

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



CAMILA DA SILVA NUNES

**UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA (UEPS) PARA O
ENSINO DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Canoas
2015

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE

CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



CAMILA DA SILVA NUNES

UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA (UEPS) PARA O ENSINO DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Dr. Arno Bayer

Canoas
2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP

N972u Nunes, Camila da Silva.

Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) para o ensino de estatística na educação básica / Camila da Silva Nunes. – 2015.
128 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, 2015.
Orientador: Prof. Dr. Arno Bayer.

1. Educação. 2. Ensino de estatística. 3. Ensino fundamental. 4. Aprendizagem significativa. 5. Unidade de Ensino Potencialmente Significativa – UEPS. I. Bayer, Arno. II. Título.

CDU: 372.851.92

CAMILA DA SILVA NUNES

**UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA (UEPS) PARA O
ENSINO DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ensino de Ciências e Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Lorí Viali – PUC

Prof. Dr. Rodrigo Dalla Vecchia – ULBRA

Prof^a. Dr^a. Carmen Teresa Kaiber – ULBRA

Prof. Dr. Arno Bayer – ULBRA

(Orientador)

Canoas

2015

*Dedico esta pesquisa aos meus pais,
Pedro e Eva e ao meu esposo, Rudinei
que sempre estiveram ao meu lado, e
nunca mediram esforços para a
concretização deste sonho.*

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus pela minha vida, pela família maravilhosa que tenho, pelas graças e bençãos recebidas, para elaboração desta pesquisa. “Ele é o meu Deus, o meu refúgio, a minha fortaleza, e nele confiarei”. (Salmo 91).

Aos meus pais Pedro e Eva pelo carinho, dedicação, compreensão e amor. Vocês acreditaram em minha capacidade e sempre me incentivaram a prosseguir, mesmo com tantos obstáculos no meu caminho. Amo vocês!

Ao meu querido esposo Rudinei, por ser tão especial em minha vida. Sempre ao meu lado, me apoiando e me incentivando a lutar pelos meus sonhos. Devido ao seu companheirismo, paciência, alegria e amor, este trabalho pôde ser concretizado.

À professora e coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECIM –, Claudia Lisete Oliveira Groenwald, por fazer parte da banca na qualificação e por me incentivar a prosseguir com os estudos.

Ao meu orientador, Arno Bayer, pela amizade, compreensão, sabedoria e apoio durante a construção da dissertação. Obrigada por compartilhar dos seus conhecimentos, por me fazer refletir e por estar junto comigo neste longo percurso.

Aos professores Rossano André Dal-Farra e Carmen Teresa Kaiber, por serem as primeiras pessoas que me apresentaram a Teoria da Aprendizagem Significativa. A professora Carmem, meus sinceros agradecimentos pelas orientações e sugestões durante a qualificação e defesa.

Ao professor Rodrigo Dalla Vecchia, por integrar a banca, pelas contribuições, sugestões e críticas que foram fundamentais para a construção deste trabalho e que me fizeram refletir e crescer ao longo do processo.

À minha colega e amiga Maria Adelina Raupp Sganzerla, pelos momentos de alegria e de muito estudo. À minha colega e amiga Ursula Timm, pelo apoio, dedicação e materiais compartilhados para a realização do Estágio no Ensino Superior.

Aos professores e colegas do PPGECIM, pela dedicação, incentivo e carinho. Ao professor Marco Antonio Moreira que me encantou com suas aulas e me auxiliou na fase final da dissertação. Ao professor Lorí Viali, membro da banca examinadora.

À direção, aos professores, aos funcionários e aos alunos do Colégio Estadual Professor Nicolau Chiavaro Neto, pelo apoio e confiança no trabalho realizado. Sem a participação e dedicação de vocês eu não teria conseguido.

“Hoje, todos reconhecemos que nossa mente é conservadora, aprendemos a partir do que já temos em nossa estrutura cognitiva”.

Marco Antonio Moreira

RESUMO

Nesta pesquisa apresenta-se a investigação, a produção, o desenvolvimento, a implementação e a avaliação de um material de aprendizagem destinado ao Ensino de Estatística na Educação Básica. Na elaboração desse material foram seguidas as etapas e princípios de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa – UEPS, visando a auxiliar o aluno no processo de uma Aprendizagem Significativa, por meio dos seus conhecimentos prévios, da sua disposição para aprender e do auxílio de um material potencialmente significativo. Sendo assim, no decorrer deste trabalho, apresenta-se a Teoria da Aprendizagem Significativa, bem como as etapas e os princípios para a construção de uma UEPS. O material em questão, assim como o questionário inicial e final foram aplicados em uma turma de 25 alunos do terceiro ano do Ensino Médio na disciplina de Matemática no Colégio Estadual Professor Nicolau Chiavaro Neto no Município de Gravataí/RS. O objetivo da pesquisa foi investigar se a aplicação da UEPS pode gerar Aprendizagem Significativa em relação à aprendizagem de Estatística. Nesse sentido, os conteúdos estatísticos envolvidos na UEPS foram os conceitos básicos de Estatística, distribuições de frequências, construção e interpretação de gráficos, medidas de tendência central e medidas de dispersão. Com base nos dados coletados e de sua análise, conclui-se que o material, elaborado a partir dos conhecimentos prévios dos alunos, serviu de alicerce para uma aprendizagem alicerçada na interação e na assimilação entre os conhecimentos já adquiridos pelos estudantes e os novos conteúdos a serem estudados, gerando, dessa forma, evidências de um conhecimento rico em significados.

Palavras-chave: Ensino de Estatística. Aprendizagem Significativa. Unidade de Ensino Potencialmente Significativa – UEPS.

ABSTRACT

This research presents the study, production, development, implementation and evaluation of a learning material for the Statistics Teaching in Basic Education. To prepare this material were followed the steps and principles of Potentially Meaningful Teaching Unit - PMTU, aiming to help the student in the process to construct a significant learning through their previous knowledge, their willingness to learn and the aid of a potentially significant material. Therefore, in this paper presents the theory of meaningful learning, and the steps and principles for the PMTU's construction. This material, along with the initial and final questionnaire, was applied in a class with 25 students in a third grade of High School during Math classes at *Colégio Estadual Professor Nicolau Chiavaro Neto* in *Gravataí/RS*. The purpose of the research was to investigate whether the application of the PMTU can generate a meaningful learning in relation to the learning of Statistics. The statistical contents involved in PMTU were the basics of statistics, frequency distributions, construction and interpretation of graphs, central tendency measures and dispersion measures. From the collected data and their analysis, it was possible to conclude that the material prepared by the students' prior knowledge served as the basis for learning through interaction and assimilation of the knowledge acquired by students, and new issues to be studied, generating evidence of a wealth of knowledge in meanings.

Keywords: Statistics Teaching. Meaningful Learning. Potentially Meaningful Teaching Unit - PMTU.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - MAPA CONCEITUAL NA VISÃO HUMANISTA DE NOVAK.	30
FIGURA 2 - ORGANIZAÇÃO DA PESQUISA.	45
FIGURA 3 - UEPS DISPONIBILIZADA PARA OS ALUNOS.	46
FIGURA 4 - PLANO DE ESTUDOS REFERENTE AO ANO DE 2012.	47
FIGURA 5 - PLANO DE ESTUDOS REFERENTE AO ANO DE 2013.	47
FIGURA 6 - DECLARAÇÃO DO ALUNO A.	53
FIGURA 7 - DECLARAÇÃO DO ALUNO B.	54
FIGURA 8 - DECLARAÇÃO DO ALUNO B.	54
FIGURA 9 - DECLARAÇÃO DO ALUNO A.	55
FIGURA 10 - DECLARAÇÃO DO ALUNO C.	55
FIGURA 11 - DECLARAÇÃO DO ALUNO K.	59
FIGURA 12 - EXEMPLO DE CÁLCULOS DESENVOLVIDOS PELO ALUNO I.	60
FIGURA 13 - GRÁFICO CONSTRUÍDO PELO ALUNO O.	61
FIGURA 14 - GRÁFICO DOS EMPREGOS FORMAIS.	62
FIGURA 15 - EXEMPLO DE CÁLCULO DESENVOLVIDO PELO ALUNO M.	62
FIGURA 17 - PONTOS OBTIDOS NAS PROVAS.	64
FIGURA 16 - RESPOSTA DO ALUNO S.	63
FIGURA 18 - RESPOSTA DO ALUNO P.	65
FIGURA 19 - RESPOSTA DO ALUNO Z.	65
FIGURA 20 - GRÁFICO DOS EMPREGOS FORMAIS.	66
FIGURA 21 - RESPOSTA DO ALUNO L.	66
FIGURA 22 - RESPOSTA DO ALUNO T.	67
FIGURA 23 - RESPOSTA DO ALUNO D.	68
FIGURA 24 - DECLARAÇÃO DO ALUNO H.	70

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - FAIXA ETÁRIA DOS ALUNOS	52
TABELA 2 - DISCIPLINA DE QUE OS ALUNOS MAIS GOSTAM.....	52
TABELA 3 - DISCIPLINA DE QUE OS ALUNOS MENOS GOSTAM	53
TABELA 4 - DECLARAÇÃO DOS ALUNOS SOBRE AS AULAS DE MATEMÁTICA .	54
TABELA 5 - QUADRO COM OS CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO	60
TABELA 6 - DECLARAÇÃO DOS ALUNOS SOBRE A AMPLIAÇÃO DOS CONHECIMENTOS	69

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
1 SITUANDO A PESQUISA	14
1.1 TRAJETÓRIA PESSOAL	14
1.2 JUSTIFICATIVA	17
1.3 PROBLEMA DE PESQUISA	18
1.4 REVISÃO DE LITERATURA	18
1.5 OBJETIVOS DA PESQUISA	20
1.5.1 OBJETIVO GERAL	20
1.5.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	21
2 CONHECENDO A TEORIA	22
2.1 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA.....	22
2.2 UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA – UEPS	31
3 ENSINO DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA.....	35
3.1 ENSINO MÉDIO	35
3.2 ENSINO DE ESTATÍSTICA	38
4 METODOLOGIA DE PESQUISA	42
4.1 PARADIGMA DA PESQUISA.....	42
4.2 CONTEXTUALIZAÇÃO DA PESQUISA	43
5 DESENVOLVIMENTO DA UEPS DE ESTATÍSTICA.....	47
6 ANÁLISE DOS DADOS.....	52
6.1 QUESTIONÁRIO INICIAL	52
6.2 QUESTÕES DA UEPS	58
6.3 QUESTIONÁRIO FINAL	63
CONSIDERAÇÕES FINAIS	71
REFERÊNCIAS	73
APÊNDICES	77

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO INICIAL, PARA INVESTIGAR O PERFIL DOS ALUNOS E IDENTIFICAR QUAIS SÃO OS SEUS CONHECIMENTOS PRÉVIOS SOBRE O CONTEÚDO DE ESTATÍSTICA.	78
APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO FINAL, PARA INVESTIGAR O QUE OS ALUNOS APRENDERAM SOBRE O CONTEÚDO DE ESTATÍSTICA.	81
APÊNDICE C – AUTORIZAÇÃO DO COLÉGIO PARA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	83
APÊNDICE D – UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA (UEPS), PARA O ENSINO DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA.....	84

INTRODUÇÃO

A presente dissertação está fundamentada na literatura de Moreira (1999, 2006, 2010, 2011, 2013 e 2014), Masini e Moreira (2008), Masini (2011) e nas contribuições de Bob Gowin e Joseph Novak, destacados por Moreira (1999 e 2013). As pesquisas dos respectivos autores estão alicerçadas na Teoria da Aprendizagem Significativa ou Teoria da Assimilação, desenvolvida por David Ausubel, e, tem como filosofia, o cognitivismo, que trata dos processos mentais do ser humano. Dessa forma, a teoria Ausubeliana enfatiza que são necessárias duas condições para que a aprendizagem ocorra de forma significativa: (I) disposição do aluno para aprender e (II) o material didático desenvolvido deve ser potencialmente significativo para o aluno, além de ser construído a partir dos seus conhecimentos prévios.

Partindo-se desses pressupostos, investigou-se sobre a elaboração de materiais potencialmente significativos, em que foi proposta a construção de uma sequência didática, alicerçada na Teoria da Aprendizagem Significativa, desenvolvida por Moreira (2011), a qual ele define como uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa – UEPS. Nesse aspecto, importante referir que o objetivo da UEPS é desenvolver unidades de ensino potencialmente facilitadoras da Aprendizagem Significativa de tópicos específicos do conhecimento.

Por conseguinte, o conteúdo definido para elaboração e aplicação da UEPS foi a Estatística, tendo em vista que sua inclusão nos currículos da Educação Básica ocorreu em meados da década de 90, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN – (1997), em um bloco de conteúdos chamado de Tratamento da Informação.

Pela importância do tema e tendo como propósito contribuir para as pesquisas no campo educacional, elaborou-se esta dissertação que tem por objetivo investigar se **a aplicação de uma UEPS destinada aos alunos do terceiro ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Professor Nicolau Chiavaro, localizado no município de Gravataí/RS, pode gerar uma Aprendizagem Significativa em relação à aprendizagem de Estatística.**

No primeiro capítulo, apresenta-se a trajetória pessoal da pesquisadora, a justificativa pela escolha do tema, a problemática, a revisão de literatura e os objetivos da pesquisa. O segundo capítulo versa sobre a Teoria da Aprendizagem Significativa ou Teoria da Assimilação de Ausubel e as etapas para a construção de

uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) desenvolvida por Moreira (2011).

O terceiro capítulo discute a importância do Ensino de Estatística, tendo como aporte teórico os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), documentos oficiais que tratam da Educação Básica no Brasil. O quarto capítulo refere-se à metodologia, no qual é apresentado o paradigma da pesquisa, sendo que ele possui caráter qualitativo, no entanto, em determinados momentos recebe tratamento quantitativo. Ainda nesse capítulo, é exposta a contextualização da pesquisa, embasada nas etapas da UEPS, e de que forma os dados foram produzidos, organizados e analisados.

O quinto capítulo trata da descrição do desenvolvimento e aplicação de uma UEPS para ensinar Estatística no terceiro ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Professor Nicolau Chiavaro Neto. No sexto capítulo descreve-se a análise e interpretação das atividades desenvolvidas pelos alunos. Logo no início desse tópico, é apresentado o perfil dos alunos, destacando-se, na sequência, a análise dos questionários inicial e final e as atividades desenvolvidas e discutidas por eles durante a aplicação dos quatro módulos da UEPS de Estatística.

O presente trabalho encerra-se com as considerações finais, momento em que, a partir da análise dos dados coletados, observou-se que o material construído, fundamentado nos conhecimentos prévios dos alunos, constitui uma alternativa importante e viável no processo de construção do conhecimento.

1 SITUANDO A PESQUISA

Apresenta-se nesse capítulo a trajetória pessoal da pesquisadora, a justificativa pela escolha do tema, o problema de pesquisa e os objetivos traçados, para que seja possível entender a escolha do referencial teórico e da metodologia utilizada nesta pesquisa, que serão apresentados nos capítulos seguintes.

1.1 TRAJETÓRIA PESSOAL

O meu percurso acadêmico foi marcado por alterações de cursos de graduação no Ensino Superior, contudo tinham em comum a área educacional. Em 2006 ingressei no curso de Pedagogia Empresarial, devido a exigências empresariais, entretanto, nos três semestres subsequentes, decidi mudar e realizar meu sonho que era estudar Matemática, e por isso, optei pela Licenciatura em Matemática, cursado na Universidade Luterana do Brasil – ULBRA – no campus de Gravataí.

O curso de Matemática foi concluído no começo de 2011, e posso afirmar que foram cinco longos anos de alegrias, tristezas, dúvidas, questionamentos, inquietações e muito, mas muito aprendizado. No mesmo ano ingressei na ULBRA, no campus de Canoas, no curso de Especialização em Educação Matemática, e, no ano de 2013, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) para cursar o Mestrado.

No período de 2011 a 2013, realizei outros cursos de extensão e pós-graduação, na modalidade à distância, dos quais destaco as Especializações em Gestão Escolar, Supervisão e Orientação Educacional, Educação à Distância e Educação Especial. Todos os cursos realizados foram no âmbito educacional e motivados pelas dificuldades e inquietações durante a minha prática educativa na Educação Básica.

Minha experiência docente iniciou-se em 2008, em duas escolas municipais de Gravataí, Rio Grande do Sul, nas quais eu trabalhava como monitora de Matemática em um projeto denominado Turno Integral. No ano seguinte, trabalhei como estagiária em outra escola municipal, onde lecionava para os alunos de quinta série e também auxiliava os alunos das séries iniciais que possuíam algum tipo de necessidade especial.

No ano de 2010 ingressei em três escolas do Estado do Rio Grande do Sul para lecionar Matemática no Ensino Fundamental e Médio. Uma dessas escolas é o Colégio Estadual Professor Nicolau Chiavaro Neto, em que continuo lecionando até o presente momento, e também atuo como Supervisora Escolar. O Colégio Nicolau é uma escola muito importante na minha vida, pois foi nela que cursei as séries finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio, e este fator influenciou no momento de escolher o local para aplicação da presente pesquisa.

Durante os sete anos que estive lecionando na Educação Básica, consegui perceber as lacunas e dificuldades de aprendizagem dos alunos nas aulas de Matemática e, muitas vezes, essas dificuldades se iniciam no Ensino Fundamental e são estendidas até o Ensino Médio. Uma prova desse fato é que grande quantidade dos alunos apresenta baixo nível de conhecimento em Matemática, pois as avaliações realizadas em âmbito nacional expõem dados preocupantes em relação a aprendizagem desta área do conhecimento.

Como exemplo dessas avaliações, em âmbito nacional, destaco o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) que é realizado de dois em dois anos e avalia o conhecimento dos alunos em relação às disciplinas de Português e Matemática. Segundo esse sistema, apenas 16,4% dos alunos do nono ano do Ensino Fundamental, que foram avaliados em 2013, obtiveram aprendizado adequado em Matemática. Além disso, o indicador apresentou uma queda em relação à avaliação de 2011, que era de 16,9% de aprendizado, coerente para o nono ano do Ensino Fundamental, e desta forma o Brasil não cumpriu nenhuma das metas previstas para a Educação Básica.

No Ensino Médio os alunos realizam o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), e a pontuação média no Brasil, na área de Matemática, sofreu queda de 7,3%, passando de 514,1 pontos em 2013, para 476,6 pontos em 2014. Essa situação indica sinal de alerta, pois se o aluno quiser se inscrever no Programa Universidade para Todos, que tem por objetivo conceder bolsas de estudos integrais ou parciais em cursos de graduação, deverá ter obtido no mínimo 450 pontos nas quatro provas (Linguagens, Matemática, Ciências Humanas e da Natureza) e não ter zerado a redação. A média nacional em Matemática, no ano de 2014, ficou acima de 450 pontos, contudo para que os alunos consigam ingressar nos cursos mais concorridos, precisam ter um desempenho bem superior ao mínimo exigido.

Os dados supra-apresentados serviram de base para sustentar a minha visão e percepção, enquanto professora da Educação Básica, em relação às dificuldades que os alunos apresentam nas aulas de Matemática. Além disso, também observei que os alunos, principalmente os do Ensino Médio não têm muito contato, na escola, com a Estatística que é um conteúdo que integra o currículo de Matemática. Para se confirmar esse quadro, basta observar-se que os alunos estão diariamente rodeados por situações que envolvem a Estatística, mas parece que falta incentivo e motivação para ensinar e aprender esse conteúdo dentro das escolas. Quando surgiu a proposta de trabalhar com Estatística no mestrado, confesso que fiquei bastante preocupada, pois sabia muito pouco sobre esse conteúdo e não tinha visto no Ensino Médio. No entanto, me senti desafiada e motivada para pesquisar, estudar, aprender e ensinar o conteúdo de Estatística para os meus alunos.

Analisando todo esse contexto, entendo que muitos dos conteúdos que estão sendo ensinados na Educação Básica são diferentes do que os alunos veem no cotidiano, como por exemplo, as informações estatísticas veiculadas nos meios de comunicação, as questões cobradas nos concursos públicos e, como já citado anteriormente, as próprias avaliações realizadas no âmbito nacional.

No que concerne aos aspectos teóricos, importante referir que em Bicudo (2011) é analisada a tese de Espósito (1991). O meu objetivo não é trabalhar na linha de pesquisa da Bicudo, mas sim, pensar sobre a resposta fornecida por um professor da Educação Básica do Estado de São Paulo, quando perguntado por Espósito, ainda no início dos anos noventa, sobre como ele via e sentia a escola? Abaixo segue a resposta do professor:

Como vejo e sinto a escola hoje. Está encastelada dentro de seus muros, distante da transformação social, política e cultural que hoje se processa tão rapidamente. Entretanto, ela sofre dos mesmos problemas da sociedade "lá fora"; As pessoas são as mesmas que vivem dentro e fora da escola. Mas isso não é percebido, nem pelos que trabalham na escola, nem pela comunidade. O que se aprende na escola não se lê em revistas, jornais, não se vê na TV, etc. O que ocorre no mundo não se estuda na escola. O que falta à escola hoje: a) Uma visão de mundo atual. b) Uma definição de homem que queremos formar. c) Um compromisso com a educação do homem que será o cidadão do século XXI. (ESPÓSITO, 1991, p. 41 apud BICUDO, 2011, p. 67).

A descrição feita pelo professor investigado tem mais de vinte anos, todavia se encaixa perfeitamente no período em que estamos vivendo. Quando li essa citação pela primeira vez, fiquei bastante angustiada, pois, em determinados

momentos, estava me vendo dentro desse emaranhado de problemas, tanto como professora quanto como aluna. A partir dessa leitura, surgiram outras inquietações, pois é difícil compreender e aceitar o trecho “o que ocorre no mundo não se estuda na escola”, no entanto, a passagem está de acordo com o modo com que eu penso. Mas o que fazer para mudar essa visão de escola? A partir desses questionamentos surgiu a ideia de construir esta dissertação, baseada na Teoria da Aprendizagem Significativa, onde o aprendizado ocorre a partir do que o aluno já sabe, ou seja, a partir dos seus conhecimentos prévios. Assim, os alunos podem trazer situações do seu cotidiano para discutir e enriquecer os assuntos abordados na sala de aula. Dessa forma, a construção da presente dissertação está relacionada com minhas vivências na Educação Básica e na junção da Teoria da Aprendizagem Significativa com o Ensino de Estatística.

1.2 JUSTIFICATIVA

Os PCN são referenciais que visam a um ensino de qualidade na Educação Básica brasileira. O seu principal objetivo é orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema educacional, socializando discussões, pesquisas e recomendações, subsidiando a participação de técnicos e professores brasileiros, especialmente daqueles que possuem menor contato com a produção pedagógica atual. (BRASIL, 1997)

O Ensino de Estatística foi incluído no Brasil, em 1997, por meio dos PCN e tem como objetivo sugerir e estimular a aprendizagem desse conteúdo nas escolas brasileiras. Além disso, é possível perceber a frequente necessidade de compreenderem-se as informações veiculadas pelos meios de comunicação, para que seja possível tomar decisões coerentes e fazer previsões que influenciem a vida particular e social dos cidadãos brasileiros. (BRASIL, 2000).

Os PCN (BRASIL, 2000, p. 132) enfatizam que “estar alfabetizado, neste final de século, supõe saber ler e interpretar dados de maneira organizada e construir representações, para formular e resolver problemas que impliquem o recolhimento de dados e a análise de informações”. O referencial destaca a importância de saber ler e interpretar dados, e essa característica traz ao currículo de Matemática uma oportunidade de abordar os elementos da Estatística desde os anos iniciais.

Uma das finalidades da Estatística, no âmbito da educação, “é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia a dia”. (BRASIL, 2000, p. 56) O referencial desta pesquisa baseia-se na Teoria da Aprendizagem Significativa e desta forma entende-se que a Estatística deve ser ensinada de modo que os alunos atribuam significado ao processo de aquisição do conhecimento.

A opção de investigar se a aplicação de uma UEPS contribui para uma Aprendizagem Significativa do conteúdo de Estatística, justifica-se pela importância desse conhecimento no contexto moderno, para, desse modo, melhorar a aprendizagem desse conteúdo. Devido à contemporânea inclusão da Estatística nos currículos de Matemática, as escolas brasileiras vêm inserindo esse conteúdo nos planos de estudos de forma gradativa. Como exemplo, destaca-se a escola investigada que inseriu recentemente o conteúdo de Estatística na grade curricular da disciplina de Matemática.

1.3 PROBLEMA DE PESQUISA

O problema que norteou esta pesquisa foi: **A aplicação de uma UEPS destinada aos alunos do terceiro ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Professor Nicolau Chiavaro Neto, localizado no município de Gravataí/RS, pode gerar uma Aprendizagem Significativa em relação à aprendizagem de Estatística?**

1.4 REVISÃO DE LITERATURA

A presente revisão de literatura tem por objetivo relatar brevemente pesquisas científicas, relacionadas aos temas Ensino de Estatística e Aprendizagem Significativa. Nesse sentido, existem diversas pesquisas que abordam cada um desses temas, mas, nesta revisão de literatura, é dada ênfase às pesquisas relacionadas à elaboração e aplicação de sequências didáticas. Uma das pesquisas escolhidas para esta revisão de literatura é a dissertação de mestrado de Lutz (2012), intitulada “Uma sequência didática para o Ensino de Estatística a alunos do Ensino Médio do Proeja”. A investigação de Lutz teve como objetivo elaborar,

implementar e analisar uma sequência didática envolvendo atividades de Estatística. A sequência didática foi aplicada em uma turma de 24 alunos na modalidade PROEJA do curso Técnico em Informática no Campus Alegrete/RS do Instituto Federal. A metodologia utilizada foi a Engenharia Didática, e o referencial teórico foi embasado na Teoria dos Registros de Representação Semiótica. O resultado da pesquisa aponta que o material produzido favoreceu a aprendizagem dos conteúdos de Estatística.

Outra pesquisa realizada no âmbito da Educação Estatística é a dissertação de mestrado de Pereira (2007) com o título “Um estudo a respeito do professor de Matemática e a implementação de uma sequência didática para a abordagem da Estatística no Ensino Médio”. A pesquisa de Pereira trata de uma investigação que envolveu um professor e alunos do terceiro ano do Ensino Médio. O objetivo da pesquisa foi verificar se o professor ensinaria seus alunos a resolver uma lista com problemas elaborados para compreender os conceitos estatísticos, quanto ao Técnico, Mobilizável e Disponível, recebendo uma preparação ou auxílio por parte do pesquisador. A produção dos alunos foi analisada segundo os níveis Técnico, Mobilizável e Disponível. Os resultados da presente pesquisa indicam que foi possível fazer com que o professor investigado pudesse ampliar suas percepções sobre a Estatística, e como consequência, os alunos desse professor também puderam expandir seus conceitos sobre o conteúdo abordado, pois a sequência didática melhorou os conhecimentos do professor e permitiu aos alunos vivenciar as fases necessárias para a construção do conhecimento.

