**UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL**

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

**VINÍCIUS PAZUCH**

# CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL: A RELAÇÃO COM O SABER DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

**ORIENTADOR: PROF. DR. MAURÍCIO ROSA**

**Canoas, 2014**

**UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL**

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

**VINÍCIUS PAZUCH**

# CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL: A RELAÇÃO COM O SABER DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Matemática.

**FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

**ORIENTADOR: PROF. DR. MAURÍCIO ROSA**

**CANOAS**

**2014**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**

P348c Pazuch, Vinicius
Cyberformação semipresencial: a relação com o saber de professores que ensinam matemática. / Vinicius Pazuch. – Canoas, 2014.
. 271 f. : il.

Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, 2014.
Orientação: Prof. Dr. Mauricio Rosa

1. Educação – professor - formação. 2. Matemática – professor – formação. 3. Geometria. 4. Tecnologia digital. 5. Excedente de visão. I. Rosa, Mauricio. II. Título.

CDU 371.13:51:681.3

Bibliotecária Responsável: Ana Lígia Trindade CRB/10-1235

**VINÍCIUS PAZUCH**

**CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL: A RELAÇÃO COM O SABER DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Matemática.

**BANCA EXAMINADORA**

______________________________

**Prof. Dr. Maurício Rosa (orientador) - ULBRA**

______________________________

**Prof. Dr. Arthur Belford Powell - RUTGERS**

______________________________

**Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato - USF**

______________________________

**Profa. Dra. Carmen Teresa Kaiber - ULBRA**

______________________________

**Profa. Dra. Jutta Cornelia Reuwsaat Justo - ULBRA**

______________________________

**Prof. Dr. Rodrigo Dalla Vecchia - ULBRA**

**Canoas, 11 de dezembro de 2014.**

## AGRADECIMENTOS

Inicio agradecendo **meus pais e meu irmão** pela forma como sempre compreenderam minha ausência nesses 12 anos. A vocês todo meu respeito e minha admiração.

Agradeço também a todos os professores, as professoras da Educação Básica, da licenciatura em Matemática e do mestrado que foram corresponsáveis pela minha formação.

Agradeço a todos os meus amigos e as minhas amigas que independente da cidade, do estado ou do país, sempre estiveram conectados com a minha vida pessoal e profissional.

Nesse momento passo me dirigir e agradecer particularmente àquelas pessoas que caminharam junto comigo em busca da realização profissional de tornar-me um pesquisador em Educação Matemática com a titulação de doutor. Essas pessoas coparticipam da minha formação e são nomeadas pelo modo como eu dirijo meu olhar para essas vivências.

Agradeço ao **Maurício Rosa**, orientador desta tese. Primeiramente, gostaria de externar meu muito obrigado por ter me selecionado no processo seletivo do Curso de Doutorado. Essa escolha proporcionou a vivência de vários momentos que passo a relatar, incluindo eventos, lugares e pessoas.

Um dos momentos que se mostram foi a própria investigação. Gostaria de agradecer profundamente as **professoras** que conviveram comigo durante nossa Cyberformação Semipresencial. Obrigado por terem sido corresponsáveis pela minha formação, pela formação de vocês e dos estudantes de vocês.

Outro momento foi o grupo de pesquisa em que conheci o **Rodrigo Dalla Vecchia**. Agradeço ao Rodrigo por todos os diálogos, pelas ideias que contribuíram para a constituição da tese e daquelas que transcendem a própria tese e pela forma generosa que me tratou ao longo desse período. Aproveito para deixar meus sinceros agradecimentos a todos os integrantes desse grupo. Obrigado a cada um de vocês por se mostrarem dispostos a discutir a pesquisa em Educação

Matemática. Gostaria de citar um desses integrantes, a **Solange Mussato**. Dirijo-me a você Solange agradecendo por tudo o que você fez por mim. Não consegui encontrar palavras que expressassem esse “tudo”, por isso escrevo as duas palavras que expressam nossa relação de amizade: Te amo!

Outro momento foi a participação em eventos de Educação Matemática. Agradeço ao Maurício por ter me incentivado na produção de artigos e também na organização desses eventos. Aqui destaco a organização do XVI EBRAPEM. Nesse evento, conheci a **Adair Mendes Nacarato**. Quero te agradecer pelo acompanhamento que você fez da escrita da tese, desde o EBRAPEM até agora, respondendo aos meus pedidos de forma instantânea. Nesse momento, gostaria de expressar meu profundo agradecimento aos meus amigos de pós-graduação que abraçaram o EBRAPEM e trabalharam incansavelmente. Obrigado por terem se engajado na organização desse evento.

Outro momento se constitui pelas disciplinas cursadas. Gostaria de agradecer aos professores do PPGECIM. Ao cursar as disciplinas, reencontrei a **Carmen Teresa Kaiber**. Digo, reencontrei, pois a Carmen foi a primeira pessoa da banca examinadora que conheci, em agosto de 2005, no EREMATSUL, em Santa Maria. Obrigado Carmen pelas contribuições para a tese e por todos os diálogos ao longo do Curso de Doutorado.

Ao falar dos professores do programa agradeço a você **Jutta Cornelia Reuwsaat Justo** pelas contribuições para a construção da tese e pela agradável convivência que tivemos durante o Curso de Doutorado, compartilhando vivências pessoais e profissionais.

Outro momento fundamental para a minha constituição como pesquisador em Educação Matemática foi a realização do Estágio de Doutorado Sanduíche, na RUTGERS – *The State University of New Jersey* -, em Newark, New Jersey, USA. Agradeço ao Maurício pelo incentivo na realização desse estágio.

Os sete meses que estive nos Estados Unidos foram incríveis. Agradeço ao **Arthur Belford Powell** por ter me recebido com muito carinho. Gostaria de te agradecer, Arthur, por todas as oportunidades de apresentação de trabalhos, de realização de disciplinas, das viagens e da participação em eventos. Enfim, por ter contribuído na minha aprendizagem na Língua Inglesa. *Thank you so much*.

Expresso meu agradecimento à ULBRA e à CAPES, em nome da **Claudia Lisete Oliveira Groenwald**, coordenadora do programa, pela oportunidade de crescimento profissional. Muito obrigado!

Termino agradecendo a quem me permitiu relatar essas vivências. Agradeço a você, Maurício, pelas inúmeras oportunidades de crescimento profissional. Destaco nossa produção científica correlacionada com a tese e com os projetos que você coordena. Foram seis artigos produzidos para revistas científicas e onze trabalhos completos em eventos de Educação Matemática durante esse período de formação. Em suma, gostaria de agradecer, Maurício, por me permitido pesquisar a Formação do Professor que Ensina Matemática com Tecnologias Digitais. Muito obrigado!

**RESUMO**

O movimento de Cyberformação Semipresencial, vivido por professoras que ensinam matemática no Ensino Fundamental e o pesquisador, participantes de um grupo colaborativo é o cenário para discussão da relação com o saber neste estudo. A relação com o saber proposta por Bernard Charlot evidencia que o saber é constituído nas relações com o mundo, com os outros e consigo mesmo. Neste estudo, perseguimos a questão de investigação: "***Como se mostra a relação com o saber, em termos matemáticos (de geometria), pedagógicos e tecnológicos de professores que ensinam matemática no Ensino Fundamental, em Cyberformação Semipresencial*?**" Nos fundamentamos na concepção de Cyberformação defendida por Maurício Rosa. Essa concepção é sustentada pelo constructo teórico *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com*-Tecnologias Digitais (TD), o qual visa atuar na ampliação e potencializar a relação com o saber de professores de matemática em termos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos. A referida concepção admite uma multiplicidade de dimensões. Diante disso, em termos teóricos, refletimos sobre a dimensão colaborativa sob olhar da relação de saber-poder de Michel Foucault, a dimensão do tempo vivido sob o viés de Martin Heidegger e a dimensão exotópica na perspectiva de Mikhail Bakhtin. Os aspectos metodológicos revelam a natureza qualitativa dos dados produzidos no movimento de Cyberformação Semipresencial. Esse movimento foi constituído por quatro "momentos": o primeiro por meio de entrevistas semiestruturadas, o segundo por meio de encontros presenciais e não presenciais, em que foram discutidos aspectos de geometria no âmbito do Ensino Fundamental, com o planejamento de uma atividade, a qual foi desenvolvida pelas professoras em sala de aula. As aulas das professoras constituíram o terceiro momento da investigação. O quarto se desencadeou pela análise de episódios de aula das referidas professoras. A partir disso, em consonância com os pressupostos teóricos, foram estabelecidas três unidades de análise, as quais se mostraram pelas dimensões: colaboração, tempo vivido e excedente de visão. Entendemos que pela análise do movimento de Cyberformação Semipresencial, podemos afirmar que este foi contínuo, pois se mostrou pelas relações entre cada momento. Além disso, defendemos que esse mostrou o "como" as relações das professoras com o saber, em termos matemáticos

(geométricos), pedagógicos e tecnológicos foi constituída. Diante disso, defendemos que a Cyberformação Semipresencial se mostra como criação de possibilidades para professores que desejam ensinar matemática com TD.
**Palavras Chaves**: Geometria. Colaboração. Tempo vivido. Excedente de visão.

**ABSTRACT**

The development of Blended Cybereducation lived by teachers who teach mathematics in middle school and the researcher participating in a collaborative group is the setting for discussion about the relationship to knowledge in this study. The relationship with knowledge proposed by Bernard Charlot shows that knowledge consists in relations with the world, with others and with oneself. In this study, we pursue the following research question: "**How to show the relationship with knowledge, in mathematical (geometry) terms, pedagogical, and technological teachers who teach mathematics in middle school in Blended Cybereducation?**" We based the design of Cybereducation on the view of Maurício Rosa. This view is supported by the theoretical construct *being-with*, *think-with* and *know-how-with-Digital Techonologies* (DT), which aims to expand and enhance mathematics teachers' relationship with knowledge in mathematical, pedagogical, and technological terms. Such a design allows for a plurality of dimensions. Therefore, in theory, we reflect on the collaborative dimension in the view of the relationship of knowledge-power of Michel Foucault, the dimension of time lived under the bias of Martin Heidegger and the surplus vision dimension in view of Mikhail Bakhtin. Methodological aspects reveal the qualitative nature of the data produced in the movement of Blended Cybereducation. This research was composed of four "moments": the first was through semi-structured interviews; the second was through presential and virtual meetings in which they were discussed middle-school geometry, with planning an activity, which was developed by teachers in the classroom; the third, was classes with the teachers; and. the fourth was triggered by episodes of class analysis of these teachers. From these data-collection moments, in line with the theoretical assumptions, were established three analysis units along the following dimensions: collaboration, time lived, and vision surplus. We believe that from the analysis of the development of Blended Cybereducation we can say that it is ongoing, as was shown by the relationship between each moment. Furthermore, we argue that this showed "how" relations of teachers with knowledge in mathematical (geometric) terms, pedagogical, and technological consisted. Therefore, we argue that the Blended Cybereducation creates opportunities for teachers who wish to teach mathematics with DT.

**Key Words**: Geometry. Collaboration. Lived time. Surplus vision.

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|---|---|
| AMAIIS | Ambientes-Matemáticos de Aprendizagem com a Inclusão da Informática na Sociedade |
| GEPMF | Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemática e Física |
| MMM | Movimento da Matemática Moderna |
| NIED | Núcleo de Informática Aplicada à Educação |
| PCN | Parâmetros Curriculares Nacionais |
| PNAIC | Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa |
| PUC | Pontifícia Universidade Católica |
| SGD | *Software* de Geometria Dinâmica |
| TD | Tecnologias Digitais |
| TIC | Tecnologias de Informação e Comunicação |
| UEL | Universidade Estadual de Londrina |
| UFPE | Universidade Federal de Pernambuco |
| UFRGS | Universidade Federal do Rio Grande do Sul |
| ULBRA | Universidade Luterana do Brasil |
| UNESP | Universidade Estadual Paulista |
| UNIBAN | Universidade Bandeirante de São Paulo |
| UNICAMP | Universidade Estadual de Campinas |
| USF | Universidade São Francisco |
| VMTcG | Virtual Math Teams com GeoGebra |

**LISTA DE TABELAS**

## LISTA DE QUADROS

# LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

# 1 DO ‘NASCER’ NA VIDA ACADÊMICA À POSSÍVEL TESE

Neste capítulo apresentamos a constituição acadêmica do pesquisador. Discutimos aspectos que justificam e desvelam o objeto de investigação dessa pesquisa: formação semipresencial de professores que ensinam matemática com Tecnologias Digitais (TD), olhando para outras pesquisas em Educação Matemática, que circundam esta temática. Por último, sistematizamos a organização dos capítulos da presente tese.

Desse modo, ao produzirmos articulações entre os diferentes aspectos teóricos e metodológicos que constituem o presente estudo, várias ideias foram lançadas, e, necessariamente, articuladas. Assim, defendemos que ao escrever é fundamental compreender a partir de quem teorizamos as ideias e, ao mesmo tempo, mostrar que os modos de ser, de agir e de conceber os meios tecnológicos (digitais ou não), os livros, as pessoas, os lugares geográficos influenciam na tessitura da tese.

Em particular, acreditamos que dimensões temporais, espaciais, interativas, colaborativas e linguísticas podem constituir a relação com o saber, uma teoria proposta por Bernard Charlot, a qual sintetiza que o saber é produzido pelo sujeito confrontado a outros sujeitos e sua construção acontece por meio de ‘quadros metodológicos’ (CHARLOT, 2000)[1]. Como assumimos que a palavra *relação* é relevante para a constituição deste estudo, buscamos explicá-la.

“Relação é uma determinação formal que, através da ‘formalização’ pode ser lida diretamente em cada espécie de conexão entre qualquer **conteúdo** e **modo de ser**” (HEIDEGGER, 1986, p.126 – grifo nosso). Diante disso, neste estudo, entendemos que a relação com o saber (conteúdo) é constituída pelos modos de ser. Segundo Charlot (2000) a relação com o saber se mostra com o mundo, com os outros e consigo mesmo. Por isso, defendemos que “[...] toda ‘ação de mostrar’ é uma relação” [...] (HEIDEGGER, 1986, p.127).

Entendemos que esta relação é construída na vivência ou pela reflexão do vivido e derivada do “aprender para ser” (CHARLOT, 2000). Segundo Charlot (2000), nascer significa estar submetido à obrigação de aprender (que está implicado com o saber). Nesse sentido, questionamos “onde” as relações com o

---

[1]No capítulo 3, apresentamos aspectos teóricos referentes à “relação com o saber” defendida por Bernard Charlot.

saber se mostram?[2] Compreendemos que as relações podem ser mostrar com o mundo, que é entendido como mundo-vida, uma vez que,

> Mundo-vida, entendido como a espacialidade (modo de sermos no espaço) e temporalidade (modos de sermos no tempo) em que vivemos com os outros seres humanos e demais seres vivos e natureza, bem como com todas as explicações científicas, religiosas, e de outra natureza. Mundo não é um recipiente, uma coisa, mas um espaço que se estende à medida que as ações são efetuadas e cujo horizonte de compreensão se expande à medida que o sentido vai se fazendo para cada um nós e para a comunidade (BICUDO, 2009, p.141).

A partir do que Bicudo (2009) concebe como mundo-vida, estamos compreendendo o *estar-com-o-mundo* como uma perspectiva de promover reflexões sobre as ações efetuadas e projetar outras ações. Nessa perspectiva, podemos transformar os modos de ser, de pensar, de interagir com os outros e com o mundo, que se manifestam no mundo-vida. Nesse viés, entendemos que as ações já efetuadas são atos que agem no movimento de estarmos nos constituindo e que nos faz sermos sujeitos e, especificamente, interessados na pesquisa em Educação Matemática.

Acreditamos que as possibilidades de vir-a-ser um pesquisador em Educação Matemática se estendem na medida em que as ações são realizadas (BICUDO, 2009). Diante disso, consideramos necessário explanar as ações específicas ou podemos dizer os *links* que formam esta tese. Aqui destacamos, essencialmente, a formação acadêmica, embora, defendemos que esta não se constitui por si só, mas nas relações que constituímos no mundo-vida (BICUDO, 2009).

A formação que firmamos nosso olhar é a formação do professor que ensina matemática. Compreendemos a formação como movimento contínuo ou até mesmo permanente (IMBERNÓN, 2009), como uma possibilidade de nos constituirmos a partir dos modos que nos relacionamos com o saber matemático e, agora, a relação de sermos com o saber matemático com o uso de TD. Por isso, defendemos que os modos de ser, de agir e de se relacionar com o saber científico[3] são constituintes do movimento de vir-a-ser um professor que ensina matemática com TD.

---

[2] "Todo questionar é um buscar. Toda busca retira do que se busca a sua direção prévia. Questionar é buscar cientemente o ente naquilo que ele é e como ele é [...]" (HEIDEGGER, 1986, p.4).

