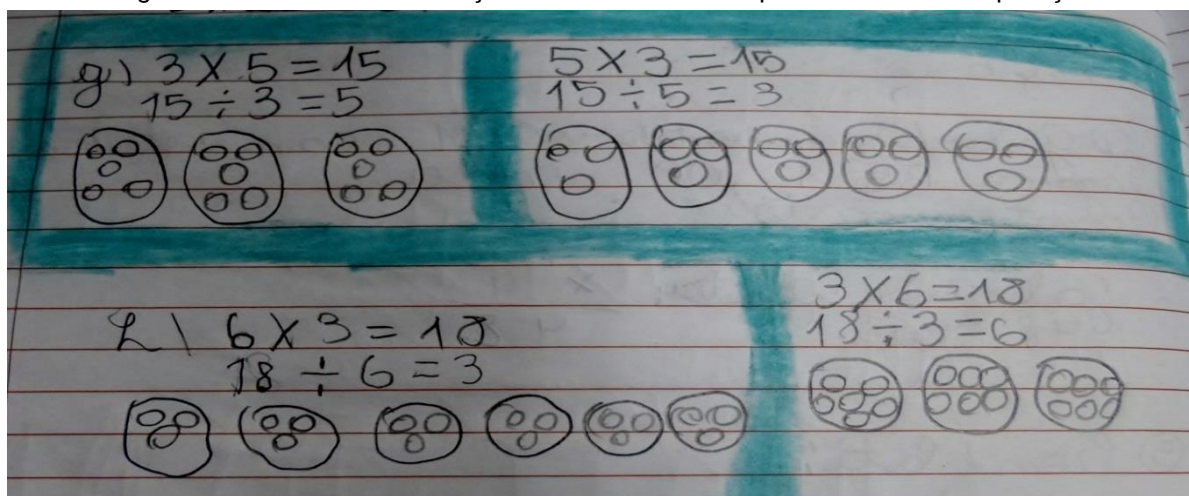
## 4.2 A PRÁTICA PEDAGÓGICA DAS PROFESSORAS POLIVALENTES PARA ENSINAR OS CONCEITOS DO CAMPO MULTIPLICATIVO AOS ALUNOS ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Nesta categoria, evidenciamos as práticas pedagógicas produzidas pelas professoras A e B com seus alunos em sala de aula ao trabalharem a estrutura multiplicativa através de resolução de problemas.

### 4.2.1 A prática e as aulas da professora A

Acompanhamos quatro aulas da professora A sobre resolução de problemas do campo multiplicativo. Na primeira delas, a professora A desenvolveu problemas de proporcionalidade-multiplicação. Usando copinhos descartáveis e grãos de feijão, solicitou, oralmente, que os alunos colocassem determinada quantidade de grãos em um dos copinhos, e a seguir questionou: “*Se em um copinho temos 8 grãos, quantos grãos haverá em 6 copinhos?*” Na mesma atividade, a professora A trabalhou a ideia de divisão na categoria proporcionalidade, assim questionando os alunos: “*Se temos 48 grãos, em quantas partes esses grãos estão divididos?*”

Figura 34: Protocolo da resolução do Problema de Proporcionalidade Multiplicação

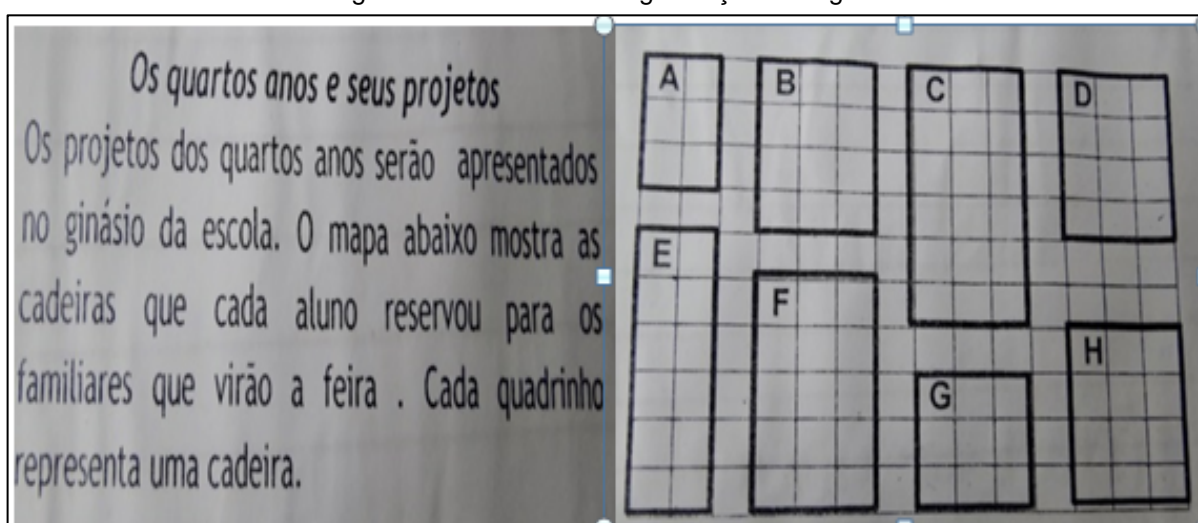


Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Os alunos foram orientados a registrar (Figura 34) cada situação no caderno, organizando separadamente os casos de multiplicação e divisão. Ao final de cada atividade, um aluno ia ao quadro e mostrava aos demais suas estratégias de resolução.

Na segunda aula observada, a professora A trabalhou o conceito de organização retangular, utilizando uma situação do contexto dos alunos. Criou problema de organização retangular usando como tema a mostra pedagógica que ocorreria na escola. A partir disso, desenvolveu atividades problematizadoras (Figura 35), cujo registro dos alunos pode ser visualizado na Figura 36.

Figura 35: Problema de organização retangular



Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Figura 36: Protocolo da resolução do Problema de organização retangular

Complete a tabela da reserva das cadeiras

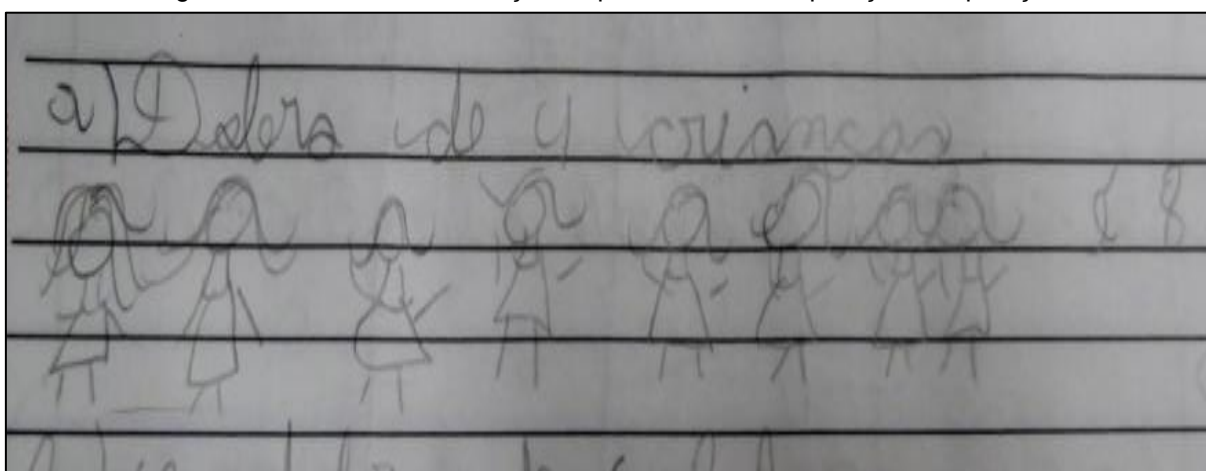
	Total de cadeiras	Operação
A	6	$2 \times 3$
B	12	$3 \times 4$
C	18	$3 \times 6$
D	12	$3 \times 4$
E	12	$2 \times 6$
F	15	$3 \times 5$
G	9	$3 \times 3$
H	12	$3 \times 4$

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

A partir do mesmo tema, a professora elaborou com os alunos problemas de organização retangular, divisão partição. Iniciou escrevendo no quadro: “12 cadeiras seriam organizadas em 3 fileiras, quantas cadeiras terá cada fileira?” Um dos alunos manifestou que o problema era igual aos que já haviam resolvido, só que de divisão.

Na terceira observação, a professora A desenvolveu problemas de Comparação Multiplicação. Iniciou a aula chamando determinado número de alunos à frente e os demais deveriam encontrar o dobro e o triplo dos alunos que foram chamados. A cada situação proposta, os alunos eram orientados a organizar registros em seus cadernos, como forma de evidenciar os resultados. A seguir, mostra-se a forma de registro (Figura 37) de um dos alunos sobre a atividade:

Figura 37: Protocolo de resolução de problema de multiplicação comparação



Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Em outro momento da aula, a professora A trabalhou o conceito de comparação divisão partição, distribuindo aos alunos cédulas de dinheiro sem validade. Escreveu no quadro o seguinte problema: *Renato tem R\$ 16,00 e seu irmão tem a metade. Quanto dinheiro tem o irmão de Renato?* Utilizando as cédulas, os alunos dividiram e registraram em seus cadernos as respostas encontradas. A professora chamou três alunos à lousa para que eles escrevessem suas estratégias de resolução e explicassem aos demais colegas como encontraram o resultado. Observamos que apenas um dos três alunos utilizou a operação, os demais usaram desenhos.

Na última aula que observamos, a professora A trabalhou os conceitos de combinatória com os alunos. Logo na chegada, a docente nos mostrou que havia organizado material com desenhos de vestimentas impressos em papel colorido. Conforme a professora A, “Os problemas de combinatória, penso que são os mais difíceis, o uso das gravuras será mais fácil, fica mais concreto”. A professora A entregou os desenhos e solicitou que os alunos recortassem as gravuras e as colocassem de lado. Em seguida, escreveu no quadro: “*Gabriel tem 2 calças e 3 camisetas. De quantas formas diferentes ele pode se vestir combinando as calças e camisetas?*”

Os alunos anotaram o problema no caderno e a professora A passou a questioná-los sobre possíveis soluções. Percebemos que eles tiveram dificuldades para realizar o problema. Alguns não perceberam que poderiam combinar as peças entre si e encontraram apenas duas combinações. A professora circulou entre os alunos orientando-os e questionando-os. Para finalizar a atividade, como nas aulas anteriores, alguns alunos foram até a lousa para expor os resultados e explicar as estratégias utilizadas. Abaixo, segue o protocolo de resolução de um dos alunos (Figura 38):

Figura 38: Protocolo de resolução de problema de multiplicação combinatória

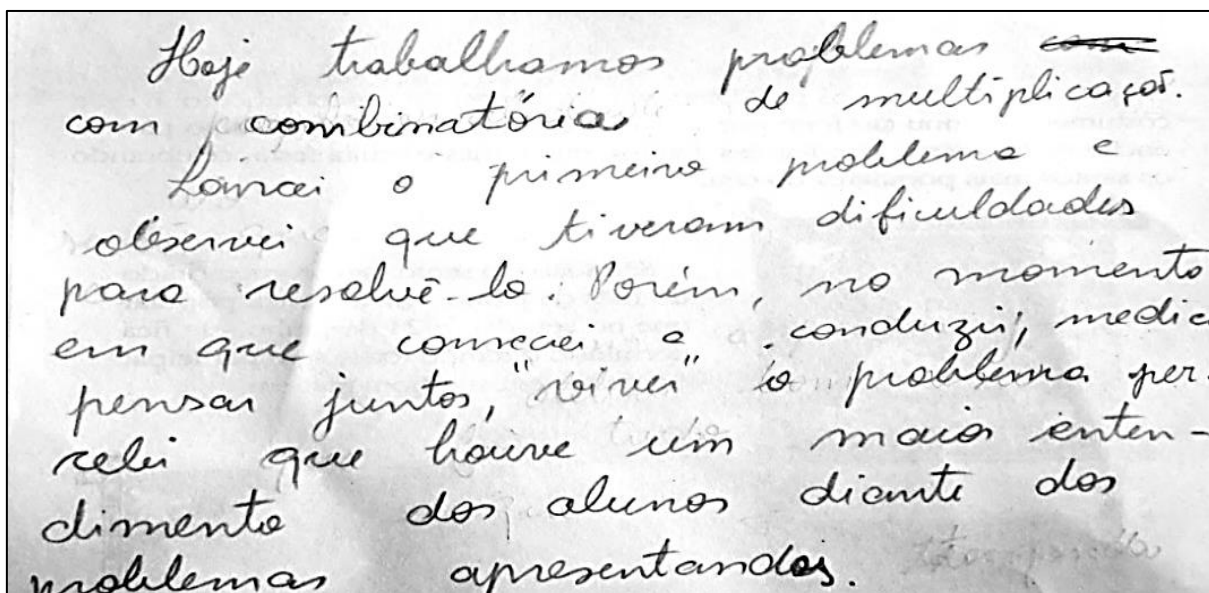


Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Após discutir as estratégias e os resultados encontrados pelos alunos, a professora perguntou se havia alguma operação que pudesse resolver esse problema. Um dos alunos respondeu multiplicação, e explicou o processo de pensamento: “Se são duas calças e três camisetas então tem que fazer duas vezes três, porque eu vou usar cada calça três vezes então dá seis”.

Após essa discussão, a professora mostrou aos alunos que havia outras formas de se chegar ao resultado. Para tanto, mostrou a árvore das possibilidades e a tabela de dupla entrada, sempre chamando os alunos para participar de sua explicação. Sobre esta aula, também encontramos um registro no caderno de campo da professora:

Figura 39: Registro da professora A no diário de campo



Hoje trabalhamos problemas ~~com~~ de multiplicação com combinatória. Lançei o primeiro problema e observei que tiveram dificuldades para resolvê-lo. Porém, no momento em que comecei a conduzir, mediar e pensar juntos, vi que houve um maior entendimento dos alunos diante dos problemas apresentados.

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

No registro da professora A (Figura 39), percebe-se uma dificuldade inicial, que é superada quando ela passa a “conduzir, mediar e pensar” com os alunos. Ouvimos a professora A utilizar a expressão “conduzir o pensamento aluno”. Ao ser questionada sobre a expressão, ela explicou que:

*“No início achei difícil compreender e trabalhar com os alunos todos os problemas, ainda estou aprendendo, mas ao começar vi que é possível direcionar o pensamento do aluno através de perguntas, conduzindo para que eles (os alunos) pensem em um jeito de resolver o problema”.*  
(PROFESSORA A)

Em sua fala, a professora A reconhece a importância da mediação para

orientar a aprendizagem do aluno durante a resolução de problemas (JUSTO 2009). Seu depoimento também demonstra a necessidade de momentos de estudo do docente, que deve parar para pensar sobre o que faz, num processo de ação-reflexão-ação, como apontado por Schön (1992).

Analisando os registros dos cadernos dos alunos e do diário de classe da professora A, encontramos atividades que contemplavam os problemas da estrutura multiplicativa conforme os tratamos durante a formação continuada de professores.

Conforme Lorenzato (2010, p. 3), “ninguém consegue ensinar o que não sabe”. Acreditamos que essa pode ser uma das justificativas para que o ensino de conceitos do campo multiplicativo por meio de resolução de problemas não ocorresse na prática da professora A. Nesse sentido, o fato de a docente ter participado da formação continuada pode ter contribuído para a apropriação do conteúdo, minimizando a dificuldade relacionada ao pouco conhecimento e também ampliando suas experiências de ensino de Matemática.