Em relação às pesquisas já realizadas sobre UEPS, destaca-se o artigo científico de Borssoi e Almeida (2013) que tem como título “Uma aproximação entre Modelagem Matemática e Unidades de Ensino Potencialmente Significativas para a Aprendizagem Significativa: o caso das equações de diferenças”. Nesse trabalho, propõe-se uma UEPS subsidiada por atividades de Modelagem Matemática. A pesquisa foi desenvolvida com quatro alunos na disciplina de Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, no 4º ano de um curso de Licenciatura em Matemática. A análise realizada evidencia elementos que indicam que atividades de modelagem contemplam princípios conceituais e metodológicos que norteiam uma UEPS. A inclusão de atividades de modelagem na UEPS pode fortalecê-la no que se refere à sua capacidade de promover a Aprendizagem Significativa dos estudantes.

A dissertação de Manassi (2014), intitulada “A Calculadora HP17BII+ como Aporte Tecnológico no Ensino de Matemática Financeira no PRONATEC: Maior Possibilidade de Aprendizagem Significativa”, trata de investigar se o uso dessa calculadora, nas aulas de Matemática Financeira, contribui para uma Aprendizagem Significativa do conteúdo para os alunos do curso Técnico em Vendas, oferecido pelo Programa Nacional de Acesso ao Ensino Técnico e Emprego – PRONATEC. A análise de dados ocorreu por meio de um experimento no qual treze alunos matriculados na disciplina de Matemática Financeira II, constante no currículo do curso, estudaram tópicos de matemática financeira instrumentados pelo recurso tecnológico. Após a investigação, a professora titular da disciplina e os estudantes expressaram suas opiniões acerca do evento por meio de questionários. A análise dos dados apresentou indicativos de uma Aprendizagem Significativa do tema. Concluiu-se que o equipamento constitui-se como importante ferramenta contextualizadora, integrando o ensino de matemática financeira com seus elementos: a linguagem matemática, suas aplicações e recursos tecnológicos pertinentes.

Apesar das discussões sobre a utilização de UEPS nas aulas de Matemática, no âmbito da Aprendizagem Significativa, e os trabalhos realizados na área de Estatística já se mostrarem em uma quantidade relevante de pesquisas, não foram encontradas, na revisão elaborada, investigações que entrelaçassem e tratassem de abordar, nas aulas de Matemática, uma UEPS destinada ao Ensino de Estatística na Educação Básica, principalmente no terceiro ano do Ensino Médio, alicerçada na Teoria da Aprendizagem Significativa.

1.5 OBJETIVOS DA PESQUISA

Os objetivos formam um dos pilares fundamentais da pesquisa. Eles orientam e delimitam os procedimentos no processo.

1.5.1 Objetivo Geral

Esta pesquisa tem como objetivo geral investigar se a aplicação de uma UEPS, destinada aos alunos do terceiro ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Professor Nicolau Chiavaro, localizado no município de Gravataí/RS, pode gerar

uma Aprendizagem Significativa em relação à aprendizagem de Estatística, tendo como alicerce a Teoria da Aprendizagem Significativa e os princípios para construção de uma UEPS.

1.5.2 Objetivos Específicos

- a) Investigar o que os alunos do terceiro ano do Ensino Médio entendem por Estatística.

- b) Elaborar e aplicar uma UEPS destinada ao Ensino de Estatística no terceiro ano do Ensino Médio, fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa.

- c) Investigar se o desenvolvimento de uma UEPS com os alunos do terceiro ano do Ensino médio do Colégio Estadual Professor Nicolau Chiavaro Neto pode gerar uma Aprendizagem Significativa em relação à aprendizagem de Estatística.

2 CONHECENDO A TEORIA

No presente capítulo apresenta-se a Teoria da Aprendizagem Significativa proposta por Ausubel, Novak e Hanesian (1980) e os passos para a elaboração de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) elaborada por Moreira (2011). Nesse sentido, conforme Masini e Moreira (2008, p. 4), “aprender de maneira significativa é aprender com significado, integrando positiva e construtivamente pensamentos, sentimentos e ações”.

2.1 Aprendizagem Significativa

A Teoria da Aprendizagem Significativa ou Teoria da Assimilação de Ausubel é uma teoria cognitivista e construtivista que propõe explicar o processo de aprendizagem que ocorre na mente humana, por meio da organização e integração do material de aprendizagem na estrutura cognitiva. Essa estrutura cognitiva evidencia uma organização hierarquizada de conceitos que são experiências sensoriais, por meio dos quais o indivíduo adquire e utiliza o conhecimento. (MOREIRA, 1999).

Em consonância com Moreira (1999), Masini (2011) afirma que a Aprendizagem Significativa “é uma teoria cognitivista e construtivista sobre o processo de aquisição do conhecimento”. Nesse aspecto, ela é entendida como o processo de compreensão, reflexão e atribuição de significados do indivíduo em interação com o meio social, ao constituir a cultura e por ela ser constituído.

Além do mais, importante referir que, analisando-se as pesquisas de Masini (2011, p. 18), observa-se que ele é enfático ao defender que “a Aprendizagem Significativa como teoria cognitivista descreve o que sucede quando o ser humano organiza e atribui significados à realidade em que se encontra – significados em constante transformação”. Nesse mesmo sentido, ainda Masini (2011, p. 18) acrescenta que:

A Aprendizagem Significativa como teoria construtivista interpreta a aquisição do conhecimento na asserção de que ver, ouvir, cheirar, apalpar, compreender, elaborar, relacionar, transformar e lembrar são atos de construção do sujeito; atos que dependendo das circunstâncias e condições pessoais fazem maior ou menor uso dos estímulos externos e da relação com o outro.

Dessa forma, dissertar sobre Aprendizagem Significativa é, segundo Masini (2011, p. 18), “focalizar o sujeito do conhecimento – suas características fundamentais nesse processo”. Ou seja, o sujeito do conhecimento, destacado por Masini, é o aquele capaz de perceber, compreender e estar aberto para as situações que o cercam e para as quais atribui significados, no mundo em que ele está inserido, permitindo, assim, o seu próprio processo de aquisição e construção do conhecimento. Sendo importante, conforme Masini (2011, p. 18), “acompanhá-lo no uso de sua capacidade de perceber, de compreender, de refletir e decidir nas relações em cada situação específica que torna possível o significar”.

Ainda, com relação a esse ponto, um dos conceitos mais importantes da teoria Ausubeliana sobre o ensino e aprendizagem pode ser resumido nesta frase: “[...] o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra o que ele sabe e baseie nisso os seus ensinamentos”. (AUSUBEL, NOVAK e HANESIAN, 1980, p. ix).

Essa frase foi extraída da 2ª edição do livro “Psicologia Educacional”, traduzido para o português e tem como coautores Novak e Hanesian. Esse conceito parece simples; contudo, as justificativas de como e por que essa ideia é defendida, certamente, não são simples. O que se pretende dizer com “aquilo que o aprendiz já conhece”? (MOREIRA, 2006).

Analisando-se a passagem “aquilo que o aprendiz já conhece”, é possível verificar que ela nos remete à estrutura cognitiva, ou seja, ao contexto da aprendizagem de um certo assunto, ao conteúdo e à organização de suas ideias nessa área específica do conhecimento. E vai muito além, a ideia de “aquilo que o aprendiz já conhece” não é apenas a ideia de “pré-requisito”. (MOREIRA, 2006).

Além disso, com relação a esse aspecto, Moreira (2006, p. 14) defende que:

Esta é uma ideia ampla e até certo ponto vaga como, por exemplo, no sentido de que Física I e Cálculo I são pré-requisitos de Física II, enquanto Ausubel se refere a aspectos específicos da estrutura cognitiva que são relevantes para a aprendizagem de uma nova informação.

Nesse sentido, para que a estrutura cognitiva preexistente influencie e promova a aprendizagem posterior, é necessário que o seu conteúdo tenha sido aprendido de forma significativa, isto é, de maneira não arbitrária, pois não é qualquer conhecimento prévio que deve interagir com o novo, mas sim os conhecimentos prévios relevantes e não literais, ou melhor, não ao pé da letra. (MOREIRA, 2006).

Esta assertiva “descubra o que ele sabe”, segundo Moreira (2006, p. 14), significa “desvelar a estrutura cognitiva preexistente”, ou seja, ela faz uma espécie de mapeamento da estrutura cognitiva, para verificar os conceitos, as ideias, a organização, as inter-relações e as proposições disponíveis na mente do indivíduo.

Sobre essa questão, de acordo com Moreira (2006), Masini (2011, p. 19) também enfatiza que descobrir o que o aluno já sabe “implica consciência do professor sobre o processo relacional no qual ele próprio está contido como participante do mesmo contexto cultural e social, mesmos valores, linguagem e conceitos de seu aluno”.

E finalmente, “baseie nisso os seus ensinamentos”, conforme Moreira (2006, p. 14), significa “basear o ensino naquilo que o aprendiz já sabe, identificar os conceitos organizadores básicos do que vai ser ensinado e utilizar recursos e princípios que facilitem a aprendizagem de maneira significativa”.

Nesse viés, a teoria de Ausubel tem como foco a Aprendizagem Significativa, evidenciando um processo que envolve a interação e ancoragem de uma nova informação, em conceitos ou proposições relevantes, a qual ele define como subsunçor, preexistentes na estrutura cognitiva do indivíduo, ou seja, daquele que aprende. (MOREIRA, 2006).

Em vista dos critérios supraelencados, oportuno questionar: Mas afinal, o que é subsunçor? Entende-se que o subsunçor é um conceito, uma ideia ou uma proposição já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir de ancoradouro a uma nova informação, de tal forma que esta adquira significado para o sujeito, isto é, que ele tenha condições de atribuir significado a essa informação. (MOREIRA, 2006).

Dessa forma, a Aprendizagem Significativa ocorre quando uma nova informação se ancora em subsunçores já preexistentes na estrutura cognitiva. Por conseguinte, os novos conceitos, as ideias e as proposições podem ser aprendidos de modo significativo e retidos, na medida em que outros subsunçores relevantes e inclusivos estejam claros e disponíveis na estrutura cognitiva e funcionem como ponto de ancoragem. (MOREIRA, 2006).

Em relação a esse aspecto, conforme Moreira (2006, p. 15), ocorre na estrutura cognitiva um processo de “interação pelo qual conceitos mais relevantes e inclusivos interagem com o novo material servindo de ancoradouro, incorporando-o e assimilando-o, porém, ao mesmo tempo, modificando-se em função dessa ancoragem”.

Em vista disso, depreende-se que a Aprendizagem Significativa, segundo aponta Moreira (1999, p. 13), contrapõe-se à “[...] aprendizagem mecânica (ou automática), definindo a segunda como sendo aquela em que novas informações são aprendidas praticamente sem interagir com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva [...]”.

Dessa forma, aprender mecanicamente é simplesmente decorar, evidenciando-se um processo em que, do ponto de vista cognitivo, as informações são internalizadas praticamente sem interação com os conhecimentos prévios. Isso significa que a nova informação é armazenada de forma arbitrária e literal, sem interagir com as informações já existentes na estrutura cognitiva do sujeito, sem contribuir ou pouco contribuir, portanto, para sua elaboração e diferenciação. (MOREIRA, 1999, 2014).

Em Matemática e Física, por exemplo, a simples memorização de fórmulas e conceitos pode ser utilizada como amostra de Aprendizagem Mecânica. Outra situação é a aprendizagem que acontece antes das avaliações, em que o aluno estuda na véspera da prova, decora os conteúdos e, logo após, esquece tudo o que foi aprendido. Esse tipo de aprendizagem também caracteriza a Aprendizagem Mecânica. (MOREIRA, 1999).

No entanto, de acordo com Moreira (1999, p. 14):

[...] embora a aprendizagem significativa deva ser preferida à mecânica por facilitar a aquisição de significados, a retenção e a transferência de aprendizagem, pode ocorrer que em certas situações a aprendizagem mecânica seja desejável ou necessária; por exemplo, em uma fase inicial da aquisição de um novo corpo de conhecimento.

Depreende-se desse contexto que, em determinadas situações, a Aprendizagem Mecânica é necessária para que o aluno consiga chegar até a Aprendizagem Significativa. “Na aprendizagem cognitiva, descrevemos um *continuum* desde o polo da aprendizagem mecânica até a aprendizagem altamente significativa”. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 133). Desta forma, por exemplo, a memorização de fórmulas estaria em um dos extremos desse *continuum* (aprendizagem mecânica), enquanto a aprendizagem de relações entre conceitos estaria em outro (Aprendizagem Significativa). Ou seja, o aprendizado começa a se afastar da aprendizagem mecânica e passa a aproximar-se da Aprendizagem Significativa. (MOREIRA, 1999).

Observe-se, portanto, que a diferença entre Aprendizagem Significativa e Aprendizagem Mecânica não deve ser confundida com a diferença entre aprendizagem por descoberta e por recepção. Naquela, o conteúdo a ser aprendido deve ser descoberto pelo aprendiz; nesta, o que deve ser aprendido é apresentado em seu modo final ao aprendiz. Seja por descoberta ou por recepção, a aprendizagem só será significativa se o novo assunto incorporar-se de forma não arbitrária e não-literal à estrutura cognitiva.

Percebe-se, nesse sentido, segundo Moreira (1999, p. 17), que as aprendizagens por descoberta e por recepção “[...] não se constituem em uma dicotomia, podendo ocorrer concomitantemente, em uma mesma tarefa de aprendizagem, e situar-se ao longo de um continuum, como o da Aprendizagem Significativa e Mecânica”.

A Aprendizagem Mecânica é necessária quando o indivíduo adquire informações em uma área do conhecimento totalmente nova e segundo Moreira (2014, p. 163) “[...] a aprendizagem mecânica ocorre até que alguns elementos de conhecimento, relevantes a novas informações na mesma área, existam na estrutura cognitiva e possam servir de subsunçores, ainda que pouco elaborados”. Quando essa aprendizagem começa a ser significativa, os subsunçores tornam-se ainda mais elaborados e mais capacitados para ancorar novas informações.

Sobre essa questão, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) aconselham o uso de organizadores prévios que sirvam de âncora para a nova aprendizagem e levem ao desenvolvimento de conceitos classificadores que facilitem a aprendizagem posterior. Também Moreira (2014, p. 163), ao abordar esse tema, destaca que organizadores prévios “são materiais introdutórios apresentados antes do material a ser aprendido em si”.

Nesse sentido, a principal função dos organizadores prévios é servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele deve saber a fim de que o material possa ser aprendido de forma significativa. Por conseguinte, os organizadores prévios facilitam a aprendizagem na medida em que funcionam como pontes cognitivas. (MOREIRA, 2014).

Além dos aspectos supradestacados, importante observarem-se os parâmetros estabelecidos por Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 34) quando abordam esse assunto:

A essência do processo de aprendizagem significativa é que as ideias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas pelo aluno através de uma relação não arbitrária e substantiva (não literal). Uma relação não arbitrária e substantiva significa que as ideias são relacionadas a algum aspecto relevante existente na estrutura cognitiva do aluno, como, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição.

Depreende-se desse contexto, portanto, que são necessárias duas condições para a ocorrência da Aprendizagem Significativa. A primeira refere-se ao material a ser aprendido, pois este deve estar relacionado à estrutura cognitiva do aprendiz, de maneira não arbitrária e não literal. Então, um material com essa característica é denominado potencialmente significativo.

Para que o material seja potencialmente significativo, é necessário o envolvimento de dois fatores: natureza do material, em si, e a natureza da estrutura cognitiva do aprendiz. Em relação à natureza do material, este deve ter significado lógico. Isto significa, segundo esclarece conforme Moreira (1999, p. 21):

[...] ser suficientemente não-arbitrário e não-aleatório, de modo que possa ser relacionado de forma substantiva e não-arbitrária, a ideias correspondentemente relevantes que situem dentro do domínio da capacidade humana de aprender.

No que diz respeito à natureza da estrutura cognitiva, é necessário que o aprendiz tenha disponíveis os conceitos subsunçores específicos, de modo que o novo material de aprendizagem possa se relacionar.

A segunda condição, conforme Moreira (2014 p. 164), “é que o aprendiz manifeste uma disposição para relacionar de maneira substantiva e não arbitrária o novo material, potencialmente significativo, à sua estrutura cognitiva”.

Sobre esse aspecto, cabe ressaltar que mesmo o material sendo potencialmente significativo, não quer dizer que o aluno vai aprender de forma significativa, pois se a intenção do aprendiz for apenas memorizar, arbitrariamente e literalmente os tópicos desenvolvidos, o resultado final da aprendizagem serão mecânicos. Da mesma forma, se o aluno estiver disposto a aprender, porém, se o material e o processo não forem potencialmente significativos, o produto, a aprendizagem, podem não ser significativos.

Assim, para que a aprendizagem ocorra de forma significativa é necessário disposição do indivíduo para relacionar o conhecimento, a existência de um conteúdo mínimo em sua estrutura cognitiva, com subsunçores suficientes para

suprir as necessidades relacionadas e os materiais a serem assimilados com potencial significativo.

No que concerne a essas relações, Ausubel, Novak, e Hanesian (1980, p. 48) enfatizam que, na Aprendizagem Significativa, “o processo de obtenção de informações produz uma modificação tanto na nova informação como no aspecto especificamente relevante na estrutura cognitiva com a qual a nova informação estabelece relação”.

Nesse mesmo contexto, Ausubel, Novak, e Hanesian (1980, p. 58) destacam que:

[...] a aquisição de novas informações depende amplamente das ideias relevantes que já fazem parte da estrutura cognitiva, e que a aprendizagem significativa nos seres humanos ocorre por meio de uma interação entre o novo conteúdo e aquele já adquirido. O resultado da interação, que ocorre entre o novo material e a estrutura cognitiva existente, é a assimilação dos significados velhos e novos, dando origem a uma estrutura altamente diferenciada.

Além disso, Moreira (2011, p. 51) ressalta que “o significado está nas pessoas, não nas coisas”. Deste modo, não existe livro significativo ou aula significativa, mas, livros, aulas, materiais instrucionais de um modo geral, podem ser potencialmente significativos. Para isso, devem ter significado lógico (ter estrutura, organização, exemplos, linguagem adequada, enfim, serem aprendíveis), e os sujeitos devem ter conhecimentos prévios, para dar significado aos conhecimentos veiculados por esses materiais. (MOREIRA, 2011).

A Aprendizagem Significativa foi desenvolvida e divulgada por Ausubel na primeira edição de sua obra, *Education psychology: a cognitive view*, de 1968. No entanto, ao longo dos anos, Ausubel deixou de se dedicar ao desenvolvimento e à aplicação de sua teoria. Desde os anos setenta, quem tem realizado este trabalho é o professor Joseph D. Novak, da Universidade de Cornell, em parceria com seus alunos e colaboradores, nos quais se inclui o professor Marco Antonio Moreira, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS. (MOREIRA, 2006).

Na segunda edição da obra de Ausubel, a teoria está descrita de modo mais acessível e tem como coautor Joseph Novak, que, segundo Moreira (2006, p. 42), “[...] tem interpretado, refinado e utilizado a teoria de David Ausubel como referencial para a pesquisa educacional e para a organização do ensino. Novak tem sido o grande divulgador dessa teoria”.

Na obra de Ausubel a Aprendizagem Significativa foi focalizada por intermédio de um ponto de vista cognitivo, já Novak trouxe uma visão humanista, na qual, conforme Moreira (1999, p. 102), “[...] a aprendizagem significativa subjaz à construção do conhecimento humano e o faz integrando positivamente pensamentos, sentimentos e ações, conduzindo ao engrandecimento pessoal”.

Nessa visão humanista trazida por Novak, qualquer evento educativo é uma ação para trocar significados e sentimentos entre aprendiz e professor. Já que, segundo aduz Moreira (1999, p. 41), “o objetivo dessa troca é a aprendizagem significativa de um novo conhecimento contextualmente aceito”.

As pesquisas de Novak são, por conseguinte, dedicadas ao conceito de Aprendizagem Significativa e também, a estratégias de facilitação desta aprendizagem por meio de mapas conceituais, ou mapas de conceitos, que usualmente “[...] são diagramas indicando relações entre conceitos, ou entre palavras que usamos para representar conceitos”. (MOREIRA, 2010, p. 11).

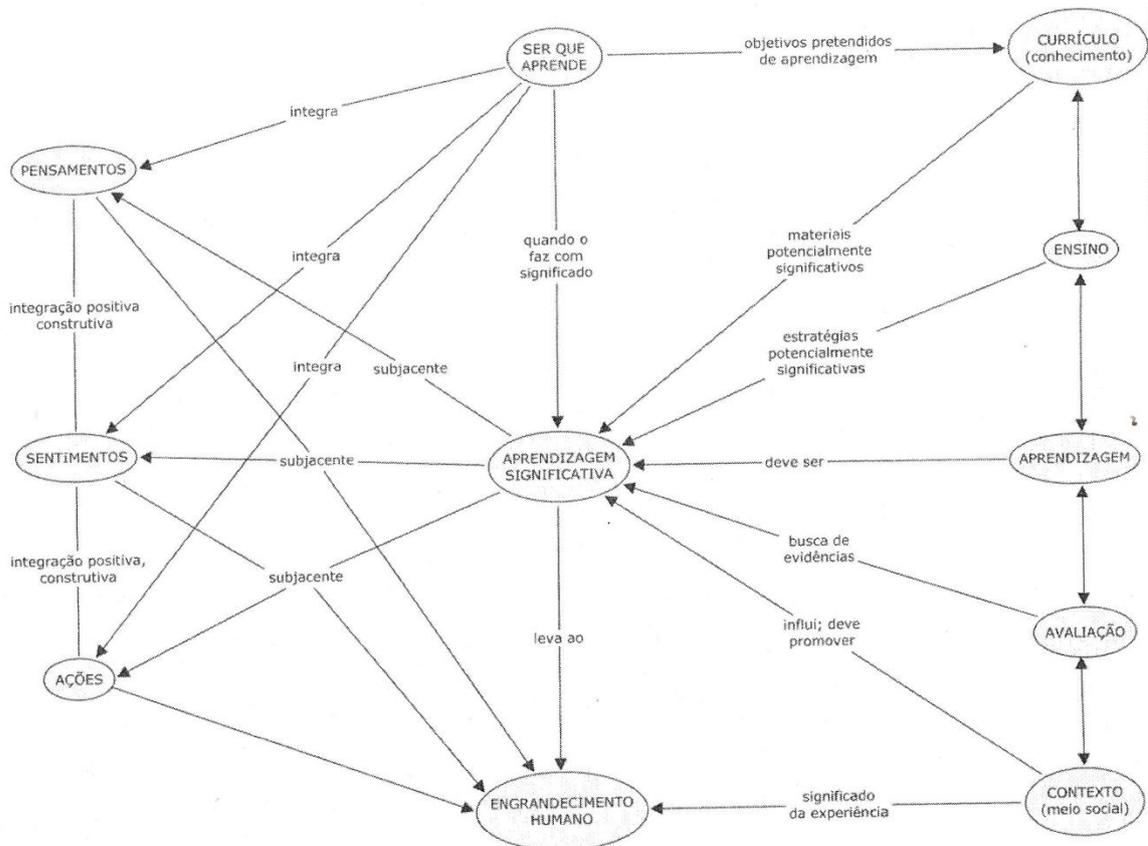
Os mapas conceituais, na visão de Moreira (2010, p. 11), apresentam-se desta forma:

Embora normalmente tenham uma organização hierárquica e, muitas vezes incluem setas, tais diagramas não devem ser confundidos com organogramas ou diagramas de fluxo, pois não implicam sequência, temporalidade ou direcionalidade, nem hierarquias organizacionais ou de poder. Mapas conceituais são diagramas de significados, de relações significativas; de hierarquias conceituais se for o caso.

Conforme observa Moreira (2013, p. 20), Novak defende que o ensino deve ser “planejado de modo a facilitar a aprendizagem significativa e a ensejar experiências afetivas positivas aos alunos. Para ele, atitudes e sentimentos positivos em relação à experiência educativa têm suas raízes na aprendizagem significativa e, por sua vez, a facilitam”.

Na Figura 1 apresenta-se um mapa conceitual elaborado por Moreira (2013) à luz da teoria da Aprendizagem Significativa, na visão humanista de Novak.

Figura 1 - Mapa conceitual na visão humanista de Novak.



Fonte: Moreira (2013, p. 21).

Outro pesquisador muito conhecido, conforme Moreira (1999, p. 110), é Bob Gowin, “[...] por ter desenvolvido um instrumento heurístico para analisar a estrutura do processo de produção do conhecimento ou para desempacotar conhecimentos documentados (por exemplo, em artigos de pesquisa), o chamado “Vê de Gowin”.

Além de desenvolver o “Vê de Gowin” ou “Vê epistemológico”, que, assim como os mapas conceituais, também é um facilitador da Aprendizagem Significativa, Gowin visualiza uma relação triádica entre professor, materiais educativos e aprendiz. Essa relação Moreira (1999, p. 110) descreve como “Um episódio de ensino-aprendizagem se caracteriza pelo compartilhar significados entre aluno e professor, a respeito de conhecimentos veiculados por materiais educativos [...]”. Dessa forma, “a teoria de Ausubel é uma teoria de aprendizagem para ser aplicada em sala de aula”. (MOREIRA 1999, p. 113).

É de salientar-se que a estratégia facilitadora da Aprendizagem Significativa utilizada na presente pesquisa é o desenvolvimento de unidades de ensino. Desse

modo, a elaboração de materiais potencialmente significativos é discutida, por meio das etapas de construção de uma UEPS, propostas por Moreira (2011), visando a novas possibilidades para o desenvolvimento e Aprendizagem Significativa dos conteúdos de Matemática na Educação Básica, principalmente no Ensino de Estatística.

2.2 Unidade de Ensino Potencialmente Significativa – UEPS

Observados os fundamentos supraelencados, depreende-se que a UEPS, proposta por Moreira (2011), é uma alternativa para a construção de materiais potencialmente significativos; materiais estes que carregam em si estrutura e desencadeamento lógico (coerência de argumentos), e ainda, que façam sentido ao grupo ao qual se pretende apresentar determinado conteúdo. Sendo assim, esse material deve estar em consonância com os conhecimentos prévios dos estudantes. Nesse sentido, percebe-se que somente dessa forma ele será relacionável à estrutura cognitiva do sujeito que aprende, possibilitando, assim, a construção de seus próprios significados psicológicos.

Em resumo, o objetivo da UEPS é a construção de materiais que contribuam para um aprendizado significativo, que se distancie do aprendizado mecânico. No que concerne a esse parâmetro, Moreira (2011, p. 43) afirma que “são sequências de ensino fundamentadas teoricamente, voltadas para a Aprendizagem Significativa, não mecânica, que podem estimular a pesquisa aplicada em ensino, aquela voltada diretamente à sala de aula”.