[3] O saber é construído em uma história coletiva que é a mente humana e das atividades do homem e está submetido a processos coletivos de validação, capitalização e transmissão [comunicação]. Como tal, é produto de relações epistemológicas entre os homens. Não obstante, os homens mantêm com o mundo e entre si (inclusive quando são 'homens da ciência') relações que não são apenas epistemológicas. Assim sendo, as relações de saber são, mais amplamente, relações sociais. Essas relações de saber são necessárias para constituir o saber, mas, também, para apoiá-lo após sua construção: um saber só continua válido enquanto a comunidade científica o reconhecer como tal,

A formação de professores que ensinam matemática com TD é o fio condutor desse estudo. Por isso, apresentamos o que Bicudo (2003a, p.10-11 – grifo da autora) entende sobre a formação do professor.

> *Formação do professor* é um tema antropologicamente relevante, pois aponta para características do modo de ser do ser humano, além de ser importante do ponto de vista epistemológico, ético, econômico, social e histórico. *Epistemológico* por tratar, necessariamente, de assuntos concernentes ao conhecimento, quer seja do ponto de vista da sua construção, quer seja daquele da sua produção no âmbito do pedagógico, envolvendo tanto o ensino, quanto a aprendizagem. *Ético* ao ter como fim a educação de outros, o que envolve aspectos da escolha pelo outro e respectiva responsabilidade, bem como aspectos relativos à interferência na história da sociedade em que o trabalho educador é realizado. *Social e histórico* na medida em que da formação do professor fazem parte constitutiva a estrutura e o funcionamento da sociedade e toda a história que, por meio da tradição, carrega o etos de um povo, seus anseios e valores (BICUDO, 2003a, p.10-11 – grifo da autora).

Diante do que Bicudo (2003a) compreende a respeito da formação do professor, buscamos elucidar os aspectos expressos pela autora (epistemológico, ético, social e histórico) vividos durante a formação inicial (Licenciatura em Matemática), da Iniciação Científica e de formação continuada (cursos, eventos, mestrado e doutorado). Essas vivências permitem olhar e direcionar a consttituição da tese. A proposição é nos atentarmos para a continuidade e o avanço nas relações com o saber no âmbito da problemática recentemente expressa e da estruturação dos capítulos que se articulam na presente tese. Nesse sentido, firmamos nosso olhar nos *links* (metodológicos e teóricos) que permitem visualizar como esta pesquisa em Educação Matemática com TD, com ênfase na formação do professor que ensina matemática possivelmente contribui na relação com o saber do ser humano, professor de matemática.

Assim, nesse momento, apresento[4] vivências na minha caminhada enquanto ser humano, pesquisador em Educação Matemática e professor de matemática. Procuro mostrar que esses modos de ser ao longo da trajetória profissional influenciaram na determinação do objeto de investigação da tese e é isso que passo a manifestar, aqui e agora.

---

enquanto uma sociedade continuar considerando que se trata de um saber que tem valor e merece ser transmitido [comunicado] (CHARLOT, 2000, p.63).

[4] Passo a escrever na primeira pessoa do singular, pois expresso minha formação profissional, que é pessoal e individual.

## 1.1 LÁ AO ‘LONGE’ QUE SE FAZ AQUI E AGORA

Acredito que falar de si, das vivências enquanto ser humano que se ocupa é uma responsabilidade ética e social, pois contempla os outros. Entendo que lá ao ‘longe’, em 2003, com o ingresso na Licenciatura em Matemática, na Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – Campus de Frederico Westphalen/RS, se faz aqui e agora. Compreendo que é fundamental mostrar esta constituição profissional e pessoal, especialmente, com o olhar para algumas ações realizadas, pois essas influenciaram na investigação que ora se revela como tese.

Dentre os processos que vivi, destaco a Iniciação Científica. Essa propiciou e determinou o envolvimento com a utilização de TD ligadas ao ensino de matemática. De certa maneira, este vínculo ocorreu por meio de cursos de extensão universitária e, também, em cursos proferidos em eventos de Educação Matemática.

Em particular, a colaboração no projeto de Iniciação Científica “Análise da Utilização do *Software* Régua e Compasso no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática”, ligado ao GEPMF - Grupos de Estudos e Pesquisas em Matemática e Física - proporcionou compreender indícios de incorporação deste *software* na prática docente, em específico, a partir de acompanhamento de aulas de professoras que ensinavam matemática (geometria euclidiana plana, neste caso) com o uso de recursos tecnológicos.

Olho para a Iniciação Científica, a participação em eventos de Educação Matemática e a produção de artigos como ações contínuas pela busca em ser e continuar sendo pesquisador em Educação Matemática. Estas ações, essencialmente, relativas às pesquisas que envolvem o professor em exercício e o uso de TD em processos de ensinar e aprender matemática. Acredito que nessas ações se configuram aspectos da compreensão de Charlot (2000) sobre mobilização.

> O conceito de mobilização implica a ideia de movimento. Mobilizar é pôr em movimento; mobilizar-se é pôr-se em movimento. Para insistir nessa dinâmica interna é que utilizamos o termo de “mobilização”, de preferência ao de “motivação”. A mobilização implica mobilizar-se (“de dentro”), enquanto que a motivação enfatiza o fato de que se é motivado por alguém ou por algo (“de fora”). É verdade que, no fim da análise esses conceitos convergem: poder-se-ia dizer que eu me mobilizo para alcançar um objetivo que me motiva e que sou motivado por algo que pode mobilizar-me. Mas o termo *mobilização* tem a vantagem de insistir sobre a dinâmica do movimento (CHARLOT, 2000, p.54-55 – grifo do autor).

Nesse ínterim, entendo que a minha mobilização para saber matemática, no coletivo (com os outros) e com o mundo constitui o contínuo processo de formação do sujeito social (CHARLOT, 2000). Defendo que a "dinâmica do movimento" sugere mobilizar-se para compreender o horizonte que a formação do professor se encontra, podendo 'afastar' a acomodação cognitiva e permitindo pensar com os meios tecnológicos advindos dos diferentes tempos e espaços gerados pela cultura digital.

Assim, o desejo de ser, que está vinculado ao desejo de saber (CHARLOT, 2000) me movimentou para o Curso de Mestrado, realizado no Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências, na Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (2008-2010). Especificamente, essa mobilização de saberes matemáticos (especialmente, geométricos) por meio do uso de TD em consonância à ideia de formação contínua de professores que ensinam matemática desencadeou uma intenção de pesquisa para o projeto de dissertação de mestrado.

A pesquisa de mestrado foi organizada por meio da constituição de um grupo colaborativo (FIORENTINI, 2004) com professoras e pesquisador, visando discutir as ações da prática docente e contribuir com o desenvolvimento profissional docente (SARAIVA; PONTE, 2003). O processo feito mostrou a produção e a mobilização de saberes docentes[5] por professoras de matemática com o uso, em específico, do *software* Régua e Compasso em sala de aula, mediante um processo de planejamento, de ação e de reflexão sobre aulas de matemática no grupo instituído pela pesquisa (PAZUCH, 2010).

Desta forma, a vivência no Curso de Mestrado e a consequente produção científica derivada da pesquisa permitiram vislumbrar o ingresso no Curso de Doutorado, em 2011, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, na Universidade Luterana do Brasil. Assim, ao cursar disciplinas, participar de reuniões periódicas do Grupo de Pesquisa @+ - Ambientes-Matemáticos de Aprendizagem com a Inclusão da Informática na Sociedade – (AMAIIS) e o próprio processo de definição do objeto de investigação foram momentos constitutivos desse primeiro movimento de *estar-com-os-outros* nesse outro espaço de formação (Curso de Doutorado).

[5] Usando a tipologia presente em Tardif (2002).

A participação no referido grupo de pesquisa me permitiu discutir a concepção de Cyberformação[6] (ROSA, 2010; ROSA, 2011a; ROSA, 2011b; ROSA, 2011c; ROSA, 2015). Essa concepção, segundo o autor recentemente mencionado é expressa pela integração das dimensões específica (matemática), pedagógica e tecnológica e abrange a formação com professores de matemática que atuam ou que desejam atuar nas diferentes (a distância, semipresencial, móbile) modalidades de ensino (ROSA, 2015). A referida concepção é sustentada na perspectiva do *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD*[7] (ROSA, 2015). Sinteticamente, essa concepção contempla o uso de TD para a ampliação e a potencialização do conhecimento matemático em termos cognitivos (ROSA, 2015). As discussões oriundas das referências (leituras) mencionadas em sintonia com os debates no grupo de pesquisa me conduziram para a temática da Cybeformação Semipresencial com professores que ensinam matemática.

Compreendo que em conjunto com a constituição acadêmica, aspectos da literatura se presentificaram na delimitação do objeto de investigação deste estudo. Por isso, na próxima seção, destacamos[8] cinco aspectos que justificam e possibilitam compreender o contexto da problemática e a formulação da questão diretriz em investigação: a relação com o saber, o ensino de geometria na Educação Básica; o uso de TD em processos de ensinar e aprender matemática; a formação continuada de professores que ensinam matemática no âmbito geral e a formação continuada semipresencial de professores de matemática que ensinam geometria com TD.

## 1.2 OS OUTROS E O MUNDO AO MESMO TEMPO EM QUE O ‘EU’ SE MOSTRA

Ao contemplarmos os outros e o mundo, nos referimos às pesquisas constituídas, que justificam e influenciam na problemática deste estudo, ao mesmo tempo, em que o ‘eu’ se mostra enquanto processo de delimitação do objeto de investigação. Ao pensar sobre a definição do objeto de investigação algumas questões foram sendo lançadas e, ao mesmo tempo, entendidas ou descartadas. Estas questões circundam a intenção inicial de compreender a produção de saberes por professores da Educação Básica, em formação contínua, que ensinam

[6] Discutida na seção 2.2 do próximo capítulo.
[7] Essa perspectiva é explicitada teoricamente na seção 2.2 do próximo capítulo.
[8] Retomamos a escrita em primeira pessoal do plural, já que finalizamos a descrição da constituição acadêmica do pesquisador.

matemática (geometria) com TD. Acreditamos que o movimento vivido na pesquisa de mestrado (PAZUCH, 2010) interferiu e, muitas vezes, determinou algumas escolhas metodológicas e teóricas para a explicitação da questão diretriz de investigação deste estudo.

Uma das questões se refere à compreensão de tipologias de saber (TARDIF, 2002). Descartamos essa compreensão a partir da leitura da própria concepção de Cyberformação (ROSA, 2011b), a qual concebe a interconexão entre as dimensões específica (matemática), pedagógica e tecnológica. Além disso, a Cyberformação pode contemplar múltiplas dimensões (colaborativas, culturais, psicológicas) como aponta Seidel (2013). A compreensão de tipologias de saber (TARDIF, 2002), também foi descartada pela aproximação com os pressupostos teóricos de Bernard Charlot sobre a teoria "da relação com o saber", que é o primeiro dos cinco aspectos que discutimos.

A partir dos pressupostos teóricos da relação com o saber, questionamos: como se estabelece a relação com o saber dos professores que ensinam matemática? Como a relação com o saber se vincula com a formação de professores que ensinam matemática? O que professores de matemática precisam 'saber' para participar dos processos de ensinar e aprender no contexto escolar?

Em relação aos saberes docentes, Tardif (2002) e Gauthier et. al (1998) apresentam uma classificação ou uma tipologia desses saberes. Em particular, Gauthier et. al (1998) apresenta um conjunto de saberes, os quais são tratados como um repertório de saberes necessários para a ação docente. Tardif (2002), por sua vez, os classifica, em profissionais, disciplinares, curriculares e experienciais. Essas classificações são específicas e segundo Charlot (2000, p.62) "[...] o saber não existe senão sob formas específicas". Em relação a isso, Charlot (2000, p.62) afirma que

> O erro, no entanto, consiste em acreditar-se que essas são as formas específicas de um objeto natural que se chamaria "saber", do qual poder-se-iam definir espécies e variedades, quando, na verdade, são formas específicas de relação com o mundo. [...] Assim, que é que, em um saber, possibilita considerá-lo "prático"? Não é o saber que é prático, mas, sim, o uso que é feito dele, em uma relação prática com o mundo.

Considerando o que Charlot (2000) aborda, intentamos mostrar que o saber é relação consigo mesmo, com os outros e com o mundo (CHARLOT, 2000). Segundo o autor essa relação ocorre em processos coletivos de validação e produção. Ou seja, "[...] o saber é produto de relações epistemológicas entre homens" (CHARLOT, 2000, p.63). Contudo, como o referido autor aponta essas relações podem ser também sociais, culturais, psicológicas, políticas, religiosas, entre outras.

O segundo aspecto se refere ao ensino de geometria na Educação Básica. Uma das primeiras pesquisas sobre o ensino de geometria na Educação Básica mostra que a discussão do abandono do ensino de geometria não é nova (PAVANELLO, 1989) e é recorrente, persiste (PEREIRA, 2001) nos processos de ensinar e aprender na Educação Básica.

Conforme Crescenti (2005), o ensino de geometria no âmbito do Ensino Fundamental é precário de acordo com as opiniões dos próprios professores que trabalham esse conteúdo. Isso demanda a necessidade de estudo (cursos, grupos coletivos, comunidades de discussão) na formação de professores que ensinam matemática (CRESCENTI, 2005). A partir dessas constatações teóricas, questionamos: Como são discutidos aspectos referentes ao saber geométrico na Educação Básica? Como as TD podem contribuir para avançarmos no pensamento geométrico dos estudantes?

O terceiro aspecto trata do uso de TD em processos de ensinar e aprender matemática – Como acontece a integração de TD em aulas de matemática? Hendres e Kaiber (2005) apontam a necessidade de aporte técnico e pedagógico para o professor que ensina matemática na utilização de TD em sala de aula. No mesmo viés, Penteado (2004) aponta a importância do suporte de um estudante de pós-graduação ou de graduação quando professores de matemática da Educação Básica buscam integrar TD na prática docente.

Em particular, no que tange ao uso de TD no ensino de geometria, Silva e Penteado (2013) acreditam que o uso de *Softwares* de Geometria Dinâmica (SGD) aumenta as possibilidades dos professores estarem em uma zona de risco (PENTEADO, 2001). A zona de risco se trata da transição do paradigma do exercício, chamada de zona de conforto, para a zona de criação de possibilidades (SILVA; PENTEADO, 2013). Os autores esclarecem que "risco" se trata de imprevistos que o uso das TD pode trazer para os professores ao trabalhar tópicos matemáticos. Ou seja, entendemos que o "risco" se trata da criação de possibilidades para discussão das ideias com o uso de TD em sala de aula.

A partir de Rosa (2008, p.42) entendemos que as TD podem propiciar "[...] multiplicidade de relações, de conexões, de *links*, ou seja, uma gigantesca rede de nós que possibilita que a informação provenha de, e seja compartilhada por, diferentes pontos de vista". Nesse ínterim, "[...] mais do que simples suportes. Elas interferem em nosso modo de pensar, sentir, agir, de nos relacionarmos socialmente [...]. Criam uma nova cultura e um novo modelo de sociedade" (KENSKI, 2003, p.23). Nesse sentido, defendemos que devido à produção de artefatos culturais e de mídias[9] os professores de matemática podem produzir reflexões sobre aspectos matemáticos e ampliar as possibilidades de relações geométricas, pedagógicas e tecnológicas, tendo em vista a contínua necessidade de relação com o saber no mundo-vida.

O quarto aspecto trata da formação continuada de professores que ensinam matemática. Sabemos que há um expressivo número de pesquisas em formação de professores que ensinam matemática (NACARATO; PAIVA, 2006). Sendo assim, questionamos: como as discussões de formação continuada se correlacionam com a sala de aula do professor que ensina matemática na Educação Básica? Quais são as concepções que fundamentam os cursos de formação continuada?

Entendemos que o professor da Educação Básica necessita buscar cursos de formação continuada, ou seja, pôr-se em movimento (CHARLOT, 2000). Acreditamos que esse movimento contrapõe as ideias de 'pronto' e 'acabado', ou seja, como um professor de matemática que precisa continuadamente construir relações com o saber matemático, pedagógico e tecnológico presente no mundo. Além disso, entendemos que constantes relações com o saber feitas pelos professores de matemática podem reconstruir as concepções desses sobre a matemática, sobre as TD e também sobre a forma como comunicam o saber na interação com os estudantes.

Em relação às concepções que fundamentam a defesa dos espaços de formação continuada de professores que ensinam matemática está a ideia do ser humano *inacabado* (BICUDO, 2003a – grifo da autora), em constante formação. Além disso, compreendemos que a formação nos remete "[...] para a ideia de que não há mais sentido falar em pesquisas *sobre* professores, mas pesquisas *com* professores" (NACARATO, 2005, p.175 - grifo da autora). Isso concebe que "A formação deve passar da ideia de 'outros' ou 'eles' para a ideia de 'nós'" (IMBERNÓN, 2009, p.78). Compreendemos que 'nós' sugere a ideia de colaboração

[9] Entendida como parte, meio tecnológico, que se torna fundamental no processo de produção do conhecimento. Portanto, não é prótese, não é ferramenta e não é uma extensão do ser humano (ROSA, 2008).

entre os professores, em *com-junto* (ROSA, 2015), construindo as relações com o saber.

O quinto aspecto abarca a <u>formação continuada semipresencial de professores de matemática que ensinam geometria com TD</u>. Discorremos que processos de formação continuada de professores que ensinam matemática com o uso de TD ocorrem em diferentes modalidades educacionais e sobre como esses processos de formação são constituídos. Quanto às modalidades citamos a distância, a presencial e a semipresencial ou *blended learning*[10]. Essa última se caracteriza pela mistura harmônica entre momentos presenciais e os a distância (TORI, 2009). Quanto ao "como" esses processos de formação são constituídos destacamos os cursos de extensão e os grupos coletivos.