Destacamos, ainda, que a professora A tinha uma boa organização em sala de aula e um bom relacionamento com a turma, que era convidada a participar das explicações. Nas aulas que acompanhamos, a professora A sempre organizava os alunos solicitando que trabalhassem em dupla e, ainda, circulava entre eles enquanto realizavam as atividades. Ela se mostrou comprometida durante a pesquisa e pareceu motivar seus alunos, que vibravam ao saber que a aula seria de resolução de problemas.

#### **4.2.2 A prática e as aulas da professora B**

Observamos quatro aulas da professora B, nas quais ela desenvolveu o conteúdo de resolução de problemas do campo multiplicativo. Na primeira aula, a professora trabalhou com problemas de proporcionalidade.

Durante nossa observação, a docente organizou seus alunos em grupos de quatro, efetuou a leitura do problema e instigou os alunos a encontrarem a solução, enquanto circulava entre os grupos realizando interferências. Para correção do problema, a professora sentou-se e chamou os alunos um a um a sua mesa. Percebemos que essa estratégia gerou desordem e dispersão na turma, pois os



alunos que já haviam concluído a atividade passaram a circular pela sala. A atividade também gerou desperdício de tempo, pois a professora B utilizou aproximadamente 30 minutos para olhar todos os cadernos. Feito isso, para mostrar as estratégias de resolução, a professora chamou os alunos ao quadro. Destacamos o problema proposto pela professora B e a configuração de resolução empregada por um aluno, que demonstrou, no quadro-negro, o mesmo procedimento que tinha elaborado no caderno (Figura 40):

Figura 40: Protocolo de Resolução de problema de Proporcionalidade

PROBLEMAS		
a) Uma caixa		
Quantos tampinhas em:		
6 caixas	7 caixas	8 caixas
18	18	18
$\times 6$	$\times 7$	$\times 8$
108	126	144

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Após a resolução no quadro, acompanhamos um diálogo entre a docente B e o aluno:

*Aluno: "Olha só prof. dá para fazer uma expressão numérica com os resultados deste problema".*

*Professora B: "Como assim?"*

*Aluno: "Se a gente quiser saber quantas tampinhas têm em todas as caixas dá para fazer uma expressão numérica. A gente pega  $18 \times 6$ ,  $18 \times 7$ ,  $18 \times 8$  e soma os resultados".*

*Professora B: "Mas este tipo de expressão numérica tu só vai aprender no ano que vem" (PROFESSORA B e ALUNO).*

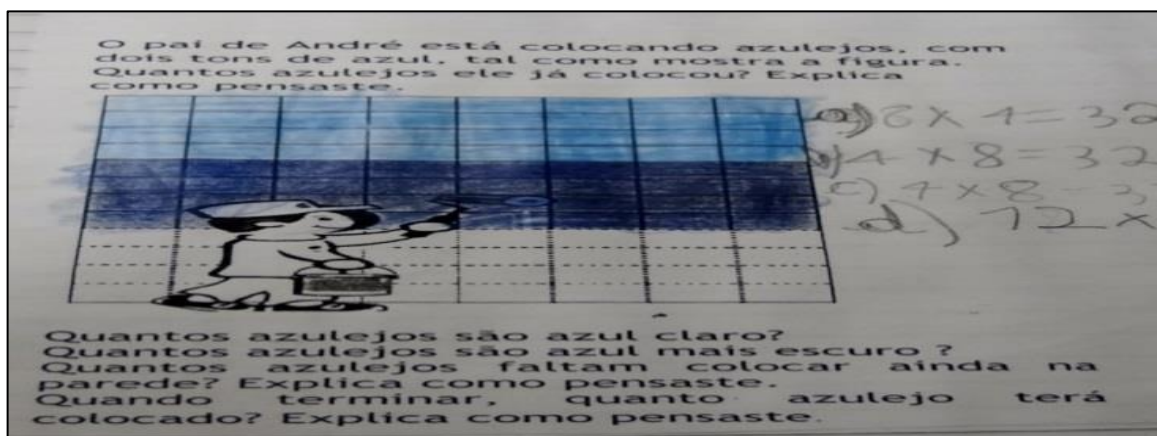
Após o término da aula, comentamos sobre esse episódio e a professora B nos disse que também estava trabalhando com expressões numéricas com a turma, mas não achou conveniente responder a indagação do aluno, pois essa forma de expressão numérica só é ensinada no 5º ano.

Schön (1992) classifica um momento desses como reflexão-na-ação. Para o autor, é necessário que o professor desenvolva o pensamento reflexivo durante o ensino, sendo que quanto maior é seu conhecimento, melhor será seu desempenho na tarefa de lidar com os alunos. Dessa maneira, na situação descrita, nos parece que a professora B não conseguiu elaborar uma reflexão a partir da ação do aluno, postergando a possibilidade de relacionar os conhecimentos que estava desenvolvendo com os alunos naquele momento para o ano seguinte.

Conversamos também com a professora B sobre os princípios da metodologia de resolução de problemas, destacando que esse processo requer o envolvimento tanto do professor como dos alunos.

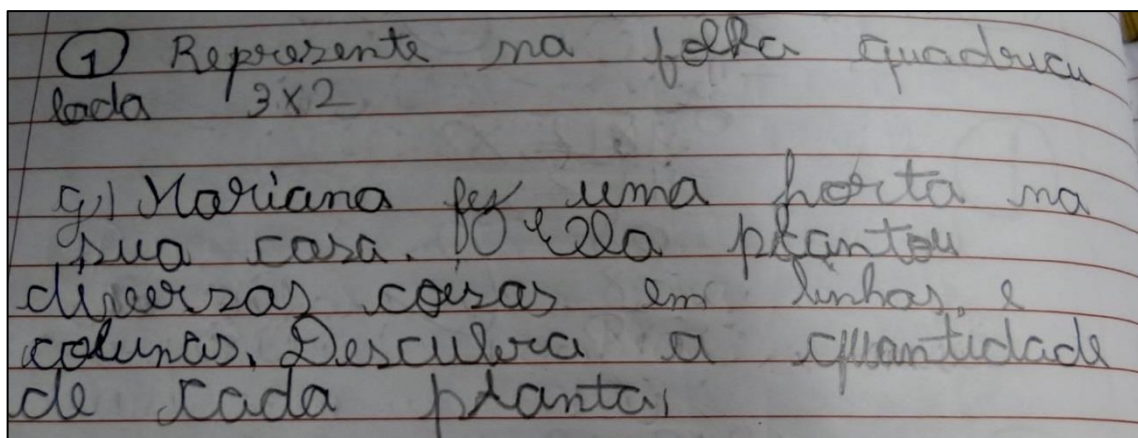
Na segunda observação que procedemos, a professora B trabalhou os conceitos de organização retangular, utilizando as seguintes situações (Figura 41 e 42):

Figura 41: Problema de organização retangular



Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Figura 42: Problema de organização retangular

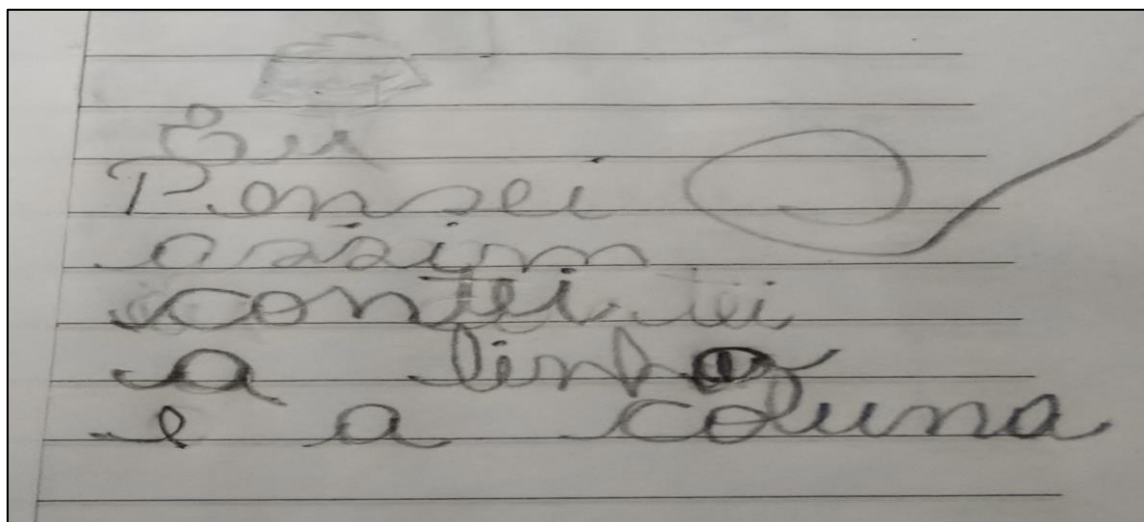


Fonte: Dados da pesquisa (2014).



Percebemos, durante essa observação, certa mudança na postura da professora B. A docente orientou os alunos conforme discutimos nos encontros de formação, questionou-os, acompanhou o processo de resolução e solicitou que eles escrevessem (Figura 43), demonstrassem e explicassem suas estratégias de resolução para os colegas. No final, trabalhou as operações necessárias para resolver os problemas que havia proposto.

Figura 43: Descrição de um aluno sobre sua estratégia de resolução de problema de organização retangular



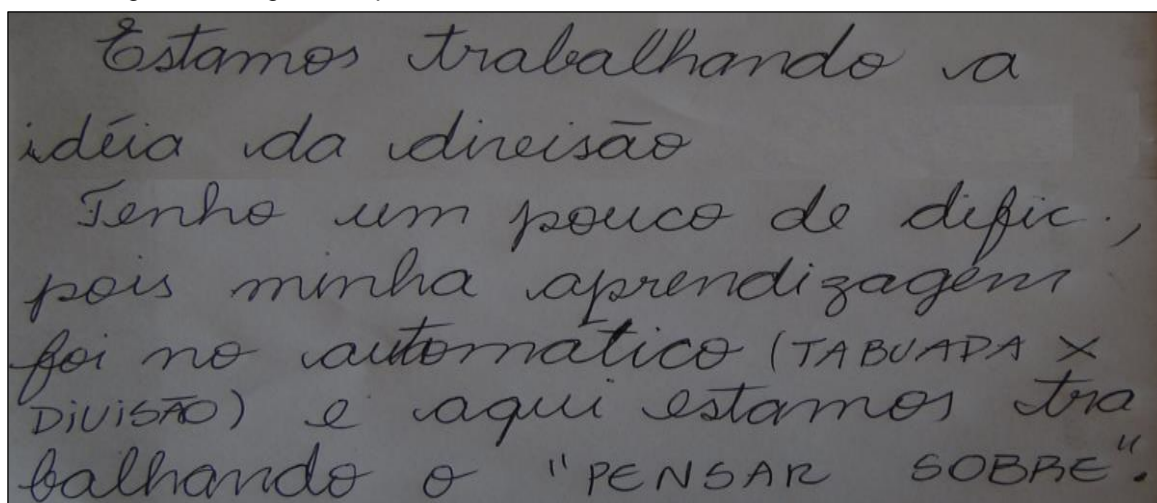
Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Ao final da aula, elogiamos a professora B, que fez o seguinte comentário:

*“O ato de ensinar é solitário, muito bom ter alguém que nos olhe e nos ajude. Sei de minhas limitações, preciso de tudo dentro de caixinhas, preciso estar segura, nesta proposta estamos trabalhando diferente, me sinto desafiada e estou procurando quebrar minhas barreiras” (PROFESSORA B).*

Destacamos, também, um registro encontrado no caderno de campo da professora (Figura 44), que expressa as suas inquietações:

Figura 44: Registro da professora B sobre seu trabalho com o conceito de divisão



Estamos trabalhando a ideia da divisão. Tenho um pouco de dificuldade, pois minha aprendizagem foi no automático (TABUADA X DIVISÃO) e aqui estamos trabalhando o "PENSAR SOBRE".

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

A fala e o registro encontrados no caderno de campo da professora B podem evidenciar que seu saber docente e sua identidade são fortemente influenciados pelas vivências do seu tempo de estudante. Consideramos que os professores em exercício, hoje, devem refletir e tomar consciência de suas experiências negativas com a Matemática, pois é parte do ofício desenvolvê-la com seus alunos. Alarcão (2004, p. 41) afirma que "A noção de professor reflexivo baseia-se na consciência da capacidade de pensamento e reflexão que caracteriza o ser humano como criativo e não como mero reproduzidor de ideias e práticas".

Na terceira aula, a professora B trabalhou o conceito de multiplicação comparativa, utilizando material dourado como suporte. Os alunos tomaram um dado número de peças do material dourado e precisavam encontrar o dobro, o triplo, o quádruplo e, posteriormente a metade, a terça parte e a quarta parte. Os discentes organizaram registros no caderno e após demonstraram aos colegas, na lousa, as estratégias empregadas. Nessa observação, a professora B nos pareceu mais segura para mediar e desenvolver a atividade. Dessa forma, percebemos também os alunos mais envolvidos nas tarefas que ela propunha.

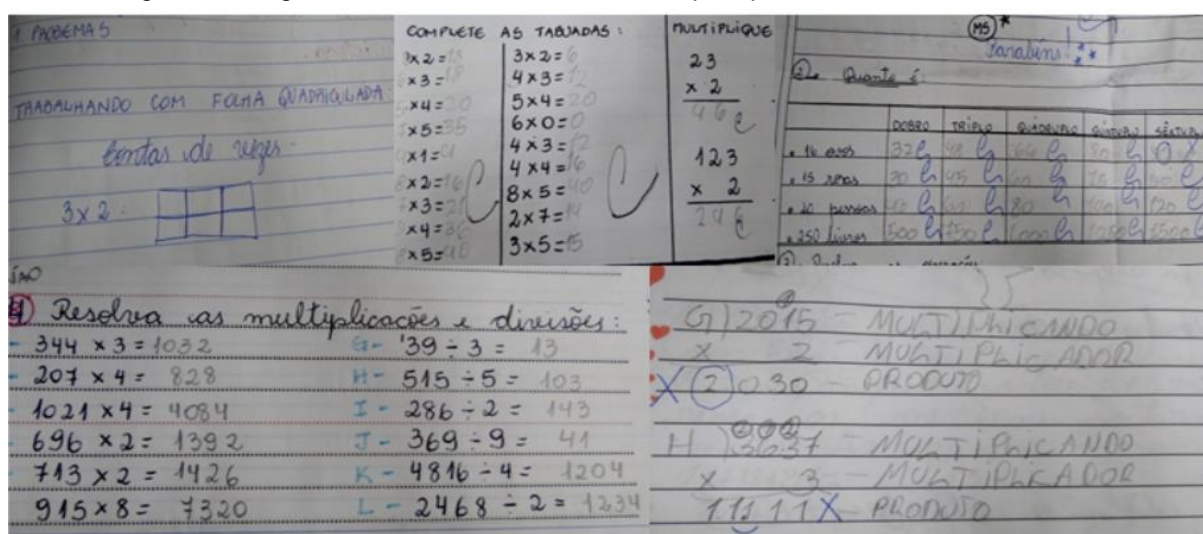
Na quarta observação que fizemos, a professora B trabalhou o conceito de combinatória através de resolução de problemas. Iniciou escrevendo no quadro o problema que estava registrado em seu diário de classe: *A padaria Vitória faz 15 sanduíches diferentes. Se na padaria há 3 tipos de pães, todos diferentes, quantos são os recheios?* A docente questionou os alunos, e como eles não conseguiam compreender o problema, utilizando o quadro negro, em conjunto com os alunos,

elaborou uma árvore das possibilidades. Orientou o processo questionando os alunos, de forma que eles foram apontando as respostas. A seguir, escreveu no quadro negro um novo problema, também de combinatória: *Para pintar sua casa, Pedro terá que escolher duas cores, uma para as paredes e outra para as aberturas. As cores disponíveis são branco, azul e verde. Quantas combinações Pedro pode fazer?*

Percebemos o envolvimento dos alunos nessa atividade por meio das discussões mobilizadas nos grupos. Observamos que boa parte da turma procurou resolver o problema proposto com desenhos. A professora circulou entre os grupos auxiliando os alunos, que ao final da atividade compartilharam suas estratégias demonstrando-as no quadro-negro. Durante a observação dessa aula, entendemos que a professora B procurou aplicar a metodologia de resolução de problemas conforme o estudo que estávamos desenvolvendo nos encontros de formação continuada de professores.