As etapas para a elaboração de materiais potencialmente significativos serão discutidas, visando a ampliar as possibilidades de ocorrência de Aprendizagem Significativa no desenvolvimento de novos conceitos. São oito as etapas propostas por Moreira (2011) para a elaboração de uma UEPS:

1. *Situação inicial*: Definir o assunto específico a ser abordado. Identificar seus aspectos declarativos e procedimentais, tais como aceitos no contexto da matéria em estudo. Nessa perspectiva, segundo aduz Moreira (2011, p. 49), conhecimento declarativo “é o conhecimento que pode ser verbalizado, declarado de alguma maneira, refere-se ao conhecimento sobre objetos e eventos; é representado mentalmente por proposições e imagens mentais”. Já o conhecimento

procedimental, conforme observa Moreira (2011, p. 49), “é aquele que consiste de habilidades cognitivas envolvidas no saber fazer algo; é o conhecimento sobre como executar ações; estaria representado mentalmente por meio de produções, ou seja, regras sobre condições e ações”.

2. *Situações-problema*: Proporcionar produções textuais, debates, discussões, questionários, mapas conceituais, mapas mentais e situações-problema que levem o aluno a externalizar seus conhecimentos prévios, aceitos ou não no contexto da matéria de ensino, supostamente relevante para a Aprendizagem Significativa do assunto em questão. Nesta etapa é importante propor situações-problema, em nível inicial, considerando-se o conhecimento prévio do aluno, com o objetivo de prepará-lo para a introdução do conhecimento (declarativo ou procedimental) que se pretende ensinar. As situações-problema podem funcionar como organizadores prévios, dando sentido aos novos conhecimentos. No entanto, o aluno deve percebê-las como problemas, sendo capaz de modelá-las mentalmente. As situações-problema podem ser propostas com simulações computacionais, demonstrações, vídeos, problemas do cotidiano, representações veiculadas pela mídia, problemas clássicos da matéria de ensino, sempre de modo acessível e problemático, isto é, não devem ser abordadas apenas como exercício de aplicação rotineira de algum algoritmo.

3. *Revisão*: É importante retomarem-se os tópicos que foram abordados nas aulas anteriores. Por isso, o professor deve iniciar a aula com uma revisão, ou seja, uma miniaula expositiva, abordando os temas já estudados até o momento, abrindo espaço para discussões e perguntas dos alunos.

4. *Processo de ensino*: Após serem trabalhadas as situações-problemas iniciais, com a retomada dos tópicos abordados em aulas anteriores, deve-se apresentar o conhecimento a ser ensinado/aprendido, levando em consideração a diferenciação progressiva: começando com aspectos mais gerais, inclusivos, dando uma visão inicial do todo, do que é mais importante na unidade de ensino, mas logo exemplificando, adentrando em aspectos específicos do assunto. A estratégia de ensino pode ser, por exemplo, uma breve exposição oral seguida de atividade colaborativa em pequenos grupos que, por sua vez, deve ser seguida de atividade

de apresentação a ser apreciada criticamente pelo grande grupo. Esse procedimento didático evidencia, conforme demonstra Moreira (2011), duas premissas que se estabelecem na teoria da Aprendizagem Significativa: a primeira afirma que, em uma situação formal de ensino, deve-se tomar como ponto de partida o conhecimento prévio do aluno no campo conceitual em questão; a segunda afirma que o sujeito que aprende vai diferenciando progressivamente e, ao mesmo tempo, reconciliando, integrativamente, os novos conhecimentos em integração com aqueles já existentes.

5. *Nova situação problema, em nível mais alto de complexidade:* Dar continuidade às abordagens, porém em nível mais alto de complexidade em relação às primeiras apresentações. Nesta etapa, as situações-problema devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade e devem-se dar novos exemplos, destacar semelhanças e diferenças relativamente às situações e exemplos já trabalhados, isto é, promover a reconciliação integradora. Após essa apresentação, é importante propor alguma outra atividade colaborativa que leve os alunos a interagir socialmente, negociando significados, tendo o professor como mediador.

6. *Avaliação da aprendizagem na UEPS:* Deve ocorrer ao longo do desenvolvimento da UEPS, registrando tudo que possa ser considerado evidência de Aprendizagem Significativa do conteúdo trabalhado. É importante que haja uma avaliação somativa individual após a sexta etapa, na qual deverão ser propostas situações que impliquem compreensão e que evidenciem captação de significados. A avaliação do desempenho do aluno na UEPS deverá estar baseada tanto na avaliação formativa (situações, tarefas resolvidas de forma colaborativa e registros do professor) como na avaliação somativa. Em relação a esse aspecto, para Moreira (2011, p. 49) a avaliação formativa “é contínua e ocupada com os significados apresentados e em processo de captação pelo aluno”. Já a avaliação somativa é aquela que busca avaliar o alcance de determinados objetivos de aprendizagem ao final de uma fase de aprendizagem; é usualmente baseada em provas de final de unidade, em exames finais.

7. *Encontro final integrador:* Nesta etapa conclui-se a unidade de ensino, dando continuidade ao processo de diferenciação progressiva, retomando as

características mais relevantes do conteúdo em questão, todavia de uma perspectiva integradora, buscando a reconciliação integrativa. A reconciliação deve ser feita por meio de uma nova apresentação dos significados, que pode ser, outra vez, uma breve exposição oral, a leitura de um texto ou o uso de um recurso computacional, sempre com a mediação do docente. O importante aqui não é a estratégia em si, mas o modo de trabalhar o conteúdo da unidade.

8. *Avaliação da própria UEPS*: Se a avaliação do desempenho dos alunos fornecer evidências de Aprendizagem Significativa, como por exemplo: captação de significados, compreensão, capacidade de explicar e de aplicar o conhecimento para resolver situações-problema, então, podemos dizer que a UEPS obteve êxito.

Aspectos transversais:

- No decorrer da UEPS, deve-se dar ênfase aos questionamentos e às atividades colaborativas, em relação às respostas prontas.
- A UEPS deve privilegiar as atividades coletivas, no entanto, ela pode prever momentos de atividades individuais.
- Os alunos devem ser estimulados a resolver situações-problema referente ao tópico abordado.

Em síntese, essência deste trabalho visa ao ensinamento de Estatística na Educação Básica, por intermédio da elaboração de uma UEPS. Contudo, antes de elaborar a UEPS, o docente deve observar e conhecer o grupo de alunos com o qual vai trabalhar, e, além disso, deve verificar quais são suas apreciações e conhecimentos prévios acerca do conteúdo a ser abordado. Sobre essa questão, Manassi (2014, p. 28) observa que “uma vez verificados os conhecimentos prévios dos estudantes, o docente pode, a partir deles, iniciar sua prática educativa”.

3 ENSINO DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

No presente capítulo são apresentadas as características do Ensino Médio e as contribuições do Ensino de Estatística para a Educação Básica.

3.1 ENSINO MÉDIO

A Educação Básica brasileira é composta por três etapas: a Educação Infantil (para crianças com até 5 anos), o Ensino Fundamental (para alunos de 6 a 14 anos) e o Ensino Médio (para alunos de 15 a 17 anos). No entanto, o foco desta pesquisa está no Ensino Médio, que é a etapa final da Educação Básica, sendo complementar e tão importante quanto as etapas anteriores.

O Ensino Médio no Brasil passou por reformulações que foram estabelecidas pela Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) de 1996, sendo regulamentada em 1998 pelas Diretrizes do Conselho Nacional de Educação e pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1997. De acordo com os PCN+ (BRASIL, 2002, p. 8), essa reformulação:

[...] procurou atender a uma reconhecida necessidade de atualização da educação brasileira, tanto para impulsionar uma democratização social e cultural mais efetiva pela ampliação da parcela da juventude brasileira que completa a educação básica, como para responder a desafios impostos por processos globais, que têm excluído da vida econômica os trabalhadores não-qualificados, por conta da formação exigida de todos os partícipes do sistema de produção e de serviços.

Os PCN+ (BRASIL, 2002, p. 8) destacam ainda que “a expansão exponencial do Ensino Médio brasileiro é outra razão pela qual esse nível de escolarização demanda transformações de qualidade, para se adequar à promoção humana de seu público atual [...]”. A partir da LDBEN, o Ensino Médio passou a ser estabelecido como etapa conclusiva da Educação Básica, deixando de ser apenas mais um preparativo para outra etapa escolar ou para o exercício profissional.

Observa-se que as adaptações são necessárias, contudo percebe-se que toda mudança gera insegurança e desta forma, a comunidade educacional brasileira foi desafiada a criar e pôr em prática propostas e inovações que, conforme estabelecem os PCN+ (BRASIL, 2002, p. 8), “superem as limitações do antigo Ensino Médio, organizado em duas principais tradições formativas, a pré-

universitária e a profissionalizante”. Nesse sentido, os PCN+ (BRASIL, 2002, p. 8) ressaltam ainda que:

O novo ensino médio, nos termos da lei, de sua regulamentação e de seu encaminhamento, deixa de ser, portanto, simplesmente preparatório para o ensino superior ou estritamente profissionalizante, para assumir necessariamente a responsabilidade de completar a educação básica. Em qualquer de suas modalidades, isso significa preparar para a vida, qualificar para a cidadania e capacitar para o aprendizado permanente, em eventual prosseguimento dos estudos ou diretamente no mundo do trabalho.

Nessa perspectiva, de acordo com Mendonça e Lopes (2010), o Ensino Médio no Brasil tem como meta formar cidadãos éticos, autônomos e capazes de compreender os fenômenos que ocorrem no dia a dia das pessoas. Além disso, espera-se que ao concluírem essa etapa de ensino, os alunos estejam preparados para atuarem na sociedade. No entanto, para que tais metas sejam concretizadas, a escola deve planejar atividades e aproveitar as situações do cotidiano, possibilitando aos alunos o desenvolvimento dessas competências.

Sobre essa realidade, os PCN+ (BRASIL, 2002, p. 9) informam que:

Num mundo como o atual, de tão rápidas transformações e de tão difíceis contradições, estar formado para a vida significa mais do que reproduzir dados, denominar classificações ou identificar símbolos. Significa: saber se informar, comunicar-se, argumentar, compreender e agir; enfrentar problemas de diferentes naturezas; participar socialmente, de forma prática e solidária; ser capaz de elaborar críticas ou propostas; e, especialmente, adquirir uma atitude de permanente aprendizado.

Seguindo esses pressupostos, em complementação aos argumentos supraelencados, entende-se que “[...] a Matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua capacidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação”. (BRASIL, 1997, p. 26).

A Matemática na Educação Básica, por conseguinte, faz parte da vida dos educandos, pois estes desenvolvem o pensamento matemático, a autonomia e a capacidade de pesquisa para compreenderem os fenômenos ao longo da vida. O ensino de Matemática, nesse sentido, está relacionado e possui uma interação com os Temas Transversais (Ética, Orientação Sexual, Meio Ambiente, Saúde e Pluralidade Cultural), propostos nos PCN de Matemática.

Analisando-se esse contexto de forma acurada, percebe-se que a disciplina de Matemática pouco tem contribuído para a formação integral do aluno. Por esse motivo, a alternativa proposta pelos PCN é trabalhar com o desenvolvimento de projetos, pois os conteúdos são organizados de forma a estabelecer significados

concretos aos alunos. O tema Meio Ambiente, por exemplo, pode ser trabalhado de forma interdisciplinar utilizando-se a Matemática, pois, segundo os PCN (BRASIL, 2000, p. 33):

A compreensão dos fenômenos que ocorrem no ambiente – poluição, desmatamento, limites para uso de recursos naturais, desperdício – terá ferramentas essenciais em conceitos (médias, áreas, volumes, proporcionalidade, etc.) e procedimentos matemáticos (formulação de hipóteses, realização de cálculos, coleta, organização e interpretação de dados estatísticos, prática da argumentação, etc.).

Por essa razão, a Matemática no Ensino Médio deve ser compreendida como uma parte do conhecimento humano, fundamental para a formação dos jovens, que, conforme preconizam os PCN+ (BRASIL, 2002, p. 111), “[...] contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional”.

Atentos a esse fator, os PCN+ (BRASIL, 2002, p. 111) afirmam ainda que:

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação.

Além disso, importante referir o que as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, na disciplina de Matemática (BRASIL, 2006, p. 91), determinam para essa questão: “dar atenção à diversidade significa vincular os conteúdos selecionados para estudo aos conhecimentos prévios dos alunos, respeitando, também, os seus centros de interesse e suas individualidades”.

Dessa forma, a passagem “vincular os conteúdos selecionados para estudo aos conhecimentos prévios dos alunos” nos remete diretamente à Teoria da Aprendizagem Significativa, a qual Moreira e Masini (2008) definem como sendo uma “[...] interação entre conhecimentos novos e conhecimentos prévios”. Ainda segundo esses autores (2008, p. 16), “havendo interação, ambos os conhecimentos se modificam: o novo passa a ter significados para o indivíduo, e o prévio adquire novos significados, fica mais diferenciado, mais elaborado”.

Como se percebe, essa questão não é recente, pois os PCNEM (BRASIL, 2000, p. 48) destacam que na década de setenta:

“[...] estabeleceu-se um núcleo conceitual teórico de diferentes correntes denominadas construtivistas, cujo pressuposto básico é tomar a aprendizagem como resultado da construção do conhecimento pelo aluno, processo em que se respeitam as idéias prévias dos alunos ao processo de aprendizagem”.

Aqui fica evidente que o próprio PCNEM destaca as diferentes correntes construtivistas que vêm surgindo desde a década de setenta e ainda coloca em discussão a relevância dos conhecimentos prévios para o aprendizado da Matemática. É nessa corrente construtivista que esta pesquisa está alicerçada, voltando-se sempre para a Teoria da Aprendizagem Significativa.

O conhecimento prévio dos alunos, conforme os PCNEM (BRASIL, 2000, p. 52), “é particularmente relevante para o aprendizado científico e matemático”. E complementam:

Os alunos chegam à escola já trazendo conceitos próprios para as coisas que observam e modelos elaborados autonomamente para explicar sua realidade vivida, inclusive para os fatos de interesse científico. É importante levar em conta tais conhecimentos, no processo pedagógico, porque o efetivo diálogo pedagógico só se verifica quando há uma confrontação verdadeira de visões e opiniões; o aprendizado da ciência é um processo de transição da visão intuitiva, de senso comum ou de autoelaboração, pela visão de caráter científico construída pelo aluno, como produto do embate de visões.

Por fim, a avaliação da aprendizagem “[...] só pode acontecer se forem relacionadas com as oportunidades oferecidas, isto é, analisando a adequação das situações didáticas propostas aos conhecimentos prévios dos alunos e aos desafios que estão em condições de enfrentar”.

3.2 ENSINO DE ESTATÍSTICA

Os PCNEM sugerem o Ensino de Estatística como um conjunto de ideias e procedimentos que permitem a interpretação e compreensão de questões do mundo real (BRASIL, 2002, 2006). Contudo, essa abordagem é muito mais abrangente. O que facilmente se percebe, atentando-se para o fato de que não apenas nos conteúdos da disciplina de Matemática, mas também de outras disciplinas como a Biologia, a Química, a Física e a Geografia, por exemplo, essas inter-relações podem ser constatadas e aplicadas. Além disso, a Estatística está incluída nos trabalhos com Temas Transversais, no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM – e no Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB.

Essa relação, inclusive, já é tratada de forma mais abrangente pelo próprio PCN+ (BRASIL, 2002, p. 126):

Cabe à Estatística, por exemplo, analisar a intenção de voto em uma eleição ou o possível êxito do lançamento de um produto no mercado, antes da eleição em si e da fabricação do produto. Isso é feito através da pesquisa estatística, que envolve amostras, levantamento de dados e análise das informações obtidas.

Segundo os PCNEM, os conceitos matemáticos têm papel fundamental para o cidadão comum, que vive envolvido por uma grande quantidade de informações de natureza estatística ou probabilística. Cabe ressaltar, pela importância já descrita, que o Ensino de Estatística deve fazer parte do currículo de Matemática e ser tratado como integrante no currículo da Educação Básica. Porquanto, além do mais, o Ensino de Estatística é referenciado nas Orientações Educacionais Complementares aos PCNEM, conforme a seguinte descrição:

O estudo da estatística viabiliza a aprendizagem da formulação de perguntas que podem ser respondidas com uma coleta de dados, organização e representação. Durante o ensino médio, os alunos devem aprimorar as habilidades adquiridas no ensino fundamental no que se refere à coleta, à organização e à representação de dados. Recomenda-se um trabalho com ênfase na construção e na representação de tabelas e gráficos mais elaborados, analisando sua conveniência e utilizando tecnologias, quando possível. Problemas estatísticos realísticos usualmente começam com uma questão e culminam com uma apresentação de resultados que se apoiam em inferências tomadas em uma população amostral. (BRASIL, 2006, p. 78).

Dessa forma, o Ensino de Estatística é recomendado para o Ensino Médio, de forma que os alunos possam ampliar seus conhecimentos e habilidades adquiridas no Ensino Fundamental. No Ensino de Estatística, por conseguinte, devem-se destacar os conteúdos que dão ênfase à construção e representação de tabelas e gráficos, sempre que possível usando tecnologias. Além disso, é importante salientar que os problemas envolvendo Estatística devem estar relacionados com a realidade dos alunos.

Adicionalmente aos aspectos supra-analisados, importante evidenciar que, assim como nos PCNEM, o Ensino de Estatística também está presente no ENEM, conforme consta na sua Matriz de Referência:

Competência de área 7 - Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

- H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.
H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.
H30 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade. (BRASIL, 2011).

Dessa forma, podemos constatar, consoante está estabelecido na Matriz de Referência do ENEM, que o Ensino de Estatística é fundamental para que os alunos adquiram a capacidade de planejar, coletar dados, organizar informações, analisar informações coletadas. Nesse sentido, percebe-se que isso tudo é importante, inclusive, para que os alunos consigam um bom desempenho no exame. Ressalta-se, ainda, que as noções estatísticas não são utilizadas apenas na área de Matemática e suas tecnologias, mas também na área de Ciências Humanas, Ciências da Natureza, bem como em outras áreas do conhecimento. As questões do ENEM estão relacionadas com a realidade dos alunos e muitas delas envolvem a interpretação de informações contidas em tabelas e gráficos.

A importância dessa disciplina também é evidente em outros autores. Segundo Cazorla, Kataoka e Silva (2010, p. 20), “[...] a Estatística, nas diretrizes curriculares da Educação Básica no Brasil, tem um papel fundamental no desenvolvimento da interdisciplinaridade, da transversalidade, do espírito científico e na formação dos alunos para a cidadania”. Ou seja, ela viabiliza a leitura e a interpretação de gráficos, tabelas e informações divulgadas nos meios de comunicação, com o objetivo de tornar o aluno um cidadão crítico diante dos dados e das informações que lhe forem apresentados.

Ainda, em relação a esse contexto, conforme Bayer e Echeveste (2003, p. 36), “A crescente importância da utilização das ferramentas da Estatística na busca de resultados e constatações em pesquisas científicas nas mais diversas áreas do conhecimento humano fez com que esta ciência se configurasse como uma das mais importantes [...]”. Percebe-se, dessa maneira, que a Estatística está presente nas diversas áreas do conhecimento, sendo utilizada na solução de problemas e tomadas de decisões na vida das pessoas.

Assim como Bayer e Echeveste, as autoras Vendramini e Brito (2010, p. 283) também destacam que “a utilização da Estatística para descrever e interpretar dados específicos das várias áreas do conhecimento constitui-se numa poderosa ferramenta para a solução de problemas e para a fundamentação de decisões”. A Estatística, portanto, auxilia nas pesquisas científicas das mais variadas áreas do

conhecimento e por isso é necessário ensinar as pessoas não apenas a interpretar, mas compreenderem os dados estatísticos que surgem no cotidiano.

Sobre esse fato, Lopes (2010, p. 47) ressalta que “a presença da Estatística no mundo atual tornou-se uma realidade na vida dos cidadãos, levando a necessidade de ensinar a Estatística a um número de pessoas cada vez maior”. A Estatística é fundamental em qualquer país, para que se seja possível traçar planos sociais, econômicos e projetar metas para o futuro.

Também Viali (2010, p. 4), atento à sua importância, salienta que a Estatística “é a ciência de coletar, organizar, apresentar, analisar e interpretar dados com o objetivo de tomar melhores decisões”. Na definição de Estatística, Viali também destaca a questão da interpretação de dados no momento de definir sobre qual a melhor decisão a ser tomada. As noções Estatísticas são relevantes e, muitas vezes, determinantes na tomada de decisões.

Em análise a esse tema, Echeveste e Ávila (2002, p. 91) salientam que:

A Estatística é o conjunto de métodos utilizados para obter, organizar, e analisar dados, viabilizando uma descrição clara e objetiva de diversos fenômenos da natureza. As ferramentas e técnicas estatísticas aplicam-se em todas as áreas do conhecimento humano, tornando muito fácil encontrar exemplos de sua aplicação.

Além disso, Echeveste e Ávila (2002) também frisam que a Estatística está presente nas mais diferentes áreas do conhecimento. Destacam também a sua importância para uma melhor compreensão dos fenômenos da natureza. Podemos, desse modo, perceber que a Estatística está presente na vida das pessoas e que ela contribui para o entendimento das situações e problemas que ocorrem no mundo.

4 METODOLOGIA DE PESQUISA

A metodologia é apresentada neste capítulo, dando ênfase ao paradigma da pesquisa, que possui caráter quantitativo-qualitativo, e a contextualização da pesquisa.

4.1 PARADIGMA DA PESQUISA

Esta pesquisa foi desenvolvida tendo como base estudo quantitativo-qualitativo, com o objetivo de compreender, interpretar e analisar de modo descritivo a produção dos estudantes em relação ao desenvolvimento de uma UEPS nas aulas de Matemática, para ensinar Estatística no Ensino Médio. O propósito da pesquisa qualitativa, de acordo com Santos Filho (2009, p. 43), “[...] é a compreensão, explanação, e especificação do fenômeno. O pesquisador precisa tentar compreender o significado que os outros dão às suas próprias situações”.

Em consonância com Santos Filhos (2009), Tonzoni-Reis (2009, p. 15) também ressalta que “a pesquisa qualitativa defende a ideia de que, na produção de conhecimentos sobre os fenômenos humanos e sociais, interessa muito mais compreender e interpretar seus conteúdos que descrevê-los”.

Tonzoni-Reis (2009), além disso, destaca a pesquisa qualitativa como referencial metodológico para a educação e segundo ela, a pesquisa qualitativa:

[...] investiga os fenômenos educativos escolar ou fora da escola, nos diversos espaços de nossa sociedade. Esses fenômenos, na abordagem qualitativa, deverão ser compreendidos em sua complexidade histórica, política, social e cultural, para que possamos produzir conhecimentos comprometidos com a educação crítica e transformadora”. (TONZONI-REIS 2009, p. 17).

Nessa mesma perspectiva, Minayo (2005, p. 21), ao analisar essa questão, afirma que a pesquisa qualitativa “trabalha com o universo dos significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e dos significados”. E ainda, com mais profundidade, Minayo (2005, p. 21) salienta que:

Esse conjunto de fenômenos humanos é entendido aqui como parte da realidade social, pois o ser humano se distingue não só por agir, mas por pensar sobre o que faz e por interpretar suas ações dentro e partir da realidade vivida e partilhada com seus semelhantes.

Já de acordo com Gerhardt e Silveira (2009, p. 32), “na pesquisa qualitativa, o cientista é ao mesmo tempo o sujeito e o objeto de suas pesquisas. E segundo Santos Filho (2009, p. 44), nesse mesmo viés:

Na pesquisa qualitativa, opta-se pelo método indutivo (dos dados para a teoria), por definições que envolvem o processo e nele se concretizam, pela intuição e criatividade durante o processo da pesquisa, por conceitos que se explicitam via propriedades e relações, pela síntese holística e análise comparativa e por uma amostra pequena escolhida seletivamente.

Uma vez definidos os contornos desse conceito, importante analisarem-se as suas características. Conforme Gerhardt e Silveira (2009, p. 32), as características da pesquisa qualitativa são:

[...] objetivação do fenômeno, hierarquização das ações de descrever, compreender, explicar, precisão das relações entre o global e o local em determinado fenômeno; observância das diferenças entre o mundo social e o mundo natural; respeito ao caráter interativo entre os objetivos buscados pelos investigadores, suas orientações teóricas e seus dados empíricos; busca de resultados os mais fidedignos possíveis; oposição ao pressuposto que defende um único modelo de pesquisa para todas as ciências

Tendo em vista todas as perspectivas supraexpostas, importante destacar que as produções dos alunos foram apreciadas através da análise quantitativa-qualitativa de dados, sendo que a organização dos dados foi processada com base na estatística descritiva. Nesse sentido, entende-se como estatística descritiva a etapa inicial da análise para descrever e resumir os dados por meio de tabelas ou gráficos.

4.2 CONTEXTUALIZAÇÃO DA PESQUISA

Esta pesquisa foi realizada com 25 alunos do terceiro ano do Ensino Médio na disciplina de Matemática, durante os meses de outubro e novembro do ano de 2013. A investigação foi efetivada dezoito encontros, sendo que os dois encontros iniciais serviram para investigar os conhecimentos prévios dos alunos. Os outros dezesseis encontros serviram para o desenvolvimento e a aplicação da UEPS, sendo que foram divididos em quatro encontros semanais, com duração de 45 minutos cada um. O local de realização da pesquisa foi o Colégio Estadual Professor Nicolau Chiavaro Neto, localizado na região central do município de Gravataí/RS. A autorização da escola para realizar a pesquisa e divulgar o seu nome é apresentada no Apêndice C.

O Colégio Estadual Professor Nicolau Chiavaro Neto foi fundado em 13 de maio de 1991 e recebeu este nome em homenagem ao Professor Nicolau Chiavaro Neto, que nasceu em Gravataí e prestou relevantes trabalhos ao município, especialmente no campo da Educação. O espaço físico do Colégio pertence à Congregação do Imaculado Coração de Maria, mantenedora do Colégio Dom Feliciano.

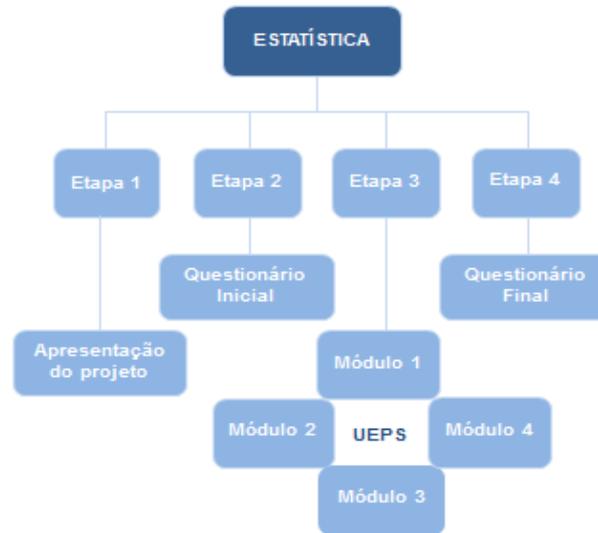
A investigação foi realizada pela pesquisadora, professora titular da turma, com o auxílio de dois instrumentos de pesquisa, os quais os alunos foram convidados a responder. O primeiro instrumento (denominado de questionário inicial) objetivava conhecer o perfil dos alunos e observar os seus conhecimentos prévios em relação ao conteúdo de Estatística, conforme apêndice A, para que a pesquisadora pudesse elaborar a UEPS.