Esse último aspecto abrange a temática que circunda a tese. Por isso, ao olharmos para a formação continuada semipresencial de professores, constatamos um número reduzido de pesquisas realizadas no Brasil. Embora, mesmo assim, consideramos pertinente pontuar aspectos de uma revisão[11] teórico-metodológica sobre a formação continuada semipresencial de professores que ensinam geometria com TD. A finalidade desta revisão atinge o objeto de investigação (**questão-diretriz**), como aconteceram (**processualidade metodológica**) e em que contribuíram (**unidades ou categorias de análise e/ou resultados**) determinadas pesquisas sobre a temática recentemente citada.

A referida revisão compreende a abordagem de intenções, assim como, aportes teóricos e metodológicos acerca das pesquisas realizadas por Souza (2004), Santos (2007), Richit (2010) e Muraca (2011). Tais investigações abordaram aspectos da formação continuada semipresencial de professores que ensinam geometria com TD.

A pesquisa desenvolvida por Souza (2004) embora seja provinda de um Curso de Extensão com formação continuada na modalidade semipresencial para

---

[10] Na seção 2.1 do próximo capítulo são tratados os aspectos teóricos que fundamentam esta modalidade.

[11] Esta revisão não pretende abarcar, em sua totalidade, as pesquisas desenvolvidas ou que circundam esta temática e foi feita baseando-se nas palavras 'semipresencial'; 'presencial e a distância', nos documentos de dissertação e/ou tese disponibilizados no Portal de Periódicos da Capes e nos sites dos Programas de Pós-Graduação em: Ensino de Ciências e Matemática (ULBRA); Educação em Ciências e Matemática (PUC/RS); Informática na Educação (UFRGS); Ensino de Ciências e Educação Matemática (UEL); Educação Matemática (PUC/SP); Educação Matemática (UNESP-Rio Claro); Educação Matemática (UNIBAN); Educação (USF); Educação (UNICAMP); Educação (UFPE).

professores de matemática, teve a dinâmica dos encontros assíncronos analisados pelo pesquisador, a partir das listas de discussão (*e-mail*). Portanto, não houve uma caracterização da modalidade semipresencial como objeto de investigação, se efetivando em um estudo de caso do Curso de Extensão na modalidade de Educação a Distância.

Richit (2010), por sua vez, apresentou em sua pesquisa a seguinte questão-diretriz: "*Quais reflexões e compreensões sobre o processo de apropriação de conhecimentos pedagógico-tecnológicos em matemática são mobilizadas por uma prática formativa semipresencial realizada com professores da rede pública de ensino?"* (RICHIT, 2010, p.32 – grifo nosso). Assim, para responder sua questão-diretriz, Richit (2010) considerou "[...] processos que perpassam essa apropriação, o modo como o movimento das políticas públicas impacta no desenvolvimento profissional docente e os ecos de uma experiência vivida na cultura e prática cotidiana desses professores" (RICHIT, 2010, p.93). Para atingir o objetivo central de pesquisa, os dados foram produzidos, essencialmente, por meio de observações em sala de aula, questionários, entrevistas e por um Curso de Extensão, que a autora denominou de prática formativa semipresencial.

Richit (2010) pontua que a organização da prática formativa semipresencial se constituiu a partir de necessidades identificadas pelas observações no *locus* do trabalho dos professores que aceitaram participar da pesquisa. Para tanto, destaca o modo como estruturou a prática formativa em termos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos. Em particular, a prática formativa semipresencial no formato de curso de extensão em caráter híbrido, foi constituída de sessões presenciais e a distância, de forma intercalada (RICHIT, 2010). A autora pontua que os encontros presenciais nesse processo de formação, por um lado,

> [...] se fizeram necessários devido à falta de familiaridade de muitos professores com os recursos das tecnologias digitais, incluindo-se o uso de *e-mail*, correio eletrônico, *chat*, as ferramentas do TelEduc[12], softwares gráficos e de geometria dinâmica, bem como o uso da Internet como recurso de busca para conteúdos específicos ou temas gerais (RICHIT, 2010, p.108).

Por outro lado, afirma que "Constituíram-se, igualmente, em momentos de discussão e reflexão em torno de questões teóricas, metodológicas e práticas acerca

[12] "O TelEduc é um ambiente de educação a distância pelo qual se pode realizar cursos através da Internet. Está sendo desenvolvido conjuntamente pelo Núcleo de Informática Aplicada à Educação (NIED) e pelo Instituto de Computação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)"(WIKIPEDIA, 2014).

dos processos educativos em matemática, a partir das vivências e necessidades contextuais desses docentes" (RICHIT, 2010, p.108). Em consonância, os encontros a distância foram essencialmente organizados para a discussão de artigos de natureza teórica que sustentaram as concepções epistemológicas de apropriação do conhecimento pedagógico-tecnológico em matemática por Richit (2010).

Dessa organização metodológica, derivaram quatro categorias de análise: (1) "possibilidades do professor frente à realidade educacional e política da formação docente no RS"; (2) "processos que perpassam a apropriação de conhecimentos pedagógico-tecnológicos em matemática"; (3) "como o professor experimenta uma nova prática usando tecnologias" e (4) "rastros da formação pedagógico-tecnológico em matemática na prática e cultura docente" (RICHIT, 2010). A autora constatou que a prática docente com o uso de tecnologias é permeada por fatores internos e externos ao contexto das escolas públicas. Salienta a necessidade de ações formativas em sintonia com as condições de trabalho e as possibilidades do professor, inclusive, e, sobretudo, na modalidade semipresencial.

Diferentemente de Richit (2010), a pesquisa desenvolvida por Santos (2007) foi desenvolvida por meio de um curso de capacitação em geometria para o professor de matemática. Richit (2010) criticou o termo 'capacitação' justamente por ir ao encontro de um processo de racionalidade técnica, em que os professores são considerados como receptores das informações e 'aplicadores' das atividades produzidas pelo pesquisador (NÓVOA, 1992). Também, acreditamos que um curso de capacitação pode impossibilitar a reflexão e a produção de atividades pelo próprio professor que deseja ensinar matemática com TD.

Em particular, Santos (2007, p.43 – grifo nosso) apresentou a questão de investigação: "*Que características deste processo de formação continuada em Geometria por meio de uma plataforma de educação a distância*[13] *permitem ao professor repensar a sua prática pedagógica?*" Para tanto, o autor organizou um curso em cinco encontros virtuais, por meio da Plataforma *Moodle*[14], e dois encontros presenciais, de forma intercalada. Santos (2007) objetivou em sua

[13] Mesmo que a pergunta diretriz use a Plataforma de Educação a Distância como foco da investigação, entendo que a pesquisa se constitui semipresencial, pela própria inserção de encontros presenciais e pela discussão que Santos (2007) propõe nos resultados da pesquisa.
[14] *Moodle* significa "Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment", um *software* livre, de apoio à aprendizagem, executado num ambiente virtual (ver ambiente virtual de aprendizagem). A expressão designa ainda o *Learning Management System* (Sistema de gestão da aprendizagem) em trabalho colaborativo baseado nesse programa, acessível através da Internet ou de rede local (WIKIPEDIA, 2013).

pesquisa que o professor de matemática pudesse ter contato com resultados de pesquisas relativas ao ensino de geometria, refletir sobre a sua prática e trocar experiências com outros professores (SANTOS, 2007).

Consideramos importante clarificar que o curso promovido por Santos (2007) ocorreu em um tempo de dois meses, aproximadamente, em que aspectos de conteúdos de geometria euclidiana foram discutidos, sem a presença de um determinado micromundo, aplicativo ou *software*, como Richit (2010) e Muraca (2011). A Plataforma *Moodle* e alguns de seus recursos (*chat* e fórum) foi o ambiente para a discussão dos textos e atividades. As interações decorrentes desse cenário produziram os dados da pesquisa, em que “O investigador assumiu um papel de formador e tinha como função observar e incentivar as discussões das resoluções e construções das atividades, bem como a reflexão sobre o trabalho realizado” (SANTOS, 2007, p.44). A intenção do formador se desenhou pela observação do processo de familiarização do professor com o *Moodle*, da troca de informações entre os colegas de curso e dos tipos de diálogos tratados nas salas de bate-papo e nos fóruns (SANTOS, 2007).

Diante do contexto metodológico, não encontramos categorias explícitas de análise ou uma sinalização de confronto com os pressupostos teóricos da Educação a Distância e de aspectos teóricos sustentados em Lev Vygotsky. Contudo, Santos (2007) faz alusão à questão diretriz, apontando que as características do processo de formação continuada se revelam em (1) uma parceria com as instituições de ensino envolvidas no processo (nesse caso a universidade e as escolas); (2) acesso a computadores e à Internet; (3) período do ano e duração do projeto e um (4) momento presencial de reflexão (SANTOS, 2007). Em específico, o momento presencial não havia sido previsto para o desenvolvimento da pesquisa e é justificado da seguinte forma:

> Nem todos os professores têm **facilidade** em escrever num fórum de discussão. Muitos têm a **oralidade mais desenvolvida e outros a escrita**. Uma formação a distância leva em conta **apenas o talento** dos que escrevem bem. Além disso, mesmo os que escrevem bem muitas vezes sentem-se constrangidos de falar de suas preocupações e anseios aos colegas ou ao formador. Propiciar um **momento presencial possibilita a todos os participantes de se colocarem**. Além disso ajuda o formador a reprogramar certos encontros e a encorajar os que não estão em dia com os afazeres inerentes à formação (SANTOS, 2007, p.147 – grifo nosso).

Sobre as conclusões elaboradas por Santos (2007), pontuamos alguns questionamentos: como fazer um julgamento que a oralidade é mais desenvolvida que a escrita em um sujeito? Como explicar que a formação docente a distância é para aqueles que possuem uma espécie de talento? Como afirmar que um fórum de discussão, por exemplo, não permite que as pessoas se coloquem/produzam? Entendemos que a formação continuada não se mostra em potencial somente para aqueles que 'sabem', que tem certas habilidades, mas para aqueles que desejam aprender (CHARLOT, 2000), compartilhar vivências, refletir e planejar outras ações, que podem ser sustentadas por aportes teóricos em consonância com o contexto vivido na prática docente. Em relação ao repensar a prática pedagógica são apontados alguns aspectos, como a criação de atividades e aplicação imediata na sala de aula e a aprendizagem colaborativa (SANTOS, 2007).

Em outro viés, a pesquisa de Muraca (2011) foi organizada por um grupo de formação de professores que ensinam matemática com natureza colaborativa. Assim, mesmo que as pesquisas de Santos (2007) e Muraca (2011) não mencionem o termo semipresencial na questão diretriz ou no título do trabalho, a processualidade metodológica apresentou no processo de coleta de dados uma organização em encontros presenciais e a distância, mostrando o caráter híbrido da investigação.

Muraca (2011) realizou sua pesquisa no contexto de um grupo de professores[15] de matemática da Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio). Para tanto, seu objeto de investigação se desenvolveu a partir da questão norteadora: "*Que problematizações e reconceituações os professores evidenciam em uma formação caracterizada por privilegiar uma abordagem exploratório-investigativa sobre geometria espacial de posição?*" (MURACA, 2011, p.18 – grifo nosso). Nesse sentido, o autor, na abordagem metodológica, do Projeto Observatório, explicita a presença de encontros presenciais e a distância, por meio "[...] de uma plataforma de educação à distância no ambiente *Tidia-Ae*[16]" (MURACA, 2011, p.57).

Este contexto do projeto Observatório da Educação vivido pelo pesquisador gerou a pesquisa, propriamente dita, segundo Muraca (2011), pois os professores sentiram-se mobilizados a continuar estudando geometria. Assim, o autor explica

[15] Integra o Projeto Observatório da Educação, da Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN, com a presença de mestrandos, doutorandos, professores do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNIBAN e professores da Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio).

[16] Tecnologia da Informação no Desenvolvimento da Internet Avançada - Aprendizado Eletrônico.

que sua questão diretriz se dividiu em duas questões, a saber: "(1) *Quais problematizações são relacionadas ao conteúdo de Geometria Espacial de Posição com vistas à reconceituação?*" (MURACA, 2011, p.60 – grifo nosso) e *"(2) Quais problematizações são relacionadas ao ensino de Geometria Espacial de Posição no sentido de (re)pensar metodologias ou estratégias para a prática pedagógica?"* (MURACA, 2011, p.60 – grifo nosso). Desta maneira, para elaborar argumentações que pudessem incorrer em subsídios para as questões, Muraca (2011, p.60) criou um módulo de formação denominado "Geometria Espacial de Posição", "[...] desenvolvido com suporte de tecnologia, particularmente utilizando o software de Geometria Dinâmica Cabri 3D".

Os encontros presenciais trataram do estudo de conteúdos de geometria, essencialmente de geometria espacial por meio do *software* Cabri 3D. Estes estudos foram realizados com os professores da Educação Básica. Contudo, as atividades exploratório-investigativas foram produzidas pelo pesquisador e, posteriormente, discutidas com os professores. Nos encontros a distância, ocorreram postagens de atividades na plataforma *Tidia-Ae* e a realização de um fórum de discussão. "A finalidade do fórum é propiciar aos professores, além dos momentos presenciais, outro meio de comunicação entre eles para discussões ou reflexões que surjam fora do momento presencial" (MURACA, 2010, p.69).

Nesta pesquisa, em particular, houve uma descrição das atividades e uma análise baseada em comentários do pesquisador, mas não identificamos explicitamente categorias ou unidades de análise que pudessem contemplar o confronto entre dados e pressupostos teóricos em consonância com as questões de investigação. O autor entende que alguns dos conceitos de geometria espacial foram problematizados e podem ter sido reconceituados, pelos professores, diante da discussão de atividades exploratório-investigativas com o uso do Cabri 3D (MURACA, 2011).

Assim, em suma, em termos de modalidade educacional semipresencial, as pesquisas de Souza (2004), Santos (2007) e Richit (2010) foram desenvolvidas, por meio de Curso de Extensão, enquanto, Muraca (2011), no contexto de um grupo colaborativo. Contudo, quais aspectos dessas pesquisas perpassam a composição teórica e metodológica da presente tese?

- Modalidade semipresencial como modalidade de formação continuada de professores que ensinam geometria com TD (SANTOS, 2007; RICHIT, 2010; MURACA, 2011).
- A realização da formação no *locus* de trabalho do professor de matemática (RICHIT, 2010).
- O grupo colaborativo como contexto da formação continuada semipresencial de professores que ensinam matemática (MURACA, 2011).
- A dinamicidade do processo de produção do conhecimento matemático na modalidade semipresencial requer novas pesquisas (RICHIT, 2010) o que incide na relação com o saber (CHARLOT, 2000).

A revisão de literatura, o enlace estabelecido com os pressupostos teóricos e metodológicos, em sincronia com as vivências manifestadas pelo pesquisador, se mostram como um fio condutor para as discussões empreendidas a partir desse instante. Os referidos aspectos estabelecem e delimitam a configuração teórica e metodológica da presente tese, estabelecendo uma questão a ser investigada, apresentados na próxima seção.

## 1.3 O MUNDO, OS OUTROS E EU EM UMA PERGUNTA

Concebemos que a relação com o saber acontece com o mundo, com os outros e consigo mesmo, em que o saber é um produto comunicável e construído com o coletivo (CHARLOT, 2000). Entendemos que as relações com o saber podem ser potencializadas continuadamente. Por isso, acreditamos que a concepção de Cyberformação (ROSA, 2011b; ROSA, 2015) pode contribuir e avançar nas relações com o saber dos professores em termos matemáticos (geométricos), pedagógicos e tecnológicos, produzidas ao longo da formação inicial, na prática docente bem como em cursos de formação continuada.

Considerando os aspectos relativos à trajetória, às inquietações enquanto pesquisador e os apontamentos teóricos referentes à revisão de literatura elaborados ao longo deste primeiro capítulo, apresentamos a nossa questão de pesquisa: **"*Como se mostra a relação com o saber, em termos matemáticos (de geometria), pedagógicos e tecnológicos de professores que ensinam matemática no Ensino Fundamental, em Cyberformação Semipresencial*?"** e que tem o objetivo de: Investigar como se evidenciam, expressam e discutem relações/ações/situações com o saber mobilizado por professores que ensinam matemática em Cyberformação Semipresencial.

Para respondermos nossa questão de pesquisa organizamos sete capítulos. Neste primeiro capítulo, discutimos os caminhos que nos conduziram para a constituição da presente tese, incluindo a trajetória do pesquisador e a revisão de literatura, os quais delimitam a questão de pesquisa investigada. Nos capítulos 2, 3 e 4 organizamos os aspectos teóricos. No capítulo 5 constituímos a processualidade metodológica da pesquisa. Nos capítulos 6 e 7 produzimos a análise dos dados. Posteriormente, apresentamos as considerações finais. Passamos a pontuar sinteticamente o conteúdo dos capítulos.