Com o objetivo de evidenciar dados da prática da professora B, observamos os cadernos de seus alunos e seu diário de classe. Os dados encontrados nos sugerem que mesmo após a sua participação na formação continuada, permaneceu valorizando o emprego de algoritmos nas atividades que propunha aos alunos, conforme pode ser visualizado na Figura 45.

Figura 45: Registro de atividades desenvolvidas pela professora B com seus alunos



Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Conforme retratado na Figura 45, em uma situação em que poderia explorar o conceito de organização retangular, a professora B escreveu em seu diário de classe "conta de vezes". Ainda em seu diário, aparece uma extensa quantidade de operações de multiplicação e divisão. Quando lhe perguntamos o objetivo dessa atividade, a professora B argumentou que seus alunos estavam precisando aprender cálculos. Entendemos que, para a docente em questão, a estrutura multiplicativa tem uma importante ligação com a operação e não com o conceito, conforme ficou demonstrado durante o período de realização desta pesquisa. Sobre isso, Serrazina (2005) explica que ensinar Matemática requer tomada de decisão do professor sobre como e de que forma ensinar. Desenvolver o ensino da Matemática apenas com operações produz o empobrecimento do trabalho matemático. Dessa maneira, estimamos que a professora B precisa romper a concepção de que ensinar Matemática é ensinar a efetuar cálculos.

Encerramos esta seção refletindo sobre o que observamos na prática das professoras A e B, por meio da reflexão de Guérios:

É interessante observar que enquanto alguns professores são persistentes e se arriscam, várias vezes se necessário, em novas aventuras com seus alunos, outros são resistentes à mudança de rotina em sala de aula. Há os que sequer se permitem tentar isso, e há os que até tentam, mas a experiência, na tentativa, não se constitui em experiência autêntica. (GUÉRIOS, 2002, p. 196).

#### 4.3 RESSIGNIFICAÇÃO DOS CONHECIMENTOS SOBRE O CAMPO MULTIPLICATIVO DOS PROFESSORES POLIVALENTES POR MEIO DA PARTICIPAÇÃO NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

Nesta categoria, apresentamos um quadro no qual traçamos um paralelo entre as concepções iniciais das professoras A e B e as práticas reflexivas identificadas. Procuramos, nas falas, indícios de reelaboração dos conhecimentos sobre o campo multiplicativo a partir da experiência de formação continuada. A seguir, organizamos uma síntese (Figura 46), na qual são apresentados aspectos significativos relacionados ao que evidenciamos como ressignificação de conhecimentos das professoras A e B:

Figura 46: Processo de Ressignificação das Práticas

PROF <sup>a</sup>	CONCEPÇÕES INICIAIS	PRÁTICA REFLEXIVA	RESSIGNIFICAÇÕES
<b>A</b>	Afirmou que desconhecia a maioria dos conceitos da estrutura multiplicativa e por isso não os desenvolvia com seus alunos. Trabalhava com resolução de problemas, mas também atribuía importância aos algoritmos.	A formação continuada permitiu a troca, a análise de coisas que eu não sabia. O grande ganho é espaço para parar um tempo, discutir, estudar. A gente tem muitas coisas para fazer na escola, então não tira um tempo para estudar, para pensar. Eu aprendi muito, e percebo que isso vai ser muito bom no trabalho com meus alunos, vou poder ampliar as possibilidades de aprendizagens.	Afirmou que as vivências da formação continuada contribuíram para que compreendesse os conceitos do campo multiplicativo. Percebeu a possibilidade e a importância, e passou a desenvolver com seus alunos a aprendizagem de conceitos matemáticos através de resolução de problemas.
<b>B</b>	Afirmou que tinha informações sobre a categorização dos conceitos da estrutura multiplicativa, mas não havia se apropriado e, por isso, não desenvolvia todos os conceitos com seus alunos. Trabalhava com resolução de problemas, mas também atribuía importância aos algoritmos e à tabuada.	Reconheceu que tem dificuldades para ensinar, relatou que "precisa tudo dentro de caixinhas", que tem dificuldades para coisas novas, mas que está tentando superar isso.	Afirmou ter percebido que problematizar é a forma mais adequada de ensinar conceitos matemáticos, pois auxilia os alunos a pensar sobre o que estão fazendo. Empregou a resolução de problemas para desenvolver conceitos matemáticos do campo multiplicativo nas aulas observadas.

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Dados dos relatos e evidências da prática da professora A parecem apontar que a docente ressignificou suas concepções à respeito dos conhecimentos do campo multiplicativo e, conseqüentemente, o seu ensino, passando a aplicar a resolução de problemas. A docente expõe: *“Eu, através dos problemas, consegui entender na prática os conceitos, então eu penso que através dos problemas será mais fácil para meus alunos entenderem também”*. A fala evidencia que a professora percebeu a resolução de problemas como uma metodologia a ser empregada para facilitar a aprendizagem dos alunos (SMOLE; DINIZ, 2001).

Destacamos, ainda, uma reflexão importante no que se refere à mediação. Ao longo de sua atuação, a professora A percebeu que as ações de questionar, orientar e acompanhar os alunos durante o processo de resolução de problemas contribuíam para que eles desenvolvessem estratégias próprias para resolver o que foi proposto. Nacarato, Mengali e Passos (2009) consideram que o professor cria as oportunidades para a aprendizagem quando propõe

[...] atividades significativas e desafiadoras para seus alunos, seja na gestão de sala de aula; nas perguntas interessantes que faz e que mobilizam os alunos ao pensamento, à indagação; na postura investigativa que assume diante da imprevisibilidade sempre presente numa sala de aula; na ousadia de sair da zona de conforto e arriscar-se na zona de risco (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009, p. 35, grifo do autor).

Com relação à professora B, embora tenhamos evidenciado a ressignificação de conceitos referentes ao campo multiplicativo em algumas de suas falas e aulas que observamos, não visualizamos com clareza momentos de ressignificação de sua prática. Conforme já comentado, ao analisarmos as atividades que a docente desenvolveu no cotidiano de suas aulas, por meio de seu diário de classe e de registros de cadernos dos alunos, percebemos que ela prosseguiu desenvolvendo operações matemáticas ao invés de empregar a metodologia de resolução de problemas. Essa forma de ensino não favorece que os estudantes compreendam conceitos e procedimentos.

Nesse sentido, Nóvoa (1992b, p. 16) afirma que a construção da identidade docente “é um lugar de lutas e de conflitos, é um lugar de construção de maneiras de ser e de estar na profissão”, portanto, é um processo longo e complexo. O professor necessita de tempo para assimilar mudanças que conduzam ao repensar da prática pedagógica e para tomar consciência sobre o que faz, como faz e por que faz em sala de aula com os próprios saberes e os saberes dos alunos.

Consideramos, assim, que a professora A assumiu o seu papel na prática com seus alunos durante o estudo que foi desenvolvido. Para ela, a formação continuada atingiu o seu fim. Com relação à professora B, diante das contradições que percebemos, nos parece que ela ainda está no caminho, revendo suas concepções a fim de superar dificuldades e medos e de vencer limitações para transformar aspectos de sua prática em benefícios de aprendizagem de seus alunos.

#### 4.4 ESTRATÉGIAS EMPREGADAS PELOS ALUNOS PARTICIPANTES DA PESQUISA PARA RESOLVER OS PROBLEMAS MATEMÁTICOS DO CAMPO MULTIPLICATIVO PROPOSTOS NOS PRÉ-TESTES E PÓS-TESTES

Nesta categoria, analisamos as estratégias empregadas pelos alunos dos 4º anos 1 e 2 para resolver os problemas do campo multiplicativo, por meio de dados obtidos nos pré e pós-testes.

O pré-teste e o pós-teste correspondem a um grupo de 11 problemas (APÊNDICE F) propostos aos alunos das duas turmas de 4<sup>o</sup> ano pesquisadas, aplicados no início e no final do estudo. Esses instrumentos forneceram evidências das estratégias empregadas pelos alunos para resolver problemas matemáticos do campo multiplicativo antes e depois da participação de suas professoras na formação continuada. Lautert e Spinillo (2002) alertam que as representações utilizadas e as noções atribuídas pelas crianças no momento de demonstrar seu conhecimento sobre números, quantidades e algoritmos não devem ser negligenciadas, pois revelam muito sobre o que a criança já aprendeu ou está aprendendo a respeito dos conceitos estudados.

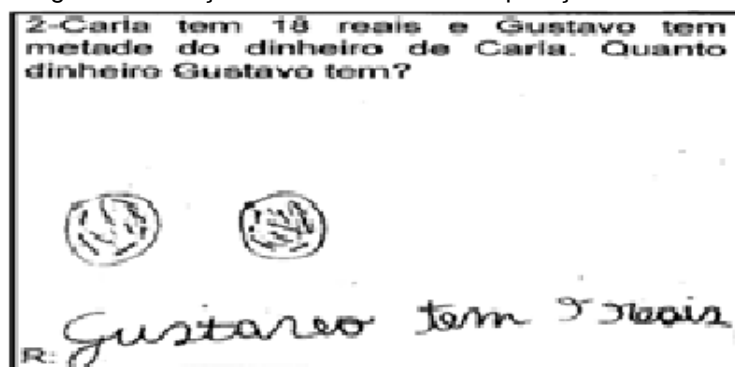
Por conseguinte, os dados obtidos por meio dos testes foram analisados sob o enfoque qualitativo. Mais do que encontrar “erros” e “acertos”, buscamos compreender os avanços demonstrados através das estratégias empregadas pelos alunos. Avaliamos que estes podem ter relação com o estudo de conceitos do campo multiplicativo desenvolvido com as professoras.

Para analisar as estratégias empregadas pelos alunos ao resolver os problemas propostos, organizamos categorias, considerando os métodos mais utilizados: *representações pictóricas; algoritmo da adição ou subtração; algoritmo da multiplicação; algoritmo da divisão e algoritmo da divisão*. Destacamos que alguns alunos não apresentaram estratégia de resolução, deixando questões “em branco”.

#### **4.4.1 Representações pictóricas**

Nesta categoria incluímos as estratégias de resolução em que o aluno empregou desenhos para resolver o problema proposto. Observamos que, nesses casos, as respostas apresentadas geralmente estavam corretas. Conforme Smole e Diniz (2001, p. 31) “o nível de compreensão de um conceito ou ideia está intimamente relacionado à capacidade de comunicá-lo”. Dessa maneira, consideramos que as representações pictóricas utilizadas pelos alunos para resolver problemas matemáticos podem revelar os conhecimentos já elaborados e oferecer pistas do que ainda precisa ser construído. A seguir, observamos situações em que estratégias de representação pictórica foram empregadas:

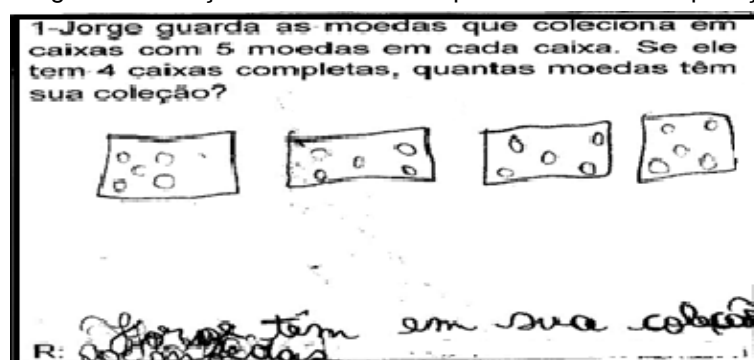
Figura 47: Estratégia de resolução de Problema de Comparação Divisão Quota – Pré-teste



Fonte: Dados da pesquisa (2014).

O aluno JK usou a representação pictórica para resolver o problema de comparação divisão quota (Figura 47) do pré-teste. Para tanto, tomou o valor dado, dezoito reais, e desenhou para achar o tamanho das partes previamente estabelecidas pelo conceito de metade, chegando ao resultado que resolve o problema. A estratégia empregada pode evidenciar que o aluno já tinha elaborado o conceito de metade. Tal procedimento corrobora a pesquisa de Spinillo e Lautert (2006) que afirmam que os alunos, mesmo que ainda não tenham sido formalmente ensinados, conseguem, à sua maneira, resolver problemas escolares ou cotidianos.

Figura 48: Estratégia de resolução Problema de Proporcionalidade Multiplicação – Pós- teste

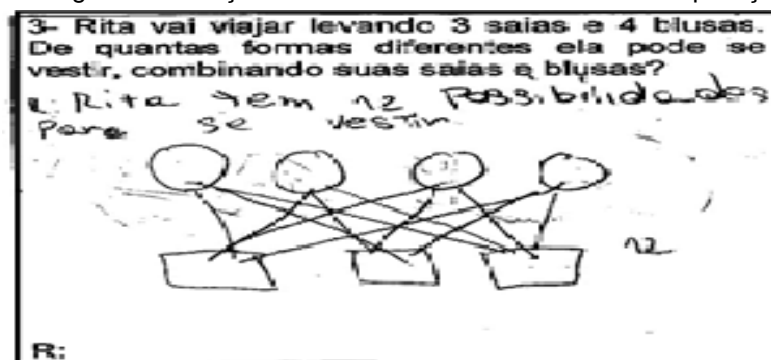


Fonte: Dados da pesquisa (2014).

O protocolo de resolução do problema de proporcionalidade multiplicação, (Figura 48), elaborado pelo aluno VC no pós-teste, mostra que ele organizou sua solução através de um desenho que expressa a relação multiplicativa. Desenhou 4 caixas com 5 moedas cada, configurando a utilização da ação de replicação (NUNES; BRYANT 1997). A estratégia empregada apresenta fortes indícios de que pode o aluno compreendeu o problema.



Figura 49: Estratégia de resolução de Problema de Combinatória Multiplicação – Pós-teste



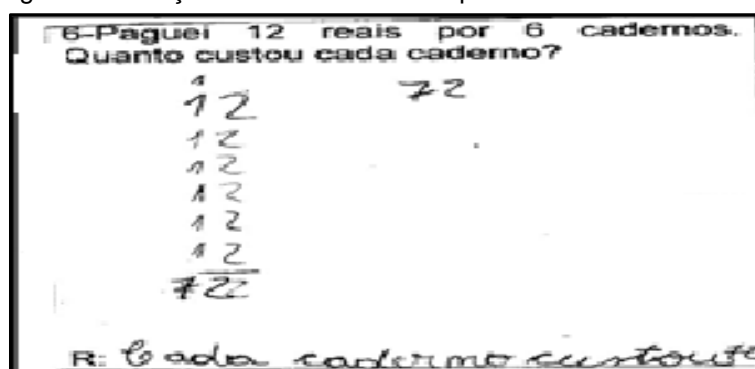
Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Através do protocolo de resolução da aluna LC no pós-teste do problema de combinatória multiplicação (Figura 49), é possível apreciar a progressão do raciocínio combinatório. LC utilizou o esquema que se aproxima da árvore das possibilidades, representando as quatro blusas por meio de um círculo e as três saias por uma figura que se assemelha a um retângulo. Assim, a aluna combinou as figuras e encontrou o resultado do problema.