O segundo instrumento de pesquisa (chamado de questionário final), tinha como propósitos investigar os conhecimentos adquiridos após a implementação da UEPS e solicitar que os alunos avaliassem o desenvolvimento da unidade de ensino, de acordo com o apêndice B. Os dois instrumentos de pesquisa foram elaborados contendo perguntas objetivas e dissertativas a respeito do conteúdo estudado, no caso a Estatística.

Partindo-se desses pressupostos e dos conhecimentos prévios dos alunos, elaborou-se e aplicou-se a esse grupo de estudantes, uma UEPS voltada para o Ensino de Estatística na Educação Básica. Essa UEPS foi dividida em quatro módulos, sendo que o primeiro módulo abordava os conceitos básicos de Estatística; o segundo, as distribuições de frequências, construção e interpretação de gráficos; o terceiro estava relacionado às medidas de tendência central, e o quarto e último módulo destacava as medidas de dispersão, conforme apêndice D.

Para melhor visualizar-se a estrutura empregada na pesquisa, a Figura 2 apresenta um esquema de como ocorreu a organização da pesquisa, baseado nas propostas de Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004).

Figura 2 - Organização da pesquisa.



Fonte: Adaptado da sequência didática proposta por Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004).

Na sequência, descrevem-se, brevemente, as etapas em que a pesquisa está estruturada.

Etapa 1: Apresentação do projeto e definição do tema a ser abordado.

Etapa 2: Aplicação do questionário inicial, contendo perguntas sobre o perfil dos alunos e o que eles já sabiam de Estatística.

Etapa 3: Após a aplicação do questionário inicial, a pesquisadora investigou os conhecimentos prévios dos alunos e elaborou uma UEPS destinada ao Ensino de Estatística. A UEPS era composta por quatro módulos, sendo que cada um deles foi desenvolvido em uma semana. Nessa etapa ocorreram os oito passos de aplicação da UEPS.

Etapa 4: Aplicação do questionário final, contendo perguntas sobre o conteúdo que os alunos aprenderam e as suas avaliações em relação ao desenvolvimento da UEPS na turma.

Todos os alunos receberam material impresso, que foi disponibilizado e fornecido pela pesquisadora conforme a Figura 3, contendo os tópicos fundamentais de Estatística, bem como situações-problema do seu cotidiano.

Figura 3 - UEPS disponibilizada para os alunos.



Fonte: A pesquisa.

O envolvimento e as discussões dos alunos no decorrer das tarefas foram observados pela pesquisadora, focando a motivação, a participação, os trabalhos coletivos, o desempenho, o pensamento matemático e a capacidade de resolver situações-problema do cotidiano.

A metodologia de pesquisa está fundamentada nos oito passos e princípios descritos por Moreira (2011), recomendados para o desenvolvimento de unidades de ensino potencialmente facilitadoras da Aprendizagem Significativa. O capítulo seguinte tem por objetivo realizar uma associação entre as ações e as etapas da UEPS.

5 DESENVOLVIMENTO DA UEPS DE ESTATÍSTICA

A presente pesquisa teve como objetivo elaborar, aplicar e investigar uma UEPS destinada ao Ensino de Estatística na Educação Básica, fundamentada nos princípios da Aprendizagem Significativa.

A primeira ação, realizada antes da aplicação da UEPS, foi discutir na reunião geral da escola, a qual ocorreu no mês de março de 2013, sobre o plano de estudos de Matemática, pois, no plano de 2012, conforme a Figura 4, eram trabalhados poucos conteúdos de Estatística no terceiro ano do Ensino Médio.

Figura 4 - Plano de estudos referente ao ano de 2012.

Curso: Ensino Médio
Componente Curricular: Matemática
Série: 3º ano

1º Trimestre	
Conteúdos	Habilidades e Competências
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Matemática financeira; ➤ Estatística; ➤ Números complexos; ➤ Probabilidade. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Utilizar através da resolução de problemas o cálculo de porcentagem e juros; ➤ Construir gráficos estatísticos, bem como cálculo de média, moda e mediana. ➤ Calcular a probabilidade através da resolução de problemas.

Fonte: Plano de estudos do Colégio Estadual Professor Nicolau Chiavaro Neto.

Devido ao desenvolvimento da presente pesquisa ocorrer nessa escola, decidiu-se que os conteúdos estatísticos poderiam ser ampliados, para contribuir com o estudo em questão e aprimorar os conhecimentos dos alunos. A Figura 5 apresenta o plano de estudos definido para o ano de 2013.

Figura 5 - Plano de estudos referente ao ano de 2013.

COLÉGIO ESTADUAL PROFESSOR NICOLAU CHIAVARO NETO - 2013
Curso: Ensino Médio
Componente Curricular: Matemática
Série: 3º ano

1º trimestre	
Conteúdos	Habilidades e Competências
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Matemática Financeira: <ul style="list-style-type: none"> • Juro simples; • Juro composto. ➤ Estatística: <ul style="list-style-type: none"> • População e amostra; • Tipos de variáveis; • Frequência absoluta e relativa; • Gráficos e tabelas estatísticos; • Medidas de tendência central: média, moda e mediana; • Medidas de dispersão: desvio médio, variância e desvio padrão. 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar através da resolução de problemas o cálculo de porcentagem e juros, aplicando-os no cotidiano; • Ler, construir e interpretar diferentes tipos de gráficos e tabelas estatísticas; • Aplicar os conceitos de moda, média e mediana na análise de distribuição de frequência; • Compreender e aplicar o conceito de desvio padrão; • Calcular a variação e o desvio padrão em uma distribuição; • Resolver problemas que envolvam conceitos estatísticos.

Fonte: Plano de estudos do Colégio Estadual Professor Nicolau Chiavaro Neto.

Uma informação que cabe destacar, oportunamente, é a troca de conteúdos que ocorreu ano de 2013, pois os conteúdos do 1º trimestre foram trabalhados no último trimestre, devido à elaboração e aplicação da UEPS.

Seguindo os passos e princípios da UEPS, descrevem-se as oito etapas de sua implementação e investigação:

1. *Situação inicial*: No dia 16/10/2013 ocorreu o primeiro encontro, onde a pesquisadora / professora titular da turma apresentou ao grupo de estudantes, oralmente, o seu projeto de pesquisa sobre o Ensino de Estatística, sendo que este conteúdo era o próximo a ser estudado, conforme o plano de estudos da escola. Na sequência, os alunos foram convidados a responder um questionário inicial, elaborado pela pesquisadora, com o objetivo de investigar quais conhecimentos os alunos já possuíam em relação ao conteúdo de Estatística.

2. *Situações-problema*: O segundo encontro ocorreu no dia 17/10/2013, onde se realizou uma discussão em pequenos grupos, orientada pela pesquisadora, sobre o que era Estatística. Em seguida foi solicitado que os alunos apresentassem exemplos do uso da Estatística em seu cotidiano. Após as discussões, os alunos realizaram um debate coletivo, que tinha como finalidade prepará-los para introdução do conhecimento que se pretende ensinar, neste caso, a Estatística.

3. *Revisão*: Todas as aulas iniciaram com uma retomada de conteúdos que foram discutidos e abordados em aulas anteriores, pois dessa forma é possível recapitular os tópicos ensinados e dar oportunidade para debates e perguntas dos alunos.

4. *Processo de ensino*: Depois de explicar a pesquisa, as temáticas a serem trabalhadas, as situações-problemas iniciais e a revisão dos tópicos abordados em aulas anteriores, foram apresentados os conhecimentos e conteúdos a serem ensinados e aprendidos. Os próximos quatro encontros ocorreram no período de 30/10/2013 a 05/11/2013, sendo que, no dia 30/10/2013, os alunos receberam o material didático construído e fornecido pela pesquisadora, um para cada aluno. A UEPS foi dividida em quatro módulos, sendo que cada módulo foi desenvolvido durante uma semana com os estudantes. O primeiro módulo tratava das definições e conceitos básicos da Estatística. A primeira tarefa solicitada aos alunos foi que

eles utilizassem os dicionários da escola para encontrar o significado da palavra Estatística e, em seguida, discutissem com os colegas de classe as informações coletadas.

Devido a problemas técnicos, não foi possível utilizar o laboratório de informática para essa atividade, então, foi solicitada uma tarefa para ser realizada em casa. A finalidade dessa tarefa era acessar o site do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e investigar a taxa de analfabetismo no Brasil e no município de Gravataí. A turma dividiu-se em cinco grupos e um componente de cada grupo ficou responsável por realizar a pesquisa solicitada. Nas demais aulas discutiram no grande grupo as tarefas realizadas em casa e também os conceitos de população, amostra, organização e coleta de dados, dados brutos e variáveis estatísticas. Ao final de cada módulo, foi disponibilizado o item questões de aprendizagem, que tem por objetivo auxiliar os alunos no processo de ensino, criando situações-problemas relacionados ao cotidiano dos estudantes. Neste primeiro módulo, os alunos responderam às perguntas em dupla e, em determinados momentos, solicitaram o auxílio da professora.

O segundo módulo da UEPS destaca as distribuições de frequência, a análise e interpretação de gráficos e tabelas, sendo que o mesmo foi desenvolvido com os alunos durante quatro encontros no período de 06/11/2013 a 12/11/13. Nesse módulo foi possível trabalhar com atividades práticas relacionadas com a realidade do cotidiano dos alunos, como por exemplo: a ideia que um grupo teve de realizar uma pesquisa na turma sobre o time de futebol para o qual eles torciam. Esse grupo motivou os demais, e, na sequência, todos queriam realizar investigações na turma. Por essa razão, eles se organizaram e decidiram que investigariam sobre o time de futebol e a bebida preferida, porém, neste momento, houve a intervenção da professora que pediu para os alunos não realizarem investigações sobre bebidas alcoólicas, pois esse tema não estaria de acordo com o ambiente escolar. Na sequência, os alunos realizaram os cálculos, construíram gráficos e por fim, resolveram as questões de aprendizagem no final do módulo. Neste momento, com relação às perguntas, importante referir que uma boa parcela delas foi extraída do ENEM.

No terceiro módulo da UEPS, foram expostos os conceitos e exemplos de média, moda e mediana e o mesmo foi desenvolvido com os alunos no período de 13/11/2013 a 19/11/2013, durante quatro encontros. Nesse módulo, além de resolver

as questões de aprendizagem disponibilizadas, os alunos começaram a calcular a média de suas idades e, na sequência, calcularam a média anual de suas notas na disciplina de Matemática, até o presente momento com auxílio da calculadora.

O quarto módulo da UEPS foi desenvolvido no período de 20/11/2013 a 26/11/2013, no qual foram trabalhados os conceitos de desvio médio, variância e desvio padrão. Esse módulo foi o menor de todos, contudo, os alunos tiveram mais dificuldades para compreender o conteúdo e resolver as questões de aprendizagem. Dessa forma, esse módulo exigiu mais atenção e auxílio por parte da professora, para que os alunos tivessem um bom entendimento do tópico abordado.

5. *Nova situação problema, em nível mais alto de complexidade:* O primeiro módulo apresentava questões-problemas iniciais, para que os alunos fossem se familiarizando com a Estatística. No entanto, a partir do segundo módulo, as questões-problemas foram sendo organizadas em um nível maior de complexidade. Além disso, os alunos motivaram-se e perceberam que era possível trabalhar com Estatística e realizar pesquisas dentro da própria sala de aula.

6. *Avaliação da aprendizagem na UEPS:* A avaliação da UEPS ocorreu durante o seu desenvolvimento de modo a valorizar os aspectos formativos, tendo como base situações, questões resolvidas de forma coletiva e registros do professor. Além disso, nesse dia, os alunos foram convidados a responder um questionário final no dia 26/11/2013 que continha questões sobre o conteúdo estudado. Ou seja, era uma avaliação somativa que buscava investigar a aprendizagem, os conhecimentos adquiridos.

7. *Encontro final integrador:* O encontro final com o grupo de estudantes aconteceu juntamente com a avaliação da aprendizagem no dia 26/11/2013, momento em que foram retomados os pontos mais importantes do conteúdo abordado, através de exposição oral, com a mediação da professora.

8. *Avaliação da própria UEPS:* No próximo capítulo os dados coletados durante o desenvolvimento da UEPS serão analisados. Se o desempenho dos alunos fornecer indícios de Aprendizagem Significativa, por intermédio da capacidade de resolver

situações-problema, compreensão e captação de significados, como consequência, poderemos dizer que a UEPS foi satisfatória.

O presente capítulo teve por finalidade descrever as oito etapas essenciais para o desenvolvimento e a aplicação da UEPS de Estatística no terceiro ano do Ensino Médio. O capítulo seguinte versa sobre a análise descritiva dos dados coletados durante o desenvolvimento da UEPS e dos instrumentos de pesquisa aplicados a esse grupo de estudantes.

6 ANÁLISE DOS DADOS

A análise dos dados ocorreu a partir das considerações, opiniões e pensamentos expressos pelos alunos, por meio dos relatos nos dois instrumentos de pesquisa e nas discussões realizadas em sala de aula. O experimento foi realizado com um grupo de 25 alunos do terceiro ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Professor Nicolau Chiavaro Neto.

6.1 QUESTIONÁRIO INICIAL

No dia 16/10/13 a pesquisadora apresentou ao grupo de estudantes o seu projeto de pesquisa sobre Ensino de Estatística e os convidou para responder um questionário inicial, composto de quinze questões. Esse questionário tinha por objetivo investigar o perfil dos estudantes e os seus conhecimentos prévios acerca do conteúdo de Estatística.

O grupo de estudantes era constituído por quinze meninas e dez meninos, e suas idades estavam na faixa etária de dezessete e dezoito anos, conforme se demonstra na Tabela 1. É importante saber a faixa etária dos alunos, pois eles são estudantes do Ensino Médio noturno e, em muitos casos, pode ocorrer discrepância nas idades, contudo, não foi o caso desse grupo de estudantes. Além disso, todos os alunos afirmaram que nunca tiveram reprovação na disciplina de Matemática em séries anteriores.

Tabela 1 – Faixa etária dos alunos.

Idade (anos)	Alunos	%
17	16	64
18	9	36

Fonte: A pesquisa

Os alunos foram perguntados sobre qual matéria eles mais gostavam e a que menos gostavam. Os resultados podem ser observados nas Tabelas 2 e 3.

Tabela 2 - Disciplina que os alunos mais gostam.

Posicionamento	Frequência	%
Educação Física	9	36
Português	7	28
História	4	16
Biologia	3	12
Matemática	2	8
Total	25	100,0

Fonte: A pesquisa

No que concerne a essa questão, é importante gostar da disciplina, pois isso gera uma predisposição positiva para a aprendizagem do conteúdo. Além do mais, observa-se que, em geral, o aluno não gosta de determinado conteúdo pelo simples fato de desconhecê-lo.

Tabela 3 - Disciplina que os alunos menos gostam

Posicionamento	Frequência	%
Matemática	12	48
Física	6	24
Português	4	16
Geografia	3	12
Total	25	100,0

Fonte: A pesquisa

Esses resultados demonstram que a maioria dos alunos tem dificuldades com a disciplina de Matemática e isso pode ser evidenciado pela análise da resposta dada pelo aluno A, conforme é apresentado na Figura 6.

Figura 6 - Declaração do aluno A.

4. Qual a matéria que você menos gosta? Justifique sua resposta.
 Matemática, porque não gosto muito com cálculos e pq tem algumas coisas complicadas.

Fonte: A pesquisa.

Os argumentos utilizados pelo aluno A para justificar que não gosta de Matemática é semelhante às respostas fornecidas pelos outros estudantes. Os alunos argumentam que não se dão bem com os cálculos/área das exatas ou têm muitas dificuldades para compreender o conteúdo que lhes é ensinado.

Conforme já ressaltado no início deste trabalho, dados SAEB informam que, em muitos casos, as dificuldades de aprendizagem Matemática começam no Ensino Fundamental e são aumentadas no Ensino Médio. Dessa forma, ao chegar ao Ensino Médio, os alunos ficam inseguros devido às lacunas existentes na disciplina da Matemática. Nesse sentido, pode-se afirmar que essa insegurança gera o não gostar desta área do conhecimento.

Apenas dois alunos disseram que a matéria preferida deles é a Matemática. A Figura 7 apresenta o relato do aluno B.

Figura 7 - Declaração do aluno B.

5. Qual a matéria que você mais gosta? Justifique sua resposta.

Matemática, as aulas são
bem interessantes, com uma
ótima explicação, assim consigo
entender rápido a matéria.

Fonte: A pesquisa.

O aluno B destaca que sua matéria preferida é a Matemática, porque as explicações são ótimas. A resposta desse aluno é relevante para este estudo, pois, segundo sustentam Ausubel, Novak e Hanesian (1980), uma das condições para que a aprendizagem ocorra de forma significativa é a predisposição para aprendizagem por parte do aluno. Se o aluno já é interessado e gosta da disciplina, estudar um tópico de Matemática será mais fácil. Todavia nem todos os alunos possuem essa familiaridade com a Matemática, por isso o material elaborado deve partir dos conhecimentos que os alunos já possuem, de forma a incentivar a ampliação do conhecimento e a aquisição de novos significados.

Outra pergunta feita aos alunos foi a seguinte: O que você pensa das aulas de Matemática?

A Tabela 4 apresenta as repostas fornecidas pelos alunos.

Tabela 4 - Declaração dos alunos sobre as aulas de Matemática

Posicionamento	Alunos	%
Muito boa	1	4
Boa	14	56
Difícil	6	24
Excesso de fórmulas	4	16
Total	25	100,0

Fonte: A pesquisa

Os alunos afirmaram que não gostam da Matemática, entretanto, ao opinarem sobre a aula de Matemática, 60% deles consideraram essa boa ou muito boa.

A Figura 8 apresenta declaração do aluno B:

Figura 8 - Declaração do aluno B.

7. O que você pensa das aulas de Matemática?

Muito Boa, com uma ótima
explicação da professora, ela tenta
sempre fazer o seu melhor
para conseguir ajudar.

Fonte: A pesquisa.

Segundo o aluno B, a professora se empenha ao máximo para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, entende-se que o papel do professor é mediar às interações, conflitos, dúvidas e questionamentos existentes entre os integrantes do grupo, de forma individual ou coletiva, visando um ensino de qualidade para todos os estudantes.

Figura 9 - Declaração do aluno A.

7. O que você pensa das aulas de Matemática?

Por mais que eu não me dê bem com a matéria, as aulas são boas, e professora explica bem.

Fonte: A pesquisa.

Já o aluno A, ressalta que as aulas são boas, mas ele possui dificuldades e não se dá bem com a disciplina de Matemática. Se as aulas são boas, e o aluno ainda continua apresentando dificuldades, é porque está faltando a utilização de algum recurso pedagógico ou tecnológico, para motivá-lo a se dedicar e assim suprir tais dificuldades. No entanto, a utilização de recursos tecnológicos ficou limitada, pois o laboratório de informática da escola, por problemas técnicos, não pode ser utilizado no período de aplicação do projeto e investigação.

As demais perguntas do questionário se referem ao conteúdo de Estatística. Uma das perguntas foi a seguinte: O que você entende por Estatística?

A Figura 10 apresenta a resposta do aluno C:

Figura 10 - Declaração do aluno C.

Penso que é importante para que haja melhoria em tais pontos como ensino, educação, economia, saúde etc. Podemos fazer pesquisa.

Fonte: A pesquisa.

O aluno C destacou o que ele pensa da Estatística, no entanto não expressou de forma coerente o que vem a ser Estatística. O aluno D respondeu, escrevendo: “não me lembro dessa matéria”. Dos 25 alunos pesquisados, apenas dois

responderam a questão tentando dizer o que é Estatística. Os demais estudantes deixaram a questão em branco ou responderam de forma semelhante ao aluno D. Os alunos relataram que não se lembraram da matéria. É possível que isso realmente tenha acontecido, pois a Estatística foi inserida no currículo de Matemática da escola há pouco tempo, em torno de três anos no máximo, no terceiro ano do Ensino Médio.

Outra pergunta foi a seguinte: O que você entende por moda no contexto da Estatística?

Apenas dois alunos tentaram responder a essa questão, sendo que o aluno B assim declarou: *“moda é uma tendência, ou seja; as roupas que as pessoas mais estão usando em uma determinada estação, como por exemplo, a moda praia ou moda verão”*.

Já o aluno A afirmou que: *“moda é o que acontece nos desfiles do São Paulo Fashion Week. Eu amo moda e por isso, quero ser estilista”*. Os demais alunos optaram por não responder a essa questão, pois, segundo eles, nunca haviam estudado o conceito de moda. É importante ressaltar que as duas respostas sobre moda foram coletadas no questionário inicial, entretanto as imagens das respostas dos alunos não puderam ser disponibilizadas, devido à sua baixa qualidade. Por esse motivo, optamos por transcrever as resposta dos alunos. Por conseguinte, com base nos relatos dos estudantes, é possível perceber que eles não possuem o conceito matemático de moda. Contudo, eles tentaram responder ao questionamento com ideias do senso comum que eles possuíam sobre o que era moda. Assim, semelhante à questão anterior, ficou difícil os alunos terem uma resposta concreta, pois muitos deles não haviam estudado Estatística. Todavia, tinham um conhecimento prévio importante, no qual facilmente pode-se ancorar o conceito estatístico verdadeiro.

As demais perguntas do questionário estavam relacionadas às questões do Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM, e envolviam análises de tabelas, gráficos e outras informações estatísticas. Os alunos deixaram em branco ou não conseguiram responder as questões que versavam sobre Estatística. Exceto uma aluna, que conseguiu acertar seis dessas situações-problema que foram propostas no questionário inicial, isso porque ela já havia estudado o conteúdo de Estatística em um curso de Técnico em Administração, no qual essa aluna já estava em fase de conclusão.

Após a entrega do questionário, pelo menos dezesseis alunos relataram que tiveram dificuldades para analisar as questões que continham gráficos. Sobre esse fato, um dos alunos declarou que *“eu não consegui entender aqueles gráficos e também não sei construir os tais gráficos de pizza, não sei nem por onde começar. Você poderia nos lembrar e nos ensinar, não é mesmo professora?”*

Na sequência, as informações produzidas foram organizadas, e o questionário inicial respondido pelos alunos foi analisado. A partir dessa análise, percebeu-se que o grupo investigado apresentou dificuldades em relação aos conceitos básicos de Estatística, pois a maioria dos estudantes não conseguiu responder as questões propostas. Um dos motivos que pode ocasionar essas lacunas talvez seja o fato de o conteúdo de Estatística estar previsto no currículo de Matemática somente para o terceiro ano do Ensino Médio. Em vista disso, muitas vezes, conceitos básicos acabam não sendo trabalhados em séries anteriores. A esse fato Lopes (2010, p. 48) chama a atenção:

[...] embora a inserção da Estatística e da Probabilidade seja reconhecida nas propostas curriculares de Matemática, na maioria dos países do mundo, ainda não tem sido prioridade na escola, nem nos programas de formação inicial e contínua de professores que ensinam Matemática.

Da análise desse contexto, percebe-se que a inserção da Estatística nos currículos de Matemática ainda está sendo implantada. Por esse motivo, os alunos chegam com pouca ou nenhuma bagagem nesta etapa e acabam tendo dificuldades no processo de ensino e aprendizagem.

Como o questionário inicial trouxe poucas informações sobre o que eles já conheciam de Estatística, foi realizada uma discussão com a turma no dia 17/10/13, com o objetivo de detectar outros possíveis conhecimentos prévios sobre o conteúdo em questão. Primeiro eles discutiram em pequenos grupos, e, em seguida, explanaram suas ideias ao grande grupo.

Dessa dinâmica, várias informações relevantes foram levantadas pelos grupos, sendo que um grupo trouxe a seguinte questão: *“estatística tem a ver com porcentagem, com leitura de gráficos e talvez com aquela tabela sobre crescimento populacional que foi trabalhada na aula de História ou Geografia, imaginamos que tudo isso tem a ver com a Estatística”*.

As discussões trazidas pelos grupos foram observadas e anotadas pela pesquisadora / professora titular da turma. Os alunos discutiram, em um primeiro momento, entre eles, sem a intervenção da professora. Apenas no final da conversa,

foi perguntado por que eles não escreveram essas informações no questionário que lhes foi entregue? Os alunos responderam que não tinham certeza das respostas e muitas das questões eles realmente não sabiam resolver.

Dessa forma, partindo das informações coletadas por meio de questionário e discussões coletivas, elaborou-se e aplicou-se uma UEPS voltada para o Ensino de Estatística, alicerçada na Teoria da Aprendizagem Significativa e nas etapas para construção de um material potencialmente significativo.

6.2 QUESTÕES DA UEPS

No encontro do dia 30/10/13, os alunos receberam o material didático, construído e aplicado pela pesquisadora. O primeiro módulo da UEPS versava sobre conceitos básicos de Estatística e foi trabalhado com os alunos no período de 30/10/13 a 05/11/13. Uma das primeiras tarefas que os alunos receberam foi a de pesquisar, nos dicionários da escola ou em casa com o auxílio do computador, o que é Estatística. Além dessa tarefa, discutiu-se em aula sobre população, amostra, tipos de variáveis e a importância da Estatística na vida das pessoas.

Complementarmente a isso, explicou-se para os alunos que as aulas de Estatística fornecem significativas temáticas para se trabalhar, como por exemplo: as taxas de desemprego no país, dados sobre o aquecimento global, análises políticas, sociais e econômicas. Além dessas possibilidades, a mídia está constantemente divulgando informações estatísticas sobre os acontecimentos que ocorrem em todo o mundo.

No final de cada módulo, os alunos tinham questões de aprendizagem para resolver. Cabe destacar que, nessa primeira etapa, as situações-problemas foram organizadas de forma mais simples, questões mais fáceis, de modo que o aluno pudesse ir se familiarizando com o conteúdo e resgatando, na sua estrutura cognitiva, possíveis informações adquiridas anteriormente sobre esse assunto.

Abaixo demonstra-se um exemplo de questão resolvida pelos alunos durante o desenvolvimento do primeiro módulo da UEPS, cuja pode ser vista na Figura 11.

Uma agência de turismo possui 2.500 clientes cadastrados. Para melhor atendê-los, foi pesquisada a preferência em relação ao tempo de duração, ao preço, ao número de acompanhantes, ao número de passeios e à qualidade dos serviços

prestados em uma viagem. Foram consultadas de modo imparcial, 700 pessoas dentre os 2.500 clientes.

- a) Qual o tamanho da população envolvida nessa pesquisa?
- b) A amostra pesquisada foi de quantas pessoas?
- c) Quais foram as variáveis qualitativas pesquisadas?

Figura 11 - Declaração do aluno K.

Handwritten student declaration for question K. The student has written '2500' for question a), '700' for question b), and 'Qualidade dos serviços prestados' for question c).

Fonte: A pesquisa.

A Figura 11 destaca a resposta dada pelo aluno K, que respondeu corretamente a questão, todavia, devido à qualidade da imagem, transcreve-se a resposta fornecida: a) 2500 b) 700 e c) Qualidade dos serviços prestados. Importante referir que essa questão foi resolvida por todos os alunos sem maiores dificuldades.