No capítulo 2, retratamos a modalidade semipresencial e suas características, a qual sustenta a nossa visão de formação continuada de professores que ensinam matemática com TD. Também apresentamos a concepção de Cyberformação com professores de matemática, a partir do constructo teórico *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD* (ROSA, 2015). Discorremos sobre as dimensões[17] específica (matemática), tecnológica e pedagógica que sustentam a referida concepção. Ainda, compreendemos a Cyberformação Semipresencial como uma possibilidade de *convivência* (HEIDEGGER, 1986) entre os professores de matemática.

No capítulo 3, discutimos pressupostos teóricos sobre o saber, situando que o saber ocorre nas relações do sujeito com o mundo, com os outros e consigo mesmo (CHARLOT, 2000). A partir desse autor, buscamos compreender como ocorrem essas relações dos professores com o saber matemático (geométrico), pedagógico e tecnológico em Cyberformação Semipresencial. Essa compreensão é expressa por três dimensões: a *dimensão colaborativa* (FIORENTINI; 2004; PAIVA; 2011; NACARATO; GOMES; GRANDO, 2008), discutida pelas ideias de poder-saber de Foucault (1987); a *dimensão do tempo vivido* (BICUDO, 2003b) enfocando o aspecto da temporalidade, sob a perspectiva de Heidegger (1986) e a *dimensão exotópica*, sustentada em Bakhtin (1979), como possibilidade de potencialização da relação com o saber dos professores que ensinam matemática, a partir dos aspectos que fundamentam o diálogo, discutido em Alrø e Skovsmose (2010).

---

[17] "Dimensão: (in. Dimension; fr. Dimension; ai. Ausdehruung; it. Dimensione). Entende-se por esse termo todo plano, grau ou direção no qual se possa efetuar uma investigação ou realizar uma ação. [...] 'Dimensão de uma pesquisa' para designar os vários planos ou níveis nos quais ela pode ser conduzida" (ABBAGNANO, 2007, p.277).

No capítulo 4, apresentamos os objetos geométricos discutidos neste estudo. Sendo assim, discorremos sobre a geometria euclidiana plana por meio das demonstrações baseadas em construções geométricas apresentadas em Euclides (2009) e uma discussão das construções realizadas com o uso de SGD. Indicamos o uso desses *softwares* como possibilidades de validação de processos geométricos relacionados à geometria euclidiana plana; abordamos a geometria euclidiana espacial, em específico os Sólidos Platônicos, apresentando a demonstração geométrica da existência desses sólidos e a Relação de Euler, como uma das formas de provar a existência desses sólidos, bem como o aspecto visual como avanço permitido pelas TD; e a geometria do táxi como um caso particular da geometria não euclidiana.

No capítulo 5, mostramos como foi constituída a processualidade metodológica da pesquisa. Apresentamos a abordagem qualitativa de pesquisa e o movimento de ir se constituindo em Cyberformação Semipresencial (entrevistas, encontros presenciais (filmados) e não presenciais, via *Moodle* e sala de aula), de professoras que ensinam matemática no Ensino Fundamental e do pesquisador. Na colaboração entre os participantes, constituímos uma *convivência* no grupo, em que discutimos conteúdos de geometria, planejamos aulas de geometria com *softwares*, vídeos e Internet e as professoras colaboradoras coproduziram aulas com seus estudantes. Por fim, mostramos como as professoras e o pesquisador analisaram episódios das aulas das referidas professoras.

No capítulo 6, mostramos como os dados foram apresentados e as três unidades analíticas: colaboração, tempo vivido e excedente de visão, as quais respondem nossa questão de investigação. Nesse capítulo, defendemos frente à análise dos episódios e do conjunto de aspectos (e-mail, fóruns, entrevistas) constituintes do movimento de Cyberformação Semipresencial, que as relações com o saber do professor que ensina matemática com TD, em termos matemáticos (geométricos), pedagógicos e tecnológicos foram reveladas por meio das dimensões da colaboração, do tempo vivido e da exotopia.

No capítulo 7, evidenciamos a análise dos discursos docentes nas aulas de geometria com TD. Para isso, apresentamos as reflexões das aulas diante das análises das professoras ao assistirem e comentarem os episódios de suas próprias aulas. Diante disso, detalhamos como aconteceram as relações com os processos geométricos de validação, os aspectos pedagógicos e o uso de recursos tecnológicos, revelados na prática docente pelas professoras, em atividades de geometria euclidiana plana, geometria euclidiana espacial e geometria do táxi, planejadas com TD.

Na constituição da tese, assumimos distintas perspectivas teóricas (Charlotianas, Foucaultianas, Bakhtinianas e Heideggerianas) com a intenção de olhar para o movimento formativo com pressupostos teóricos diversos que convergem ou divergem entre si, contudo, dialogam na constituição da relação com o saber de professoras que ensinam matemática em Cyberformação Semipresencial. Salientamos que compreender este movimento formativo com TD, com diferentes lentes empreende outra relação com o saber e, a nosso ver, não há impedimento para fazê-la, pois, procuramos pinçar dos pressupostos teóricos, aspectos filosóficos particulares que permitem compreender os dados produzidos no movimento de pesquisa. No próximo capítulo, discutimos a modalidade semipresencial e suas características e a concepção de Cyberformação (ROSA, 2011b; ROSA, 2015).

# 2 FORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL COM PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA COM TECNOLOGIAS DIGITAIS

Neste capítulo, discutimos a formação continuada semipresencial como movimento que pode contribuir para a transformação[18] das relações com o saber de professores que ensinam matemática com TD. Organizamos o capítulo em dois momentos. No primeiro retratamos a modalidade semipresencial sob três aspectos constituintes: integração, mistura e *continuum*[19]. Entendemos que essas três características podem vir a sustentar a visão de formação continuada de professores que ensinam matemática com TD.

No segundo momento, contemplamos a concepção de Cyberformação com professores de matemática, a partir do constructo teórico *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD* (ROSA, 2015). Discorremos sobre a dimensão específica (matemática), tecnológica e pedagógica que sustentam a referida concepção. Por último, compreendemos a Cyberformação Semipresencial como uma possibilidade de *convivência*, com base em Heidegger (1986), enfocando as TD em processos de ensinar e de aprender matemática, a partir do *continuum* que caracteriza a modalidade semipresencial.

## 2.1 MODALIDADE SEMIPRESENCIAL: UM OLHAR PARA SUAS CARACTERÍSTICAS COMO POSSIBILIDADE DE FORMAÇÃO CONTINUADA COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA

A formação continuada de professores que ensinam matemática na modalidade semipresencial requer novas pesquisas (RICHIT, 2010). Devido à essa necessidade, consideramos importante clarificar entendimentos relativos à modalidade semipresencial que podem vir a constituí-la como uma modalidade que se difere da modalidade presencial e da modalidade a distância enquanto sua caracterização e sua constituição.

O primeiro entendimento compreende a semipresencialidade como encontro híbrido, como *integração* das modalidades presencial e a distância (GARCIA

---

[18] “[...] o conteúdo do raciocínio consiste em *possibilidades* [...]” (ABBAGNANO, 2007, p.973 – grifo do autor).

[19] *Continuum*: quando é possível estabelecer relações entre os “momentos” que se integram (ABBAGNANO, 2007).

ARETIO, 2004; GUÉRIOS; SAUSEN, 2012). O segundo contempla a noção de mistura harmonizada (TORI, 2009) entre aspectos vividos a distância e aspectos na vivência "face a face". O terceiro abarca a semipresencialidade na perspectiva do *continuum* (TORI, 2009; BICUDO, 2003b).

A modalidade educacional semipresencial pode ser denominada *blended learning* (*b-learning*). Torres e Perera (2005) abordam a *blended learning* como modalidade de formação de professores para o uso de TIC em sala de aula. Esses autores afirmam que *blended learning* não é simplesmente um conceito intermediário entre a Educação *Online* e a Educação Presencial. Em consonância com esses autores, García Aretio (2004) apresenta a modalidade semipresencial como a integração entre as modalidades presencial e a distância. A modalidade semipresencial se manifesta em

> [...] não procurar pontos intermediários, nem intersecções entre os modelos presenciais e a distância, mas de integrar, harmonizar, complementar e combinar os meios, recursos, tecnologias, atividades, estratégias e técnicas..., mais apropriados para satisfazer cada necessidade concreta de aprendizagem, tratando de encontrar o melhor equilíbrio possível entres tais variáveis curriculares[20] (GARCÍA ARETIO, 2004, p.2 – tradução nossa).

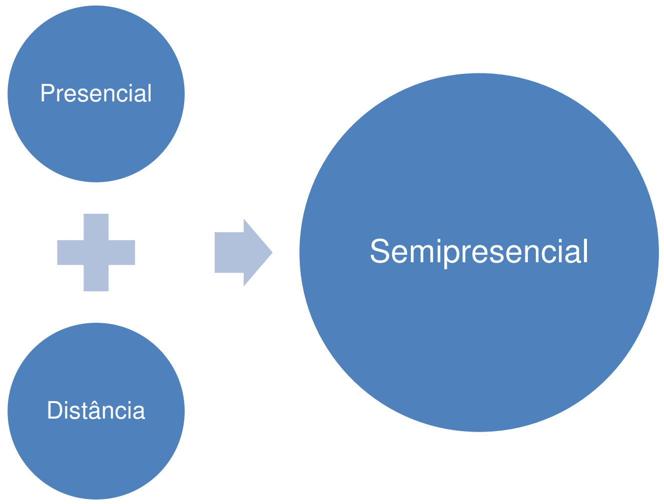
Nesse viés, a dinamicidade da modalidade educacional semipresencial, segundo García Aretio (2004), compreende aproveitar as potencialidades de cada ambiente. A ideia do autor é buscar um equilíbrio entre as relações a serem mostradas em encontros presenciais (em locais determinados) e em um fórum de discussão (em qualquer lugar geográfico) de modo a integrar as modalidades a distância e a presencial.

Guérios e Sausen (2012) ao abordar a formação inicial em matemática também mencionam a *integração* entre ambiente virtual de aprendizagem e educação presencial, como possível para a mobilização de conhecimentos matemáticos pelos estudantes. Tais ideias se encontram com as de Garcia Aretio (2004) e as de Torres e Perera (2005). Elaboramos a Figura 1, na perspectiva de compreender o processo de integração entre as modalidades educacionais.

---

[20] *"Se trataria así, no de buscar puntos intermedios, ni intersecciones entre los modelos presenciales y a distancia, sino de integrar, armorizar, complementar y conjugar los medios, recursos, tecnologías, metodologías, actividades, estrategias y técnicas...,más apropiados para satisfacer cada necesidad concreta de aprendizaje, tratando de encontrar el mejor equilibrio posible entre tales variables curriculares".*

Figura 1 – Integração referida em Garcia Aretio (2004) e Guérios e Sausen (2012)




Fonte: o autor.

Tori (2009) ao discorrer sobre a combinação de atividades de aprendizagem "face a face" com atividades desenvolvidas a distância, em geral, de forma *online*, destaca as denominações 'cursos híbridos' e '*blended learning*'. Richit (2010) entende a modalidade semipresencial como um espaço de formação híbrido, que segundo o Dicionário de Língua Portuguesa, significa cruzamento, composto por aspectos diferentes (HOUAISS, 2013). Ao tratar da modalidade semipresencial, Tori (2009, p.121) opta pela denominação *blended learning*,

> [...] não só por sua crescente popularidade, mas por remeter a um conceito de 'mistura harmoniosa' (um *blended whisky* não é uma simples mistura de diferentes tipos dessa bebida, mas uma combinação balanceada e harmoniosa de sabores e aromas que visa a agradar ao máximo o paladar de seus apreciadores).

Compreendemos que a mistura harmoniosa se mostra como, "[...] espectro de possibilidades de aproximação e sensação de presença [...]" (TORI, 2009, p.121), em nosso caso, de professores que ensinam matemática em formação ao estar-com-o-ciberespaço[21] (BICUDO, 2009), em sincronia com as outras ações face a face. Ou seja, misturando "cores" (Figura 2), as quais, alegoricamente, se referem aos aspectos da fala, das emoções, na presença física em mistura com fóruns de discussão, *wiki*, *e-mail*, amigos, família, escola, entre outros.

[21] "[...] *espaço de comunicação aberto pela interconexão mundial dos computadores e das memórias dos computadores*" (LÉVY, 1999, p.92 – grifo do autor).

Figura 2 – Mistura harmonizada entre as modalidades educacionais, com base em Tori (2009)

Fonte: http://korrerya.spaceblog.com.br/595606/Arte-digital-Mistura-de-cores/

Para Tori (2009, p.125) o "[...] balanceamento de atividades síncronas e assíncronas, presenciais e remotas, é importante para obter os melhores resultados dentro da filosofia do *blended learning*". Ao encontro da ideia de balanceamento, Quintas-Mendes, Morgado e Amante (2010, p.252 - grifo dos autores) concebem a modalidade semipresencial como "[...] '*ir além do estar ali*', ultrapassando as limitações de comunicação face a face e permitindo, por exemplo, a comunicação assíncrona, o arquivo de mensagens ou a sua edição". Ao abordar essa modalidade, Quintas-Mendes, Morgado e Amante (2010, p.257) sistematizam que os usuários

> [...] podem dispender mais tempo para compor e para editar a mensagem; podem aliar mensagens sociais com mensagens de tarefa; não necessitam de utilizar recursos cognitivos para responder imediatamente, podendo assim dar mais atenção à mensagem (ou seja, não estar preocupados com o *feedback* imediato ao interlocutor).

Ao encontro do que esses autores expressam, podemos dizer que a modalidade semipresencial pode se constituir pela "mistura harmoniosa" entre a modalidade presencial e a distância. Por um lado, na presença física, temos as emoções, o toque, os gestos e a comunicação oral. Por outro lado, de acordo com Bairral (2007) ao lermos um texto, enviar um e-mail, construímos um espectro diferente de relações temporais, espaciais, cognitivas e construção de vínculos coletivos sem a presença física.

Então, a constituição de atividades semipresenciais, com o uso de uma *Wiki*, um fórum de discussão e a combinação com encontros “face a face” podem incorrer na vivência de temporalidades e espacialidades distintas. Especificamente, a presença de um fórum de discussão assíncrona pode culminar em singularidades discursivas, com possibilidade temporal flexível e, ao mesmo tempo, pode se tornar um espaço de imersão colaborativa e interativa entre professores que ensinam matemática.

No que tange aos modos de ser interativo, ou seja, da “[...] possibilidade de ocorrência de interação, é também fator importante para o engajamento e consequente presença cognitiva do aluno [professor, em nosso caso] na atividade proposta” (TORI, 2009, p.125). Entendemos que nesse engajamento se mostra a relação com o outro e com o mundo na modalidade semipresencial. Segundo Prado e Rosa (2008, p.174 – grifo das autoras):

> Na interatividade, a “ação” ganha destaque em sua própria essência conceitual: inter-ação. No hipertexto e as novas modalidades comunicacionais (...) [Facebook, Skype, Whatsapp], há uma fusão de papéis e de funções que vão além do ato de troca, possibilitando novas formas de comunic<u>ação</u> e, portanto, de particip<u>ação</u>.

Na modalidade semipresencial, compreendemos que o movimento a ser desencadeado por professores em formação continuada pode se mostrar pelas interações e relações dialógicas com a possibilidade de novas relações para a ação docente de professores que ensinam matemática[22]. Assim, defendemos que a interconexão entre as características dos ambientes a distância e os aspectos dos ambientes presenciais é um dos pontos a serem moldados e compreendidos quando abordamos processos de formação continuada de professores na perspectiva da semipresencialidade.

Então, discorremos anteriormente sobre as características da modalidade semipresencial, a constituição dessa pela integração (Figura 1) e pela mistura (Figura 2) entre o ambiente a distância e o presencial. Além desses aspectos, também, estamos compreendendo essa modalidade educacional em termos de *continuidade*[23]. Especificamente, adotaremos uma noção teórica de *continuum* (BICUDO, 2003b; TORI, 2009), a qual é pano de fundo para o processo de formação

---

[22] Entendimentos sobre diálogo são discutidos no próximo capítulo, por meio de aportes teóricos bakhtinianos.

[23] “[...] se fala de continuidade entre duas coisas sempre que é possível reconhecer entre essas duas coisas uma relação qualquer” (ABBAGNANO, 2007, p.213).

semipresencial (*blended learning*) com professores de matemática que estamos defendendo.

A noção de *continuum* contempla os instantes que se interligam no próprio movimento de ser (BICUDO, 2003b). O *continuum* "Não se trata, portanto, de um somatório de instantes entendidos como pequenas unidades, mas de um todo primitivo constituído por uma corrente, cujos elos são formados pelo nosso olhar [...]" (BICUDO, 2003b, p.35-36). O nosso olhar "[...] reúne os momentos presentes, atribuindo sentido à totalidade do percurso realizado e a realizar" (BICUDO, 2003b, p.36).

A partir dos aspectos elucidados por Bicudo (2003b), acreditamos que esses instantes podem ser visualizados na totalidade da formação continuada semipresencial do professor que ensina matemática, a qual se manifesta no movimento contínuo do encontro presencial, que se estende em fóruns de discussão, por meio de *e-mail* ou de uma *wiki,* independente do lugar geográfico que estamos. Ou seja, a discussão pode ser contínua, considerando a totalidade do percurso que estamos a trilhar ou projetar em processos formativos.