#### 4.4.2 Algoritmo da adição ou subtração

Nesta categoria enquadram-se as estratégias de resolução em que o aluno se valeu de operação de adição ou subtração para resolver os problemas. Nessas situações, geralmente a resposta encontrada era incorreta.

Figura 50: Estratégia de resolução de Problema de Proporcionalidade Divisão Partição – Pré-teste



Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Para resolver esse problema de Proporcionalidade Divisão Partição (Figura 50), VP teria que encontrar o tamanho de uma parte, ou seja, o custo de um caderno, dividindo doze reais em seis partes iguais. O aluno utilizou a adição como estratégia de resolução: tomou doze reais, repetiu seis vezes, e somou os valores, encontrando setenta e dois. A estratégia empregada pode demonstrar que o aluno não compreendeu o problema como relacionado à multiplicação, pois o resolveu como se ele se reportasse ao conceito de adição.

Figura 51: Estratégia de resolução de Problema de Configuração Retangular Multiplicação – Pré-teste

5 - Na sala de aula as carteiras estão organizadas em 5 filas e 4 colunas. Quantas carteiras há na sala?

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 4 \\ \hline 9 \end{array}$$

R: A na sala 9 carteiras

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

O estudante PL realizou uma operação de adição para resolver um problema de configuração retangular multiplicação (Figura 51). A fim de obter o número de carteiras que estão na sala de aula, ao resolver o problema no pré-teste, PL tomou os números de carteiras e fileiras e as adicionou, evidenciando que não compreendeu os conceitos referentes ao problema.

Figura 52: Estratégia de resolução de Problema de Comparação Multiplicação – Pré-teste

5 - Fábio tem 3 vezes a quantidade de figurinhas de João. Se João tem 4 figurinhas, quantas figurinhas tem Fábio?

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 4 \\ \hline 7 \end{array}$$

R: FÁBIO TEM 7 FIGURINHAS

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

No pré-teste, para solucionar o problema de Comparação Multiplicação (Figura 52), o aluno GL tomou os valores dados no problema e os adicionou. A expressão “vezes mais”, manifestada no enunciado, pode ter levado o estudante a interpretar a situação como adição. Conforme Magina, Santos e Merlini (2011), problemas como este são complexos para estudantes desse nível de escolaridade. A solução traz indícios de que o aluno não compreendeu os conceitos implícitos problema.

#### 4.4.3 Algoritmo da multiplicação

Nessa categoria incluem-se as estratégias em que o aluno utilizou a operação de multiplicação para resolver o problema proposto, geralmente acertando a resposta.

Figura 53: Protocolo de resolução de Problema de Comparação Multiplicação – Pós-teste

6 - Fábio tem 3 vezes a quantidade de figurinhas de João. Se João tem 4 figurinhas, quantas figurinhas tem Fábio?

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 3 \\ \hline 12 \end{array}$$

R. FÁBIO TEM 12 FIGURINHAS

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Para resolver o problema de comparação multiplicação no pós-teste (Figura 53), GL utilizou o procedimento operatório da multiplicação, o que indica tratar-se de um saber aprendido, visto que no pré-teste (Figura 52) ele empregou a adição para resolver o mesmo problema. Observamos que o referido aluno mobilizou seus conhecimentos acerca da multiplicação: para encontrar três vezes a quantidade de quatro figurinhas, multiplicou os valores entre si.

Figura 54: Estratégia de resolução de Problema de Combinatória Multiplicação – Pós-teste

3-Rita vai viajar levando 3 saias e 4 blusas. De quantas formas diferentes ela pode se vestir, combinando suas saias e blusas?

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 4 \\ \hline 12 \end{array}$$

R: ELA TEM 7 possibilidades para se vestir.

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Na solução elaborada por JB no pós-teste, ela empregou o procedimento da operação da multiplicação para resolver o problema de combinatória multiplicação (Figura 54). Podemos ajuizar, através da resposta escrita, que JB compreendeu o conceito necessário para solucionar essa situação.

Figura 55: Estratégia de resolução Problema de Configuração Retangular Multiplicação – Pós-teste

5- Na sala de aula as carteiras estão organizadas em 5 filas e 4 colunas. Quantas carteiras há na sala?

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 4 \\ \hline 20 \end{array}$$

R: Há na sala 20 carteiras

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Ao resolver o problema de configuração retangular multiplicação (Figura 55) no pós-teste, o aluno OL revelou, através do raciocínio empregado, que reconheceu o problema como pertencente ao campo multiplicativo. O discente tomou o número de filas e estabeleceu correspondência com o número de colunas por meio da operação de multiplicação, validando sua solução através da resposta que escreveu.

#### 4.4.4 Algoritmo da divisão

Nesta categoria apresentamos situações referentes ao algoritmo da divisão. Quando os alunos usaram o procedimento operatório dessa operação para resolver os problemas propostos, geralmente as respostas estavam corretas.

Figura 56: Estratégia de resolução de Problema de Proporcionalidade Divisão Partição – Pós-teste

6- Paguei 12 reais por 6 cadernos. Quanto custou cada caderno?

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 12 \\ \hline 00 \end{array}$$

Cada caderno custou 2 Reals.

R: .

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Sobre a resolução do problema proporcionalidade divisão partição no pós-teste (Figura 56), observamos que a aluna LR utilizou como procedimento a operação da divisão. Tal ação demonstra que ela reconheceu os termos da divisão, a saber, dividendo doze reais e divisor seis cadernos, e deu tratamento adequado aos dados numérico presentes no enunciado para encontrar o quociente (dois reais) e o resto (zero). A estratégia de resolução é validada pela resposta escrita, que indica o custo de cada caderno, podendo evidenciar um saber aprendido.

Figura 57: Estratégia de resolução de Problema de Proporcionalidade Divisão Quota – Pós-teste

5- Laura comprou alguns cadernos. Cada caderno custou 3 reais. Quantos cadernos Laura comprou se gastou 15 reais?

$$\begin{array}{r} 15 \\ - 15 \\ \hline 00 \end{array}$$

R: Laura comprou 5

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

No procedimento empregado por VR no pós-teste para resolver o problema de proporcionalidade divisão quota (Figura 57), o aluno tomou o valor gasto, quinze reais, que representa a quantidade a ser dividida, e o relacionou com o tamanho de partes previamente estabelecidas, encontrando o custo de um caderno, a saber, três reais. Assim, o discente empregou a técnica operatória da divisão e encontrou a solução do problema, ou seja, o número de cadernos comprados. A estratégia demonstrada por VR pode evidenciar que ele compreendeu os conceitos relacionados à situação proposta.

Figura 58: Estratégia de resolução de Problema de Comparação Divisão Partição – Pós-teste

1- Em um jogo, Luisa fez 15 pontos. Ela fez 3 vezes mais pontos que João. Quantos pontos João fez?

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 15} \\ -15 \phantom{0} \\ \hline 00 \end{array}$$

R: João fez 5 pontos

R:

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Ao resolver o problema de comparação divisão partição (Figura 58) no pós-teste, VF empregou a operação de divisão. O enunciado do problema, que apresenta a expressão “três vezes mais”, não se configurou um obstáculo para o aluno, que tomou o número de partes a ser dividida para encontrar a solução. Os quinze pontos foram divididos em três partes, restando o número cinco como resultado do problema. VF sinaliza que compreendeu a situação proposta, que é validada através de sua resposta escrita.

A fim de vislumbrar os dados referentes às estratégias empregadas pelos alunos ao resolver problemas matemáticos do campo multiplicativo, elaboramos tabelas demonstrativas com as informações encontradas, nas quais estão numeradas as notações empregadas pelos alunos na resolução nos pré e pós-testes (Tabelas 1 e 2).

Tabela 1: Estratégia de resolução empregadas pelos alunos do 4º ano 1

Problema	Teste	Estratégias de resolução									
		Representação Pictórica		Algoritmo da adição ou subtração		Algoritmo da multiplicação		Algoritmo da divisão		Em branco	
		alunos	%	alunos	%	alunos	%	alunos	%	alunos	%
P1. Proporcionalidade Multiplicação	Pré-teste	6	35,29	5	29,41	4	23,53	0	0,00	2	11,76
	Pós-teste	4	23,53	3	17,65	9	52,94	0	0,00	1	5,88
P2. Proporcionalidade Divisão Partição	Pré-teste	3	17,65	6	35,29	2	11,76	4	23,53	2	11,76
	Pós-teste	4	23,53	1	5,88	2	11,76	9	52,94	1	5,88
P3. Proporcionalidade Divisão Quota	Pré-teste	3	17,65	6	35,29	3	17,65	2	11,76	3	17,65
	Pós-teste	4	23,53	3	17,65	1	5,88	8	47,06	1	5,88
P4. Comparação Multiplicação	Pré-teste	5	29,41	6	35,29	5	29,41	0	0,00	1	5,88
	Pós-teste	4	23,53	4	23,53	7	41,18	0	0,00	2	11,76
P.5 Comparação Divisão Partição	Pré-teste	2	11,76	6	35,29	6	35,29	1	5,88	2	11,76
	Pós-teste	2	11,76	4	23,53	5	29,41	5	29,41	1	5,88
P6. Comparação Divisão Quota	Pré-teste	6	35,29	1	5,88	1	5,88	9	52,94	2	11,76
	Pós-teste	3	17,65	1	5,88	1	5,88	12	70,59	0	0,00
P7. Configuração Retangular Multiplicação	Pré-teste	7	41,18	5	29,41	3	17,65	0	0,00	2	11,76
	Pós-teste	4	23,53	3	17,65	9	52,94	0	0,00	1	5,88
P8. Configuração Retangular Divisão Partição	Pré-teste	6	35,29	5	29,41	1	5,88	3	17,65	2	11,76
	Pós-teste	5	29,41	3	17,65	0	0,00	8	47,06	1	5,88
P9. Configuração retangular Divisão Quota	Pré-teste	8	47,06	4	23,53	1	5,88	1	5,88	3	17,65
	Pós-teste	5	29,41	2	11,76	2	11,76	7	41,18	1	5,88
P10. Combinatória Multiplicação	Pré-teste	9	52,94	7	41,18	0	0,00	1	5,88	1	5,88
	Pós-teste	4	23,53	2	11,76	9	52,94	0	0,00	2	11,76
P.11 Combinatória Divisão	Pré-teste	6	35,29	8	47,06	0	0,00	0	0,00	3	17,65
	Pós-teste	7	35,29	3	29,41	2	23,53	4	0,00	1	11,76

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Tabela 2: Estratégias de resolução empregadas pelos alunos do 4º ano 2

Problemas	Teste	Estratégias de resolução									
		Representação Pictórica		Algoritmo da adição ou subtração		Algoritmo da multiplicação		Algoritmo da divisão		Em branco	
		alunos	%	alunos	%	alunos	%	alunos	%	alunos	%
P1. Proporcionalidade Multiplicação	Pré-teste	6	30,00	4	20,00	7	35,00	0	0,00	3	15,00
	Pós-teste	4	20,00	1	5,00	13	65,00	0	0,00	2	10,00
P2. Proporcionalidade Divisão Partição	Pré-teste	4	20,00	5	25,00	1	5,00	9	45,00	1	5,00
	Pós-teste	3	15,00	1	5,00	1	5,00	13	65,00	2	10,00
P3. Proporcionalidade Divisão Quota	Pré-teste	5	25,00	7	35,00	2	10,00	4	20,00	2	10,00
	Pós-teste	4	20,00	4	20,00	2	10,00	9	45,00	1	5,00
P4. Comparação Multiplicação	Pré-teste	4	20,00	9	45,00	4	20,00	0	0,00	2	10,00
	Pós-teste	5	25,00	4	20,00	8	40,00	1	5,00	2	10,00
P.5 Comparação Divisão Partição	Pré-teste	6	30,00	5	25,00	6	30,00	2	10,00	1	5,00
	Pós-teste	4	20,00	5	25,00	5	25,00	5	25,00	1	5,00
P6. Comparação Divisão Quota	Pré-teste	5	25,00	4	20,00	1	5,00	8	40,00	2	10,00
	Pós-teste	3	10,00	1	10,00	1	5,00	12	70,00	1	5,00
P7. Configuração Retangular Multiplicação	Pré-teste	9	45,00	7	35,00	2	10,00	0	0,00	2	10,00
	Pós-teste	7	35,00	3	15,00	8	40,00	1	5,00	1	5,00
P8. Configuração Retangular Divisão Partição	Pré-teste	7	35,00	8	40,00	4	20,00	0	0,00	1	5,00
	Pós-teste	6	30,00	3	15,00	3	15,00	7	35,00	1	5,00
P9. Configuração retangular Divisão Quota	Pré-teste	6	30,00	4	20,00	3	15,00	5	25,00	2	10,00
	Pós-teste	4	20,00	4	20,00	1	5,00	9	45,00	2	10,00
P10. Combinatória Multiplicação	Pré-teste	5	25,00	13	65,00	0	0,00	0	0,00	2	10,00
	Pós-teste	9	45,00	5	25,00	5	25,00	0	0,00	1	5,00
P.11 Combinatória Divisão	Pré-teste	10	50,00	8	40,00	0	0,00	0	0,00	2	10,00
	Pós-teste	13	65,00	2	10,00	1	5,00	3	15,00	1	5,00

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Entre as estratégias empregadas no pré-teste pelos alunos do 4º ano 1 e do 4º ano 2 (Tabelas 1 e 2) destacaram-se as representações pictóricas. Segundo Selva e Borba (2008), as crianças que recorrem ao desenho demonstram pouca familiaridade com o conceito, necessitando de uma percepção visual mais próxima da realidade para tentar compreender a questão levantada. No pós-teste, esse tipo de estratégia também foi utilizada, porém com menor frequência. Todavia, tal estratégia permitiu aos estudantes encontrar respostas corretas.



As operações matemáticas de adição e subtração também figuraram nos dados que encontramos, com maior assiduidade no pré-teste. Nesse tipo de notação, os estudantes tomaram os dados numéricos do problema e os adicionaram ou subtraíram entre si. Portanto, a estratégia não ofereceu a possibilidade de encontrar a solução. Consideramos que isso pode indicar que alguns estudantes não compreenderam o problema como sendo da estrutura multiplicativa.

Conforme citado pelas professoras A e B (Figura 31), os alunos participantes da pesquisa já possuíam alguns conceitos sobre multiplicação e divisão, conhecimento esse que empregaram para resolver as situações propostas no pré-teste e, com maior ênfase, no pós-teste. A partir dos testes que foram aplicados, percebemos indicações de que os alunos participantes da pesquisa se envolvem com as atividades que lhes são propostas, pois mesmo não estando familiarizados com todos os conceitos, como na ocasião do pré-teste, eles mobilizaram seus conhecimentos procurando desenvolver estratégias para resolver os problemas, o que é evidenciado pelo baixo número de questões deixadas em branco.

Para Vergnaud (1982), o domínio de um campo conceitual ocorre ao longo de um largo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem. Dessa maneira, dado o intervalo de três meses decorrido entre o pré-teste e o pós-teste, consideramos que os resultados obtidos podem evidenciar avanços nas estratégias empregadas pelos alunos para resolver problemas no pós-teste. A participação das professoras dos alunos nos estudos de formação continuada pode estar relacionada a tal fato, visto que, a partir do que foi desenvolvido nos encontros de formação continuada, as docentes participantes da pesquisa abordaram conceitos presentes nos problemas que constituíram os testes aplicados.