O segundo módulo, que versava sobre distribuições de frequências, construção e interpretação de gráficos, foi desenvolvido com os alunos no período de 06/11/13 a 12/11/13. Antes de iniciar-se esse módulo, foi realizada uma breve revisão sobre os conceitos estudados na semana anterior. Com o auxílio da professora, todos os alunos conseguiram resolver o exemplo sobre distribuição de frequências e, em seguida, os tipos de gráficos (linhas, barras, colunas e de setores) foram trabalhados e discutidos em sala de aula.

Neste segundo módulo, os alunos trabalharam em grupos, pois ao verem as tarefas que envolviam gráficos, principalmente os de setores, eles logo queriam resolver os cálculos e utilizar o transferidor para construí-los. Além disso, deve-se acrescentar que as questões desse módulo passaram a ser mais complexas em relação ao módulo anterior, pois envolviam questões do ENEM e estavam relacionadas não apenas com a Matemática, mas também com outras áreas do conhecimento.

Sobre esse tópico, abaixo se transcrevem um exemplo de questão do segundo módulo e a solução dada por parte dos alunos durante a aplicação da UEPS:

A escola de Carlos promoveu uma olimpíada de Matemática entre os alunos do ensino fundamental. Todos os 1000 alunos participaram da olimpíada que utilizou

os seguintes critérios de avaliação: ótimo, bom, regular e ruim. Veja os resultados na Tabela 5.

Tabela 5 - Critérios de avaliação.

Avaliação	Número de alunos
Ótimo	200
Bom	600
Regular	150
Ruim	50

Fonte: Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

Com base nos resultados da Tabela 5, construa um gráfico de setores.

A Figura 12 apresenta os cálculos que o aluno I desenvolveu para a construção do gráfico de setores. A professora disponibilizou régua e transferidores para os estudantes construírem os gráficos. A questão foi resolvida em duplas e, na sequência, foi discutida com os demais colegas da classe.

Figura 12 - Exemplo de cálculos desenvolvidos pelo aluno I.

Ótimo
 $1000x = 200 \cdot 100$
 $x = \frac{200}{10}$
 $x = 20\% \rightarrow 20 \cdot 3,6 = 72^\circ$

Bom
 $\frac{1000}{600} \times \frac{100}{x}$
 $1000x = 100 \cdot 600$
 $1000x = 600$
 $x = \frac{600}{1000}$
 $x = 60\% \quad 60 \cdot 3,6 = 216^\circ$

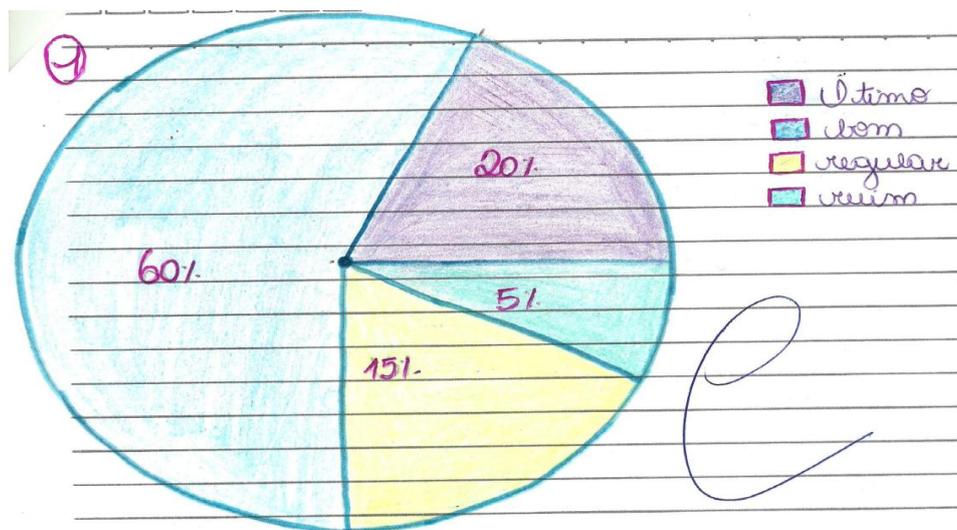
Regular
 $1000x = 100 \cdot 150$
 $1000x = 15000$
 $x = \frac{15000}{1000}$
 $x = 15\% \rightarrow 15 \cdot 3,6 = 54^\circ$

Ruim
 $1000x = 1000 - 50$
 $1000x = 5000$
 $x = \frac{5000}{1000}$
 $x = 5\% \rightarrow 5 \cdot 3,6 = 18^\circ$

Fonte: A pesquisa.

A Figura 13 apresenta um dos gráficos de setores construído pelo aluno O, a partir dos cálculos desenvolvidos, pelo aluno I. Para resolver essa questão, foi necessário revisar os conteúdos de porcentagem e ângulos, pois, os estudantes tiveram muitas dificuldades para utilizar o transferidor.

Figura 13 - Gráfico construído pelo aluno O.



Fonte: A pesquisa.

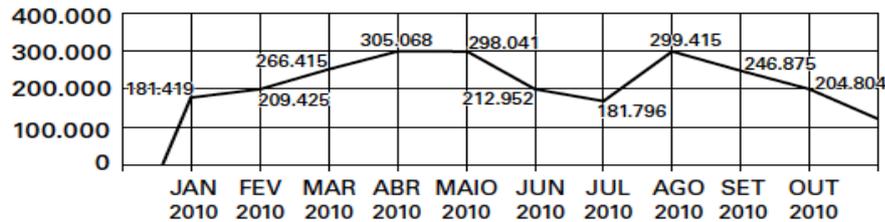
No questionário inicial um dos alunos relatou que: *“Eu não consegui entender aqueles gráficos e também não sei construir os tais gráficos de pizza, não sei nem por onde começar”*. Importante observar-se que as discussões em relação aos gráficos ocorreram inicialmente com um grupo de alunos e estenderam-se aos demais estudantes. Eles sabiam o que era um gráfico, no entanto não conseguiam construir um gráfico de setores, por exemplo. Observando o comportamento dos alunos investigados e as perguntas feitas, foi possível constatar que tinham disposição para aprender. Após as considerações da pesquisadora, eles construíram o gráfico e, assim, adquiriram novos conhecimentos. Ancoraram o novo conhecimento ao que já possuíam, gerando, dessa forma, forte evidência de Aprendizagem Significativa.

O terceiro módulo estava relacionado aos conceitos de média, moda e mediana, e foi trabalhado com os alunos no período de 13/11/13 a 19/11/13. Após terem estudado esse conteúdo, com o auxílio da calculadora, os alunos calcularam suas médias anuais na disciplina de Matemática e em outras disciplinas em que apresentavam dificuldades. Da análise das respostas, observou-se que os alunos gostaram de trabalhar com este módulo, pois, além das tarefas disponibilizadas na seção de questões de aprendizagem, eles buscaram outras situações que estavam relacionadas à realidade de cada um.

Abaixo apresenta-se um exemplo de questão desenvolvida com os alunos no terceiro módulo.

(ENEM-MEC) O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o CAGED, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010. Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é:

Figura 14 - Gráfico dos empregos formais.



Fonte: ww.mte.gov.br. Acesso em: 28 fev. 2012 (adaptado)

- a) 212 952
- b) 229 913
- c) 240 621
- d) 255 496
- e) 298 041

Figura 15 - Exemplo de cálculo desenvolvido pelo aluno M.

$$\begin{array}{r}
 181419 - 181796 - 204804 - 209425 - 212952 - 246875 \\
 \hline
 266415 - 298041 - 299415 - 305068 \\
 \hline
 212952 + 246875 = 459827 = 229913,5 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 2 \quad \quad \quad 2
 \end{array}$$

Fonte: A pesquisa.

A questão foi resolvida individualmente, em um primeiro momento, no entanto, após todos buscarem alternativas para resolvê-la, discutiu-se com a turma os meios para sua solução e verificou-se que todos conseguiram encontrar a resposta adequada. Os alunos resolveram a atividade com tranquilidade, contudo percebeu-se que eles solicitaram com frequência o auxílio da professora pesquisadora, pois ficaram com dúvidas em relação ao gráfico. Os estudantes tinham dúvidas em relação à organização dos dados, se era necessário organizar em ordem crescente e/ou decrescente. Para calcular a mediana, é necessário organizarem-se os dados fornecidos pela questão em ordem crescente ou decrescente. Em seguida, todos resolveram a atividade sem maiores dúvidas, conforme cálculos desenvolvidos pelo aluno M, representado na Figura 15.

No quarto e último módulo, foram trabalhadas as medidas de dispersão, sendo que este módulo foi desenvolvido com os alunos no período de 20/11/13 a 26/11/13. Os alunos resolveram as questões propostas, todavia, foi possível perceber que eles tiveram mais dificuldades neste último módulo. Com explicações e esclarecimentos das dúvidas, na sequência, eles trabalharam as questões em duplas, e a professora fez a correção de todas as atividades com os estudantes. Apesar das dificuldades iniciais deste último módulo, ele foi concluído com boa participação e elevada motivação dos alunos.

6.3 QUESTIONÁRIO FINAL

A avaliação final, que ocorreu no dia 26/11/13, tinha por objetivo avaliar o aprendizado dos alunos e a própria UEPS. Nesse encontro, os alunos responderam questões objetivas e dissertativas a respeito do conteúdo de Estatística estudado em sala de aula.

A questão de número 1 foi resolvida de forma adequada pelos alunos, com exceção do aluno S, que acabou multiplicando todos os valores por 2, como está demonstrado na Figura 16.

Questão 1: Alcebíades participou de um concurso, onde foram realizadas provas de Português, Matemática, Biologia e História. Essas provas tinham pesos 3, 3, 2 e 2, respectivamente. Sabendo que Alcebíades tirou 8,0 em Português, 7,5 em Matemática, 5,0 em Biologia e 4,0 em História, qual foi a média que ele obteve?

Figura 16 - Resposta do aluno S.

$$\frac{4,0 \times 2 + 5 \times 2 + 7,5 \times 2 + 8 \times 2}{3 + 3 + 2 + 2} = \frac{40}{10} = 4,0$$

~~média = 4,0~~

Fonte: A pesquisa.

O aluno S tentou resolver a questão, no entanto acabou se equivocando no momento de organizar os dados. Analisando a resposta, é possível verificar que ele mudou a ordem em que os números estavam dispostos na atividade, mesmo isso

não sendo considerado um problema, ele se confundiu e considerou o peso para todas as avaliações e, por isso, não conseguiu acertar a questão.

A questão de número 2 perguntava qual era a moda deste conjunto de dados {maçã, banana, laranja, laranja, laranja, pêssago}? Nessa atividade todos os 25 alunos conseguiram responder a questão de forma correta.

A questão de número 3 envolvia o cálculo de desvio padrão e foi a que mais apresentou erros, conforme apresentado na figura 17.

Questão 3 - (ENEM 2010 - Adaptado) Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para classificar-se no concurso, o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos. Dados dos candidatos no concurso:

Figura 17 - Pontos obtidos nas provas.

	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,82
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

Fonte: Adaptado do ENEM.

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é:

- Marco, pois a média e a mediana são iguais.
- Marco, pois obteve menor desvio padrão.
- Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português.
- Paulo, pois obteve maior mediana.
- Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

Figura 18 - Resposta do aluno P.

Handwritten student work for Figure 18:

$$\bar{x} = \frac{14 + 15 + 16 + 15 + 15}{5} = 15$$

$$\bar{x} = \frac{8 + 19 + 18 + 15 + 18}{5} = 15,6$$

$$\frac{15}{6} + \frac{15,6}{6} = \frac{30,6}{6} = 5,1$$

The student has circled the numbers 15, 15,6, 30,6, and 5,1. There is a large 'X' drawn over the final result 5,1, and the word "E" is written below it.

Fonte: A pesquisa.

O aluno P resolveu a questão de forma incorreta, pois somou todos os valores apresentados no quadro, calculando médias aleatoriamente. No entanto, não foi só ele que encontrou dificuldades para resolver essa questão, pois apenas 60% dos alunos chegou ao resultado correto. Os alunos ficaram com dúvidas em relação ao significado da palavra regular. A alternativa correta é a letra b, pois o candidato com pontuação mais regular é o Marco, que obteve menor desvio padrão.

Na questão de número 4, que solicitava para encontrar a idade mediana de um grupo de crianças que tem 4 anos, 5 anos, 4 anos, 10 anos, 8 anos e 4 anos, os alunos resolveram adequadamente os cálculos, obtendo assim, 100% de aproveitamento nessa questão. A Figura 19 apresenta os cálculos elaborados pelo aluno Z.

Figura 19 - Resposta do aluno Z.

Handwritten student work for Figure 19:

4) 4, 4, 4, 5, 8, 10

$$\frac{4,5}{2} = 4,5$$

The student has circled the final result 4,5.

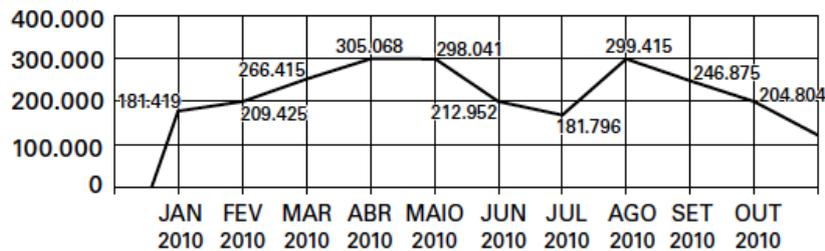
Fonte: A pesquisa.

O aluno Z, assim como os outros alunos, conseguiu resolver corretamente a questão, pois ela pedia para calcular a mediana do conjunto de dados apresentados. Todos os alunos, dessa forma, colocaram os dados em ordem crescente e, por se tratar de um conjunto de dados com um número de elementos pares, eles verificaram quais eram os elementos centrais, somaram e dividiram por dois, encontrando, assim, o valor correto.

A questão de número 5 também estava relacionada ao cálculo da mediana e já havia sido resolvida durante a aplicação da UEPS. O objetivo dessa questão era o mesmo da questão anterior, qual seja calcular a mediana, porém os dados foram apresentados por meio do gráfico apresentado a seguir:

Questão 5 - (ENEM 2012) O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o CAGED, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.

Figura 20 - Gráfico dos empregos formais.



Fonte: www.mte.gov.br. Acesso em: 28 fev. 2012 (adaptado).

Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é:

- a) 212 952
- b) 229 913
- c) 240 621
- d) 255 496
- e) 298 041

Nessa questão 4 alunos acabaram errando os cálculos, pois esqueceram de colocar os dados em ordem crescente para calcular a mediana, conforme apresentado na Figura 20.

Figura 21 - Resposta do aluno L.

Não colocou os dados em ordem crescente.

$$\textcircled{5} \quad 181,419 + 266,415 + 209,425 + 305,068 + 298,041 + 212,952 + 181,796 + 246,875 + 204,804 = \frac{2.406,21}{10} = 240,621 \rightarrow C \equiv \text{X}$$

Fonte: A pesquisa.

A questão 6 envolvia lançamento de dados e solicitava que os alunos construíssem uma tabela de frequências e respondessem as questões solicitadas.

Questão 6: Um dado foi jogado 16 vezes. Em cada jogada foram obtidos os seguintes resultados:

1 - 2 - 6 - 5 - 5 - 3 - 2 - 4 - 6 - 1 - 3 - 6 - 4 - 5 - 1 - 2

I) Elabore uma tabela com distribuição de frequências absolutas, frequências absolutas acumuladas, frequências relativas e frequências relativas acumuladas.

II) Observando a tabela, responda:

- Quantas vezes o número 3 foi obtido no dado?
- Quantas vezes o número obtido no dado foi menor que 5?
- Qual o percentual, em que o número 6 foi obtido no dado?
- Qual o percentual, em que os números maiores que 4 foram obtidos no dado?

Todos os alunos conseguiram responder a questão corretamente. Parte da resposta dada pelo aluno T é apresentada na Figura 22. Pode-se dizer que foi uma solução exitosa ao resolver os cálculos e obter o quadro de distribuição de frequência.

Figura 22 - Resposta do aluno T.

6 - 16 VEZES

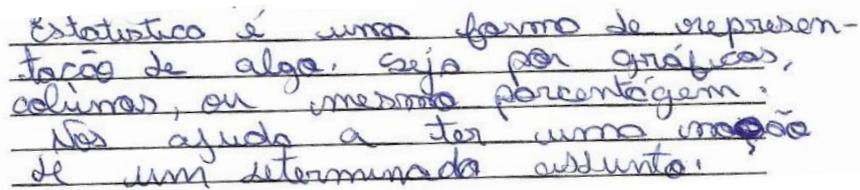
X_i	F_i	F_{iA}	$FR(\%)$	$FRA(\%)$
1	3	3	$FR = \frac{3}{16} \cdot 100$	18.75%
2	3	6	$FR = \frac{3}{16} \cdot 100$	18.75%
3	2	8	$FR = \frac{2}{16} \cdot 100$	12.5%
4	2	10		12.5%
5	3	13	$FR = \frac{3}{16} \cdot 100$	18.75%
6	3	16		18.75%
				100%

Fonte: A pesquisa.

A questão de número 7 é semelhante a uma das perguntas realizadas no questionário inicial. A pergunta foi a seguinte: que ideia você tem hoje da Estatística?

A Figura 23 representa a resposta do aluno D:

Figura 23 - Resposta do aluno D.



Estadística é uma forma de representação de algo, seja por gráficos, colunas, ou mesmo porcentagem. Nos ajuda a ter uma visão de um determinado assunto.

Fonte: A pesquisa.

A declaração do aluno D representa a sua interpretação do que vem a ser Estatística, após a aplicação da UEPS. Esse estudante tenta relacionar o conteúdo ensinado em sala de aula com sua realidade. Na pergunta do questionário inicial, à qual ele respondeu: “*não me lembro dessa matéria*”, percebe-se que ele adquiriu novos conhecimentos, todavia, ele ainda necessita ampliar os conceitos estatísticos. Os demais alunos responderam a pergunta de forma mais coerente, possivelmente porque conseguiram assimilar e compreender melhor o assunto abordado. Um fato muito interessante é que pelo menos 15 alunos conseguiram vincular a estatística com a palavra pesquisa e mencionaram a importância de coletar, organizar e interpretar dados.

Na questão 8 a pergunta foi a seguinte: com base na Estatística, o que você entende por moda?

Dos vinte e cinco alunos, vinte deles responderam de forma semelhante, que “*moda é o valor que ocorre com maior frequência em um conjunto de dados, isto é, o valor mais comum*”.

Dessa forma, constata-se, na prática, a lição de Ausubel, Novak e Hanesian, senão vejamos:

Segundo a Teoria da Assimilação: a nova informação está relacionada aos aspectos relevantes, preexistentes da estrutura cognitiva e tanto a nova informação como a estrutura preexistente são modificadas no processo. Grande parte da aprendizagem significativa é essencialmente a assimilação da nova informação. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 57).

A partir dos conhecimentos prévios dos estudantes, foi possível criar o conceito de moda em estatística, e, com isso, pôde-se perceber a evolução desses alunos no decorrer da UEPS. Porquanto, no questionário inicial, apenas dois deles responderam a questão, na qual um deles escreveu: “*moda é uma tendência, ou seja; as roupas que as pessoas mais estão usando em uma determinada estação, como por exemplo, a moda praia ou moda verão*”. O aluno tinha o conceito de moda,

que era a roupa mais usada. Tinha um conhecimento prévio, onde o conceito estatístico de moda pode ser ancorado. Permitindo dar resposta correta após a UEPS. Desta forma, importante esclarecimento traz este excerto:

A aprendizagem significativa envolve a aquisição de novos significados e os novos significados, por sua vez, são produtos da aprendizagem significativa. Ou seja, a emergência de novos significados no aluno reflete o complemento de um processo de aprendizagem significativa. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 34).

Na avaliação da aprendizagem e da própria UEPS, foi perguntado aos alunos na questão 9 se o material fornecido pela professora foi válido?

O aluno D respondeu que: *“o material foi válido, pois tive um bom entendimento da matéria, através das ilustrações apresentadas no livro”*.

O aluno D destacou a importância das imagens para uma melhor compreensão da matéria, pois o material era composto por diversos gráficos, pictogramas e outras figuras que auxiliavam o processo de aprendizagem.

Na última questão, os alunos responderam a esta pergunta: Você acha que seus conhecimentos sobre Estatística foram ampliados nas aulas de Matemática? De que forma?

Todos os alunos responderam que conseguiram ampliar os conhecimentos de Estatística, após a aplicação do material. A Tabela 6 apresenta as repostas fornecidas pelos alunos analisando de que forma seus conhecimentos foram ampliados.

Tabela 6 - Respostas dos alunos sobre a ampliação dos conhecimentos

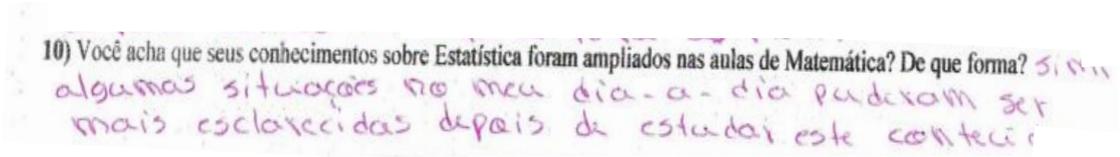
Posicionamento	Frequência	%
Através do material fornecido	9	36
Através das situações cotidianas	8	32
Através das explicações	8	32
Total	25	100

Fonte: A pesquisa

Essa Tabela foi construída, tendo-se como base a categorização das repostas fornecidas pelos alunos. Os resultados obtidos foram semelhantes em relação aos três fatores mencionados. Nesse sentido, os três fatores que influenciaram a ampliação dos conhecimentos, segundo se depreende na análise dos dados foram: o material didático, as situações cotidianas e as explicações da professora.

A Figura 23 apresenta a declaração do aluno H.

Figura 24 - Declaração do aluno H.



10) Você acha que seus conhecimentos sobre Estatística foram ampliados nas aulas de Matemática? De que forma? Sim, algumas situações no meu dia-a-dia puderam ser mais esclarecidas depois de estudar este conteúdo.

Fonte: A pesquisa

O aluno H informou que diversas situações do seu cotidiano puderam ser esclarecidas depois de estudar o conteúdo de Estatística. Pois, foram trabalhadas questões em sala de aula que eram do interesse dos estudantes, e o material didático ainda era composto por questões retiradas das provas do ENEM. Já o aluno C relatou que: “Os conhecimentos foram ampliados, com o auxílio do material fornecido pela professora”.

O material fornecido pela pesquisadora certamente auxiliou na aprendizagem dos alunos, porquanto os novos conhecimentos sobre Estatística foram assimilados, relacionados e interagiram com os conceitos que os estudantes já possuíam em suas estruturas cognitivas. Sobre essa questão, importante observar-se este excerto:

À medida que o novo material aprendido é assimilado pela estrutura cognitiva, é relacionado e interage com o conteúdo relevante já estabelecido. A aquisição de novos significados é um produto dessa interação. Durante o tempo de retenção, os novos significados são armazenados (associados) e organizados em relação as suas ideias básicas relevantes. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 97).

Por conseguinte, os instrumentos de pesquisa, as tarefas individuais ou grupais, as discussões, os debates, as explicações e observações e os registros da pesquisadora forneceram suficientes subsídios para constatar-se que os alunos aprenderam novas informações sobre a Estatística e tiveram disposição para aprender o conteúdo proposto. Por essa razão, observou-se que os alunos mostraram evidências da aquisição de novos conceitos e significados sobre o conteúdo abordado, gerando uma Aprendizagem Significativa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação e investigação de uma UEPS voltada para o Ensino de Estatística na Educação Básica, apresentada neste trabalho, mostrou-se relevante para a construção de instrumentos que busquem uma aprendizagem por meio da interação e assimilação entre os conhecimentos já adquiridos pelos estudantes e os novos assuntos a serem estudados.

A participação de forma mais ativa dos estudantes favoreceu o processo de ensino e aprendizagem e, por consequência, proporcionou a construção de um conhecimento mais rico em significados. A partir da análise dos dados produzidos, observou-se que o material construído, fundamentado nos conhecimentos prévios dos alunos, constitui-se uma alternativa muito rica, eficiente e viável no processo de construção do conhecimento.

Os dados analisados mostraram ainda, que mesmo o conteúdo de Estatística sendo integrante do currículo de Matemática, este ainda apresenta defasagem e lacunas no processo de ensino e aprendizagem, pois os alunos apresentaram dificuldades para resolver situações básicas que envolviam o cotidiano e principalmente análise de gráficos.

No entanto, mesmo os estudantes apresentando dificuldades em relação ao conteúdo, destacaram a importância da Estatística no Ensino Médio, uma vez que, conforme eles próprios relataram, a Estatística está presente diariamente em suas vidas, seja na escola, seja nas informações veiculadas pelos meios de comunicação. Dessa forma, evidencia-se que a Estatística deve ser discutida e trabalhada desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, em vista de sua fundamental importância. Além disso, os conceitos estatísticos devem ser ampliados no Ensino Médio, de modo que os estudantes utilizem os conhecimentos já aprendidos, para assimilar os novos conhecimentos a serem estudados.

Por fim, tendo em vista as evidências supraelencadas, pode-se afirmar que o material construído e trabalhado com os alunos do Ensino Médio auxiliou no processo de ensino e aprendizagem, porque os novos conceitos que envolviam o conteúdo de Estatística foram assimilados e interagiram com os conhecimentos prévios que eles já possuíam em suas estruturas cognitivas. Os alunos adquiriram novos conceitos e significados sobre o conteúdo abordado e disposição para

aprender. Por isso, conclui-se que o processo de ensino e aprendizagem apresentou evidências de ter gerado uma Aprendizagem Significativa.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David P.; NOVAK, Joseph. D. & HANESIAN, Helen. **Psicologia Educacional**. Trad. Eva Nick e outros. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BAYER, Arno; ECHEVESTE, Simone. **Estatística na escola: importância dos conteúdos de estatística no ensino fundamental e médio**. Acta Scientiae – v.5 – n.1 – jan./jun. 2003.

BICUDO, Maria Aparecida Viaggini (org). **Pesquisa qualitativa: Segundo a Visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011.

BORSSOI, Adriana Helena; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle. **Uma aproximação entre modelagem matemática e unidades de ensino potencialmente significativas para a aprendizagem Significativa: o caso das equações de diferenças**. Investigações em Ensino de Ciências – V18(2), pp. 481-503, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Matriz de referência para o ENEM**. 2011. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/index.php?Itemid=310+enen.br>>. Acesso em 12 de abr. de 2013.

_____, Ministério da Educação. PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: SAEB: ensino médio: **matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/saeb_matriz2.pdf>. Acesso em 02 de abr. de 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____, **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Resolução CEB nº 3 de 26 de junho de 1998.

_____, **Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2006.

_____, **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+): Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002.

_____, Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: **Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002.

_____, **Parâmetros Curriculares Nacionais/ Ensino Médio**. Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, 2000.

_____, Ministério da Educação. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei nº 9394/96. Brasília, 1996.

CAZORLA, Irene Mauricio; KATAOKA, Verônica Yumi; SILVA, Cláudia Borim da. Trajetória e perspectivas da educação estatística no Brasil: Um olhar a partir do GT₁₂. In: **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. São Paulo: Mercado de Letras, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**: São Paulo: Ática, 2004.