Ao encontro da noção de *continuum*, Tori (2009) descreve uma das consequências ao estarmos com o ambiente semipresencial

> Uma consequência do *blended learning* é que as atividades passam a se posicionar em espectros contínuos no espaço [...], no tempo (síncrono/assíncrono) e na interatividade (passivo/interativo). Se até hoje a principal tendência foi a *quebra da descontinuidade* entre real e virtual, daqui para frente será uma busca pela intensificação da qualidade da mistura entre esses dois ambientes, tornando-os cada vez mais indistinguíveis entre si (TORI, 2009, p.127 – grifo nosso).

A corrente mencionada por Bicudo (2003b) pode ser entendida como uma linha contínua (TORI, 2009), em que os momentos vividos na modalidade semipresencial (encontros síncronos e assíncronos (*e-mail*, fórum)) podem ser estendidos, ampliados e potencializados com as dimensões de espaço e tempo constituídas nesse movimento. O entrelaçamento de encontros presenciais com os a distância podem desencadear outros modos de ser no tempo-espaço, na medida em que estamos com outros seres humanos, com as TD, com o mundo, no instante que desejarmos estar.

Na Figura 3, buscamos compreender esse movimento de formação continuada, contemplando as ações (os elos da corrente, expressos por Bicudo

(2003b)), as quais podem vir a ser visualizados em um processo de formação semipresencial com professores que ensinam matemática.

Figura 3 – A busca pela compreensão do *continuum*, com base em Bicudo (2003b) e Tori (2009)

Fonte: Seidel (2013, p.63).

Estamos entendendo que as ações podem se mostrar como o movimento contínuo de um processo formativo. Explicitamente, as ações são realizadas na perspectiva de instaurar transformações nos processos de ensinar e aprender matemática com TD. Em outras palavras, na Figura 3, intentamos mostrar uma linha contínua (TORI, 2009), não estanque, como afirma Seidel (2013), em que a formação continuada semipresencial pode se tornar como concepção.

Neste primeiro momento, buscamos compreender as características da modalidade semipresencial, por meio de aspectos ligados à modalidade a distância e também de aspectos concernentes à presença física. Para essa abordagem discutimos noções de integração, mistura e *continuum*. Essas três ideias são consideradas na concepção de Cyberformação continuada com professores de matemática que estamos a investigar.

## 2.2 CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA: UMA CONCEPÇÃO COM MÚLTIPLAS DIMENSÕES VIVIDAS

A Cyberformação com professores de matemática (ROSA, 2011b) sustenta o processo de formação continuada semipresencial com professores que ensinam matemática sob investigação na presente tese. Segundo Rosa (2011b), a Cyberformação se mostra como uma concepção que considera referenciais filosóficos que identificam o uso de TD na perspectiva fenomenológica do *ser-no-mundo-com* (HEIDEGGER, 1986).

*Ser-no-mundo-com* "[...] não diz ser dentro do mundo, mas fundamentalmente ser mundo, e isso na experiência de sendo em ser, de existir da dimensão infinitiva de ser, ou seja, de existir na abertura do a-ser" (HEIDEGGER, 1986, p.27). Conforme esse autor, o "ser" se mostra em constituição, se mostra *sendo*, na *pré-sença*, que intenciona um vir-a-ser.

A *pré-sença* "Evoca o processo de constituição ontológica de homem, ser humano e humanidade. É na presença que o homem constrói o seu modo de ser, sua existência, a sua história [...]" (HEIDEGGER, 1986, p.561). Segundo esse mesmo autor,

> A presença não é apenas um ente que ocorre entre outros entes. Ao contrário, ela se distingue onticamente pelo privilégio de, em seu ser, isto é, sendo, *estar em jogo* seu próprio ser. Mas também pertence a essa constituição de ser da presença a característica de, em seu ser, isto é, sendo, estabelecer uma relação de ser com seu próprio ser. Isso significa, explicitamente e de alguma maneira, que a presença se compreende em seu ser, isto é, sendo. É próprio deste ente que seu ser se lhe abra e manifeste com e por meio de seu próprio ser, isto é, sendo (HEIDEGGER, 1986, p.48 – grifo do autor).

Com este viés heideggeriano, expressamos a Cyberformação como na perspectiva do *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD* (ROSA, 2015). Segundo Rosa (2011b, p.2) duas ideias constituem a Cyberformação. "A primeira é concernente aos aspectos do uso de tecnologias, os quais se presentificam na parte do vocábulo identificada como 'Cyber'" - (Prefixo inglês *cyber-, redução de cybernetics*, cibernética). pref. Exprime a noção de Internet ou de comunicação entre redes de computadores (ex.: ciberespaço) (PRIBERAM, 2011). A segunda ideia compreende a formação a partir do "[...] uso de ambientes cibernéticos e de todo aparato tecnológico que a eles se vinculam e/ou produzem, como fator proeminente dessa formação" (ROSA, 2011b, p.2).

A Cyberformação Semipresencial se fundamenta na concepção de Cyberformação, a qual está em contínua construção, *com* professores (NÓVOA, 1992; NACARATO, 2005). Essa concepção está *sendo* transformada a partir de Rosa (2010; 2011b) considerando a produção de novos artefatos culturais e o constructo teórico *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com* tecnologias (ROSA, 2008).

Nesse constructo, a preposição *com* significa [...] fazer previamente junto... com... funda-se num compreender de algo como deixar e fazer em conjunto, numa compreensão de ser e estar junto e estar com de uma conjuntura[24]" (HEIDEGGER, 1986, p.136). Segundo o autor, "O ser é sua dinâmica de exercício e por isso sempre difusivo de si mesmo. [...] Por isso, todas as suas concretizações na existência exercem uma ação expressa pela preposição com (HEIDEGGER, 1986, p.571). Dessa maneira, *estamos-com-o-mundo* o tempo todo, pois, "[...] nunca se dá um ser ou modo de ser isolado. Todo ser é sempre *ser-com*; mesmo na solidão e isolamento, a presença é sempre copresença, o mundo é sempre mundo compartilhado, o viver é sempre convivência" (HEIDEGGER, 1986, p.571 – grifo nosso). Por meio desta significação do *ser-com,* que a concepção de Cyberformação se fundamenta e se projeta para a constituição de processos de formação em que o professor de matemática possa pensar matematicamente com TD.

Segundo Rosa (2008) *ser-com-TD* remete a ideia de transformação. O autor afirma que ao nos relacionarmos com o mundo, consequentemente, nos relacionamos com o computador e também com o ciberespaço. Por isso, "Ser-com-o-computador além de estar no mundo, cria um novo mundo, ou micromundo, e se encontra nele com ele (mundo virtual). Um micromundo com o qual me relaciono de diferentes formas, às vezes, inimagináveis" (ROSA, 2008, p.115).

Essa relação com o computador implica em estar necessariamente "plugado" ao meio tecnológico. Esse plugar-se se mostra, no sentido de que, "Estamos também vivendo no ciberespaço e agindo com ele de forma a nos tornarmos um tanto tecnológicos e, reciprocamente, esse espaço tornando-se cada vez mais habitado, humanizado, de forma a moldar nosso pensamento" (ROSA, 2008, p.220). Em particular, moldar-se no sentido de transformar o pensamento matemático permitido com as TD.

Conforme Rosa (2008), *pensar-com-TD* se mostra em imersão, de forma a se perceber com as TD e construir conhecimento nas relações com o mundo e com os outros. "O estar imerso possibilita o estar exposto ao micromundo constituído, às mídias presentes nesse, ao ser que se mostra, assim como, à matemática

[24] "O ente tem *com* o ser que ele é algo *junto*. O caráter ontológico do manual é a *conjuntura*. Na conjuntura se diz: algo se deixa e faz junto a [...]" (HEIDEGGER, 1986, p.134 – grifo do autor).

subjacente aos mesmos" (ROSA, 2008, p.116). O referido autor explicita como a mídia (meio tecnológico) pode atuar em termos de produção de conhecimento[25]:

> Vejo a mídia envolvida no processo de produção do conhecimento com o papel de grande importância. Entendo que há uma larga diferença quando aprendo que células são constituídas por organelas, a partir da mídia oralidade, em comparação com uma situação na qual produzo conhecimento a partir da visualização das células, em conjunto com o microscópio. Penso também que há uma enorme diferença quando se busca a compreensão de integral definida a partir da escrita estética matemática com lápis e papel somente, em relação a uma contextualização no ciberespaço, onde há uma mixagem de escrita em língua materna, imagens, *links*, *applets* e o que mais puder ser encontrado em um movimento hipertextual (ROSA, 2008, p.108).

Em termos de produção de conhecimento, Rosa (2008, p.109 – grifo nosso) discute que "[...] a linearidade de raciocínio é colocada em cheque quando o *pensar-com* revela esses novos modos de pensar [...]". Estes modos de pensar, segundo o autor, "[...] muitas vezes, estão baseados na simulação, na experiência em diferentes mundos e papéis, cuja linguagem se processa em uma mixagem de textos e imagens, entre outras diferenças comunicacionais" (ROSA, 2008, p.109). Modos de *pensar-com-TD* que estão condicionados aos modos de *saber-fazer-com-TD*.

*Saber-fazer-com-TD*, segundo Rosa (2008, p.123) "[...] é a expressão cunhada para identificar o ato de agir com o ciberespaço de forma que ao fazer, me perceba fazendo e reflita sobre isso, de forma a construir conhecimento [...]". Se mostra quando o "ser" age "[...] com vontade e senso de realização na construção de um produto, em um micromundo específico, me faz estar-com e *ser-com* esse mundo particular, possibilitado pelo computador a partir de um *pensar-com*" (ROSA, 2008, p.123 – grifo nosso). *Saber-fazer-com-TD* está vinculado aos outros dois aspectos desse constructo teórico, como menciona Rosa (2008, p.133 – grifo nosso):

> Um "*saber-fazer-com*" que é sustentado pelo *ser-com* e que permite o *pensar-com*. Um saber-fazer que é manifestado pelas ações intencionais efetuadas com o mundo, comigo mesmo e com os outros. Nesse sentido, ações desempenhadas na atividade, na construção de um produto, na prática. Ações que necessitam de interatividade, a qual me leva a entender o saber-fazer-com-os-outros como algo que evidencia a coexistência no mundo cibernético e passa por processos cada vez mais tecnológicos, nos quais deslocamento, comunicação, informação são imprescindíveis.

---

[25] "[...] a produção do conhecimento dá-se pela co-participação de sujeitos cientes da própria presença e da do Outro, ciosos do rigor dessa produção" (BICUDO, 2003a, p.42).

A partir da compreensão do constructo teórico *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD* na perspectiva heideggeriana do *ser-no-mundo-com*, expressamos a Cyberformação com Professores de Matemática como

> [...] **a formação vista sob a dimensão específica (matemática), pedagógica e tecnológica que assume o uso de TIC** [TD]**, particularmente, o ciberespaço em ambiente de EaD sob a perspectiva do *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TIC*** [TD] (ROSA, 2011b, p.11 – grifo do autor).

A Cyberformação com professores de matemática condiz à intencionalidade desse professor *ao estar-com* tecnologia (ROSA, 2011b). Ao estar em Cyberformação, o professor de matemática pode viver em termos de forma/ação. A compreensão de forma/ação é defendida por Bicudo (2003a) em termos de ação e forma. Em particular, "Ação, configuração artística e plástica, formatando a imagem. Realiza a plasticidade, o movimento, a fluidez que atuam na *forma*" (BICUDO, 2003a, p.29 – grifo da autora). Acreditamos que são processos de formação com TD que tendem a continuar, que sinalizam horizontes para a forma na medida em que as ações são efetuadas na relação com o mundo e com o outro em forma/ação com TD.

Com base na forma/ação podem se constituir processos com TD que refletem "[...] as concepções de mundo e de conhecimento; solo em que a visão de mundo desse povo finca suas raízes" (BICUDO, 2003a, p.29). Quando tratamos de concepções de mundo e de conhecimento, abordamos no sentido de presença das TD, em que as nossas ações podem ser potencializadas e ampliadas em termos matemáticos.

Nesse sentido, conforme Rosa (2011b), a Cyberformação se constitui pelo entrelaçamento entre a dimensão específica (matemática), pedagógica e tecnológica. Contudo, a Cyberformação se mostra como um movimento, e, assim admite a eminência de outras dimensões, como "[...] uma complexidade de dimensões filosóficas, sociais, colaborativas, temporais, culturais e outras [...]" (SEIDEL, 2013, p.63). Para compreendê-las, situamos essas três dimensões, e, ao mesmo tempo, salientamos a presença de outras que, porventura, possam emergir nessa conjuntura.

Em relação aos <u>aspectos específicos</u> (matemáticos), Rosa (2011b, p.5) pontua que esses se referem às

> [...] ideias, definições, conceitos e outras relações matemáticas são perseguidos (no sentido de estudados) com intuito que o professor em

> formação (inicial ou continuada) compreenda suas múltiplas relações com a realidade, seja ela mundana ou virtual, seja com os aspectos correlacionados ao ensino e aprendizagem dessas relações ou de relações implícitas à própria matemática como linguagem, como ferramenta e/ou campo de estudo.

Segundo Rosa (2008) a formação matemática advoga em mostrar formas de perceber a matemática no mundo, como modos de significá-la. Assim, esta dimensão pode ser entendida diferentemente daquela decorrente da simples resolução de exercícios, da matemática baseada em algoritmos, da “cópia” de trechos ou situações presentes em livros didáticos para um meio tecnológico (*software*, vídeo). Segundo Serrazina (2012, p.16)

> Conhecimento matemático envolve ser capaz de conversar sobre a Matemática, não apenas descrever os passos para fazer um algoritmo, mas também explicitar os juízos feitos, os significados e razões para certas relações e procedimentos.

Acreditamos que os modos de significar os tópicos matemáticos se manifestam na perspectiva do constructo teórico *ser*-com, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD.* Para tanto, a construção de relações com o saber específico não se limita a uma forma de entendimento, a um modelo de pensamento, como se existisse uma forma apenas de significá-lo (ROSA, 2008).

Os <u>aspectos pedagógicos</u> se referem aos ambientes de aprendizagem (Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, o uso da História da Matemática, Etnomatemática etc.) e em relação à reflexão sobre o *design* e as ações importantes de serem pensadas com esses ambientes de aprendizagem (ROSA, 2011b). Para o referido autor as reflexões sobre estas ações “[...] perpassa agora o contexto no qual elas estarão inseridas e/ou conectadas: o mundo cibernético. Esse fato permite questionarmos as características desses processos inseridos/conectados aos ambientes/recursos digitais” (ROSA, 2011b, p.6).

A questão pedagógica incide também na elaboração de atividades matemáticas que tomam as TD como meios de construção do conhecimento tornando-se um fator importante na vida do professor que ensina matemática (ROSA, 2011b). Entendemos que a produção de atividades ou materiais com TD pode transformar a prática docente em matemática, por meio de reflexões ao *pensar-com-TD* e sua própria relação com o saber matemático.

A formação pedagógica pode vir a mobilizar reflexões sobre as concepções de ensino e de aprendizagem do professor de matemática. Compreendemos que essas concepções resultam do processo vivido pelo professor de matemática na formação inicial em matemática ou em cursos de formação continuada. Olhar para aspectos pedagógicos pressupõe dialogar e questionar as construções teóricas ou referências presentificadas no discurso e na ação docente do professor de matemática, que, agora, deseja ensinar com TD. Segundo Serrazina (2012, p.274)

> Cada professor ao planificar [planejar, coproduzir aulas], utiliza as suas referências ou seja a sua concepção sobre o que é ensinar e aprender matemática, o seu conhecimento da matemática que ensina, designadamente, dos seus conteúdos, das trajetórias e modelos presentes nos livros que utiliza, o seu conhecimento daquilo que os alunos sabem e da sua maneira de aprender nos diferentes domínios do currículo.

Salientamos que concepções de ensinar e de aprender matemática com lápis e papel, com materiais manipuláveis podem “aparecer” ao *pensarmos-com-TD*. Acreditamos que as “marcas” temporais de formação inicial e de prática docente constituem o professor de matemática. Essas temporalidades podem vir a ser transformadas no âmbito da Cyberformação Semipresencial. Essa transformação se mostra como um espectro de possibilidades ao avançarmos na produção de atividades em termos de *saber-fazer-com-TD*.

A <u>dimensão tecnológica</u> assumida por Rosa (2011b) trata do uso de TD no sentido de avanço e de potencialização dos aspectos matemáticos em termos cognitivos em consonância com o constructo teórico *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD*, que discutimos anteriormente. Entendemos que a formação tecnológica visa contemplar o avanço cultural sinalizado dos meios tecnológicos na sociedade e intenta provocar avanços na prática docente e na aprendizagem matemática.

Richit (2010, p.150) ao tratar de aspectos referentes à prática docente menciona que a preocupação dos professores que ensinam matemática “[...] muitas vezes não está diretamente relacionada com seu compromisso com a prática promovida em sala de aula [...]”. Mas, em uma ‘inserção forçada’, influenciada ou determinada pelas pressões das políticas públicas (RICHIT, 2010).