#### 4.5 DESEMPENHO APRESENTADO PELOS ALUNOS PESQUISADOS PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS DO CAMPO MULTIPLICATIVO PROPOSTOS NOS PRÉ-TESTES E PÓS-TESTES

Nesta categoria, apresentamos dados obtidos no pré e no pós-teste, considerando as respostas elaboradas pelos alunos dos 4º anos. Avaliamos que os testes podem oferecer indícios relacionados aos conhecimentos que os discentes

mobilizam para resolver problemas do campo multiplicativo. Verificando o desempenho dos alunos a partir das recomendações de Justo (2009), percebemos três incidências: respostas corretas, respostas parcialmente corretas e respostas incorretas.

#### 4.5.1 Resposta Correta

Nesta categoria estão contidas as respostas em que o aluno estabeleceu um meio de resolver o problema proposto, resultando em resposta correta. Por meio dos dados encontrados, observamos que no pós-teste houve um aumento do número de respostas corretas em todas as classes de problemas, se comparado ao pré-teste (Tabela 3, Gráfico 1 e 2). No 4º ano 1, houve 43 respostas corretas no pré-teste, enquanto que no pós-teste o índice foi de 89 respostas corretas. Na turma 42, o número de respostas corretas no pré-teste foi de 44, e no pós-teste, de 106.

Tabela 3: Desempenho dos alunos do 4º ano ao resolver os problemas matemáticos do campo multiplicativo propostos nos pré-testes e pós-testes 4º ano 1 e 4º ano 2

Problemas	Respostas		Correta 4º ano 1				Correta 4º ano 2			
			Pré-teste		Pós-teste		Pré-teste		Pós-teste	
	nº	%	nº	%	nº	%	nº	%		
P1. Proporcionalidade Multiplicação	7	41,18	9	52,94	8	40,00	12	60,00		
P2. Proporcionalidade Divisão Partição	5	29,41	10	58,82	5	25,00	13	60,00		
P.3 Proporcionalidade Divisão Quota	4	23,53	9	52,94	4	20,00	11	55,00		
P.4 Comparação Multiplicação	4	23,53	7	41,18	5	25,00	10	50,00		
P.5 Comparação Divisão Partição	9	52,94	11	64,71	6	30,00	8	40,00		
P.6 Comparação Divisão Quota	3	17,65	6	35,29	5	25,00	7	35,00		
P.7 Configuração Retangular Multiplicação	3	17,65	8	47,06	4	20,00	9	45,00		
P.8 Configuração Retangular Divisão Partição	4	23,53	8	47,06	4	20,00	9	45,00		
P.9 Configuração retangular Divisão Quota	4	23,53	7	41,18	3	15,00	7	35,00		
P.10 Combinatória Multiplicação	0	0,00	6	35,29	0	0,00	10	50,00		
P.11 Combinatória Divisão	0	0,00	8	47,06	0	0,00	10	50,00		
Total	43	-	89	-	44	-	106	-		

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

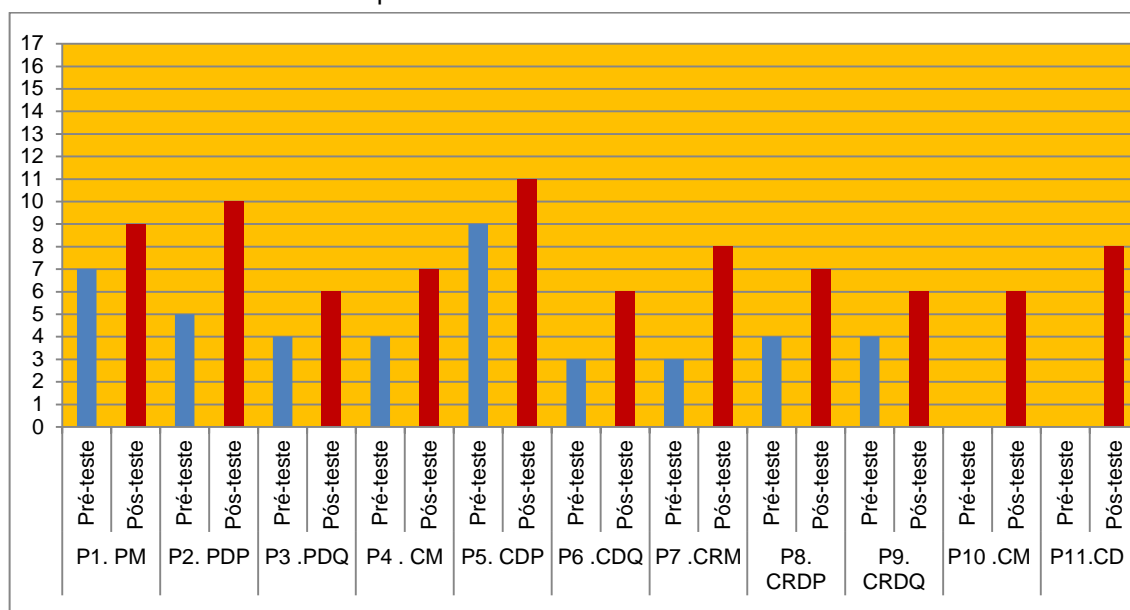
O problema P1 Proporcionalidade Multiplicação foi o que apresentou um número destacado de acertos nos dois testes aplicados. Tal ocorrência pode estar

ligada ao fato de ser este o tipo de problema protótipo de multiplicação, ou ainda o tipo mais trabalhado em sala de aula por ser de estrutura simples e direta (SANTOS; MAGINA; MERLINI, 2010).

Os problemas de divisão partição tiveram um número maior de respostas corretas quando comparados aos de divisão por quotas, corroborando os resultados de estudos que apontam que os problemas de partição são mais fáceis de resolver porque a noção inicial que a criança tem sobre a divisão é decorrente da ideia de repartir, distribuir (NUNES; BRYANT, 1997).

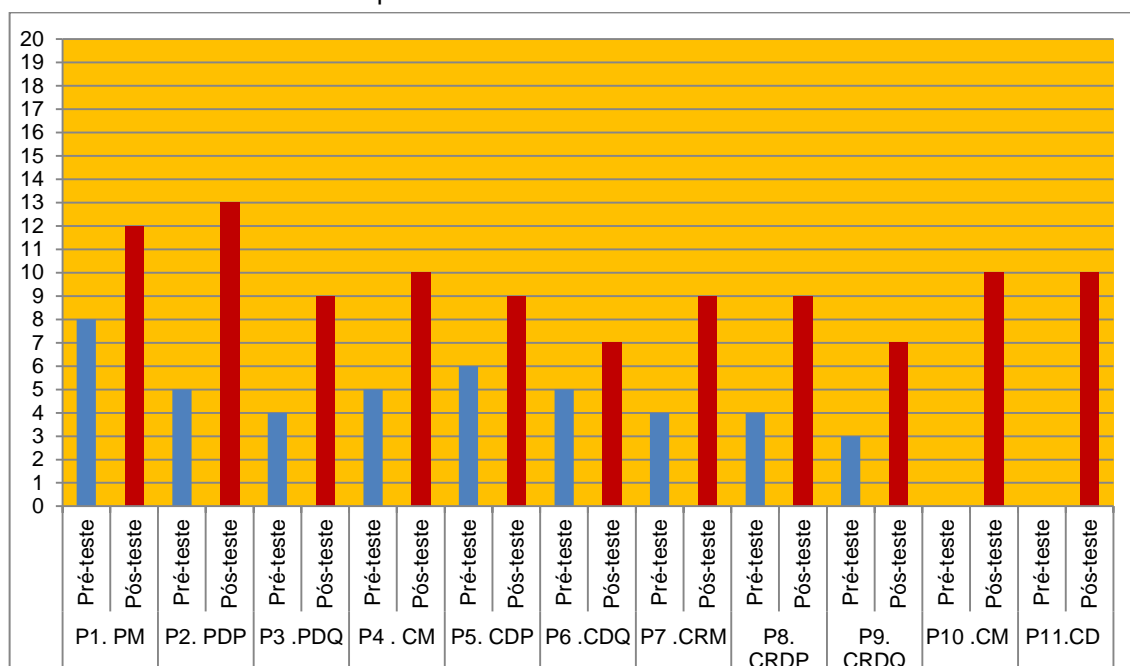
No pré-teste não houve ocorrência de acertos para os problemas P10 Combinatória Multiplicação e P11 Combinatória Divisão. Justificamos a falta de acertos argumentando que esses são problemas de estrutura complexa cuja resolução requer um esquema de pensamento mais elaborado (SANTOS; PESSOA, 2012). Já no pós-teste, o P10 foi resolvido corretamente por 6 alunos do 4º ano 1 e por 10 alunos do 4º ano 2, e o P11 foi resolvido corretamente por 8 alunos do 4º ano 1 e por 10 discentes do 4º ano 2. Consideramos que o progresso dos alunos para resolver problemas de combinatória no pós-teste pode estar relacionado à metodologia empregada por suas professoras para trabalhar essa categoria de problemas. Na aula que observamos, as professoras pesquisadas desenvolveram problemas de combinatória com os alunos utilizando materiais manipuláveis e mostraram que é possível resolver problema de combinatória empregando a árvore das possibilidades. Santos e Pessoa (2012) destacam que é possível perceber importantes avanços no que se refere ao ensino-aprendizagem de Combinatória quando o conteúdo é trabalhado em sala de aula através de intervenções como listagem de possibilidades e estratégias de sistematização dos significados dos problemas. Os gráficos apresentados a seguir (Gráfico 1 e 2), apresentam as respostas corretas correspondentes ao pré-teste e ao pós-teste.

Gráfico 1: Respostas corretas: Pré e Pós-teste Turma 4ª ano 1



Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Gráfico 2: Respostas corretas: Pré e Pós-teste Turma 4ª ano 2



Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Nos gráficos, vemos que houve ampliação de respostas corretas no pós-teste em todas as categorias, o que pode indicar que o trabalho desenvolvido propiciou, em geral, maior compreensão dos alunos para resolver problemas do campo multiplicativo.

#### 4.5.2 Resposta parcialmente correta

Nesta categoria estão incluídos os erros de respostas escritas. Trata-se de situações em que o aluno resolve o problema utilizando uma estratégia adequada, mas que não é validada pela resposta que ele apresenta, ou em que emprega o procedimento adequado, mas erra ao atribuir o resultado. Nesses casos, a resposta é considerada parcialmente correta.

Podemos observar (Tabela 4 e 5) que não houve ocorrência significativa de erros de resposta escrita. Avaliamos que isso se deve ao fato de que encontramos dois grupos de alunos entre os pesquisados: os que resolveram os problemas empregando estratégias que permitiram encontrar respostas corretas ou então os que elaboraram respostas muito aquém da solução.

Tabela 4: Desempenho dos alunos ao resolver problemas matemáticos do campo multiplicativo  
Resposta parcialmente correta: dados do 4° ano 1

Itens avaliados  Problemas	Resposta parcialmente correta							
	4° ano 1							
	Erro resposta escrita				Estratégia apropriada com erro no algoritmo			
	Pré-teste	%	Pós-teste	%	Pré-teste	%	Pós-teste	%
P1. Proporcionalidade Multiplicação	0	0,00	2	11,76	1	5,88	1	5,88
P2. Proporcionalidade Divisão Partição	1	5,88	1	5,88	0	0,00	2	11,76
P.3 Proporcionalidade Divisão Quota	1	5,88	0	0,00	2	11,76	2	11,76
P.4 Comparação Multiplicação	0	0,00	0	0,00	1	5,88	1	5,88
P.5 Comparação Divisão Partição	1	5,88	0	0,00	3	17,65	3	17,65
P.6 Comparação Divisão Quota	0	0,00	0	0,00	0	0,00	6	35,29
P.7 Configuração Retangular Multiplicação	0	0,00	1	5,88	0	0,00	0	0,00
P.8 Configuração Retangular Divisão Partição	1	5,88	1	5,88	2	11,76	2	11,76
P.9 Configuração retangular Divisão Quota	2	11,76	0	0,00	0	0,00	0	0,00
P.10 Combinatória Multiplicação	0	0,00	1	5,88	0	0,00	0	0,00
P.11 Combinatória Divisão	0	0,00	1	5,88	0	0,00	0	0,00
Total	6		7		9		11	

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Tabela 5: Desempenho dos alunos ao resolver problemas matemáticos do campo multiplicativo  
Resposta parcialmente correta: dados do 4° ano 2

Itens avaliados  Problemas	Resposta parcialmente correta							
	4° ano 2							
	Erro resposta escrita				Estratégia apropriada com erro no algoritmo			
	Pré-teste	%	Pós-teste	%	Pré-teste	%	Pós-teste	%
P1. Proporcionalidade Multiplicação	1	5,00	0	0,00	1	5,00	2	10,0
P2. Proporcionalidade Divisão Partição	0	0,00	0	0,00	2	10,00	3	15,00
P.3 Proporcionalidade Divisão Quota	0	0,00	0	0,00	2	10,00	1	5,00
P.4 Comparação Multiplicação	0	0,00	0	0,00	2	10,00	1	5,00
P.5 Comparação Divisão Partição	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00
P.6 Comparação Divisão Quota	0	0,00	0	0,00	0	0,00	3	15,00
P.7 Configuração Retangular Multiplicação	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00
P.8 Configuração Retangular Divisão Partição	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00
P.9 Configuração retangular Divisão Quota	0	0,00	1	5,00	0	0,00	0	0,00
P.10 Combinatória Multiplicação	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00
P.11 Combinatória Divisão	0		1		0		1	

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

#### 4.5.3 Resposta incorreta

Estão incluídos nesta categoria os erros de raciocínio manifestados e os procedimentos e estratégias empregados que não se mostraram compatíveis com as relações matemáticas do problema a ser resolvido.

Observamos que o número de questões incorretas foi maior no pré-teste (Figura 64 e 65). No pós-teste, os alunos da turma do 4°ano 1 acertaram o mesmo número de questões que haviam errado no pré-teste, e os alunos da turma do 4° ano 2 aproximaram os acertos da quantidade de erros cometidos no primeiro instrumento de avaliação aplicado.