DOLZ J.; NOVERRAZ M.; SHENEUWLY, B. **Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento**. In: DOLZ J.; SHENEUWLY, B. Gêneros orais e escritos na escola. Trad. Roxane Rojo e Gláís Sales Cordeiro. São Paulo: Mercado de Letras, 2004.

ECHEVESTE, Simone; ÁVILA, Michele Gomes. **Estatística no Ensino Fundamental e Médio**. Acta Scientiae– v.4 – n.1 – jan./jun. 2002.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; JÚNIOR, José Ruy Giovanni. **A conquista da matemática: a + nova**. São Paulo: FTD, 2002.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni. **Matemática fundamental: uma nova abordagem: Ensino Médio – Volume único**. São Paulo: FTD, 2002.

LOPES, Celi Espasandin. Os desafios para Educação Estatística no currículo de matemática. In: **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. São Paulo: Mercado de Letras, 2010.

LUTZ, Mauricio Ramos. **Uma sequência didática para o ensino de estatística a alunos do Ensino Médio no PROEJA**. Dissertação de mestrado. Porto Alegre: UFRGS, 2012.

MANASSI, Norton Pizzi. **A calculadora hp17bii + como aporte tecnológico no ensino de matemática financeira no Pronatec: maior possibilidade de aprendizagem significativa**. Dissertação de mestrado. Canoas: Ulbra, 2014.

MASINI, Elcie F. Salzano; MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem Significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos**. São Paulo: Vetor, 2008.

MASINI, Elcie F. Salzano. **Aprendizagem significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos**. Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review – V1(1), pp. 16-24, 2011.

MENDONÇA, Luzinete de Oliveira; LOPES, Celi Espasandin. O trabalho com Educação Estatística no Ensino Médio em um ambiente de modelagem matemática. In: **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. São Paulo: Mercado de Letras, 2010.

MINAYO, Cecília de Souza. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Vozes, 2009.

MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem Significativa**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1999.

MOREIRA, Marco Antonio. **A teoria da Aprendizagem Significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006.

MOREIRA, Marco Antonio. **Mapas conceituais e aprendizagem significativa**. São Paulo: Centauro, 2010.

MOREIRA, Marco Antonio. **Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas**. Aprendizagem Significativa em Revista, v. 1, p. 43-63, 2011. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID10/v1_n2_a2011.pdf>. Acesso em 10 de out. de 2013.

MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem Significativa em mapas conceituais**. Publicado na série Textos de apoio ao professor de Física, Vol. 24, N. 6, 2013.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 2014.

PEREIRA, Sérgio Alves. **Um estudo a respeito do professor de matemática e a implementação de uma sequência didática para a abordagem de estatística no ensino médio.** Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC, 2007.

SANTOS FILHO, José Camilo dos. Pesquisa quantitativa versus pesquisa qualitativa: o desafio paradigmático. In: SANTOS FILHO, José Camilo dos; GAMBOA, Silvio Sánchez. **Pesquisa Educacional: quantidade-qualidade.** São Paulo: Cortez, 2009, 5. ed.

TONZONI-REIS, Marília Freitas de Campos. **Metodologia da pesquisa.** Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2009.

VENDRAMINI, Claudete Maria Medeiros; BRITO, Márcia Regina Ferreira de. Implicações das habilidades matemáticas e das atitudes na aprendizagem dos conceitos de estatística. In: **Estudos e reflexões em Educação Estatística.** São Paulo: Mercado de Letras, 2010.

VIALI, Lorí. Série: **Estatística Básica.** Material Didático. 2010. Disponível em: <<http://www.mat.ufrgs.br/~viali/>>. Acesso em: 21 abr. 2013.

APÊNDICES

Apêndice A – Questionário inicial, para investigar o perfil dos alunos e identificar quais são os seus conhecimentos prévios sobre o conteúdo de Estatística.



UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Prezado (a) aluno (a):

Estamos realizando um estudo a respeito do Ensino de Estatística na Educação Básica. Você está sendo convidado para responder um questionário inicial e participar de outras atividades, como resolver problemas matemáticos e estatísticos, analisar e interpretar gráficos e tabelas, dentre outras tarefas.

Contamos com sua colaboração para que possamos detectar possíveis dificuldades no Ensino de Estatística, para que assim, seja possível buscar alternativas para melhorar o processo de ensino e aprendizagem.

Atenciosamente,

Camila da Silva Nunes
Mestranda do PPGECIM

QUESTIONÁRIO DO ALUNO

Data: ____/____/____

1. Nome: _____
2. Idade: _____
3. Sexo:
() Feminino () Masculino
4. Qual a matéria que você menos gosta? Justifique sua resposta.
5. Qual a matéria que você mais gosta? Justifique sua resposta.
6. Você já teve reprovações em Matemática?
() Sim. Quantas vezes?
() Não
7. O que você pensa das aulas de Matemática?
8. O que você entende por Estatística?
9. Escreva alguns exemplos de situações do cotidiano em que a Estatística pode ser utilizada.
10. Encontrar a idade mediana de um grupo de crianças que tem 4 anos, 5 anos, 4 anos, 10 anos, 8 anos e 4 anos.
11. Alcebíades participou de um concurso, onde foram realizadas provas de Português, Matemática, Biologia e História. Essas provas tinham pesos 3, 3, 2 e 2, respectivamente. Sabendo que Alcebíades tirou 8,0 em Português, 7,5 em Matemática, 5,0 em Biologia e 4,0 em História, qual foi a média que ele obteve?
12. O que você entende por moda no contexto da Estatística?

13. Qual é a moda deste conjunto de dados {maçã, banana, laranja, laranja, laranja, pêsego}?

14. (ENEM 2010 - Adaptado) Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para classificar-se no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir, são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos.

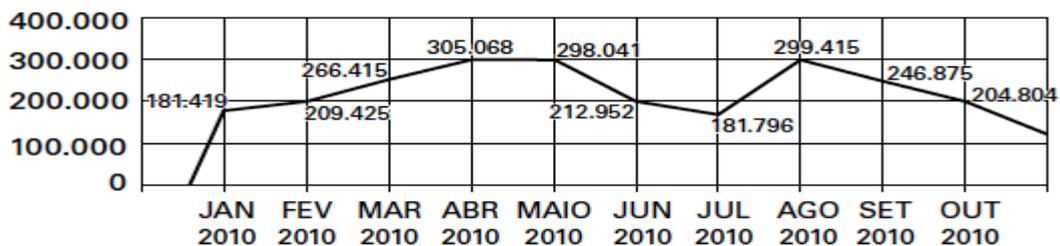
Dados dos candidatos no concurso:

	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,82
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é

- Marco, pois a média e a mediana são iguais.
- Marco, pois obteve menor desvio padrão.
- Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português.
- Paulo, pois obteve maior mediana.
- Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

15. (ENEM 2012) O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o CAGED, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.



Disponível em: www.mte.gov.br. Acesso em: 28 fev. 2012 (adaptado).

Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é:

- 212.952
- 229.913
- 240.621
- 255.496
- 298.041

Apêndice B – Questionário final, para investigar o que os alunos aprenderam sobre o conteúdo de Estatística.

1. Alcebíades participou de um concurso, onde foram realizadas provas de Português, Matemática, Biologia e História. Essas provas tinham peso 3, 3, 2 e 2, respectivamente. Sabendo que Alcebíades tirou 8,0 em Português, 7,5 em Matemática, 5,0 em Biologia e 4,0 em História, qual foi a média que ele obteve?

2. Qual é a moda deste conjunto de dados {maçã, banana, laranja, laranja, laranja, pêsego}?

3. (ENEM 2010 - Adaptado) Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para classificação no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos.

Dados dos candidatos no concurso:

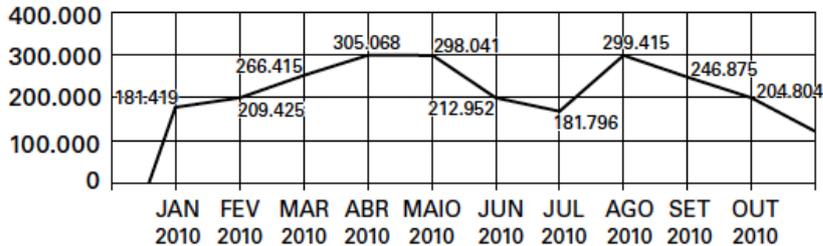
	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,82
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é

- Marco, pois a média e a mediana são iguais.
- Marco, pois obteve menor desvio padrão.
- Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português.
- Paulo, pois obteve maior mediana.
- Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

4. Encontrar a idade mediana de um grupo de crianças que tem 4 anos, 5 anos, 4 anos, 10 anos, 8 anos e 4 anos.

5. (ENEM 2012) O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o CAGED, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.



Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é

- 212.952
- 229.913
- 240.621
- 255.496
- 298.041

6. Um dado foi jogado 16 vezes. Em cada jogada foram obtidos os seguintes pontos:

1 – 2 – 6 – 5 – 5 – 3 – 2 – 4 – 6 – 1 – 3 – 6 – 4 – 5 – 1 – 2

I) Elabore um quadro com distribuição de frequências absolutas, frequências absolutas acumuladas, frequências relativas e frequências relativas acumuladas.

II) Observando a tabela, responda:

- Quantas vezes o número 3 foi obtido no dado?
- Quantas vezes o número obtido no dado foi menor que 5?
- Qual o percentual, em que o número 6 foi obtido no dado?
- Qual o percentual, em que os números maiores que 4 foram obtidos no dado?

7. Que ideia você tem hoje da Estatística?

8. Com base na Estatística, o que você entende por moda?

9. O material fornecido pela professora foi válido? Justifique sua resposta.

10. Você acha que seus conhecimentos sobre Estatística foram ampliados nas aulas de Matemática? De que forma?

Apêndice C – Autorização do Colégio para aplicação da Sequência Didática.

 **COLÉGIO ESTADUAL PROFESSOR NICOLAU CHIAVARO NETO**
Trav. Conego Pedro Wagner, S/nº, Centro, Gravataí, RS. Fone: (51) 3488-4425

AUTORIZAÇÃO

Autorizamos a professora de Matemática deste estabelecimento de ensino, Camila da Silva Nunes, IDF (3248844/01), aplicar e investigar uma sequência didática envolvendo o conteúdo de Estatística com os alunos do terceiro ano do Ensino Médio do noturno no período de 30/10/2013 a 30/11/2013.

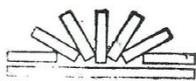
O desenvolvimento desta sequência didática faz parte da sua dissertação de mestrado, sendo orientada pelo Dr. Arno Bayer que é professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil, campus Canoas. A professora esta autorizada a divulgar o nome do Colégio em sua dissertação.

Sem mais no momento.

Gravataí, 28 de outubro de 2013.



Assinatura e carimbo


C. E. **Prof. NICOLAU CHIAVARO NETO**
Rua: Con. Pedro Wagner s/nº
Gravataí - RS

Apêndice D – Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) para o Ensino de Estatística na Educação Básica.



UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ENSINO DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA



Mestranda Camila da Silva Nunes
Professor Dr. Arno Bayer

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	1
1 CONCEITOS BÁSICOS DE ESTATÍSTICA	2
1.1 DEFINIÇÃO	2
1.2 AMOSTRA	4
1.3 VARIÁVEIS	5
1.4 QUESTÕES DE APRENDIZAGEM	5
2 DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS	9
2.1 CONCEITO	9
2.2 ELABORAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS	10
2.3 GRÁFICOS E TABELAS	11
2.4 QUESTÕES DE APRENDIZAGEM	20
3 MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL	28
3.1 MÉDIA	28
3.2 MODA	29
3.3 MEDIANA	30
3.4 QUESTÕES DE APRENDIZAGEM	32
4 MEDIDAS DE DISPERSÃO	38
4.1 DESVIO MÉDIO	38
4.2 VARIÂNCIA	39
4.3 DESVIO PADRÃO	39
4.4 QUESTÕES DE APRENDIZAGEM	39
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	42

INTRODUÇÃO

O Ensino Médio no Brasil tem como meta formar cidadãos éticos, autônomos e capazes de compreender os fenômenos que ocorrem no dia a dia das pessoas. Além disso, espera-se que, ao concluírem esta etapa de ensino, os alunos estejam preparados para atuarem na sociedade. No entanto, para que essas metas sejam concretizadas, a escola deve planejar atividades e aproveitar as situações do cotidiano, possibilitando aos alunos o desenvolvimento dessas competências. (MENDONÇA; LOPES, 2010).

Nesse contexto, o Ensino de Estatística na Educação Básica é tratado como integrante da Matemática e considerado muito importante para a formação dos estudantes. Cabe destacar que os Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio (PCNEM) sugerem o Ensino de Estatística como um conjunto de ideias e procedimentos que permitem a interpretação e compreensão de questões do mundo real. (BRASIL, 2002, 2006). Não apenas em conteúdos da disciplina de Matemática, mas também de outras disciplinas como a Biologia, a Química, a Física e a Geografia, por exemplo. Além disso, a Estatística está incluída nos trabalhos com Temas Transversais, no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

Segundo Cazorla, Kataoka e Silva (2010, p. 20), “[...] a Estatística, nas diretrizes curriculares da Educação Básica no Brasil, tem um papel fundamental no desenvolvimento da interdisciplinaridade, da transversalidade, do espírito científico e da formação dos alunos para a cidadania”. Ou seja, a estatística viabiliza a leitura e a interpretação de gráficos, tabelas e informações divulgadas nos meios de comunicação, com o objetivo de preparar o aluno para que ele seja um cidadão crítico diante dos dados e das informações que lhe forem apresentados.

Em vista dessas razões, este trabalho tem como objetivo apresentar os principais conteúdos de Estatística no Ensino Médio, visando a fortalecer o ensino desses conteúdos em sala de aula.

MÓDULO I

1. CONCEITOS BÁSICOS DE ESTATÍSTICA

1.1 Definição

A palavra “Estatística”, de origem latina, significava “ciência dos negócios do Estado”. Os governantes da antiguidade precisavam saber a quantidade de bens que possuíam e como era sua população. Dessa forma, organizavam departamentos responsáveis por realizar investigações, para utilizar os dados obtidos na cobrança de impostos e também no recrutamento militar, em função das constantes guerras.

Segundo Viali (2010, p. 4), “a Estatística pode ser definida como: a ciência de coletar, organizar, apresentar, analisar e interpretar dados com o objetivo de tomar melhores decisões”. Além disso, a Estatística pode ser entendida como um conjunto de métodos científicos e processos quantitativos para coleta, organização, resumo e apresentação de dados e também para a obtenção de conclusões e a tomada de decisões em relação ao fenômeno em foco.

PESQUISA!

Pesquise no dicionário o significado da palavra Estatística e discuta com os colegas.

Atualmente, a sociedade acumula uma grande quantidade de dados numéricos relativos a eventos sociais, econômicos, científicos, esportivos, entre outros. Por exemplo, o índice de analfabetismo no Brasil, o índice de audiência de determinado programa de televisão, a mortalidade infantil no nordeste brasileiro, a porcentagem de crianças vacinadas na última campanha de vacinação.

Percebe-se, desse modo, que a Estatística tem um campo bastante diversificado, podendo ser aplicada em diversas áreas, entre as quais: Economia, Administração, Agronomia, Engenharia, Física, Biologia, Medicina, Agricultura, Psicologia, etc. Assim, aplica-se a estatística em pesquisas eleitorais, pesquisas de mercado, auditoria, previsões econômicas, controle de qualidade, pesquisa científica, etc.

PESQUISA!

Pesquise o que significa censo demográfico e discuta com os colegas.

Em muitos casos não é necessário realizar uma pesquisa para obterem-se dados sobre determinado assunto. Às vezes, esses dados já existem e estão à disposição dos interessados em órgãos particulares, governamentais e público em geral. Como exemplo, pode-se citar o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) que disponibiliza diversos dados sobre o Brasil e realiza o censo demográfico.

SAIBA MAIS!

Acesse o site <http://www.ibge.gov.br> e pesquise a taxa de analfabetismo no Brasil e na sua cidade. Discuta com os colegas os dados obtidos.

A Estatística pode ser dividida em duas áreas:

a) *Estatística Descritiva*: é a parte referente à coleta, organização, tabulação e resumo dos dados. Seu objetivo é apresentar conjuntos de dados em formas reduzidas, com tabelas e gráficos, a fim de evidenciar informações relevantes que podem ser utilizadas em análises posteriores.

b) *Estatística Indutiva ou Inferencial*: é a parte referente à análise e interpretação dos dados. Consiste em inferir possíveis resultados sobre toda a população. Sua ferramenta básica é a probabilidade.

1.2 População e amostra

População

Definimos anteriormente que a Estatística tem por objetivo o estudo dos fenômenos coletivos, no entanto, devemos ter bem claro que fenômeno coletivo é aquele que se refere a um grande número de elementos, que podem ser objetos, animais ou pessoas, aos quais denominamos de população ou universo. Dependendo do tamanho, a população pode ser classificada como:

a) População finita: é aquela cujo número total de elementos é conhecido. Por exemplo, se estamos analisando o aproveitamento nas aulas de Matemática de uma turma de 30 alunos, sabemos exatamente quantos alunos estão sendo observados. Dessa forma, essa população de alunos é finita.

b) População Infinita: é aquela que possui um grande número de elementos. Na prática consideramos infinita uma população que tem mais de 100 000 indivíduos. Por exemplo, o número de habitantes do Rio Grande do Sul.

Resumindo: População é o conjunto dos elementos que desejamos observar, investigar para obtermos determinada informação.

Amostra

Quando a população é muito grande, é difícil investigar determinada característica em todos os seus elementos. Por esse fato, selecionamos uma parte menor desta população, para realizarmos a observação e obtermos os dados que desejamos. A esta parte da população (subconjunto) denominamos amostra. Por exemplo, se retornarmos à situação anterior, desejamos saber as temperaturas nos diversos pontos do Brasil em determinado momento. Como é impossível medir todas as temperaturas em um determinado momento, selecionamos uma quantidade menor, de 80 locais, e medimos suas temperaturas. Nesse exemplo, estaremos trabalhando com uma amostra (quantidade finita) de 80 locais.

Resumindo: Amostra é um subconjunto de elementos retirados aleatoriamente da população que estamos observando, para obtermos as informações.

Dados brutos

É o conjunto dos dados coletados em uma pesquisa e que foram transcritos aleatoriamente, ou seja, fora de qualquer ordem e que ainda não foram organizados.

Rol

Um rol é um arranjo de dados numéricos brutos em ordem crescente ou decrescente de grandeza. A diferença entre o maior e o menor número do rol chama-se amplitude total dos dados. Por exemplo, se a maior altura dos 100 estudantes do sexo masculino é 188 cm, e a menor, 152 cm, a amplitude total será de 36 cm.

1.3 Variáveis

Variável

São as características que podem ser observadas (ou medidas) em cada indivíduo da população. As variáveis podem ser:

a) *Qualitativa*: Se os dados coletados não são numéricos, como: raça, meio de transporte e etc. Estas variáveis podem ser:

- Ordinais: aquelas que podemos dispor em certa ordem. Por exemplo: escolaridade e nível de satisfação.
- Nominais: aquelas que não apresentam nenhuma ordem de disposição. Por exemplo: sexo e religião.

b) *Quantitativa*: Os dados coletados são numéricos, tais como: a altura, o peso, o preço de um produto, etc. Uma característica quantitativa também se chama variável estatística ou simplesmente variável. Cada valor que essa variável pode assumir chama-se dado estatístico. As variáveis estatísticas podem ser:

- Contínuas: Quando podem assumir qualquer valor do intervalo da variação. Por exemplo, peso, salário e na determinação da “altura” dos adolescentes de uma escola, a variável altura é contínua.
- Discretas: Quando só podem assumir valores inteiros. Por exemplo, o número de filhos ou na determinação do número de sócios de certo clube, a variável “número de sócios” é discreta.



1.4 Questões de aprendizagem

1. Assinale, entre as proposições abaixo, aquela que define corretamente o que é população em Estatística.

- a) População é o conjunto de elementos que desejamos investigar para obter determinada informação.
- b) População é um subconjunto da amostra.
- c) População é o conjunto de habitantes de um país.
- d) População é o conjunto de pessoas populares.
- e) População é a amostra que desejamos observar para obter determinada informação.

2. Marque a alternativa que define corretamente o que é amostra em Estatística.

- a) Amostra é um brinde a ser fornecido aos sujeitos da população.
- b) Amostra é uma parte de um gráfico.
- c) Amostra é um conjunto de dados obtidos numa pesquisa.
- d) Amostra é o resultado de uma pesquisa.
- e) Amostra é o subconjunto de elementos retirados da população que se está investigando.

3. O que é estatística descritiva?

- a) É o cálculo de medidas que permite descrever, com detalhes, o fenômeno que está sendo analisado.
- b) É a parte da estatística referente à coleta de dados e à tabulação dos dados.
- c) É a parte da estatística referente às conclusões sobre as fontes de dados.
- d) É a generalização das conclusões sobre as fontes de dados.
- e) É a obtenção dos dados, seja por meio de simples observação ou mediante a utilização de alguma ferramenta.

4. O que é estatística inferencial?

- a) É o cálculo de medidas que permite descrever, com detalhes, o fenômeno que está sendo analisado.
- b) É a parte da estatística referente à coleta e à tabulação dos dados.
- c) É a parte da estatística referente às conclusões sobre as fontes de dados.
- d) É a generalização das conclusões sobre as fontes de dados.
- e) É a obtenção dos dados, seja por meio de simples observação, seja mediante a utilização de algum elemento.

5. Escreva quais das variáveis abaixo são discretas e quais são contínuas:

a) População: alunos de uma cidade.

Variável: cor dos olhos

b) População: estação meteorológica de uma cidade.

Variável: precipitação pluviométrica, durante um ano.

c) População: Bolsa de Valores de São Paulo.

Variável: Número de ações negociadas.

- d) População: Funcionários de uma empresa.
Variável: salários.
- e) População: Pregos produzidos por uma máquina.
Variável: comprimento.
- f) População: Casais residentes em uma cidade.
Variável: Número de filhos.
- g) População: Propriedades agrícolas do Brasil.
Variável: produção de algodão.
- h) População: segmentos de reta.
Variável: comprimento.
- i) População: Biblioteca da cidade de São Paulo.
Variável: número de volumes.
- j) População: Aparelhos produzidos em uma linha de montagem.
Variável: número de defeitos por unidade.
- k) População: Indústrias de uma cidade.
Variável: índice de liquidez.

Figura 1 - Bebê sendo pesado.

6. Ao nascerem, os bebês são pesados e medidos, para saber se estão dentro das tabelas de peso e altura esperados. Estas duas variáveis são:

- a) Qualitativas.
b) Ambas discretas.
c) Ambas contínuas.
d) Contínua e discreta, respectivamente.
e) Discreta e contínua, respectivamente.



Fonte: <http://www.canstockphoto.com.br>

7. A parcela da população convenientemente escolhida para representá-la é chamada de:

- a) Variável.
b) Rol.
c) Amostra.
d) Dados brutos.
e) Nada podemos informar, pois a informação é incompleta.

8. Um conjunto de 100 notas de Matemática de alunos do sexo masculino, tiradas dos arquivos da secretaria da escola, constitui:

- a) Um rol.
- b) Uma relação de dados brutos.
- c) Uma tabela
- d) Uma distribuição de frequências.

9. Uma concessionária de automóveis tem cadastrados 3500 clientes e fez uma pesquisa sobre a preferência de compra em relação à “cor” (branco, vermelho ou azul), “preço”, “número de portas” (duas ou quatro) e “estado de conservação” (novo ou usado).

Foram consultados 210 clientes. Diante dessas informações, responda:

- a) Qual é o universo estatístico e qual é a amostra dessa pesquisa?
- b) Quais são as variáveis e qual é o tipo de cada uma?
- c) Quais os possíveis valores da variável “cor” nessa pesquisa?

Figura 2 - Carro



Fonte: <http://www.viaporto.com.br>

Figura 3 - Agência de turismo

10. Uma agência de turismo possui 2.500 clientes cadastrados. Para melhor atendê-los, foi pesquisada a preferência em relação ao tempo de duração, ao preço, ao número de acompanhantes, ao número de passeios e à qualidade dos serviços prestados em uma viagem. Foram consultadas, de modo imparcial, 700 pessoas.

- a) Quantas pessoas têm a população estatística envolvida nessa pesquisa?
- b) A amostra pesquisada foi de quantas pessoas?
- c) Quais foram as variáveis qualitativas pesquisadas?



Fonte: <http://www.xdivers.com.br/viagens>

MÓDULO II

2. DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS

2.1 Conceito

A fase inicial de um estudo estatístico consiste em recolher, contar e classificar os dados pesquisados sobre uma população estatística ou sobre uma amostra dessa população.

Escolhida uma *característica* dos elementos de uma população, devemos elaborar uma tabela de dados denominada *distribuição de frequências*.

Posteriormente, os resultados podem ser interpretados por meio de um *gráfico*. Diversos tipos de gráficos são usados em Estatística: de barras, de linhas, de setores, dentre outros.

A Tabela 1 é uma distribuição de frequências das idades de 100 estudantes do sexo feminino da Universidade ABC.

Tabela 1- Idade de 100 estudantes da Universidade ABC.

Idade	Número de estudantes
25	42
30	27
33	18
35	8
38	5

Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

A primeira classe, por exemplo, contém a idade das estudantes que tem 25 anos. Como há 42 estudantes cujas idades pertencem a essa classe, a frequência que lhe corresponde é 42.

2.2 Elaboração de distribuição de frequências

Inicialmente, vamos aprender a construir tabelas de distribuição de frequências. Agora, vamos conhecer as nomenclaturas que serão utilizadas para a elaboração das tabelas de distribuição de frequência:

- *Variável (x_i):* Os dados analisados.
- *Frequência absoluta (f_i):* A frequência absoluta do valor x_i é o número de vezes que a variável assume o valor x_i .
- *Frequência absoluta acumulada (F_i):* Os valores são obtidos adicionando a cada frequência absoluta os valores das frequências anteriores.
- *Frequência relativa (f_{ri}):* Chama-se frequência relativa do valor x_i da variável o quociente entre a frequência absoluta (f_i) e o número de elementos n da amostra, ou seja:

$$f_{ri} = \frac{f_i}{N}$$

Devemos observar que, se a frequência relativa (f_{ri}) é dada na forma de porcentagem, ela vai tornar mais clara a análise dos dados.

- *Frequência relativa acumulada (F_{ri}):* Os valores são obtidos adicionando-se a cada frequência relativa os valores das frequências relativas.

Exemplo:

Considere o quadro abaixo, que mostra as notas de matemática de uma turma de 6º ano, no Município de Gravataí.

Nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Nota	5	4	6	8	3	5	7	6	8	4	6	9	7	5	7

Complete a tabela e responda as questões abaixo:

x_i	f_i	F_i	$f_{ri}(\%)$	$F_{ri}(\%)$
-------	-------	-------	--------------	--------------

1) Complete o que se pede:

Unidade: _____

Variável: _____

2) Qual a porcentagem dos alunos que obtiveram média 7?