Nesse sentido, Fantin e Rivoltella (2012) também assumem esta preocupação das políticas públicas e alertam sobre a presença de tecnologia na organização curricular. Esta presença, segundo as autoras, necessita ser reorganizada em termos de formação e currículo. Esta reorganização atinge o abandono de uma didática “velha” com a presença de uma “nova” tecnologia. Em específico, as referidas autoras pontuam que

> [...] as políticas públicas parecem não estar conseguindo mudar o cenário pedagógico. As políticas públicas trabalham principalmente para mudar o cenário tecnológico, mas este último pode mudar completamente e a prática pedagógica não, tornando-se atrasada e defasada. Ou seja, pode acontecer de *haver uma didática "velha"* mesmo na presença *de uma "nova" tecnologia*, o que normalmente acontece. Então as políticas públicas não estão sendo suficientes nem eficientes, sendo necessário imaginar algo mais, como, por exemplo, pensar em *cursos de formação de professores em que a tecnologia seja parte fundante da articulação curricular* [...] (FANTIN; RIVOLTELLA, 2012, p.138 – grifo nosso).

Com base nessas autoras, pontuamos a possibilidade de pensar a formação de professores que ensinam matemática em que as TD estejam articuladas com o tópico específico que desejamos ensinar e aprender. Contudo, acreditamos que o oferecimento de cursos de formação continuada não garante a integração de TD na prática docente de professores que ensinam matemática. As ideias oriundas de Fantin e Rivoltella (2012) se aproximam do constructo teórico *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD* que expressamos anteriormente.

Rosa (2011b) clarifica que a formação tecnológica se dá quando meios participam, produzem, colaboram e avançam na discussão matemática junto com o professor de matemática ou com o estudante. Dessa maneira, "Não se fala de um estar mecânico, não se pensa em uma formação de uso técnico das tecnologias, como se essas fossem recursos auxiliares ao ensino e à aprendizagem [...]" (ROSA, 2011b, p.2).

Nesse viés, as ideias expressas em Fantin e Rivoltella (2012) revelam que professores ainda consideram as TD como um recurso facilitador e não como um meio cultural que pode produzir conhecimento. Essas autoras afirmam que

> Os professores ainda consideram a tecnologia apenas *como um "recurso"* que pode facilitar o trabalho deles, e *não como cultura*. Ao entenderem-na apenas em sua dimensão de recurso que pode ou não ser utilizado em sala de aula, os professores não veem as mídias e tecnologias como objetos [produtos] socioculturais. Com isso, a mídia e as TIC [Tecnologia de Informação e Comunicação] não são percebidas como *cultura que medeia relações*, que faz parte de nossa vida e que determina em alguma medida a produção e a socialização de conhecimentos (FANTIN; RIVOLTELLA, 2012, p.106 – grifo nosso).

A partir disso, compreendemos que as múltiplas possibilidades a serem vividas tornam as mídias "[...] primordiais [na] relação com o mundo, configurando-se *como formas de cultura*, sendo por meio delas que se consolidam novas percepções marcadas por interdependências e interconexões de diversas naturezas" (FANTIN; RIVOLTELLA, 2012, p.96 – grifo nosso). Por meio das possibilidades de interconexões,

> [...] parece que o planeta nunca foi tão pequeno, pois temos a possibilidade de "*estar conectados com todos*", num sentimento que transcende as barreiras do tempo e do espaço (além disso, e esse tema ocuparia outra análise, seria interessante considerar como esse movimento globalizador, por causa dos mesmos meios, está equilibrado por um movimento contrário, localizador, que acaba configurando as redes não tanto como ferramentas para encurtar distâncias, como espaços para construir identidades no lugar). E tal sentimento é promovido pela *cultura digital* (FANTIN; RIVOLTELLA, 2012, p.96 – grifo nosso).

Sendo assim, salientamos que aspectos culturais, resultantes de processos vividos, da nossa relação com as TD podem propiciar uma abertura para novas possibilidades de relação com o saber matemático. Em particular, Bicudo e Rosa (2010, p.45) discutem sobre meios tecnológicos que podem vir a constituir atividades educacionais.

> O *software,* o gráfico, a imagem, o *applet*, o texto, o vídeo, o *chat*, etc., são maneiras e meios que materializam as ações potenciais que ocorrem no ciberespaço. Essas ações estão nos *softwares* destinados à matemática ou mesmo em ambientes virtuais de aprendizagem que possibilitam atividades educacionais as quais podem produzir conhecimento matemático.

Nessa perspectiva, quais aspectos matemáticos podem ser ampliados e potencializados com o uso de TD? Entendemos que SGD podem criar possibilidades de ampliação e de potencialização das relações com o saber matemático em termos cognitivos. Essas possibilidades podem ser geradas pelo teste do arrastar (HOYLES; JONES, 1998; HANNA, 2000; AMARAL, 2011). O "arrastar" pode culminar em discussões sobre as diferenças entre o 'desenhar' e o 'construir'; avançar nas conjecturas e ao validar essas conjecturas quando comparamos a geometria dinâmica à geometria estática, produzida com lápis e papel[26].

Segundo Rosa (2008, p.206) "[...] a possibilidade de se acessar diferentes mídias geradas em uma progressão que constitui a rede permite diferentes possibilidades de percepção, imaginação e manipulação". Essas possibilidades podem estar relacionadas à qualidade evocativa do computador (TURKLE, 1989). Rosa (2008, p.202) constata que o computador pode tornar-se "[...] um objeto que fascina, estimula o pensamento, que faz estarmos imersos, conectados, plugados o tempo todo". Ainda, segundo o mesmo autor,

> O computador também é um objeto evocativo porque possibilita fluxos de interação: realidade mundana-realidade virtual, as quais são dimensões de uma mesma realidade que evidenciam a simbiose seres-humanos-ciberspaço [...] Além disso, é evocativo, pois possui inúmeras funções que potencializam ações de aprendizagem no que se refere ao construir o conhecimento [...] Ele pode exercer ativamente a função de janela para o

[26] No capítulo 4 trataremos dos objetos geométricos com o uso de TD.

> conhecimento, de espelho na reflexão de diferentes concepções do mundo e, dessa forma, também do "eu", permitindo então evidenciar as relações entre esses elementos: o "ser", o mundo cibernético e a construção do conhecimento (ROSA, 2008, p.103).

Essa qualidade evocativa do computador pode estabelecer o que Rosa (2011b) denomina de experiência estética, como uma ação possível de ser vivida em processos de Cyberformação. Segundo o autor,

> A experiência estética reconhecida até agora remete-me a vivência que permite trabalhar/experienciar o belo, ou seja, em nosso contexto vivenciar as informações e possivelmente produzir conhecimento sendo-com, pensando-com, sabendo-fazer-com o mundo cibernético, mas que não deixa de focar, intencionalmente, a ideia evocativa do computador, por exemplo. Não deixa de se situar a partir do movimento, da cor, da imagem e todas as relações e/ou links que se façam com esses elementos para que se produza conhecimento e, em específico, conhecimento matemático (ROSA, 2011b, p.19).

A experiência estética pode estar vinculada à produção de atividades com vídeos do YouTube (SANTOS, 2010). Essas atividades podem revelar aspectos matemáticos produzidos com "[...] *Softwares* que geram imagens e até movimentos, no sentido de reprodução dos fenômenos físicos, qualitativamente diferentes em relação à visualização, percepção e compreensão" (BICUDO; ROSA, 2010, p.53-54) em relação às figuras geométricas planas e espaciais.

Em síntese, a Cyberformação com Professores de Matemática contempla, necessariamente, enquanto concepção, que as dimensões matemática (específica), pedagógica e tecnológica estão inter-relacionadas. Além disso, a partir de Seidel (2013), concebemos que múltiplas dimensões podem se constituir (filosóficas, sociais, psicológicas) ou serem evidenciadas (colaborativas, temporais, culturais) pelas ações e reflexões oriundas dos processos de Cyberformação.

Nesse estudo, a *Cyberformação Semipresencial* adjetiva o termo "Semipresencial", com o objetivo de situar os modos de *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD* mobilizados a partir da integração de aspectos constituintes da modalidade a distância e da modalidade presencial em uma linha contínua de formação semipresencial de professores que ensinam matemática com TD. Dito de outro modo, a Cyberformação Semipresencial está sendo compreendida pela integração das características das modalidades a distância e da presencial que constituem a modalidade semipresencial e como *continuum,* permitido pelas relações entre os "momentos" que se interligam na *convivência* (HEIDEGGER, 1986).

Portanto, a semipresencialidade como espaço contínuo de Cyberformação com professores-colaboradores que podem vir-a-ser professores que ensinam matemática com TD, na medida em que esta totalidade age, pensa, cria, produz, imagina, sonha, realiza, colabora, vive, argumenta e sente. No próximo capítulo, discutimos pressupostos teóricos de Bernard Charlot sobre o saber, situando que o saber ocorre nas relações do sujeito com o mundo, com os outros e consigo mesmo. Nesse viés, buscamos compreender como ocorrem essas relações dos professores com o saber matemático (geométrico), pedagógico e tecnológico em Cyberformação Semipresencial. Essa compreensão é expressa por três dimensões: a dimensão colaborativa correlacionada com ideias de Michel Foucault, a dimensão do tempo vivido sob a perspectiva de Martin Heidegger e a dimensão exotópica sustentada em Mikhail Bakhtin.

# 3 A RELAÇÃO COM O SABER: A BUSCA PELA COMPREENSÃO DA CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL COM PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

A concepção de Cyberformação se constitui pelas dimensões específica (matemática), pedagógica e tecnológica que se entrelaçam em uma totalidade e permitem conceber esta formação com o uso de TD, segundo Rosa (2011b). Além disso, há uma multiplicidade de dimensões (psicológicas, filosóficas, sociológicas, culturais) que a Cyberformação admite e que é apontada em Seidel (2013). Nesse capítulo, nos dedicamos a compreender alguns aspectos dessa multiplicidade. Para tanto, tratamos teoricamente da dimensão colaborativa, da dimensão do tempo vivido e da dimensão exotópica, como modos de entendimento da relação com o saber.

*Relação com o saber*, *colaboração*, *tempo vivido* e *excedente de visão* são as principais perspectivas que desvelamos no decorrer deste capítulo, como formas de compreender o movimento vivido em Cyberformação Semipresencial com professores que ensinam matemática com TD. A presença desses entrelaçamentos teóricos decorre das nossas reflexões durante o movimento instituído pela pesquisa.

A partir disso, podemos dizer que as reflexões teóricas, com base filosófica: colaboração, tempo vivido e excedente de visão são modos de compreensão das relações estabelecidas com o saber. Ressaltamos que quando tratamos da “relação com o saber”, nos referimos aos aspectos geométricos, pedagógicos e tecnológicos. Esta relação, segundo Charlot (2000), acontece comigo mesmo, com os outros e com o mundo.

## 3.1 SABER – ESTABELECENDO RELAÇÕES COM OS OUTROS, COMIGO MESMO E COM O MUNDO

Anunciamos no capítulo introdutório desta tese que consideramos a ideia de saber como um movimento - como produto comunicável - produzido com o mundo, com os outros e comigo mesmo. Nessa perspectiva, em consonância com Charlot (2000), não temos a pretensão de excluir outras vertentes que revelam nuances conceituais teóricas sobre o saber do professor ou saberes docentes, as quais, inclusive, são importantes para pensarmos nossa própria articulação teórica.

Ao tratar de saberes docentes, saberes do professor de matemática, saberes relativos à docência ou saberes de professores que ensinam matemática com TD, compreendemos que há uma relação-com (com a matemática, com a pedagogia, com a didática, com a tecnologia). A compreensão de relação, como assumimos no primeiro capítulo, se mostra em conexão com um conteúdo (matemático, pedagógico ou tecnológico) e o modo de ser (HEIDEGGER, 1986). A relação é uma relação-com, sustentada teoricamente pela preposição *com* como algo junto, como com...junto (HEIDEGGER, 1986) e presente em Rosa (2015) como *com-junto*.

Defendemos que estabelecer relações-com mobiliza a criação de possibilidades para o professor que ensina matemática com TD. Discorremos que o professor que ensina matemática se 'formou', está em formação continuada e está atuando em sala de aula ao estabelecer relações-com (com a própria matemática, com as TD, com as vertentes pedagógicas) constituiu possibilidades para o avanço do pensamento matemático, em específico, e, em aspectos gerais, para a aprendizagem dos estudantes.

No que tange aos saberes do professor, ao olharmos para o repertório de saberes necessários para a ação docente proposto por Gauthier et al. (1998) e para o saber docente como um saber plural "[...] formado pelo amálgama, mais ou menos coerente, de saberes oriundos da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experienciais" (TARDIF, 2002, p.36), se estabelecem tipologias distintas de saber. Tardif (2002) menciona que os professores estabelecem relações com vários saberes e propõe "[...] um modelo tipológico para identificar e classificar os saberes dos professores" (TARDIF, 2002, p.62).

Assim, especificamente, há um enquadramento dos saberes dos professores: "[...] saberes pessoais; [...] provenientes da formação escolar anterior; [...] da formação profissional para o magistério; dos programas e livros didáticos [...] e [...] de sua própria experiência na profissão, na sala de aula e na escola [...]" (TARDIF, 2002, p.63). Nesse ínterim, Tardif (2002) constata as tipologias de saberes dos professores, as fontes sociais de construção e os modos de integração no trabalho docente. Diante disso, há uma classificação explícita entre saberes práticos (da experiência escolar) e saberes de natureza epistemológica, embora os últimos estejam contemplados ou presentes nos primeiros.

Entretanto, Charlot (2000) questiona que o saber não é prático, mas, sim, o uso que é feito deste saber, em uma relação prática com o mundo. Segundo Charlot (2000) essa distinção permite evitar falsos debates.

> Por exemplo, quando um engenheiro utiliza que o enunciado de física dos materiais, deve-se falar em um saber científico ou em um saber prático? Não é porque o engenheiro o utiliza que o enunciado deixa de ser científico. Mas o engenheiro o utiliza para aplicá-lo, em uma prática. Ou seja, um impasse... Na verdade, esse enunciado não é nem científico, nem prático, como tal. Como tal, é um enunciado, não existindo motivo nenhum para que lhe acrescentem adjetivos. Não obstante, foi produzido **em uma relação científica com o mundo** (através de experimentação, validação por uma comunidade, etc.) e será reconhecido como científico por qualquer pessoa que se inscreva integralmente em tal relação com o mundo. Esse enunciado, todavia, é mobilizado pelo engenheiro **em uma relação prática com o mundo** (isto é, em uma relação finalizada e contextualizada). Em outras palavras, é a relação com esse saber que é "científica" ou "prática", e não, esse saber em si mesmo (CHARLOT, 2000, p.62 – grifo nosso).

A partir de Charlot (2000), consideramos que a relação com o saber pode ser científica ou prática. Essa diferenciação decorre dos processos de validação e do contexto em que ocorre. No que se relaciona aos saberes do professor, Tardif (2002) menciona que os professores produzem reflexões em processos de formação inicial, reflexões pessoais em relação à experiência no contexto escolar, em particular, com os estudantes.

Contudo, não pretendemos classificar ou mencionar os saberes segundo "[...] as fontes sociais de aquisição [...] e especificar os [...] modos de integração no trabalho docente [...]" (TARDIF, 2002, p.63) como esclarece esse autor. Defendemos que o saber é constituído nas relações com o mundo, com os outros e comigo mesmo.

As relações com o saber sob o viés matemático, pedagógico e tecnológico, podem se mostrar no modo científico, prático, entre outras adjetivações, como explicita Charlot (2000). Não pretendemos evidenciar se o modo de se relacionar com o saber é científico ou prático, mas, sim que o "[...] saber é uma 'relação de ser'" (HEIDEGGER, 1986, p.279). Saber é uma relação de ser, de modos de ser entre "[...] *espaço/tempo/seres humanos/objetos* formam [formando] uma totalidade" (BICUDO, 2003b, p.14 – grifo da autora).

Essa totalidade segundo Heidegger (1986, p.246) contempla que "Ser-no-mundo é uma estrutura originária e constantemente *total*", pois se mostra [...] fenomenalmente como um todo e, sempre com essa base, em seus momentos constitutivos (HEIDEGGER, 1986, p.246 – grifo do autor). Por isso, defendemos a partir de Bicudo (2003b) que o ser humano contempla uma totalidade. Charlot (2000) caracteriza este como um sujeito, que é humano, social e singular. Especificamente,

> - um **ser humano** aberto a um mundo que não se reduz ao aqui e agora, portador de desejos movido por esses desejos, em relação com outros seres humanos, eles também sujeitos;
> - um **ser social**, que nasce e cresce em uma família (ou em um substituto da família), que ocupa uma posição em um espaço social, que está inscrito em relações sociais;
> - um **ser singular**, exemplar único da espécie humana, que tem uma história, interpreta o mundo, dá um sentido a esse mundo, à posição que ocupa nele, às relações com os outros, à sua própria história, à sua singularidade (CHARLOT, 2000, p.33 – grifo nosso).

De acordo com Charlot (2000) o "ser" se produz por um conjunto de relações e processos. Segundo este mesmo autor, o sujeito nasce com a necessidade de aprender para ser, e isso implica se relacionar com o mundo e com outras pessoas. Em nosso caso, esses sujeitos são professores que ensinam matemática que, acreditamos estarem sendo constituídos por meio da Educação Matemática e dos processos vivenciados no âmbito escolar. A partir disso, poderíamos questionar como os professores se mobilizam para continuar sendo professores que ensinam matemática?