Tabela 6: Desempenho dos alunos para resolver problemas matemáticos do campo multiplicativo  
Resposta incorreta: dados do 4º ano 1

Problemas	Itens avaliados	Resposta incorreta							
		4º ano 1							
		Erro de raciocínio				Não se pode avaliar			
		Pré-teste	%	Pós-teste	%	Pré-teste	%	Pós-teste	%
P1. Proporcionalidade Multiplicação	4	23,53	3	17,65	2	11,76	1	5,88	
P2. Proporcionalidade Divisão Partição	7	41,18	3	17,65	3	17,65	0	0,00	
P.3 Proporcionalidade Divisão Quota	8	47,06	5	29,41	0	0,00	0	0,00	
P.4 Comparação Multiplicação	7	41,18	5	29,41	2	11,76	2	11,76	
P.5 Comparação Divisão Partição	9	52,94	2	11,76	3	17,65	0	0,00	
P.6 Comparação Divisão Quota	7	41,18	3	17,65	2	11,76	1	5,88	
P.7 Configuração Retangular Multiplicação	11	64,71	5	29,41	4	23,53	3	17,65	
P.8 Configuração Retangular Divisão Partição	7	41,18	6	35,29	2	11,76	0	0,00	
P.9 Configuração retangular Divisão Quota	5	29,41	6	35,29	4	23,53	3	17,65	
P.10 Combinatória Multiplicação	11	64,71	7	41,18	5	29,41	1	5,88	
P.11 Combinatória Divisão	10	58,82	3	17,65	3	17,65	2	11,76	
Total	86	-	48	-	30	-	13	-	

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Tabela 7: Desempenho dos alunos para resolver problemas matemáticos do campo multiplicativo  
Resposta incorreta dados: 4º ano 2

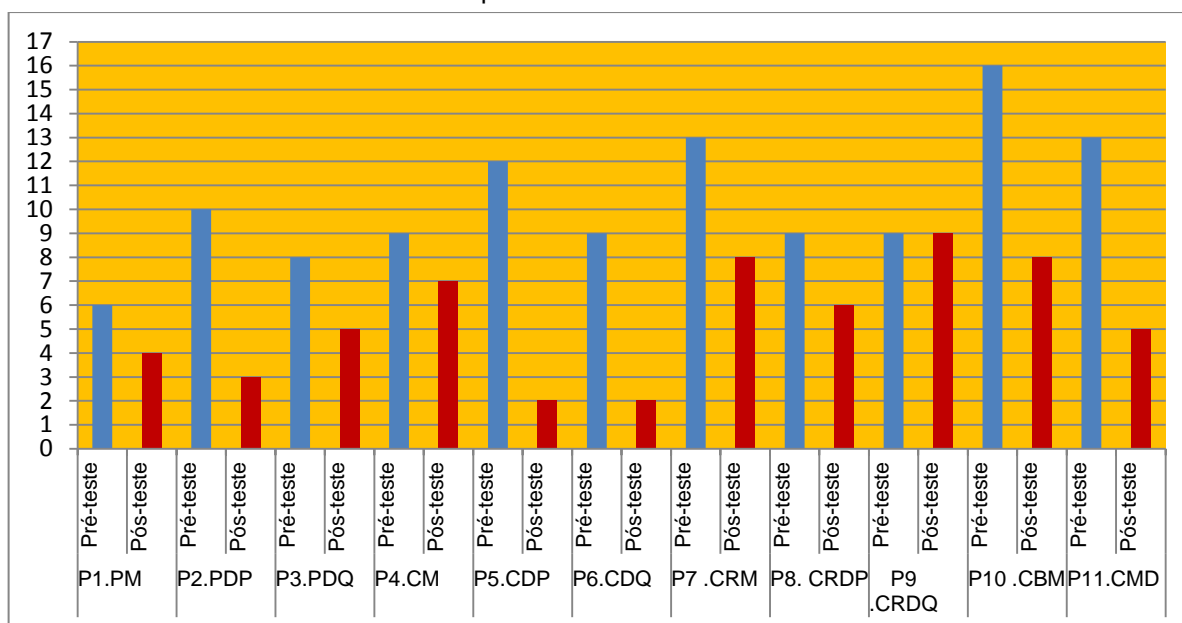
Problemas	Itens avaliados	Resposta incorreta							
		4º ano 2							
		Erro de raciocínio				Não se pode avaliar			
		Pré-teste	%	Pós-teste	%	Pré-teste	%	Pós-teste	%
P1. Proporcionalidade Multiplicação	4	20,00	3	15,00	1	5,00	1	5,00	
P2. Proporcionalidade Divisão Partição	7	35,00	2	10,00	3	15,00	0	0,00	
P.3 Proporcionalidade Divisão Quota	10	50,00	6	30,00	2	10,00	0	0,00	
P.4 Comparação Multiplicação	9	45,00	5	25,00	2	10,00	2	10,00	
P.5 Comparação Divisão Partição	10	50,00	11	55,00	3	15,00	0	0,00	
P.6 Comparação Divisão Quota	6	30,00	2	10,00	3	15,00	2	10,00	
P.7 Configuração Retangular Multiplicação	10	50,00	5	25,00	3	15,00	3	15,00	
P.8 Configuração Retangular Divisão Partição	12	60,00	6	30,00	3	15,00	4	20,00	
P.9 Configuração retangular Divisão Quota	10	50,00	6	30,00	5	25,00	3	15,00	
P.10 Combinatória Multiplicação	13	65,00	6	30,00	5	25,00	2	10,00	
P.11 Combinatória Divisão	12	60,00	4	20,00	6	30,00	2	10,00	
Total	103	-	56	-	36	-	18	-	

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Os dados indicam que no problema P1, categoria proporcionalidade multiplicação, os alunos apresentaram baixos erros de raciocínio. Lembramos que quando solicitamos às professoras das turmas que nos indicassem os problemas que desenvolviam com seus alunos, elas citaram a categoria de proporcionalidade. Dessa maneira, consideramos que tal categoria está entre as mais trabalhadas em sala de aula, não sendo esse tipo de raciocínio uma novidade para os alunos.

Já os problemas de divisão por quota se mostraram mais difíceis para os discentes. Houve um maior número de erros em problemas com esse raciocínio do que em problemas em que é necessário empregar a divisão por partição. Através dos gráficos a seguir (Gráficos 3 e 4), são demonstrados os erros de raciocínio apresentados pelos alunos no pré e no pós-teste.

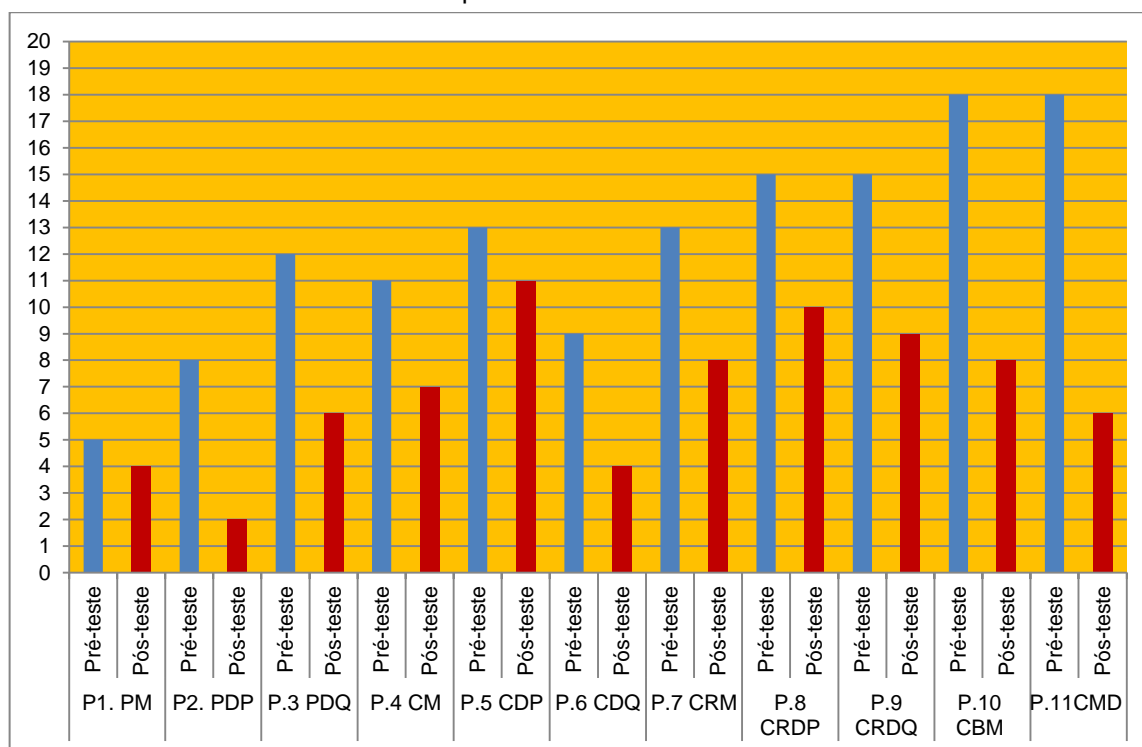
Gráfico 3: Desempenho dos alunos para resolver problemas matemáticos do campo multiplicativo  
Resposta incorreta: 4° ano 1



Fonte: Dados da pesquisa (2014).



Gráfico 4: Desempenho dos alunos para resolver problemas matemáticos do campo multiplicativo  
Resposta incorreta: 4º ano 2



Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Através dos resultados do pós-teste, evidencia-se a capacidade dos alunos do 4º ano de desenvolver o pensamento necessário para lidar com problemas do campo multiplicativo. Embora ainda se percebam muitos erros na categoria analisada, também é possível observar que diversos alunos avançaram no que se refere ao raciocínio. Consideramos que o trabalho desenvolvido pelas professoras auxiliou boa parte dos alunos construtivamente, tornando-os capazes de encontrar maneiras de resolver situações com os diferentes conceitos do campo multiplicativo.

Portanto, consideramos que um maior número de alunos dos 4º anos pesquisados pode avançar no que se refere ao raciocínio necessário para resolver problemas do campo multiplicativo. Para tal, é necessário que tenham contato com problemas que abordem esse tema, contribuindo para o entendimento dos conceitos que fazem parte desse campo do conhecimento.

Assim, encerramos este capítulo após observar, analisar e refletir sobre as situações vivenciadas e sobre os dados obtidos. Concluímos que estudos de formação continuada de professores para desenvolver conceitos do campo multiplicativo através de resolução de problema podem produzir melhorias na aprendizagem dos alunos.

A pesquisa evidenciou que as professoras pesquisadas, cada uma a seu modo, desenvolveram com seus alunos as noções tratadas nos encontros de formação continuada. Como consequência, as turmas investigadas avançaram ao resolver problemas com conceitos do campo multiplicativo, motivo pelo qual consideramos que este estudo atingiu seu objetivo.

No próximo capítulo, concluímos a pesquisa apresentando as considerações finais.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o desenvolvimento do estudo apresentado, procuramos encontrar evidências que pudessem responder ao seguinte problema: Um projeto de formação de professores na escola pode contribuir para o processo de ensino de resolução de problemas do campo multiplicativo de alunos que frequentam o 4º ano do Ensino Fundamental? O propósito de nosso estudo foi investigar as contribuições que uma experiência de formação continuada de professores em serviço pode oferecer para a ressignificação da prática de professores polivalentes no ensino de conceitos matemáticos do campo multiplicativo através de resolução de problemas, e a sua influência na aprendizagem dos alunos.

Para alcançar tal intento, procuramos por meio de formação continuada desenvolvida na escola com professoras polivalentes, identificar quais as dificuldades que elas apresentavam para ensinar conceitos do campo multiplicativo através de problemas matemáticos. A partir daí, procuramos promover reflexões em torno do tema, de modo que os conhecimentos produzidos nas discussões auxiliassem as práticas pedagógicas docentes e, como consequência, a aprendizagem dos alunos.

Traçamos objetivos específicos visando obter indícios como: investigar os conhecimentos teóricos e metodológicos das professoras envolvidas na pesquisa referentes aos conceitos do campo multiplicativo e seu ensino através de resolução de problemas; investigar as dificuldades dos professores relacionadas ao ensino conceitos do campo multiplicativo por meio de resolução de problemas; investigar os conhecimentos reelaborados pelos professores ao participar da formação continuada; investigar os conhecimentos do campo multiplicativos já construídos pelos alunos através de aplicação de pré-testes com tarefas de resolução de problemas.

Por meio das discussões e atividades desenvolvidas, percebemos que os conhecimentos das professoras pesquisadas sobre o conteúdo de campo multiplicativo eram escassos. Nos encontros iniciais de formação continuada, as docentes evidenciaram não perceber as diferenças conceituais entre os problemas matemáticos pertencentes à estrutura multiplicativa. Do ponto de vista conceitual, observamos que as situações elaboradas pelas professoras se reportavam basicamente à ideia de proporcionalidade e que a multiplicação era conceitualizada

como soma de parcelas iguais. Através dos relatos, uma das professoras enfatizou que desconhecia a categorização do campo multiplicativo e a outra professora, apesar de conhecer a categorização, considerava não possuir conhecimentos suficientes sobre o conteúdo para trabalhá-lo com os alunos. Portanto, a carência de conhecimento demonstrada nos forneceu fortes indícios de que as docentes participantes da pesquisa não abordavam o tema com a profundidade necessária para a aprendizagem do campo multiplicativo.

O conhecimento e domínio do conteúdo que o professor precisa para ensinar são determinantes para a ação do ensino, ambos estão relacionados ao que é chamado de competência técnica do professor. O professor, ao compreender aquilo que ensina, colabora para transformar o conteúdo em algo ensinável. Neste sentido, destacamos que o domínio não deve ser entendido apenas como domínio do conteúdo, mas também domínio de como organizar e definir métodos para lidar com esses conhecimentos em sala de aula.

Neste sentido, destacamos reflexões pertinentes à prática elaborada por uma das docentes participante da investigação. Em vários momentos, a professora A destacou que no início do estudo considerou complexo incorporar à sua prática os conceitos que estavam sendo desenvolvidos na formação continuada. Porém, ao trabalhar com seus alunos foi se sentindo mais segura e confiante, o que lhe trouxe satisfação profissional demonstrada mediante seu envolvimento e motivação com o estudo. Tal professora também evidenciou que percebeu a importância da mediação pedagógica, ou seja, que por meio de aulas dialogadas é possível oportunizar meios para que os alunos elaborem o pensamento matemático e, com isso construam estratégias facilitadoras para resolver os problemas matemáticos propostos. Conforme a professora A, a partir de sua interação com os novos conteúdos e sua mudança de atitude perante a resolução de problemas matemáticos, ela percebeu maior participação e confiança nos seus alunos ao resolverem problemas matemáticos e, conseqüentemente, melhoraram seu desempenho. Em seus relatos, evidenciamos que a professora A percebeu a possibilidade de desenvolver os conceitos do campo multiplicativo por meio de resolução de problemas com os alunos que responderam à sua mediação com a evolução das suas aprendizagens.

É importante destacar as desigualdades de percurso das professoras A e B. A docente A acolheu as ideias estudadas na formação e mostrou encantamento pelo

trabalho proposto, consolidando-o na sua prática docente. A professora B não participou com a mesma motivação. Nos momentos em que acompanhamos sua prática pedagógica, procurou aplicar a metodologia de resolução de problemas posposta pela formação para desenvolver os conceitos do campo multiplicativo com os alunos. Porém, os cadernos dos discentes revelaram que ela continuava propondo atividades matemáticas baseadas em cálculos. Acreditamos, com base nos relatos da professora B, que a maneira como ela aprendeu Matemática pode ainda estar influenciando a sua forma de ensinar aos alunos.

Nesse sentido, também nos questionamos se a abordagem que desenvolvemos na formação continuada talvez tenha sido insuficiente para que a professora B pudesse refletir e ressignificar suas concepções e práticas sobre o ensino de conceitos matemáticos. Uma resposta a esse questionamento pode nos ser dada por Freire (1996, p. 58) que considera sermos seres inacabados e que “é na inconclusão do ser, como tal, que se funda a educação como processo permanente. Mulheres e homens se tornaram educáveis na medida em que se reconheceram inacabados”. Tal proposição converge para a prática reflexiva dos professores que, ao pensarem de maneira crítica sobre o que fazem, como fazem e porque fazem, compreendem sua atuação como conhecimentos inacabados e, conseqüentemente, agem qualitativamente na sua forma de ensinar em prol da aprendizagem dos alunos.

Durante o processo de formação continuada, nos deparamos com imprevistos que tentamos contornar. Não pretendíamos, por exemplo, abordar o estudo da tabuada, mas aproveitamos a oportunidade que surgiu para discutir práticas arraigadas, que condicionam a aprendizagem da multiplicação e da divisão à tabuada. Tivemos o cuidado de discutir o assunto durante a formação de professores, abordando-o por meio de jogos e da exploração da tabela pitagórica, com o objetivo de tornar tal aprendizagem um momento interessante e prazeroso, despreendido da concepção de Matemática que considera que a tabuada deve ser apenas decorada.