3) Qual a porcentagem dos alunos que obtiveram a média inferior a sete?

2.3 Gráficos e tabelas

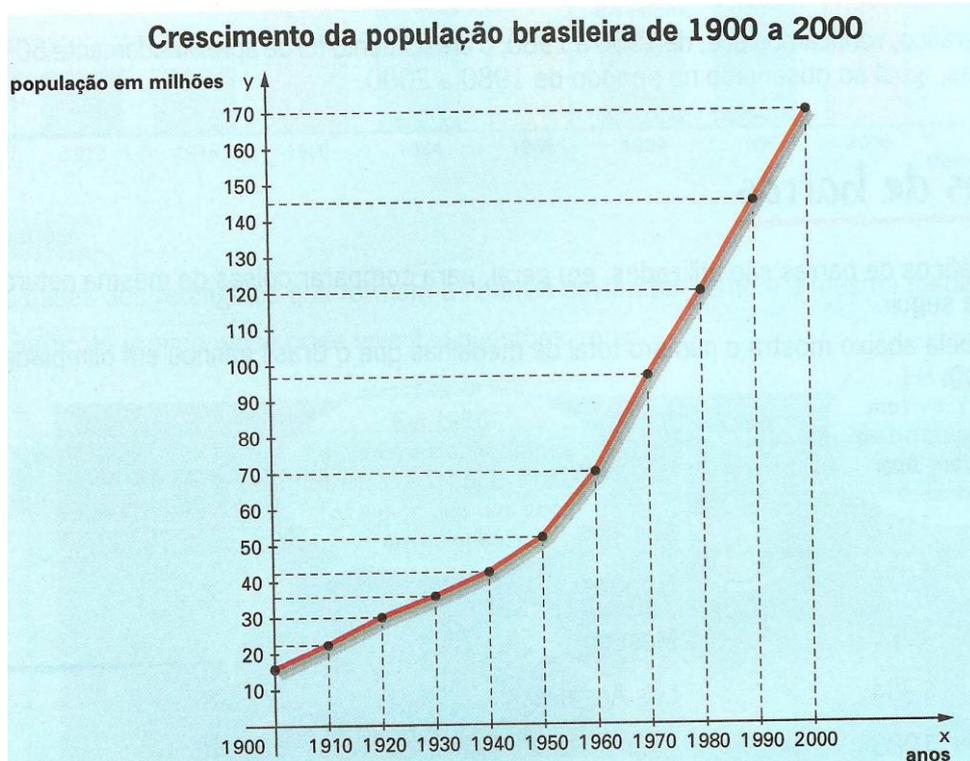
Gráficos de linhas

Os gráficos de linhas são utilizados, em geral, para mostrar a variação de algum fenômeno durante certo tempo. O gráfico de linhas é também chamado de *poligonal*.

Esse tipo de gráfico é usado geralmente para identificar tendências de aumento ou diminuição de valores numéricos de uma variável: índice de audiência de programas de televisão, lucros de empresas, desempenho de atletas, etc.

Observe a situação seguinte:

Figura 4 - Gráfico de linhas.



Fonte: A conquista da Matemática.

- Para construir o gráfico, utilizamos um sistema de coordenadas cartesianas: o eixo x (horizontal) é usado para mostrar a variação do tempo, e o eixo y (vertical), para mostrar a variação da população.
- Note que a cada intervalo entre duas datas consecutivas assinaladas no eixo x corresponde a 10 anos, de modo semelhante, cada intervalo no eixo y corresponde a 10 milhões de habitantes. A escolha do intervalo entre duas datas depende do número de datas e do espaço que você possui para representá-las. O importante é que, para intervalos iguais de anos, sejam usadas medidas iguais. Usamos o mesmo raciocínio para o eixo y (vertical).
- Para construir o gráfico, marcamos os pontos que correspondem à população referente a cada ano. Depois, unimos esses pontos que correspondem à população referente a cada ano. Em seguida, unimos esses pontos por meio de segmentos. Assim, cada ponto do gráfico está associado a uma data (no eixo horizontal) e a uma população (no eixo vertical). É importante ressaltar que a população encontrada será sempre um número aproximado.

A partir do gráfico, podemos fazer uma série de análises acerca da população do Brasil de 1900 a 2000. Responda as questões a seguir, com base no gráfico:

- 1) Qual era a população aproximada em 1930?
- 2) Qual era a população aproximada em 1990?
- 3) Em número de habitantes, o Brasil apresentou maior crescimento entre 1960 e 1980 ou entre 1980 e 2000?

Gráficos de barras e colunas

Os gráficos de barra são utilizados, em geral, para comparar coisas da mesma natureza. O gráfico de barras verticais é também chamado de *gráfico de colunas*. Os dados de uma tabela podem ser representados graficamente por retângulos paralelos verticais ou horizontais, todos de mesma largura e comprimentos proporcionais às frequências.

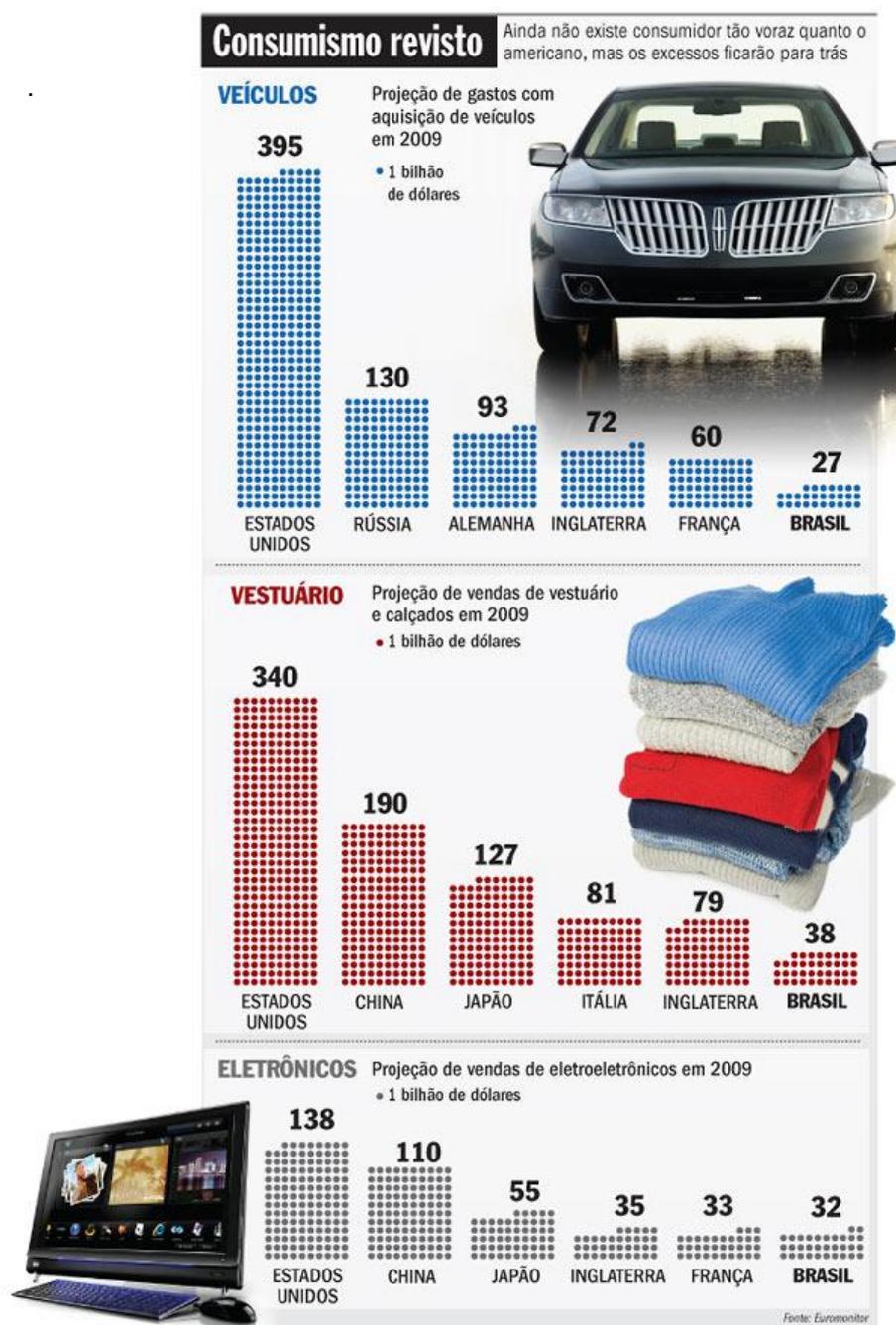
Esses gráficos, chamados *gráficos de barras*, permitem uma rápida exploração visual e uma comparação entre as variáveis em estudo e suas frequências. Veja o que foi publicado na imprensa, utilizando o gráfico de barras:

Figura 5 - Gráfico de barras.



Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

Figura 6 - Gráfico de colunas



Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

Exemplo:

A tabela a seguir mostra o desempenho em Matemática dos alunos de uma oitava série:

Tabela 2 - Desempenho em Matemática

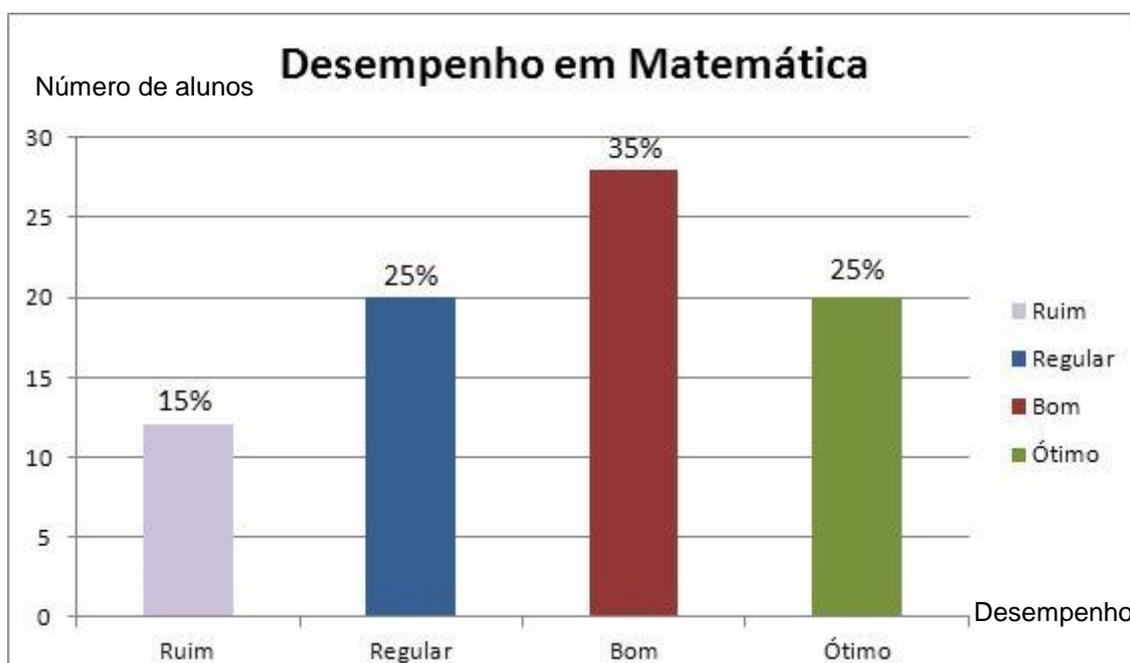
Desempenho em Matemática	Número de alunos
Ruim	12
Regular	20
Bom	28
Ótimo	20
Total	80

Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

Vamos construir um gráfico de barras com os dados da tabela, seguindo este roteiro:

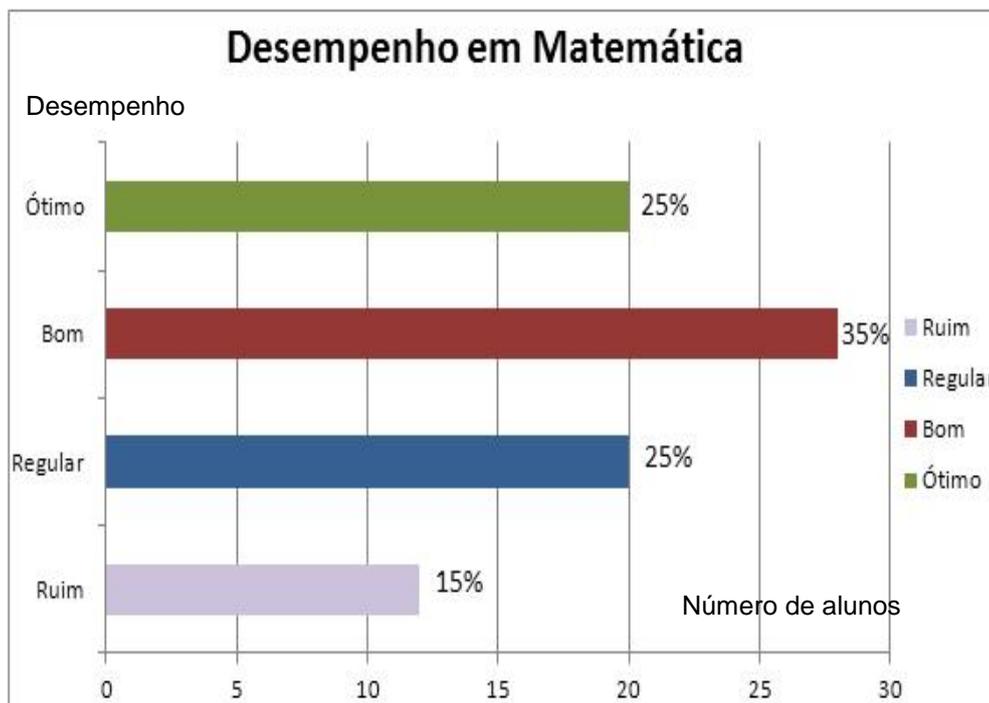
- Utilizando o sistema de coordenadas cartesianas, marcamos no eixo horizontal seguimentos de mesma medida (essa medida vai corresponder à largura das barras), espaçadas igualmente entre si. No eixo vertical, marcamos o número de alunos.
- Para cada desempenho em matemática, determinamos a altura da barra, que vai corresponder ao número de alunos.

Figura 7 - Gráfico de colunas com o desempenho em Matemática.



Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

Figura 8 - Gráfico de barras com o desempenho em Matemática.



Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

Gráfico de setores

Os gráficos de setores ou circulares, também chamados popularmente de gráficos de pizza, são utilizados para representar as relações entre as partes de um todo. Em geral, usamos as taxas percentuais para relacionar as partes (setores) cujas medidas são proporcionais às frequências relativas, como nos dois modelos a seguir:

Figura 9 - Gráfico de setores sobre modalidades esportivas.



Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

Figura 10 - Gráfico de setores sobre eleições.



Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

Exemplo:

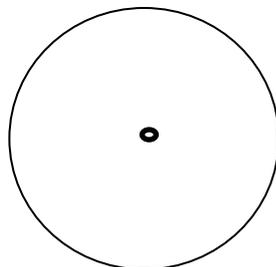
Veja, como exemplo, a área que cada região do Brasil ocupa. A partir daí, vamos construir um gráfico circular que represente os dados da tabela a seguir:

Tabela 3 - Área que cada região do Brasil ocupa.

Região	Área (em km ²)	Taxa percentual de ocupação (100%)
Norte	3 869 637,9	45
Nordeste	1 561 177,8	18
Sudeste	927 286,2	11
Sul	577 214,0	7
Centro-Oeste	1 612 077,2	19
Brasil	8 547 403,5	100

Fonte: A Conquista da Matemática.

a) Trace uma circunferência de raio qualquer (use o transferidor).



b) Lembrando que o ângulo central correspondente ao arco de uma volta tem 360° e representa 100%, calculamos os ângulos centrais relativos às taxas percentuais.

Região Norte $\rightarrow 45\%$ de $360^\circ = 162^\circ$

Região Nordeste $\rightarrow 18\%$ de $360^\circ \cong 65^\circ$

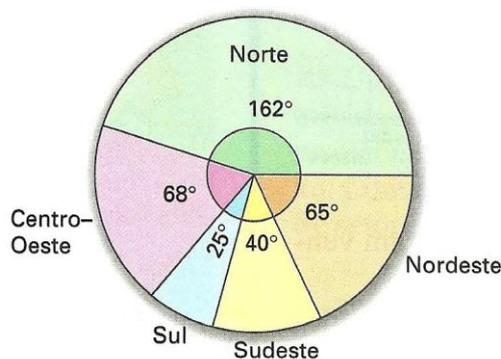
Região Sudeste $\rightarrow 11\%$ de $360^\circ \cong 40^\circ$

Região Sul $\rightarrow 7\%$ de $360^\circ \cong 25^\circ$

Região Centro-Oeste $\rightarrow 19\%$ de $360^\circ \cong 68^\circ$

c) Usando um transferidor, assinalamos os ângulos correspondentes.

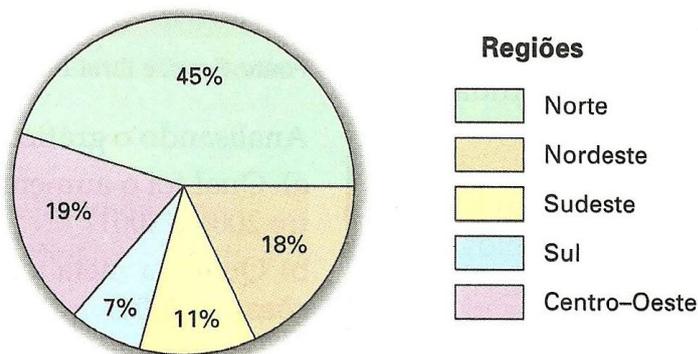
Figura 11 – Gráfico em graus sobre as regiões do Brasil.



Fonte: A Conquista da Matemática.

d) Utilizando legendas, representamos o gráfico da seguinte forma:

Figura 12 - Gráfico em porcentagem sobre as regiões do Brasil.



Fonte: A Conquista da Matemática.

Pictograma

Os gráficos chamados de *pictogramas* exibem os dados através de símbolos que, geralmente, estão relacionados com o tema apresentado, o que confere eficiência e atratividade para o resultado final.

Figura 13 – Pictograma da distribuição de idades por sexo.



Tabelas

As tabelas são de grande utilidade tanto na organização de dados quanto na apresentação de resultados. A representação tabular, muito comum na mídia escrita, facilita a verificação de informações e a observação do comportamento de variáveis, o que favorece a averiguação de padrões, regularidades ou tendências.

De um modo geral, uma tabela simples é constituída pelos seguintes elementos:

- *Título*: Indica o tema do qual a tabela trata;
- *Cabeçalho*: Indica o conteúdo das colunas;
- *Corpo*: Reúne os dados da tabela;
- *Colunas indicadoras*: Esclarecem o conteúdo de cada linha;
- *Fonte*: Apresenta a entidade (pessoa física ou jurídica) responsável pelo fornecimento ou pela organização dos dados. Geralmente aparece no rodapé da tabela.

Exemplo:

Tabela 4 – Bolsa de valores no mundo.

Bolsa de valores no mundo em 16/09/2009							
Mercado	Índice	Cotação (moeda local)			Variação (US\$)		
		Pontos	% Mês	% Ano	% 12 m.	% Mês	% Ano
Brasil	Ibovespa	60,411	8,87	60,88	22,71	14,20	109,06
Brasil	IBrX	19,129	7,32	52,56	25,91	12,57	98,24
Brasil	ISE	1,717	-0,09	44,89	9,22	12,07	88,29
EUA	Dow Jones	9,792	3,11	11,57	-11,46	3,11	11,57
EUA	Nasdaq	2,133	6,18	35,26	-3,39	6,18	35,26
Japão	Nikkel	10,271	-2,11	15,96	-11,53	0,21	15,62
China	CSI 300	3,258	15,12	70,43	62,86	15,21	70,67
Alemanha	DAX 30	5,700	4,31	18,50	-4,44	1,46	11,54
França	CAC 40	3,814	4,39	18,52	-6,69	1,53	11,55

Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

- *Título:* Bolsa no mundo.
- *Cabeçalho:* Colunas “Cotação (moeda local)” e “variação (US\$)”.
- *Corpo:* Dados localizados no cruzamento de linhas e colunas.
- *Colunas indicadoras:* Mercado, índice, ponto, % mês, % ano, %12m.
- *Fonte:* Matemática fundamental: Uma nova abordagem.



2.4 Questões de aprendizagem

1. (ENEM 2013) A cidade de Guarulhos (SP) tem o 8º PIB municipal do Brasil, além do maior aeroporto da América do Sul. Em proporção, possui a economia que mais cresce em indústrias conforme mostra o gráfico.

Figura 14 - Gráfico crescimento - Indústria.



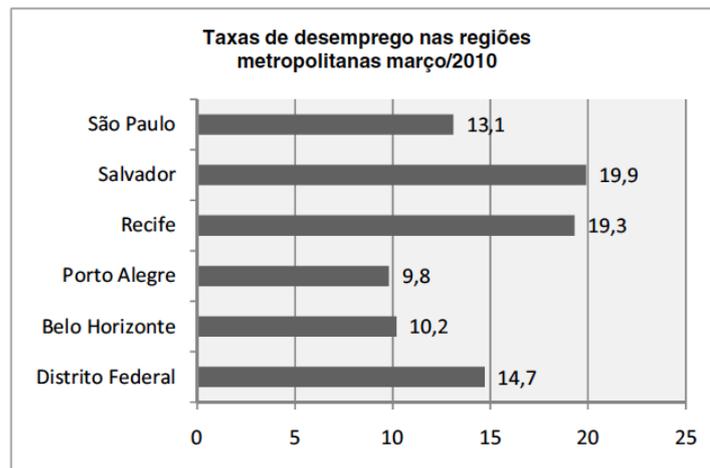
Fonte: ENEM 2013.

Analisando os dados percentuais do gráfico, qual a diferença entre o maior e o menor centro em crescimento no polo as indústrias?

- a) 75,28
- b) 64,09
- c) 56,96
- d) 45,76
- e) 30,07

2. (ENEM 2010) Os dados do gráfico seguinte foram gerados a partir de dados colhidos no conjunto de seis regiões metropolitanas pelo Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (Dieese).

Figura 15 - Taxas de desemprego.



Fonte: ENEM 2010.

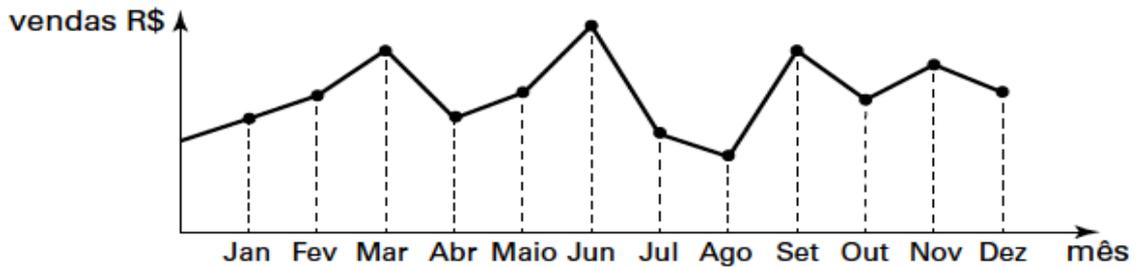
Supondo que o total de pessoas pesquisadas na região metropolitana de Porto Alegre equivale a 250000, o número de desempregados em março de 2010, nessa região, foi de:

- a) 24500
- b) 25000
- c) 220500
- d) 223000
- e) 227500

3. (ENEM 2012) O dono de uma farmácia resolveu colocar à vista do público o gráfico mostrado a seguir, que apresenta a evolução do total de vendas (em Reais) de certo medicamento ao longo do ano de 2011. De acordo com o gráfico, os meses

em que ocorreram, respectivamente, a maior e a menor venda absolutas em 2011 foram

Figura 16 - Gráfico de vendas.

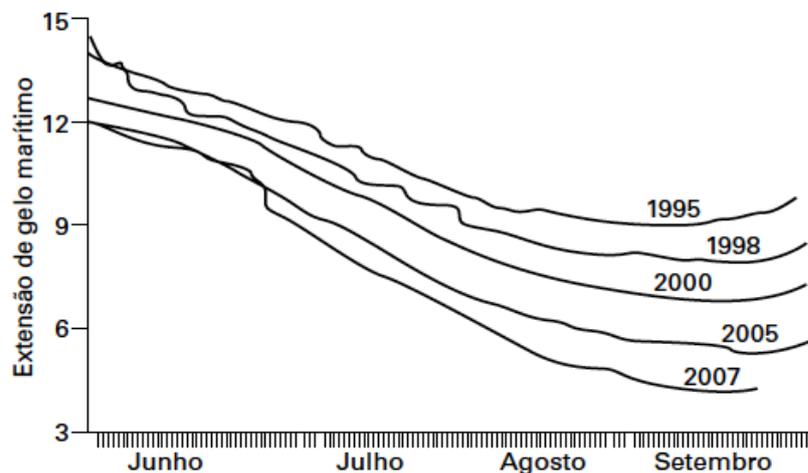


Fonte: ENEM 2012.

- a) março e abril
- b) março e agosto.
- c) agosto e setembro.
- d) junho e setembro.
- e) junho e agosto.

4. (ENEM 2012) O gráfico mostra a variação da extensão média de gelo marítimo, em milhões de quilômetros quadrados, com - parando dados dos anos 1995, 1998, 2000, 2005 e 2007. Os dados correspondem aos meses de junho a setembro. O Ártico começa a recobrar o gelo quando termina o verão, em meados de setembro. O gelo do mar atua como o sistema de resfriamento da Terra, refletindo quase toda a luz solar de volta ao espaço. Águas de oceanos escuros, por sua vez, absorvem a luz solar e reforçam o aquecimento do Ártico, ocasionando derretimento crescente do gelo.

Figura 17 - Gráfico de extensão de gelo marítimo.

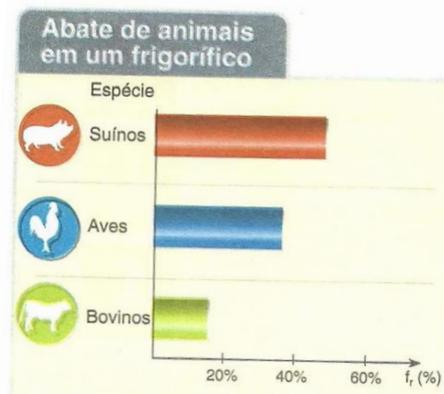


Fonte: ENEM 2012.

Com base no gráfico e nas informações do texto, é possível inferir que houve maior aquecimento global em:

- a) 1995.
- b) 1998.
- c) 2000.
- d) 2005.
- e) 2007

5. Observe o gráfico abaixo, sobre abate de animais e responda as questões:
Figura 18 - Gráfico de abate de animais em um frigorífico.



Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

- a) Qual é a porcentagem de animais abatidos em cada espécie?
- b) Supondo que a produção de carne bovina foi obtida de 20 mil animais, qual a quantidade de aves abatidas?