Consideramos a necessidade de aprender para ser, expressa por Charlot (2000), em que o sujeito nasce com a obrigação de aprender para ser um professor de matemática, médico, engenheiro ou ocupar outra posição social. Ou seja, a necessidade de estar em relação com o saber. O que é estudar a relação com o saber? "[...] é estudar esse sujeito enquanto confrontado com a necessidade de aprender e a presença de 'saber' no mundo" (CHARLOT, 2000, p.34). Contudo, a formação inicial em matemática, por exemplo, para o professor de matemática contempla o 'saber necessário' para que este professor realize suas ações na escola, enfim, na Instituição Escolar? Pensamos que não, mas pela formação inicial ele pertence ao grupo social – professores de matemática – e deste "lugar" ele dá sentido ao mundo. No que se refere à presença do sujeito em um grupo social, Charlot (2000, p.38) pontua que:

> É verdade que todo sujeito pertence a um grupo; mas não se reduz a esse vínculo e ao que pode ser pensado a partir da posição desse grupo em espaço social. Ele interpreta essa posição desse grupo em espaço social. Ele interpreta essa posição, dá um sentido ao mundo, atua neste, depara-se nele com a necessidade de aprender e com formas variadas de saber; e sua relação com o saber é o fruto desses múltiplos processos.

Também, segundo Charlot (2000), a relação com o saber acontece em um grupo social e a partir de múltiplos processos. Entendemos que um grupo social – professores que ensinam matemática – se constitui por processos vividos. A formação continuada com TD pode ser uma possibilidade de evidenciar esses processos educacionais que o professor que ensina matemática atravessa na Instituição Escolar.

O mesmo autor assume a relação com os outros e o mundo como necessária para a autoprodução ou autoformação, ao mencionar que “Não há sentido senão para um sujeito em busca de si e aberto ao outro e ao mundo [...] uma relação entre eu e o outro em um mundo que partilhamos e que ultrapassa nossa relação” (CHARLOT, 2000, p.48). Como tratamos, anteriormente, consideramos a necessidade de relação com um saber (matemático, tecnológico, pedagógico, sociológico), que envolve a mediação do outro e com o mundo. Mas, também, evidenciamos os processos educacionais que se vinculam à ação de ensinar e de aprender. Por isso, abordar a educação se estreita com a relação com o saber. Em outras palavras,

> A educação é uma produção de si por si mesmo, mas essa **autoprodução** só é possível pela mediação do outro e com sua ajuda. A educação é produção de si por si mesmo; é o processo através do qual a criança [sujeito] que nasce inacabada se constrói enquanto ser humano, social e singular [...] eu só posso **educar-me** numa troca **com os outros** e **com o mundo** [...] (CHARLOT, 2000, p.54 – grifo nosso).

Consideramos necessária a mediação do outro para estarmos em relação com o saber, para nos colocarmos em movimento, ou seja, nos mobilizando para saber. “Procurar o saber é instalar-se num certo tipo de relação com o mundo [...]” (CHARLOT, 2000, p.60). Mas, de fato, o que podemos considerar como saber? Em quais situações podem ser produzidas relações com o saber? Charlot (2000) recorrendo às ideias de Monteil (1985) explicita o que considera como saber a partir do que entende por informação e por conhecimento.

> A informação é um dado exterior ao sujeito, pode ser armazenada, estocada, inclusive em um banco de dados; está ‘sob a primazia da objetividade’. O conhecimento é o resultado de uma experiência pessoal ligada à atividade de um sujeito provido de qualidades afetivo-cognitivas; como tal, é intransmissível, está ‘sob a primazia da subjetividade’. Assim, como a informação, o saber está ‘sob a primazia da objetividade’; mas, é uma informação de que o sujeito se apropria. Desse ponto de vista, é também conhecimento, porém, desvinculado do ‘invólucro dogmático no qual a subjetividade tende a instalá-lo’. **O saber é produzido pelo sujeito confrontado a outros sujeitos, é construído em ‘quadros metodológicos’**. Pode, portanto, ‘entrar na ordem do objeto’; e torna-se,

> então, **‘um produto comunicável’**, uma ‘informação disponível para outrem’ (CHARLOT, 2000, p.61 – grifo nosso).

Defendemos que o saber é produzido nas relações interpessoais, comunicado pela relação que cada sujeito estabelece com a geometria, como também, ao ensinar e ao aprender matemática. Segundo Charlot (2000, p.61) “[...] não há saber senão para um sujeito, não há saber senão organizado de acordo com relações internas, não há saber senão produzido em uma ‘confrontação interpessoal’”. Ou seja, acreditamos que a “[...] ideia de saber implica a de sujeito, de atividade do sujeito, de relação do sujeito com ele mesmo [...], de relação desse sujeito com os outros (que **co-constroem**, **controlam**, **validam**, **partilham esse saber**)” (CHARLOT, 2000, p.61 – grifo nosso). Então, se o saber é produzido na relação-com, e é um produto comunicável para os outros, este ‘está/se mostra’ somente no diálogo estabelecido com os outros e com o mundo? Não. O saber “[...] aparece a seguir como um objeto autônomo; o que leva, por exemplo, a fala de um saber encerrado nos livros” (CHARLOT, 2000, p.62). Contudo, antes disso, é [foi produzido] em atividade e na relação-com os outros, com o mundo e consigo mesmo. Ao lançar olhares para a relação com o saber entre: ‘eu’, ‘outros’ e ‘mundo’, Charlot (2000) pontua que não são meras entidades.

O autor entende **mundo** “[...] como conjunto de situações e relações nas quais está engajado um sujeito encarnado, ativo, temporal, provido de uma afetividade; ou uma relação com um mundo posto a distância em palavras” (CHARLOT, 2000, p.71). Segundo ele, mundo é onde vivemos, um mundo desigual constituído por relações sociais. Mundo é onde vivemos, com a presença da cultura digital (ROSA, 2011b).

Segundo Charlot (2000, p.72), o **eu** é a ação de mostrar-me, ou seja, mostro-me por meio “[...] do ‘aprender’, qualquer que seja a figura sob a qual se apresente, sempre está em jogo a construção de si mesmo e seu eco reflexivo, a imagem de si”. O autor concebe como o sujeito [estudante, professor] “[...] que ocupa uma posição, social e escolar, que tem uma história, marcada por encontros, eventos, rupturas, esperanças, a aspiração a ‘ter uma boa profissão’, a ‘torna-se alguém’, etc.” (CHARLOT, 2000, p.73). Podemos dizer que é o pesquisador ou o professor que ensina matemática, os quais vislumbram a possibilidade de vir-a-ser professor que ensina matemática com TD. Contudo, salientamos que é um ‘eu’ construído por meio da mediação do outro.

Assim como o **Outro** "[...] aquele que me ajuda a aprender matemática, aquele que me mostra como desmontar um motor, aquele que eu admiro ou detesto. Isso não basta, porém" (CHARLOT, 2000, p.72). "Esse outro não é apenas aquele que está fisicamente presente, é, também, aquele 'fantasma do outro' que cada um leva em si" (CHARLOT, 2000, p.72). Também, "'O outro' são pais que atribuem missões ao filho, professores que "explicam" de maneira mais ou menos correta, que estimulam ou, às vezes, proferem insuportáveis 'palavras de fatalidade'" (CHARLOT, 2000, p.73). Em nosso caso, professores que ensinam matemática com TD, a fim de promover a relação com o saber, em termos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos, em Cyberformação Semipresencial. Também, podemos mencionar que "o outro" são os estudantes atuais desses professores, assim como, aqueles possíveis estudantes que virão a ser.

Ao buscar compreender a relação com o saber, Charlot (2000, p.72) sugere alguns exemplos:

> Compreender um teorema matemático é apropriar-se de um saber (relação com o mundo), sentir-se inteligente (relação consigo), mas, também, compreender algo que nem todo o mundo compreende, ter acesso a um mundo que é partilhado com alguns, mas, não, com todos, participar de uma comunidade das inteligências (relação com o outro).

A partir do referido autor, a relação com o saber é construída, é relação do sujeito com o mundo, consigo mesmo e com os outros. É relação como co-construção, como possibilidade de **colaboração** entre sujeitos, em que pode haver controle e hierarquia (FOUCAULT, 1987). Relação com o saber é relação com o tempo (CHARLOT, 2000), entendida, aqui, como **tempo vivido** (BICUDO, 2003b). E, também, relação com o saber é relação com a linguagem (CHARLOT, 2000), para nós, como **excedente de visão**[27], viabilizado pelo diálogo promovido entre os pares (BAKHTIN, 1979). Diante disso, passamos a compor o "como" as relações com o saber, em termos matemáticos (geometria), pedagógicos e tecnológicos, se mostram. Compreendemos que estas relações se mostram...

[27] Ao olhar para Bakhtin (1979) a noção que usaremos é de excedente de visão propiciada pelo diálogo (dialogismo). Contudo, salientamos que as ideias subjacentes a este autor não conferem uma teoria em relação à linguagem, já que, há interstícios de múltiplas áreas das Ciências Humanas na composição destas ideias (Antropologia, História, Estética, Filosofia...).

### 3.1.1 ...Em colaboração

Partimos do viés que a constituição de um grupo social, conforme abordamos anteriormente, com base em Charlot (2000), formado por professores que ensinam matemática com TD é pano de fundo para a discussão sobre colaboração estabelecida nesta tese. Segundo Charlot (2000), o grupo social se origina de relações sociais e essas são determinadas com os sujeitos. Esses sujeitos "[...] não têm os mesmos saberes, não dominam as mesmas atividades e as mesmas formas relacionais; e existem diferenças sociais de legitimidade entre esses saberes, atividades ou formas relacionais" (CHARLOT, 2000, p.85).

Considerando que os sujeitos não possuem os mesmos saberes e que há modos distintos de se relacionar com o saber, entendemos que um grupo colaborativo se caracteriza como um grupo social. Em específico, um grupo colaborativo se constitui pela discussão de ações referentes às práticas docentes e como contexto para a formação de professores que ensinam matemática (FIORENTINI, 2004; NACARATO; GOMES; GRANDO, 2008; PAIVA, 2011; CRECCI; FIORENTINI, 2011; COSTA; PRADO, 2012). Segundo Fiorentini (2004) esses grupos se reúnem para discutir, pensar, refletir sobre as práticas docentes, os saberes e as questões que afetam ou perpassam o ambiente escolar, especialmente, aqueles vinculados aos processos de ensinar e de aprender matemática envolvendo professores e estudantes.

Nesse viés, na concepção de colaboração "[...] todos trabalham conjuntamente (co-laboram) e se apóiam mutuamente, visando atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo do grupo" (FIORENTINI, 2004, p.50). Fiorentini (2004, p.50) também explicita que, na colaboração, "[...] as relações, portanto, tendem a ser não-hierárquicas, havendo liderança compartilhada e co-responsabilidade pela conduta das ações". Desta maneira, aponta a possibilidade da presença de hierarquia nas interações entre os sujeitos/colaboradores no grupo. Nessa perspectiva o autor enfatiza que

> As relações no grupo tendem a ser espontâneas quando partem dos próprios professores, enquanto grupo social, e evoluem a partir da própria comunidade, *não sendo*, portanto, *reguladas externamente*, embora possam ser apoiadas administrativamente ou mediadas/assessoradas por agentes externos (FIORENTINI, 2004, p.53 – grifo do autor).

Destacamos a presença do "agente externo" (pesquisador, por exemplo) no grupo colaborativo. Desta maneira, visualizamos que a constituição de um grupo dessa natureza pode envolver professores da escola de Educação Básica e pesquisadores (estudantes). Então, apresentamos uma síntese proposta por Fiorentini (2004) como ideias inerentes à concepção de grupo colaborativo, em que:

> - a participação é voluntária e todos os envolvidos desejam crescer profissionalmente e buscam autonomia profissional;
> - há um forte desejo de compartilhar saberes e experiências, reservando, para isso, um tempo livre para participar do grupo;
> - há momentos, durante os encontros, para bate-papo informal, reciprocidade afetiva, confraternização e comentários sobre experiências e episódios da prática escolar ocorridos durante a semana;
> - os participantes sentem-se à vontade para expressar livremente o que pensam e sentem e estão dispostos a ouvir críticas e a mudar;
> - não existe uma verdade ou orientação única para as atividades. Cada participante pode ter diferentes interesses e pontos de vista, aportando distintas contribuições e diferentes níveis de participação;
> - as tarefas e atividades dos encontros são planejadas e organizadas de modo a garantir que o tempo de reunião seja o mais produtivo possível;
> - a confiança e o respeito mútuo são essenciais ao bom relacionamento do grupo;
> - os participantes negociam metas e objetivos comuns, co-responsabilizando-se para atingi-los;
> - os participantes compartilham significados acerca do que estão fazendo e aprendendo e o que isso significa para suas vidas e prática profissional;
> - os participantes tenham oportunidade de produzir e sistematizar conhecimentos através de estudos investigativos sobre a prática de cada um [...];
> - há reciprocidade de aprendizagem. Mesmo nos grupos que envolvem professores escolares e acadêmicos [...], todos os participantes, professores da escola e formadores de professores, aprendem uns dos [com os] outros. Todos se constituem, no grupo, em aprendizes e "ensinantes" [...] (FIORENTINI, 2004, p.59-60).

Estas concepções que fundamentam a existência de um grupo colaborativo passam a ser consideradas em nossas proposições neste estudo. Do mesmo modo, enfatizamos a ideia "[...] que o trabalho compartilhado e colaborativo contribui para a mobilização, a apropriação e a produção de saberes docentes dos professores em exercício e de saberes sobre a docência de futuros professores" (NACARATO; GOMES; GRANDO, 2008, p.33).

Assim, olhando para a presença heterogênea, em relação à posição social (CHARLOT, 2000), vivida pelos sujeitos (por exemplo, "eu sou professor escolar", "eu sou acadêmico") reporta-nos a questionamentos: há hierarquia no grupo colaborativo, mesmo Fiorentini (2004) dizendo que as relações tendem a ser não-hierárquicas? Quais os avanços ou retrocessos, se considerarmos esta possibilidade para formação do professor que ensina matemática? Em particular, a "facilidade de lidar" com um *software* específico por um sujeito (acadêmico) em relação ao professor escolar, por exemplo, pode ser considerada como uma posição hierárquica em termos de saber?

Nesse mesmo aspecto, compreendemos que até mesmo o uso das expressões “professores universitários”, “professores da Educação Básica” pode se constituir em uma forma de hierarquia. Segundo Charlot (2005) há processos de dominação, ou, poderíamos afirmar que há hierarquia, ao dizer que:

> É preciso levar em consideração o sujeito na singularidade de sua história e as atividades que ele realiza – sem esquecer, no entanto, que essa história e essas atividades se desenvolvem em um mundo social, estruturado por **processos de dominação** [...] (CHARLOT, 2005, p.40).

Esses processos de dominação sugerem a relação de poder, em que há predominância do discurso de um para o outro, como por exemplo, a relação historicamente construída na instituição escolar (RODRIGUES, 2008). Em particular, Rodrigues (2008) aproximou o conceito foucaultiano de poder com a educação. Para tanto, a autora revela que

> [...] o **poder** deve ser pensado, antes de qualquer coisa, como uma **relação de forças que atuam como ações entre as pessoas**, ou seja, devemos pensar o poder a partir do caráter **relacional**, que pode ser presenciado em **grupos sociais**, que gozam de um **propósito comum** e vantagens individuais (RODRIGUES, 2008, p.17 – grifo nosso).

Nesse sentido, o poder no viés foucaultiano pode atuar nas relações estabelecidas entre os sujeitos, na escola ou nos grupos sociais. Ou seja, assumimos que são nas relações que os sujeitos constroem o saber, como é o caso de um grupo colaborativo com professores que ensinam matemática, considerando a concepção de grupo colaborativo proposta por Fiorentini (2004).

Ao olharmos para a colaboração, especialmente, na constituição de grupos, encontramos uma série de características, apresentadas, anteriormente, com base em Fiorentini (2004), que aproximam os sujeitos (professores e pesquisadores). Sistematizamos que essa aproximação compreende investigar, questionar, aprender e produzir relações com o saber ou refletir sobre práticas docentes constituídas ou vividas ao ensinar e aprender matemática. Mesmo com a caracterização apresentada, questionamos se a hierarquia influencia na relação com o saber a ser produzida e como ocorre esta interferência na presença do outro.

Na perspectiva de discutir a hierarquia na colaboração, apresentamos duas concepções no que tange à relação com o saber. Por um lado, Paiva (2011), ao revelar a natureza do grupo colaborativo, apresenta como objetivos do grupo, o diálogo e a transformação dos contextos, baseados “[...] na reflexão e na intersubjetividade, considerando que no grupo colaborativo todos são epistemologicamente iguais e que as diferenças emergem por meio das experiências vivenciadas por cada um dos componentes do grupo” (PAIVA, 2011, p.2). Assim, de acordo com Paiva (2011, p.3), no grupo “[...] a liderança é compartilhada e os integrantes do grupo assumem a corresponsabilidade pelo grupo [...]. Os papéis dentro do grupo são iguais, não existindo hierarquia” (PAIVA, 2011, p.3). Deste modo, uma das caracterizações feitas pela autora é que nas relações que se estabelecem em um grupo colaborativo há a ausência de hierarquia, possivelmente, também na relação com o saber. Enfatizamos que a produção de saber e o compartilhamento de vivências que constituem a prática docente do professor que ensina matemática são os objetivos que configuram a constituição e o trabalho realizado em grupos colaborativos.