Procuramos avaliar o ensino de conceitos do campo multiplicativo, a partir do que foi tratado na formação através das aprendizagens dos alunos. Para tal, houve a aplicação de pré e pós-testes. Constatamos que houve um melhor desempenho dos alunos no pós-teste, o que entendemos estar relacionado com a formação de professores que foi desenvolvida. Argumentamos tomando por base

os relatos das professoras, as quais expuseram que nem todos os conceitos do campo multiplicativo eram desenvolvidos com os alunos do 4º ano, entre estes os conceitos pertinentes à categoria de combinatória. Após o trabalho desenvolvido com as professoras e aplicado pelas mesmas com os alunos, um número considerável destes desenvolveram estratégias para encontrar solução desta categoria de problema. Desta forma, verificamos que houve avanço para a aprendizagem das crianças após a participação de suas professoras na formação continuada proposta.

Observando os resultados dos testes aplicados de forma global, evidenciamos que o desempenho das turmas apresentou evolução, o número de respostas corretas dos problemas resolvidos pelos alunos foi maior no pós-teste. Isso vem ao encontro daquilo que acreditamos, que embora em educação não existam receitas prontas e únicas, existem caminhos e que estes perpassam pelo aprimoramento constante dos conhecimentos e prática do professor, pela reflexão sobre suas ações quando em contato com seus alunos na sala de aula.

Desta forma, acreditamos que a experiência de formação continuada descrita nesta pesquisa favoreceu professoras e alunos. As docentes pesquisadas dialogaram sobre o tema e aplicaram com os alunos problemas matemáticos com os diferentes conceitos do campo multiplicativo, algo que habitualmente não abordavam. Assim, os discentes tiveram oportunidade de refletir e ampliar seus conhecimentos e estratégias para resolver tais problemas. Interpretamos que o que foi desenvolvido no programa de formação continuada pode ter sido relevante para a qualificação da aprendizagem das crianças.

Percebemos que os professores agregaram saberes para ensinar, pois eles aprofundaram seus conhecimentos ao refletir sobre os conceitos que compõem a categoria de problemas multiplicativos e também ao identificar as diferenças em termos daqueles que exigem raciocínios mais sofisticados do que outros para serem resolvidos. Isso aprimorou a escolha dos problemas matemáticos que eram propostos nas aulas, qualificando as situações de aprendizagem. Para isso, o conjunto das ações do programa de formação continuada foi essencial, pois foi possível observar que o processo formativo trouxe contribuições que transcenderam as questões conceituais referentes ao ensino do Campo Conceitual Multiplicativo. Advogamos que a formação continuada desenvolvida, considerando a metodologia de resolução de problemas, pode originar contribuições para as

práticas dos professores para além de reflexões para um único conteúdo específico e se tornar uma metodologia a ser empregada para ensinar outros conteúdos matemáticos e, quem sabe até mesmo conteúdos de outras áreas disciplinares, pois favorece o pensar dos alunos em busca de estratégias e análise coletiva de resolução.

A vivência desta pesquisa nos fortaleceu e provocou o anseio de ir além, reafirmando as potencialidades da formação continuada desenvolvida na escola como um espaço para manifestar e partilhar sem receios aquilo que se sabe e também as dificuldades e fragilidades entre colegas professores.

Assim, esperamos ter colaborado com o aprofundamento sobre essa temática. Concluimos, reafirmando que os resultados desta pesquisa nos mostram a importância e necessidade de investimento permanente na formação continuada em serviço dos professores dos anos iniciais como um dos meios para qualificar a aprendizagem dos alunos.

## REFERÊNCIAS

ALARCÃO, I. (Org.). **Formação reflexiva de professores: estratégias de supervisão**. Porto/Portugal: Porto Editora, 1996.

ALARCÃO, Isabel. **Professores Reflexivos em uma Escola Reflexiva**. São Paulo: Cortez, 2004.

ALARCÃO, I. **Professores reflexivos em uma escola reflexiva**. São Paulo: Cortez, 2011.

ANDRÉ, M. O que é um estudo de caso qualitativo em educação? **Revista da FAEEBA: Educação e Contemporaneidade**, Salvador, v. 22, n. 40, p. 95-103, jul./dez. 2013.

BRASIL. **Lei 9394, de 20/12/96**. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em <[http://planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/l9394.htm](http://planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm)> Acesso em: setembro de 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.142p.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Básica. **Parecer n. 16/1999, de 5 de outubro de 1999**. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional de Nível Técnico. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 26 nov. 1999.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Resolução n. 1/2006, de 15 de maio de 2006**. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Graduação em Pedagogia, licenciatura. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 16 maio 2006.

BRASIL. **Pró-Letramento: Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental: matemática**. Fascículo 2. Operações com Números Naturais. Elizabeth Belfort e Mônica Mandarino. Ed. rev. e ampl. incluindo SAEB/Prova Brasil matriz de referência /Secretaria de Educação Básica. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

BRASIL. **Ensino fundamental de nove anos: passo a passo do processo de implantação**. Ministério da Educação Secretaria de Educação Básica Diretoria de concepções e orientações curriculares para Educação básica coordenação-geral do ensino fundamental. 2. ed., 2009.



BRASIL. **Lei n. 13.005, de 25 de junho de 2014a**. Aprova o Plano Nacional de Educação e dá outras providências. Disponível em: <http://2.camara.leg.br/legin/fed/lei/2014/lei-13005-25-junho-2014-778970-publicacaooriginal-144468-pl.html>. Acesso em 20 set. de 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. 2014b. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Operações na resolução de problemas. Brasília: MEC, SEB, 2014. Capítulo Memorização de fatos numéricos Caderno 4, MEC, 2014.

BROITMAN, C. **As operações matemáticas no ensino fundamental I**: contribuições para o trabalho da sala de aula. Tradução de Rodrigo Vilela. São Paulo: Ática, 2011.

CANÁRIO, R. A Escola: o lugar onde os professores aprendem. **Psicologia da Educação**, São Paulo, n. 6, p. 9-27, 1998.

CANDAU, V. M. F. Formação Continuada de professores: tendências atuais. In: REALI, A. M. de M. R. e MIZUKAMI, M.G. (Org). **Formação de professores**: tendências atuais. São Carlos: EDUSFSCar, 1996.

CANDAU, V. M. **Magistério**: construção cotidiana. Rio de Janeiro: Vozes. 4. ed., 2001.

CARVALHO, Dione L. de **Metodologia do ensino da matemática**. São Paulo, CórteX, 1994.

CARVALHO, Mercedes. **Problemas? Mas que problemas?!**: estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula. 3. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

CHARLOT, B. **Relação com o saber, Formação dos professores e Globalização**. Porto Alegre. Ed. Artmed, 2005.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes**: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. Tese de Doutorado, São Paulo, PUC, 2004.

CURI, E. Análise de propostas presentes no material de Matemática do PEC – Universitário, à luz de resultados de investigações e teorias sobre formação de professores. In: NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela (Orgs.). **A Formação do professor que ensina Matemática**: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica editora, 2006. p. 61-76.

CURI, E.; PIRES, C. M.C.P. Pesquisas sobre a formação do professor que ensina matemática por grupos de pesquisa de instituições paulistanas. **Educ. Mat. Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 151-189, 2008.

CURY, H. N. Concepções e crenças dos professores de matemática: pesquisas realizadas e significados dos termos utilizados. **Bolema**, São Paulo: Unesp, ano 12, n. 13, p. 29-44, 1999.

DANTE, L. R. **Aprendendo Sempre**: matemática, 4º ano. São Paulo: Ática, 2008.

DEMO, P. **A nova LDB**: Ranços e avanços. 10. Ed. Campinas: Papirus, 2000.

DEMO, P. Professor e seu direito de estudar. In: SHIGUNOV NETO, Alexandre; MACIEL, Lizete Shizue Bomura (Orgs.). **Reflexões sobre a formação de professores**. Campinas: Papirus, 2002. p. 71-88. (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).

FALSARELLA, A. M. **Formação continuada e prática de sala de aula**: os efeitos da formação continuada na atuação do professor. Campinas: Autores Associados, 2004.

FIORENTINI, D. A.; NACARATO, A. M. (Org.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**: investigando e teorizando a partir de prática. São Paulo: Musa, 2005.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2007.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 25. ed., São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GATTI, B. **A formação de professores e carreira**: problemas e movimentos de renovação. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2000.

GATTI, B. Análise das políticas públicas para formação continuada no Brasil, na última década. **Rev. Bras. Educ.** Vol. 13, n. 37, Rio de Janeiro, Jan./Apr. 2008.

GATTI, B. Formação de professores no Brasil: características e problemas. **Educ. Soc.**, Campinas, v. 31, n. 113, p. 1355-1379, out.-dez. 2010. Disponível em <http://www.cedes.unicamp.br>. Acesso em: setembro de 2014.

GATTI, B. A; BARRETO, E. S. **Professores do Brasil**: impasses e desafios. Brasília: UNESCO, 2009.

GATTI, B. A.; DAVIS, C.; NUNES, M.; ALMEIDA, P. **Relatório final**. Formação continuada de professores: uma análise das modalidades e das práticas em estados e municípios brasileiros, 2011. Disponível em: [www.fvc.org.br/estudos](http://www.fvc.org.br/estudos). Acesso em: 23 de julho de 2011.

GAUTHIER, C. et al. **Por Uma Teoria da Pedagogia: Pesquisas Contemporâneas Sobre o Saber Docente**. Ijuí: UNIJUÍ, 1998.

GIL, Antônio C. **Métodos e técnicas em pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GUÉRIOS, E.C. **Espaços oficiais e intersticiais da formação docente: histórias de um grupo de professores na área de ciências e matemática**. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2002.

IMBERNÓN, F. **Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza**. Coleção Questões de nossa época. 2. ed. V. 77, São Paulo: Cortez, 2001.

IMBERNÓN, F. **Formação continuada de professores**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

INEP. **Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) (2013)**. Disponível em: <<http://sistemasprovabrazil2.inep.gov.br/resultados/>>. Acesso em: maio 2013.

INEP. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa**. 2014. Disponível em: <[http://www.inep.gov.br/download/saeb/2013/SAEB1912\\_2013.pdf](http://www.inep.gov.br/download/saeb/2013/SAEB1912_2013.pdf)> Acesso em: 24 de novembro de 2014.

JUSTO, J. R. **Resolução de Problemas Matemáticos Aditivos: possibilidades da ação docente**. Tese de Doutorado. Porto Alegre: UFRGS, 2009.

JUSTO, J. Resolução de problemas matemáticos aditivos: um ensaio teórico. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**. Vol. 3, n. 2, 2012.

LAUTERT S. L. SPINILLO A. G. As Relações Entre o Desempenho em Problemas de Divisão e as Concepções de Crianças Sobre a Divisão. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, Set-Dez 2002, Vol. 18, n. 3, p. 237-246. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ptp/v18n3/a02v18n3>> Acesso em junho 2014.

LAUTERT S. L. SPINILLO A. G. **Os princípios invariantes da divisão como foco de um estudo de intervenção com crianças**. Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2012.

LIBÂNEO, J. C. **Organização e Gestão da Escola**. Teoria e Prática. Goiânia, 2004.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MAGINA, S. **A teoria dos campos conceituais**: contribuições da psicologia para a prática docente. 2005. Disponível em: <<http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/naais/conf/conf>01.pdf>. Acesso em: 15 jun. de 2014.

MAGINA, S.; SANTOS, A.; MERLINI, V. **Comparação multiplicativa**: a força que a expressão exerce na escolha das estratégias de resolução dos estudantes. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.

MARCELO, C. Pesquisa sobre a formação de professores O conhecimento sobre aprender a ensinar Faculdade de Ciências da Educação. **Revista Brasileira de Educação**, Universidade de Sevilha, n. 9, Set/Out/Nov/Dez, 1998.

MARCELO, C. **Formação de professores**: para uma mudança educativa. Porto: Porto Editora, 1999.

MARCELO, C. O professor iniciante, a prática pedagógica e o sentido da experiência. **Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores**. Volume 2. n. 03, ago/dez. 2010. Disponível em: <http://www.formacaodocente.autenticaeditora.com.br>. Acesso em: janeiro 2015.

MELLO, B. C. K. **Análise dos conhecimentos matemáticos desenvolvidos em um curso de Pedagogia**: um estudo de caso. 2008. 276 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2008.

MIZUKAMI, M.G.N. Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. S. Shulman. **Revista Educação**. Vol. 29, n. 02, Edição 2004.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de Ciências e Matemática. **Investigações em Ensino de Ciências**. V. 7(1), p. 7-29, 2002.

MORO, M. L. F. Aprendizagem construtivista de estruturas aditivas e multiplicativas na iniciação matemática. **Temas em Psicologia**, v, 7, n. 3, 1999.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. D. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: Tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NÓVOA, A. Formação de professores e profissão docente. In: NÓVOA, António. (Org.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote/IIIE, 1992a.

NOVOA, A. Os professores e as Histórias da sua vida. In: NÓVOA, António (Org.) **Vidas de Professores**. Portugal: Porto Editora, 1992b.

NÓVOA, A. **Profissão Professor**. Porto, Portugal: Porto Editora, 1999.

NUNES, T; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T. et al. **Introdução à Educação Matemática**. São Paulo: Proem, 2001.

NUNES, T. et al. **Educação Matemática: números e operações numéricas**. São Paulo, SP: Cortez, 2005.

PESSOA, C.; BORBA, R. **Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série**. Zetetike (UNICAMP), v. 17, p. 105-150, 2009.

PIMENTA, S.G. Formação de professores: saberes da docência e identidade do professor. **Nuances**, Vol. III, Setembro de 1997.

PIMENTA, S. G. Formação de professores: saberes e identidade. In: PIMENTA, S. G. **Saberes pedagógicos e atividade docente**. São Paulo: Cortez, 1999.

PINTO, V. L. S. **Formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental e suas compreensões sobre os conceitos básicos da Aritmética**. Dissertação de Mestrado. Duque de Caxias: UNIGRANRIO, 2010.

PIRES, C. M. C. **Educação Matemática com professores dos anos iniciais**. 1. ed. São Paulo: Zé Zapt Editora, 2012.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro, Interciência, 1978.

PONTE, J. P. **Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional**. Conferência no IV Congresso da SPCE, Aveiro. 1998.

POZO, J. I. (Org.) **A solução de Problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender**. Trad. Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998.

POZO, J. I. **Aprendizes e mestres: a nova cultura da aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed, 2002.

PRADA L. E. A. Formação de Docentes em Serviço. In: **Formação participativa de docentes em serviço**. Taubaté, SP: Cabral Editora Universitária, 1997. p. 87-103.

PRADA L. E. A.; FREITAS T. C.; FREITAS C. A. Formação continuada de professores: alguns conceitos, interesses, necessidades e propostas. **Rev. Diálogo Educ.**, Curitiba, v. 10, n. 30, p. 367-387, maio/ago, 2010.

SANTOS, A; MAGINA, S; MERLINI, V. **Um estudo das concepções dos professores polivalentes concernentes ao Campo Conceitual Multiplicativo**. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010.

SANTOS, T. B. L; PESSOA, S. A. C. Ensinando combinatória em uma turma do 5º ano do ensino fundamental. **Pesquisa e educação na Contemporaneidade: Perspectivas Teórico-Metodológicas**. Caruaru, 13 e 14 de setembro de 2012.