6. Analise o quadro a seguir, que mostra o peso das pessoas que praticam atividades físicas, em uma determinada academia de Gravataí.

Nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Peso	50	65	70	65	50	80	65	70	70	80	50	75	60	65	80

Construa uma tabela, com a distribuição de frequências absolutas, frequências absolutas acumuladas, frequências relativas e frequências relativas acumuladas.

7. Numa pesquisa de opinião pública com 800 telespectadores sobre o programa de televisão de sua preferência, obteve-se a seguinte tabela de frequências absolutas:

Figura 19 - Preferência de programas de TV.

PROGRAMA DE TV	NÚMERO DE TELESPECTADORES
Novelas	360
Esportes	128
Filmes	80
Noticiários	32
Shows	200

Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

Construa uma tabela com distribuição de frequências absolutas acumuladas, frequências relativas e frequências relativas acumuladas.

8. Um dado foi jogado 20 vezes. Em cada jogada foram obtidos os seguintes pontos:

Figura 20 – Figura com os pontos obtidos jogando um dado.

1, 5, 6, 5, 2, 2, 2, 4, 6, 5, 2, 3, 3, 1, 6, 6, 5, 5, 4, 2

Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

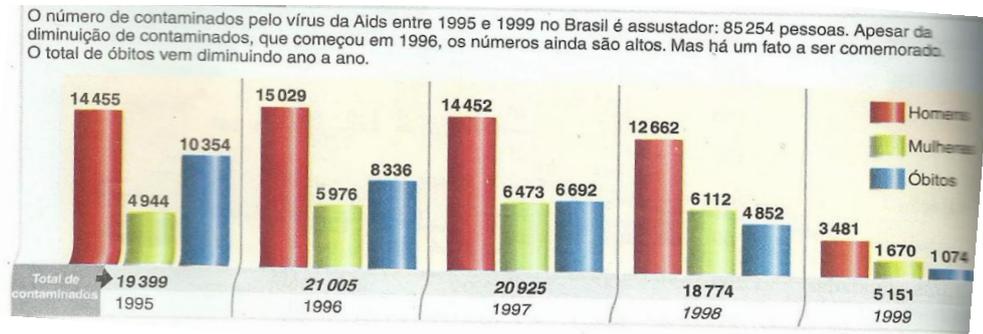
I) Elabore uma tabela com distribuição de frequências absolutas, frequências absolutas acumuladas, frequências relativas e frequências relativas acumuladas.

II) Observando a tabela, responda:

- Quantas vezes o número 3 foi obtido no dado?
- Quantas vezes o número obtido no dado foi menor que 5?
- Qual o percentual, em que o número 6 foi obtido no dado?
- Qual o percentual, em que os números maiores que 4 foram obtidos no dado?

9. Baseando-se no gráfico, responda as questões a seguir:

Figura 21 – Número de casos da doença.



Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

- Qual o assunto de que ele trata?
- Quantas pessoas contaminadas pelo vírus da Aids morreram em 1995? E em 1999?
- Em que ano se deu a maior contaminação pelo vírus da Aids? Qual o número de pessoas contaminadas?
- Qual a porcentagem de mulheres contaminadas pelo vírus da Aids de 1995 a 1999 em relação ao total de pessoas contaminadas?

10. (ENEM 2009) Pictograma é uma forma de representação que utiliza figuras na apresentação dos dados ou da informação. Tem a vantagem de ser mais atraente que outros gráficos e de remeter o leitor diretamente ao fenômeno em questão. Além disso, em muitos casos simplifica a linguagem proporcionando pronto entendimento da informação. Abaixo, apresentamos um conjunto de pictogramas bastante conhecidos, utilizados como elementos de sinalização.

Figura 22 - Pictogramas.



Fonte: ENEM 2009.

Nas alternativas a seguir, sugerimos frases que podem representar alguns dos pictogramas acima. Assinale a alternativa que contém uma frase que NÃO pode corresponder a nenhum deles.

- a) “Aqui combatemos a pirataria.”
- b) “Espaço permitido para fumantes.”
- c) “Área sem sinal para celulares.”
- d) “Sanitários masculinos e femininos.”
- e) “Reservado para portadores de deficiência física.”

12. Em uma escola, o conceito de cada bimestre é representado por letras: A, B, C, D e E. Em um determinado bimestre, os conceitos, em Ciências, dos alunos do 6º ano foram os seguintes:

Figura 23 – Quadro com os conceitos de ciências de um 6º ano.

CIÊNCIAS																				
Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Conceito	B	A	C	C	D	C	D	A	A	C	E	D	D	C	B	C	B	C	C	B

Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

Nessas condições, elabore uma tabela de distribuição de frequências absolutas acumuladas.

13. A escola de Carlos promoveu uma olimpíada de Matemática entre os alunos do ensino fundamental. Todos os 1000 alunos participaram da olimpíada que utilizou os seguintes critérios de avaliação: ótimo, bom, regular e ruim. Veja os resultados no quadro abaixo:

Avaliação	Número de alunos
Ótimo	200
Bom	600
Regular	150
Ruim	50

Com base nos resultados acima, construa um gráfico de setores.

14. Uma escola realizou uma pesquisa com seus 400 alunos do Ensino Médio sobre a preferência por modalidades esportivas. Os dados foram distribuídos em um quadro, veja:

Esportes	Número de alunos
Futebol	160
Vôlei	120
Basquete	60
Natação	40
Outros	20

Com base nos dados acima, construa um gráfico de setores.

15. A prefeitura de uma determinada cidade abriu 100 vagas através de concurso público. Veja o número de inscritos no quadro abaixo:

Vaga	Número de inscritos
Auxiliar administrativo	65
Contador	2
Enfermeiro	8
Engenheiro ambiental	3
Médico clínico	7
Motorista de ambulância	6
Professor de matemática	9

Com base nos dados revelados, construa um gráfico de setores.

MÓDULO III

3. MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Depois de fazer a coleta e representação dos dados de uma pesquisa, é comum analisarmos as informações que essa pesquisa revela. Assim, se a pesquisa envolve muitos dados, convém sintetizarmos todas essas informações a um mínimo de estimadores que possam caracterizá-la. Esses estimadores podem ser de:

- *Centralização*: média, moda e mediana.
- *Dispersão*: desvio médio, variância e desvio padrão.

3.1 Média

Média aritmética

A média aritmética é o quociente da divisão da soma dos valores da variável pelo número deles.

Exemplo:

Uma livraria vende a seguinte quantidade de livros de literatura durante certa semana.

Figura 24 – Quadro com a venda de livros de literatura.

2ª feira	3ª feira	4ª feira	5ª feira	6ª feira	Sábado
28	23	22	27	25	13

Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

Qual foi a média diária de livros vendidos nessa semana?

Para resolver esse problema, devemos fazer:

$$\bar{x} = \frac{28 + 23 + 22 + 27 + 25 + 13}{6}$$

$$\bar{x} = \frac{138}{6}$$

$$\bar{x} = 23$$

O número 23 é chamado *média aritmética* dos números 28, 23, 22, 27, 25 e 13.

A média aritmética significa que, se numa situação imaginária a venda dessa semana fosse sempre a mesma, ou seja, 23 livros por dia, iríamos obter o mesmo total de livros vendidos: 138.

Assim, na 4ª feira e no sábado, a venda da livraria foi *abaixo da média*, enquanto que na 2ª, 5ª e 6ª feira foi *acima da média*.

Média aritmética ponderada

É a média em que os valores envolvidos possuem importâncias diferenciadas. Esta diferença é salientada mediante a atribuição de pesos. A média é obtida pelo quociente do somatório dos produtos dos valores, pelos seus respectivos pesos e pelo somatório desses pesos.

Exemplo:

Alcebíades participou de um concurso, onde foram realizadas provas de Português, Matemática, Biologia e História. Essas provas tinham pesos 3, 3, 2 e 2, respectivamente. Sabendo que Alcebíades tirou 8,0 em Português, 7,5 em Matemática, 5,0 em Biologia e 4,0 em História, qual foi a média que ele obteve?

$$\bar{x} = \frac{8 \times 3 + 7,5 \times 3 + 5 \times 2 + 4 \times 2}{3 + 3 + 2 + 2}$$

$$\bar{x} = \frac{64,5}{10}$$

$$\bar{x} = 6,45$$

Portanto, a média de Alcebíades foi de 6,45.

3.2 Moda

A *moda* é o valor que detém o maior número de observações, ou seja, o valor ou valores mais frequentes, ou ainda "o valor que ocorre com maior frequência num conjunto de dados, isto é, o valor mais comum". Vamos indicar a moda por **Mo**.

Tipos:

- *Amodal*: Não possui moda.
- *Bimodal*: Possui dois valores modais.
- *Multimodal*: Possui mais do que dois valores modais.

Exemplos:

- a) A moda de {maçã, banana, laranja, laranja, laranja, pêsego} é laranja.
- b) A série {1, 3, 2, 5, 8, 7, 9} não apresenta moda (amodal).
- c) A série {1, 3, 5, 5, 6, 6} apresenta duas modas (bimodal): 5 e 6.
- d) A série {1, 3, 5, 5, 6, 6, 7, 7} apresenta mais do que duas modas (multimodal): 5, 6 e 7.

3.3 Mediana

A Mediana de um conjunto de valores previamente ordenados, de modo crescente ou decrescente, é o valor que divide esses conjuntos em duas partes com o mesmo número de termos. Vamos indicar a mediana por **Me**.

- *População com Número Ímpar de Elementos*

Quando temos um conjunto de valores em *número ímpar de dados*, a mediana é o termo central do conjunto. Nesse caso, ela pertence ao conjunto observado.

Exemplos:

População: {1, 3, 5, 7, 9}

A posição da mediana será:

$$\frac{(n + 1)}{2} =$$

$$\frac{(5 + 1)}{2} =$$

$$\frac{6}{2} = 3$$

Logo, a mediana é o 3º elemento que é 5.

- *População com Números Pares de Elementos*

Quando temos um grupo de valores em *número par de dados*, a mediana é a média aritmética dos termos centrais. Nesse caso, a mediana pode não pertencer ao grupo de valores observado.

Exemplos:

População: {1, 2, 4, 8, 9, 10}

Não há um valor central, portanto a mediana é calculada extraíndo-se a média dos dois valores centrais (no caso, o 3º e 4º elementos).

Logo, o valor da mediana é:

$$\frac{(4 + 8)}{2} =$$

$$\frac{12}{2} = 6$$

Outro exemplo:

O quadro abaixo registra os valores pagos em contas de água, no primeiro semestre do ano, por uma pousada localizada no litoral:

Figura 25 – Quadro com os valores pagos em conta de água.

Mês	Valor (em real)
Janeiro	462,33
Fevereiro	150,12
Março	34,17
Abril	31,50
Maio	30,43
Junho	35,45

Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

Para calcular a média do valor pago no primeiro semestre, fazemos:

$$\bar{x} = \frac{462,33 + 150,12 + 34,17 + 31,50 + 30,43 + 35,45}{6}$$

$$\bar{x} = 124,00$$

Portanto, em média, o valor da conta de água dessa pousada é R\$ 124,00.

Repare que essa medida não representa o conjunto, uma vez que, de seis contas, quatro apresentavam valor muito menor que a média encontrada. Isso ocorre porque, nos meses de alta temporada (correspondentes a férias escolares), o consumo de água na pousada é muito maior que nos meses de baixa temporada.

Em situações como essa, em que existem valores discrepantes, a mediana é melhor que a média para representar o perfil da amostra. Acompanhe o cálculo a seguir.

Primeiro ordenamos os dados em ordem crescente ou decrescente:

30,43 31,50 34,17 35,45 150,12 462,33

Depois tomamos o valor que fica “no meio”. Como, nesse caso, temos um número par de dados, precisamos calcular a média aritmética dos dois termos centrais:

$$Me = \frac{34,17 + 35,45}{2} = 34,81$$

A mediana, então, representa os valores da conta de água dessa pousada no primeiro semestre do ano e parece traduzir melhor a realidade do que a média.

Note que a metade dos valores da amostra são menores que a mediana, e metade maiores.

3.4 Questões de aprendizagem



1. O salário-hora de cinco funcionários de uma companhia é:

R\$ 75,00; R\$ 90,00; R\$ 83,00; R\$ 142,00 e R\$88,00

Determine:

- a média dos salários-hora;
- o salário-hora mediano.

2. As notas de um candidato, em seis provas de um concurso, foram: 8,4; 9,1; 7,2; 6,8; 8,7 e 7,2. Determine:

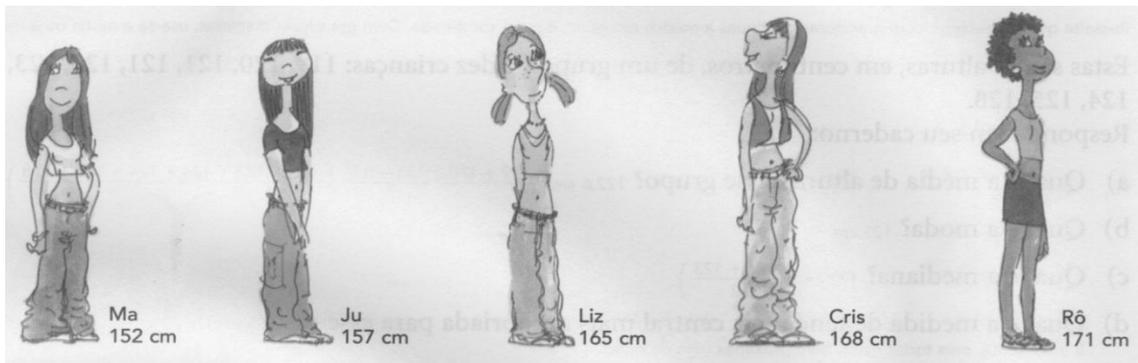
- a nota média;
- a nota mediana;
- a nota modal.

3. Identificar a nota modal, em matemática dos alunos, em cada série de dados:

- 8, 7, 6, 8, 7, 2, 5, 7, 7, 7.
- 7, 8, 5, 4.
- 7, 7, 6, 8, 8, 5.

4. Observe as figuras abaixo e determine a altura mediana das garotas.

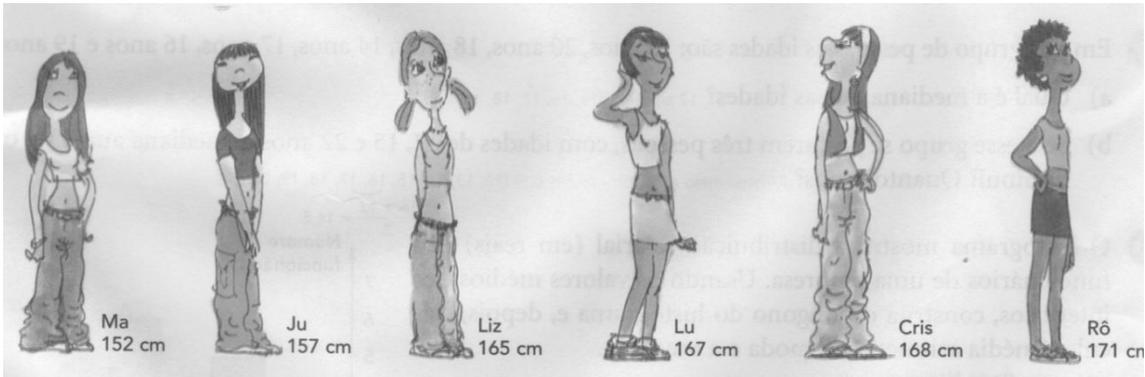
- Figura 26 - Altura de 5 garotas.



Fonte: A Conquista da Matemática

b)

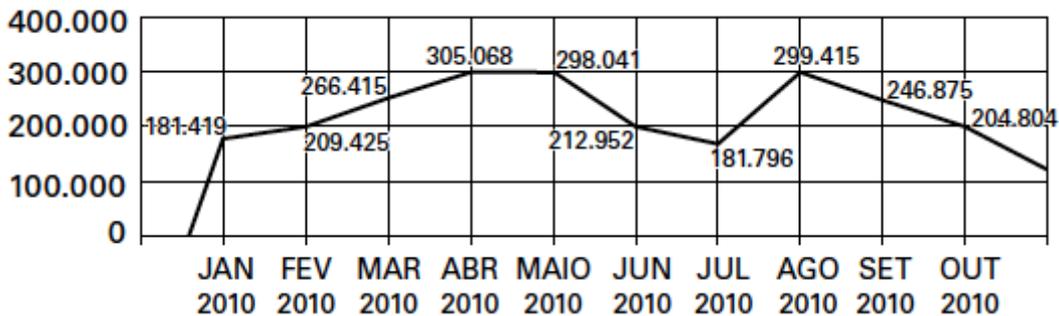
Figura 27 - Altura de 6 garotas.



Fonte: A Conquista da Matemática

5. (ENEM 2012) O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o CAGED, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.

Figura 28: Gráfico de emprego, segundo o CAGED 2010.



Fonte: ENEM 2012.

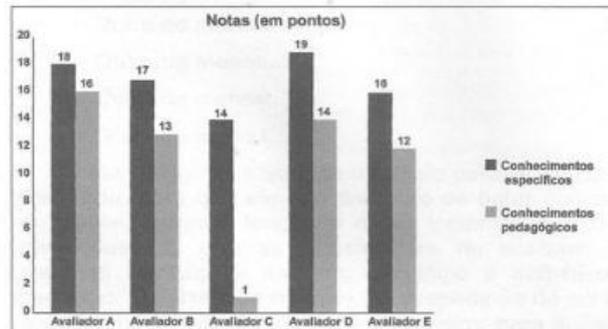
Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é

- a) 212.952
- b) 229.913
- c) 240.621
- d) 255.496
- e) 298.041

6. (ENEM 2013) As notas de um professor que participou de um processo seletivo, em que a banca avaliadora era composta por cinco membros, são apresentadas no gráfico. Sabe-se que cada membro da banca atribuiu duas notas ao professor, uma

relativa aos conhecimentos pedagógicos, e que a média final do professor foi dada pela média aritmética de todas as notas atribuídas pela banca avaliadora.

Figura 29 - Gráfico das notas de um professor.



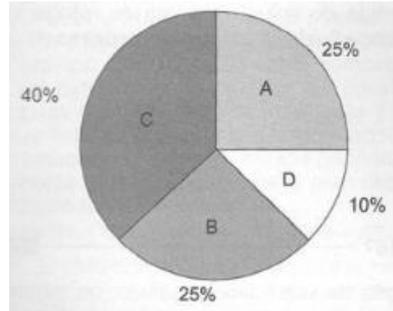
Fonte: ENEM 2013.

Utilizando um novo critério, essa banca avaliadora resolveu descartar a maior e a menor nota atribuídas ao professor. A nova média, em relação à média anterior, é

- 0,25 ponto maior.
- 1,00 ponto maior.
- 1,00 ponto menor.
- 1,25 ponto maior.
- 2,00 pontos menor.

7. (ENEM 2013) Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram: A = R\$ 200,00; B = R\$ 300,00; C = R\$ 400,00 e D = R\$ 600,00. No gráfico, as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.

Figura 30 - Gráfico de diárias de hotéis de uma cidade,



Fonte: ENEM 2013.

O valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal nessa cidade, é

- a) 300,00
- b) 345,00
- c) 350,00
- d) 375,00
- e) 400,00

8. (ENEM 2012 - Adaptado) Um aluno registrou as notas bimestrais de algumas de suas disciplinas em um quadro. Ele observou que as entradas numéricas da tabela formavam uma matriz 4×4 , e que poderia calcular as médias anuais dessas disciplinas usando produto de matrizes. Todas as provas possuíam o mesmo peso, e a tabela que ele conseguiu é mostrada a seguir:

	<i>1ª bimestre</i>	<i>2ª bimestre</i>	<i>3ª bimestre</i>	<i>4ª bimestre</i>
<i>Matemática</i>	5,9	6,2	4,5	5,5
<i>Português</i>	6,6	7,1	6,5	8,4
<i>Geografia</i>	8,6	6,8	7,8	9,0
<i>História</i>	6,2	5,6	5,9	7,7

Fonte: ENEM 2012

Figura 31 - Quadro das notas de um aluno.

Para obter essas médias, ele multiplicou a matriz obtida a partir da tabela por

- a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

9. (ENEM 2010) O quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no último campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols.

Figura 32: Quadro do desempenho de um time de futebol.

Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

Fonte: ENEM 2010.

Se X , Y e Z são, respectivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então

- a) $X = Y < Z$.
- b) $Z < X = Y$.
- c) $Y < Z < X$.
- d) $Z < X < Y$.
- e) $Z < Y < X$.

10. (ENEM 2010) A tabela a seguir mostra a evolução da receita bruta anual nos três últimos anos de cinco microempresas (ME) que se encontram à venda.

Figura 33 - Quadro de evolução da receita bruta de 5 microempresas.

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	240
Balas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Fonte: ENEM 2010.

Um investidor deseja comprar duas das empresas listadas no quadro. Para tal, ele calcula a média da receita bruta anual dos últimos três anos (de 2009 até 2011) e escolhe as duas empresas de maior média anual. As empresas que este investidor escolhe comprar são

- a) Balas W e Pizzaria Y.

- b) Chocolates X e Tecelagem Z.
- c) Pizzaria Y e Alfinetes V.
- d) Pizzaria Y e Chocolates X.
- e) Tecelagem Z e Alfinetes V.

11. (ENEM 2009) No quadro, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Figura 34 - Quadro da cotação mensal do ovo extra.

Mês	Cotação	Ano
Outubro	R\$ 83,00	2007
Novembro	R\$ 73,10	2007
Dezembro	R\$ 81,60	2007
Janeiro	R\$ 82,00	2008
Fevereiro	R\$ 85,30	2008
Março	R\$ 84,00	2008
Abril	R\$ 84,60	2008

Fonte: ENEM 2009.

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a:

- a) R\$ 73,10.
- b) R\$ 81,50.
- c) R\$ 82,00.
- d) R\$ 83,00.
- e) R\$ 85,30.

MÓDULO IV

4. MEDIDAS DE DISPERSÃO

4.1 Desvio Médio

A média aritmética dos valores absolutos dos desvios para a média é uma medida de dispersão chamada desvio médio, que se indica por d_m .

Para estudarmos o desvio médio, vamos considerar o quadro seguinte que nos mostra as notas de um aluno em Matemática durante um ano letivo:

Figura 35: Quadro de notas.

Bimestre	1º	2º	3º	4º
Notas	5	8	6	9

Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

Vamos calcular a média aritmética desse aluno:

$$\bar{x} = \frac{5 + 8 + 6 + 9}{4}$$

$$\bar{x} = \frac{28}{4}$$

$$\bar{x} = 7$$

Calculemos, agora, as diferenças entre cada uma das notas e a média. Essas diferenças são chamadas de desvios para a média ($x_1 - \bar{x}$):

$$x_1 - \bar{x} = 5 - 7 = -2$$

$$x_2 - \bar{x} = 8 - 7 = 1$$

$$x_3 - \bar{x} = 6 - 7 = -1$$

$$x_4 - \bar{x} = 9 - 7 = 2$$

$$d_m = \frac{|-2| + |1| + |-1| + |2|}{4}$$

$$d_m = \frac{6}{4} = 1,5$$

4.2 Variância

O valor que corresponde à média aritmética dos quadrados dos desvios em relação à medida recebe o nome de variância, valor esse que se indica por **Va**.

Tarefa: Determine a variância do exemplo anterior.

4.3 Desvio Padrão

Em Probabilidade e Estatística, o *desvio padrão* é a medida mais comum da dispersão estatística. Ele mostra o quanto de variação ou "dispersão" existe em relação à média. Um baixo desvio padrão indica que os dados tendem a estar próximos da média; um desvio padrão alto indica que os dados estão espalhados por uma gama de valores, não previsíveis da média.

$$S = \sqrt{Va}$$

Exemplo:

O quadro a seguir mostra o número de votos por classe de dois candidatos que estão concorrendo a uma vaga de representante no conselho da escola.

Figura 36 - Número de votos por candidato.

Candidato	3º A	3º B	3º C	3º D	3º E	3º F
Vítor	12	15	12	16	14	15
Rafael	12	11	18	9	19	15

Fonte: Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

- Calcule o desvio padrão de cada um desses candidatos.
- Qual dos dois candidatos é o mais regular?



4.4 Questões de aprendizagem

1. (ENEM 2010) Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para classificação no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas

provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos. Dados dos candidatos no concurso:

Figura 37 - Classificação dos candidatos no concurso.

	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,32
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

Fonte: ENEM 2010.

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é

- Marco, pois a média e a mediana são iguais.
- Marco, pois obteve menor desvio padrão.
- Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português.
- Paulo, pois obteve maior mediana.
- Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

2. O quadro mostra o total de pontos obtidos por dois times de futebol no período de 1996 a 2000.

Figura 38 – Quadro com os pontos obtidos por dois times de futebol.

	1996	1997	1998	1999	2000
TIME A	7	12	20	16	10
TIME B	18	16	15	9	12

Fonte: Matemática fundamental: Uma nova abordagem.

- Qual o desvio médio de cada um desses times?
- Qual o time mais regular nesse período?

3. (ENEM 2010) Em uma corrida de regularidade, a equipe campeã é aquela em que o tempo dos participantes mais se aproxima do tempo fornecido pelos organizadores em cada etapa. Um campeonato foi organizado em 5 etapas, e o tempo médio de prova indicado pelos organizadores foi de 45 minutos por prova. No quadro, estão representados os dados estatísticos das cinco equipes mais bem classificadas. Dados estatísticos das equipes mais bem classificadas (em minutos).

Figura 39: Quadro com o resultado das equipes em um campeonato.

Equipes	Média	Moda	Desvio-padrão
Equipe I	45	40	5
Equipe II	45	41	4
Equipe III	45	44	1
Equipe IV	45	44	3
Equipe V	45	47	2

Fonte: ENEM 2010.

Utilizando os dados estatísticos do quadro, a campeã foi à equipe

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação. INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Matriz de referência para o ENEM**. 2011. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/index.php?Itemid=310+enen.br>>. Acesso em 12 de abr. de 2013.

_____, Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – **Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2006.

_____, Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: **Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002.

_____, Parâmetros Curriculares Nacionais/**Ensino Médio. Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**, 2000.

CAZORLA, Irene Mauricio; KATAOKA, Verônica Yumi; SILVA, Cláudia Borim da. Trajetória e perspectivas da educação estatística no Brasil: Um olhar a partir do GT₁₂. In: **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. São Paulo: Mercado de Letras, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**: São Paulo: Ática, 2004.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; JÚNIOR, José Ruy Giovanni. **A conquista da matemática: a + nova**. São Paulo: FTD, 2002.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNIO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni. **Matemática fundamental: uma nova abordagem: Ensino Médio – Volume único**. São Paulo: FTD, 2002.

LUTZ, Mauricio Ramos. **Uma sequência didática para o ensino de estatística a alunos do Ensino Médio no PROEJA**. Dissertação de mestrado. UFRGS: 2012.

MENDONÇA, Luzinete de Oliveira; LOPES, Celi Espasandin. O trabalho com Educação Estatística no Ensino Médio em um ambiente de modelagem matemática. In: **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. São Paulo: Mercado de Letras, 2010.