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação**, v. 14, n. 40, jan./abr. 2009. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbedu/v14n40/v14n40a12.Pdf>> Acesso em: setembro de 2014.

SCHÖN, D. A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (Coord.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Publicações Dom Quixote. Instituto de Inovação Educacional, 1992. p. 77-92.

SCHÖN, D. A. **Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre, Artmed, 2000.

SELVA, A. C. V; BORBA, R. E. S. R. **O raciocínio multiplicativo de crianças de 3º e 5º séries: O que compreendem? Que dificuldades apresentam?** – 2º SIPEMAT – Recife, 2008.

SERRAZINA, L. A formação para o ensino da Matemática nos primeiros anos: que perspectivas? In: SANTOS, L; et al. **Educação Matemática: caminhos e encruzilhadas**. Anais do encontro Internacional em homenagem a Paulo Abrantes. Lisboa, Portugal: julho, 2005.

SERRAZINA, L. A formação de Professores para o ensino de matemática nos anos Iniciais de escolarização. Entrevista concedida. M.I.; PAVANELLO, R.M.; BORBA R. E. S. **Revista Paranaense de Educação matemática**. RPEM, Campo Mourão, Pr, v. 3, n. 4, jan.-jun. 2014.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**. Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SMOLE, K.S.; DINIZ M. I.; CÂNDIDO, P. **Jogos de matemática do 1º a 5º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. **Cadernos do Mathema: Jogos de matemática de 1º ao 5º ano**. Vol. 1. Porto Alegre: Artmed, 2008.

SPINILLO, A. G.; LAUTERT, S. L. O diálogo entre a psicologia do desenvolvimento cognitivo e a educação matemática. In: MEIRA, L. L.; SPINILLO, A. G. **Psicologia cognitiva: cultura, desenvolvimento e aprendizagem**. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 2006, p. 46-79.

STAREPRAVO, A. R. **A multiplicação na escola Fundamental I: análise de uma proposta de ensino**. Tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo: s.n., 2010. Disponível em: < <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-13092010-125231/pt-br.php>> Acesso em: junho de 2014.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: A pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo, SP: Atlas, 1987.

TV ESCOLA. **A natureza da Multiplicação**. Série Parâmetros Curriculares Nacionais. Disponível em CD ROM, 2002.

TV ESCOLA. **A natureza da Divisão**. Série Parâmetros Curriculares Nacionais. Disponível em CD ROM, 2002.

UNESP. Laboratório de Ensino de Matemática da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. 2015. Disponível em: <<http://www.rc.unesp.br/igce/pgem/gfp/lem/projeto.html>>. Acesso em: 20 de dez. de 2014.

VERGNAUD, G. **Psicologia Cognitiva e do Desenvolvimento e Pesquisas em Educação Matemática: algumas questões teóricas e metodológicas**. Conferência para o grupo de Estudos em Educação Matemática, Kingston, Queen's University, 1982 (Trad. de J. V. Weiss e F. H. Mandel).

VERGNAUD, G. La Teoría de los Campos Conceptuales. CNRS y Université René Descartes. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Vol. 10, n. 2, 3, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. **A criança, a Matemática e a Realidade: problemas do ensino da matemática na escolar elementar**. Trad. Maria Lucia Moro. Curitiba: UFPR, 2009.

YIN, Roberto K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 2. Ed. Porto Alegre. Editora: Bookmam. 2001.

ZEICHNER, K.M. Novos caminhos para o praticum: uma perspectiva para os anos 90. In: NÓVOA, A (Coord.). **Os professores e sua formação**. 2. ed. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

## APÊNDICES



**APÊNDICE A – ACEITE DE PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA**

Eu, \_\_\_\_\_,  
RG \_\_\_\_\_, aceito participar da pesquisa de mestrado intitulada FORMAÇÃO PROFESSORES DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL COM FOCO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO, sob responsabilidade da mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil, Margarete Fátima Borga com orientação da professora Dra. Jutta Cornelia Reu saat Justo. A referida pesquisa tem como objetivo investigar as contribuições da formação de professores para o ensino de resolução de problemas do campo multiplicativo no 4º ano do Ensino Fundamental. A saber, sobre a pesquisa:

- a) quinzenalmente ocorrerão encontros de formação, às sextas-feiras;
- b) os instrumentos de pesquisa adotados para coleta de dados serão: pré e pós-teste com os alunos, questionários, entrevistas, observação das aulas e análise documental;
- c) em diversos momentos os diálogos produzidos serão áudio-gravados;
- d) o participante tem garantido a total liberdade de recusar a participar ou retirar o seu consentimento, desde que a pesquisa não se encontre concluída, sem penalidade alguma e sem prejuízo algum;
- e) que o uso dos dados fornecidos pelo participante é reservado à pesquisadora responsável, sendo preservado o respeito ao meu anonimato em termos de nomeação completa;
- f) que a informação sobre os dados da pesquisa podem ser divulgados e publicados desde que o disposto no item e.

---

Assinatura da Professora.  
São Leopoldo, junho de 2014.

**APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO USO DE SOM E IMAGEM**

Pelo presente instrumento eu, \_\_\_\_\_,  
inscrito/a no RG sob o nº \_\_\_\_\_ e no CPF sob o  
nº \_\_\_\_\_, residente e domiciliado a  
\_\_\_\_\_ no município de  
São Leopoldo – RS, abaixo assinado/a, autorizo por ser o responsável legal, a  
Escola Municipal de Ensino Fundamental Franz Louis Weinmann usar para pesquisa  
a imagem e depoimento do/a menor \_\_\_\_\_,  
sejam essas destinadas à divulgação da pesquisa da escola e universidade e/ou  
apenas para circulação interna.

Para fins desse termo, entende-se como imagem qualquer forma de representação,  
inclusive a fotográfica, bem como processo audiovisual que resulta da fixação de  
imagens, com ou sem som, que tenha a finalidade de criar, por meio de sua  
reprodução, a impressão do movimento, independente dos processos de captação,  
do suporte usado na inicial ou posteriormente para fixá-lo, bem como dos meios  
utilizados para a sua veiculação.

São Leopoldo, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2014.

\_\_\_\_\_  
Assinatura do responsável

## APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO



**UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL**  
**PROGRAMA PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE**  
**CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

Questionário da pesquisa intitulado “FORMAÇÃO PROFESSORES DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL COM FOCO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO” da mestrandia MARGARETE FÁTIMA BORGA, com orientação da Dr.<sup>a</sup> JUTTA CORNELIA REUSAAT JUSTO, desenvolvida Escola Municipal de Ensino Fundamental Franz Louis Weinmann em São Leopoldo.

Nome: \_\_\_\_\_

Formação: \_\_\_\_\_

Tempo de docência: \_\_\_\_\_

Instituições onde trabalha: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

Caso você julgue necessário, poderá fazer uso do verso para continuar sua resposta.

1- Como você acredita que se dá a aprendizagem dos seus alunos em matemática. Você se apoia em algum teórico? Em caso afirmativo, qual?

---



---



---



---



---

2 -Como você organiza o tempo e dedicado à aprendizagem de matemática dos seus alunos?

---

---

---

---

---

3 - No 4º ano supõe-se que os alunos já possuam conhecimentos relacionados divisão e multiplicação, você é capaz de descrever brevemente o que seus alunos já sabem? Como você tem dado sequência a este conhecimento?

---

---

---

---

---

4 - Como costuma introduzir novos conhecimentos relacionados à multiplicação e divisão? \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

5- Você considera difícil ensinar multiplicação e divisão? Se considera difícil, quais são suas as maiores dificuldades?

---

---

---

---

---

5- Em sua opinião, quando um aluno efetua corretamente um algoritmo de multiplicar ou de dividir significa que ele aprendeu os conceitos de multiplicação ou a divisão? Por quê?

---

---

---

---

---

6- O que você pensa sobre o ensino de matemática por meio de resolução de problemas?

---

---

---

---

---

7- Descreva como procede quando utiliza esta metodologia.

---

---

---

---

---

8- Abaixo estão listados alguns problemas, assinale quais se parecem com os que você trabalha no 4º ano? Assinale com um x e deixe em branco os que você não desenvolve com seus alunos.

**P1** - ( ) Se 1 pacote de leite custa R\$ 2,00, quanto vou pagar por 8 pacotes?

**P2** - ( ) Gastei R\$ 16,00 para comprar 4 pacotes de biscoito. Quanto paguei cada pacote?

**P3** - ( ) Gastei R\$ 16,00 para comprar pacotes de biscoito que custam R\$4,00 cada um. Quantos pacotes comprei?

**P4** - ( ) Um pequeno auditório comporta 8 filas com 5 cadeiras em cada uma. Qual é a lotação desse auditório?

**P5** - ( ) Qual é a área de um retângulo cujos lados medem 5 cm por 4 cm?

**P6** - Um comerciante organizou 42 garrafas em linhas e colunas. Se as garrafas estão dispostas em 6 linhas, quantas são as colunas?

**P7** - ( ) A área de uma figura retangular é 24 centímetros quadrados. Se um dos lados da figura mede 3 cm quanto medem os outros lados?

**P8** - ( ) O preço de carteira é R\$45,00. Uma bolsa é cinco vezes mais cara que a carteira. Qual é o preço da bolsa?

**P9** - ( ) Anderson tem 86 figurinhas, Leonardo tem o dobro dessa quantia. Quantas figurinhas Leonardo têm?

**P10** - ( ) Leonardo tem 172 figurinhas. Anderson tem metade dessa quantia. Quantas figurinhas Anderson têm?

**P11** - ( ) Paulo tem uma calça e duas camisetas. De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir utilizando apenas essas peças de roupa?

**P12** - ( ) João levou para um passeio três calças e algumas camisetas. Se ele tem 6 opções diferentes para se vestir, quantas camisetas João tem?

9- Dos problemas apresentados, quais vocês percebe que seu aluno tem ou teriam maior dificuldade para encontrar a solução? Justifique sua resposta

---

---

---

---

---

10- Você lembra de que forma aprendeu multiplicação e divisão? A forma como aprendeu influencia na maneira como ensina atualmente seus alunos?

---

---

---

---

---

11- O que você pensa a respeito dos erros que os alunos cometem ao desenvolver as tarefas que envolvem resolução de problemas?

---

---

---

---

---

## APÊNDICE D – ENTREVISTA 1



**UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL**  
PROGRAMA PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE  
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Primeiro roteiro organizado para entrevista intitulado “FORMAÇÃO PROFESSORES DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL COM FOCO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO” da mestrandia MARGARETE FÁTIMA BORGHA, com orientação da Dr.<sup>a</sup> JUTTA CORNELIA REU SAAT JUSTO, desenvolvida Escola Municipal de Ensino Fundamental Franz Louis einmann em São Leopoldo

- 1- Como foi a sua história como professor?
- 2- Qual sua relação com a matemática?
- 3- Quando você diz que está desenvolvendo o conteúdo de multiplicação e divisão com seus alunos, que conceito está ensinando?
- 4 – Conforme conversamos anteriormente, foi solicitado que a pesquisa começasse em junho, pois nesta fase seria dado início ao ensino da multiplicação e divisão. Estes conteúdos não foram trabalhados anteriormente?
- 4- Quais são suas principais dificuldades para ensinar matemática, mais propriamente os conceitos do campo multiplicativo?
- 5- Descreva de forma breve como é sua turma de 4º ano deste ano.
- 5- Qual a contribuição que você espera deste estudo para sua prática pedagógica?
- 6- O que você gostaria que fosse abordado no estudo?
- 7- Você acredita na formação continuada como meio de (re)significar seus conhecimentos relativos ao conteúdo e as suas práticas?



## APÊNDICE E – ENTREVISTA 2



**UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL**  
PROGRAMA PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE  
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Segundo roteiro organizado para entrevista da pesquisa intitulado “FORMAÇÃO PROFESSORES DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL COM FOCO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO” da mestranda MARGARETE FÁTIMA BORGA , com orientação da Dr.<sup>a</sup> JUTTA CORNELIA REU SAAT JUSTO, desenvolvida Escola Municipal de Ensino Fundamental Franz Louis einmann em São Leopoldo

Nome: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

1- Após ter passado pelos encontros de formação continuada, quando você diz que está desenvolvendo o conteúdo de multiplicação e divisão com seus alunos, que conceito está ensinando?

2- Você percebeu diferenças referentes às reações dos seus alunos como mudança de atitude, comportamento, aprendizado frente às aulas de Matemática quando empregou a metodologia de resolução de problemas conforme discutido nos encontros de formação?

3 - No questionário que você respondeu no nosso primeiro encontro, estavam listados alguns problemas. Estes foram organizados para contemplar os diferentes conceitos da estrutura multiplicativa que devem ser desenvolvidos no 4º ano. Dos problemas apresentados, quais ainda teria dificuldades para trabalhar com seus alunos? Quais eles teriam dificuldades para aprender?

4- Em sua opinião, quando um aluno efetua corretamente um algoritmo de multiplicar ou de dividir significa que ele aprendeu os conceitos de multiplicação ou a divisão? Por quê?

5- A abordagem utilizada nos encontros de formação sobre os conceitos do campo multiplicativo através de resolução de problemas contribuiu para a sua formação como docente? De que forma?

6 - Você pretende usar resolução de problemas matemáticos em suas aulas futuras? Em que momentos e de que forma?

7- Sobre os encontros de formação aponte:

- a) Pontos positivos e negativos;
- b) Aspectos que irá utilizar na sua prática docente;
- c) Contribuições para a melhoria da qualidade de ensino.

8 - Você deseja mencionar outros aspectos sobre o trabalho desenvolvido que não foram contemplados nesta entrevista?

## APÊNDICE F – PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

Nome..... Turma ..... Data.....

<p>1- Jorge guarda as moedas que coleciona em caixas com 5 moedas em cada caixa. Se ele tem 4 caixas completas, quantas moedas têm sua coleção?</p> <p>R:</p>	<p>2- Carla tem 18 reais e Gustavo tem metade do dinheiro de Carla. Quanto dinheiro Gustavo tem?</p> <p>R:</p>
<p>3- Rita vai viajar levando 3 saias e 4 blusas. De quantas formas diferentes ela pode se vestir, combinando suas saias e blusas?</p> <p>R:</p>	<p>4- Em uma sala de aula há 20 cadeiras. Quantas fileiras de cadeiras podem ser feitas se há 4 colunas?</p> <p>R:</p>
<p>5- Na sala de aula as carteiras estão organizadas em 5 filas e 4 colunas. Quantas carteiras há na sala?</p> <p>R:</p>	<p>6- Paguei 12 reais por 6 cadernos. Quanto custou cada caderno?</p> <p>R:</p>

Nome..... Turma ..... Data.....

<p>1- Em um jogo, Luísa fez 15 pontos. Ela fez 3 vezes mais pontos que João. Quantos pontos João fez?</p> <p>R:</p>	<p>2- Numa festa havia 4 meninos e algumas meninas. Se foi possível formar 12 pares diferentes entre eles para dançar, quantas meninas havia na festa?</p> <p>R:</p>
<p>3 -Na sala de aula 18 cadeiras vão ser organizadas em 3 fileiras. Quantas cadeiras terá cada fileira?</p> <p>R:</p>	<p>4- Laura comprou alguns cadernos. Cada caderno custou 3 reais. Quantos cadernos Laura comprou se gastou 15 reais</p> <p>R:</p>
<p>5 - Fábio tem 3 vezes a quantidade de figurinhas de João. Se João tem 4 figurinhas, quantas figurinhas tem Fábio?</p> <p>R:</p>	