Por outro lado, ao considerar as ideias de Nacarato, Gomes e Grando (2008) nos atentamos para este ponto da relação hierárquica quando as autoras tratam da concepção de grupo colaborativo. “No início tínhamos resistência a dizer que o nosso grupo se caracterizava como colaborativo, pelo fato de nele existirem hierarquias [...]” (NACARATO; GOMES; GRANDO, 2008, p.22). As mesmas autoras esclarecem que

> [...] embora ainda existam algumas características no grupo que o afastem da concepção de grupo colaborativo, o ambiente de aprendizagem e de investigação que nele existe, a confiança mútua, o respeito, a afetividade e os trabalhos que dele são resultantes impelem-nos a dizer que se trata de um grupo colaborativo (NACARATO; GOMES; GRANDO, 2008, p. 22).

Assim, entendemos que é possível questionar: quando é que existe um grupo colaborativo? Seria a partir das intenções iniciais ou por meio da caracterização apresentada por Fiorentini (2004)? As evidências de existência do grupo colaborativo são manifestadas pelas ações vividas pelo coletivo? Ou, ainda, podem ser concebidas pela presença de relações hierárquicas vividas por este coletivo, que também se configura pela necessidade de constituição da relação com o saber?[28]

Em termos de hierarquia, como podemos definir uma relação hierárquica? Com o propósito de concebermos um modo de entender esta relação, primeiramente, olhamos para um Dicionário de Língua Portuguesa e definimos hierarquia como: subordinação de certos poderes uns aos outros (PRIBERAM,

[28] Evidências para estes questionamentos se mostram nas análises dos dados.

2013). A partir disso, entendemos o poder como uma relação hierárquica, não autoritária, que pode favorecer a produção e a relação com o saber, como aponta Foucault (1987). O referido autor questiona esta concepção de que só há a produção de saber onde as relações de poder não existem. Esse autor salienta que

> Seria talvez preciso também renunciar a toda uma tradição que deixa imaginar que **só pode haver saber onde as relações de poder estão suspensas** e que o saber só pode desenvolver-se fora de suas injunções, suas exigências e seus interesses (FOUCAULT, 1987, p.30 – grifo nosso).

Considerando a ideia de Foucault (1987), entendemos que as relações de podem se mostrar em um grupo colaborativo, em que os sujeitos ocupam diferentes posições sociais (professor universitário, pesquisador, professor da Educação Básica), pois pertencem a um grupo social distinto em que cada sujeito possui sua singularidade e sua história. Ao tratar da relação com o saber, Charlot (2005) afirma que as atividades são produzidas com o mundo social. Poderíamos dizer no mundo-vida, caracterizado pelos modos de sermos em espacialidade e temporalidade, na nossa convivência[29] com outros seres humanos e com as explicações científicas ou de outras dimensões (BICUDO, 2009). Além disso, convivemos em um mundo em que há processos de dominação (CHARLOT, 2005). Entendemos que essa dominação se dá em termos de poder-saber, gerando influências nas relações com o saber que realizamos ao estarmos com um grupo colaborativo, o qual compreendemos como um espaço formativo. Sendo assim, Foucault (1987, p.30 – grifo nosso) aponta que

> Seria talvez preciso renunciar a crer que o poder enlouquece e que em compensação a renúncia ao poder é uma das condições para que se possa tornar-se sábio. Temos antes que admitir que **o poder produz saber** (e não simplesmente favorecendo-o porque o serve ou aplicando-o porque é útil); que **poder e saber estão diretamente implicados**; que não há relação de poder sem constituição correlata de um campo de saber, nem saber que não suponha e não constitua ao mesmo tempo relações de poder.

Dessa forma, Foucault (1987) apresenta que o poder-saber, como associação do poder e do saber, faz com que essas instâncias sejam indissociáveis. De acordo com Rodrigues (2008), as relações de poder, de hierarquia estão presentes na educação, principalmente, “[...] porque o lugar onde por excelência esta ocorre é na escola, e a instituição escola é fruto de um processo histórico de hierarquia, disciplinas, normalizações entre outras” (RODRIGUES, 2008, p.77). A partir dessa autora, entendemos que o grupo colaborativo, constituído por

---

[29] Como abordamos no Capítulo 2, toda vivência é uma convivência (HEIDEGGER, 1986).

professores da Educação Básica e pesquisadores da Universidade, pode vir a ser sustentado pela indissociabilidade do poder-saber como uma manifestação de processos históricos e sociais.

Assim, estabelecemos uma ponte entre a presença de hierarquia, indicadas em Nacarato, Grando e Gomes (2008) e a relação de poder-saber (FOUCAULT, 1987). Elaboramos alguns **exemplos**: quando professores exercem relações de poder-saber em relação aos estudantes, em termos de 'domínio' do saber matemático. Por outro lado, estudantes também podem exercer relações de poder-saber sobre os professores, ao realizar domínio sobre "gírias momentâneas" com a cultura digital, em contrapartida. Pesquisadores podem exercer relações de poder-saber sobre professores, em termos de construção teórica e epistemológica. Professores podem exercer relações de poder-saber sobre pesquisadores, ao contemplarem suas vivências em sala de aula. Então, entendemos que a presença de relações de poder-saber é um processo de hierarquia que pode favorecer o avanço da relação com o saber, em distintos grupos sociais, em que sujeitos provindos de distintas esferas sociais podem colaborar uns com os outros.

Ao olharmos para os exemplos, como 'ilustração' de cenários da relação poder-saber ou relação hierárquica, na instituição escolar, contemplamos a ideia de Rodrigues (2008, p.56 – grifo nosso):

> Assim entende-se que a disciplinarização através dos mecanismos de relação que ocorre no interior da escola, não é somente do corpo, mas também é a submissão da **escolarização dos saberes, denominado poder-saber** que é fundamental na disciplina e **contínuo do conhecimento**, estando totalmente interligados, pois da mesma maneira **que o poder produz saberes, o saber coloca a funcionar vários poderes**.

Dessa maneira, entendemos que os exemplos estão em consonância com a afirmação de Rodrigues (2008). As ideias da referida autora manifestam o poder-saber como uma instância que constitui o processo contínuo de relação com o saber dos sujeitos. Compreendendo esta ideia, Foucault (1987, p.30), expressa que

> [...] não é a atividade do sujeito de conhecimento que produziria um saber, útil ou arredio ao poder, mas o poder-saber, os processos e as lutas que o atravessam e que o constituem, que determinam as formas e os campos possíveis do conhecimento.

A partir de Foucault (1987), expressamos o poder-saber para si, como processo vivido, a partir das ações realizadas, pelo professor que ensina matemática, ao longo da vida, com as diferentes fontes de informações. E, também, não estamos defendendo a “detenção do poder” de uns sobre os outros. Discutimos a relação de poder-saber como processo hierárquico que possa favorecer a constituição de modos de ser, estar, sentir, fazer e produzir atividades com TD. Em específico, relação com o saber, evidenciada nos modos de ser e de agir em grupos colaborativos, concebidos de forma hierárquica, mas não de modo autoritário.

Assim, compreendemos que a relação hierárquica está atrelada ao movimento que os sujeitos vivem ao longo de suas trajetórias pessoais e profissionais, de participação em grupos sociais, de processos de dominação vividos (CHARLOT, 2005) ou, em específico, na instituição escolar, como aponta Rodrigues (2008). Por isso, estar em um grupo dessa natureza, é entender o ser humano, professor que ensina matemática, pesquisador em Educação Matemática, como sujeito que está em “processo”.

Defendemos esse processo como relações com o saber, em termos matemáticos, tecnológicos e pedagógicos, por meio das lutas que atravessam o sujeito e o constituem, com base em Foucault (1987). Entendemos esse sujeito como “ser” mobilizado pelo vir-a-ser professor que ensina matemática com TD, por isso, defendemos que a Cyberformação Semipresencial pode ser compreendida por meio das ações...

### 3.1.2 ...No tempo vivido

“É preciso mostrar que o **tempo** se conjuga enquanto modo, enquanto um **como** e não enquanto um quando ou um quê” (HEIDEGGER, 1986, p.21 – grifo nosso). Com este pressuposto, Bicudo (2003b, p.38 - grifo da autora) afirma que “[...] o *tempo* é percebido no como vivemos”. Dessa maneira, situamos que o tempo vivido se manifesta em modos de ser, de agir, de se relacionar. Diante disso, interpretamos que a relação com o saber, em termos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos, em Cyberformação Semipresencial com professores que desejam ensinar com TD, pode se mostrar como tempo vivido.

Buscamos compreender o tempo vivido, pois entendemos que os modos de ser, de agir e de se relacionar podem vir a ser mostrados em um movimento de formação continuada com professores que ensinam matemática. Acreditamos que esses modos revelam como construímos nossa relação com o mundo (compreensão de uma ideia matemática, de uma funcionalidade de um *software*), comigo mesmo (saber-fazer uma tarefa matemática) e com os outros (coparticipação no grupo colaborativo).

Bicudo (2003b) assume o fenômeno do tempo vivido como firmar nosso olhar para a vida, no modo em que vivemos os instantes, “os momentos” que se interconectam no fluxo do movimento de ser e de vir-a-ser. Por isso, as dimensões: passado, presente e futuro se interconectam. Segundo Charlot (2000)

> [...] a apropriação do mundo, a construção de si mesmo, a inscrição em uma rede de relações com os outros – “o aprender” – requerem tempo e jamais acabam. Esse tempo é o de uma história: a da espécie humana, que transmite um patrimônio a cada geração; a do sujeito; a da linhagem que engendrou o sujeito e que ele engendrará. Esse tempo não é homogêneo, é ritmado por “momentos” significativos, por ocasiões, por rupturas; **é o tempo da aventura humana**, a da espécie, a do indivíduo. Esse tempo, por fim, se desenvolve em três dimensões, **que se interpenetram e se supõem uma à outra**: o presente, o passado, o futuro (CHARLOT, 2000, p.78-79 – grifo nosso).

O significado de dimensão (seja como presente, passado ou futuro) se configura como o plano ou a direção que realizamos uma ação (ABBAGNANO, 2007). Em busca da compreensão do tempo vivido sob essas dimensões, Bicudo (2003b, p.14) questiona: “Como nós humanos vivemos o tempo, o presente, o passado, o futuro?” A referida autora sugere que “Ao enfocar modos de vivermos o tempo aparecem ideias sobre o agora, o instante presente, o ímpeto vital, simpatia, horizonte, pro-jeto[30], desejo, esperança, narrativa, presente-passado [...]” (BICUDO, 2003b, p.15).

Bicudo (2003b) compreende o tempo vivido a partir de pressupostos heideggerianos, defendendo que a partir de um movimento circular existencial passamos a nos conhecer como *sendo* e existindo nesse mundo. A autora visualiza o tempo vivido na perspectiva de um *continuum*, em que por meio do nosso olhar atribuímos sentido à totalidade vivida e ao que desejamos realizar, em termos do nosso pro-jeto.

Ao abordar o tempo vivido, Bicudo (2003b) distingue o *tempo cronológico* do *tempo vivido*.

> Tematizar o tempo vivido mostrou-se imperante, à medida que procurei compreender as incertezas que nos assolam ao colocarmos sempre as perguntas sobre o antes e o depois, sobre o agora, sobre o começo e o fim, sobre a percepção diferenciada de intervalos de tempo que física e **cronologicamente** têm a mesma duração, mas **que vividos de modo diferente**, segundo nossas disponibilidades psicológicas (BICUDO, 2003b, p.10 – grifo nosso).

[30] “Pro-jeto entendido como o que lança à frente possibilidades de ser, abrindo portas por meio de decisões tomadas no tempo presente” (BICUDO, 2003b, p.44).

O vivido de modo diferente, segundo Nunes (2010, p.15), o qual também se baseia nos pressupostos teóricos heideggerianos, focaliza "[...] as dimensões da vida ativa, o prático da ação, ao poético do produzir e do fabricar". Nesse sentido, compreendemos que nossas ações vão sendo produzidas na medida em que estamos lançados[31] ao mundo e o habitamos (BICUDO, 2003b).

Habitamos o mundo na dimensão do mundanamente vivido pelo ser humano, que se mostra sempre "no mundo com os outros", pois somos-com-o-mundo o tempo todo, segundo Heidegger (1986). Nesse viés, como entendemos o tempo vivido na perspectiva de modos que constituem nossa convivência com os outros e com o mundo? A busca pela compreensão do tempo vivido feita por Bicudo (2003b, p.11-12 – grifo nosso) esclarece que este se mostra

> Ao falarmos do que **vivemos**, dos **acontecimentos** de que **participamos** ou que **presenciamos**, ou ainda de que ouvimos falar, narramos o vivido e o modo pelo qual o vivemos, **mencionando pessoas, lugares, datas, todos esses dados amarrados** em uma trama por um fio invisível, mas poderoso, constituído pelo enredo.

Defendemos que este tempo pode ser compreendido por meio das ações formativas com professores que ensinam matemática como um acontecimento que convivemos. Conforme Bicudo (2003b), podemos narrar o vivido, pelo modo como vivemos, pelo modo como aprendemos matemática e pela forma como podemos aprender matemática, a qual pode ser potencializada com o uso de TD. Ao narrar esse vivido, podemos mencionar sujeitos que coparticipam do processo de formação de professores (professores, estudantes, família, amigos ou colegas de profissão).

A coparticipação se apresenta como potencial para mostrar como o tempo interfere na constituição do grupo social "professores que ensinam matemática" e a interferência dessa coparticipação de outros nesse processo inacabado de estar em relação com o saber, conforme Charlot (2000). No que se refere à co-presença, Heidegger (1986, p.175 – grifo do autor) argumenta que "À base desse ser-no-mundo *determinado pelo com*, o mundo é sempre o mundo compartilhado com os outros. O mundo da presença é *mundo compartilhado*". Assim, os sujeitos coparticipam, pois "A própria presença só é possuindo a estrutura essencial do ser-com[32], enquanto copresença que vem ao encontro de outros" (HEIDEGGER, 1986, p.177).

---

[31] "Existencialmente, *ser e estar*-lançado significa: dispor-se deste ou daquele modo" (HEIDEGGER, 1986, p.426 – grifo do autor).
[32] "Ser-com, já é sempre com os outros" (HEIDEGGER, 1986, p.182).

Charlot (2000) defende que a relação com o saber é o conjunto de relações que estabelecemos com o mundo, com os outros e comigo mesmo. Visualizamos que os modos como estabelecemos nossa relação com a geometria euclidiana plana como um saber sistematizado (que se mostra na relação com o mundo), de forma axiomática ou formalista, podem ser ampliados e potencializados com TD, em que a geometria passa a ser compreendida por meio de uma abordagem dinâmica. Podemos compreender a geometria espacial por meio de processos visuais que somente as TD podem oferecer. Acreditamos que esses modos de relação com o saber geométrico sofrem transformações ao serem produzidos com TD. As transformações segundo o Dicionário de Filosofia Abbagnano (2007) traçam possibilidades. Essas relações sofrem transformações também em consonância com o tempo vivido (com os outros que colaboram).

Como expressamos anteriormente, Bicudo (2003b, p.24 – grifo da autora), compreende o tempo vivido como: "[...] a narrativa, os acontecimentos, a expectativa, a mensuração do tempo, modos de vivermos o (no) tempo. Modos de sermos *no* (o) tempo/espaço". Modos de sermos no tempo/espaço constituem a temporalidade, conforme Heidegger (1986). Esse mesmo autor concebe "[...] o tempo como horizonte de toda compreensão e interpretação do ser" (HEIDEGGER, 1986, p.55). O autor evidencia que a compreensão do tempo se mostra por "[...] uma *explicação originária do tempo enquanto horizonte de compreensão como ser da presença e ser a partir da temporalidade, como ser da presença, que se perfaz no movimento de compreensão de ser*" (HEIDEGGER, 1986, p.55 – grifo do autor).

De acordo com Heidegger (1986) tempo é temporalidade. Conforme este autor, temporalidade "[...] não é um termo mais elaborado para insistir na sucessão de ekstases[33] do tempo – passado, presente e futuro" (HEIDEGGER, 1986, p.19). Para ele, temporalidade "[...] temporaliza-se como porvir[34] atualizante do vigor de ter-sido[35]" (HEIDEGGER, 1986, p.20). Heidegger (1986, p.20) explicita que a temporalidade compreende "[...] um tempo que é porvindouro, mas não futuro, que é vigência, mas não passado, que se faz presença para uma atualidade". Inferimos

[33] Êxtase: Arrebatamento do espírito; enlevo; contemplação do que é divino, sobrenatural, maravilhoso (PRIBERAM, 2014).
[34] "*O porvir é o fenômeno primário da temporalidade originária e própria*. De acordo com a primazia do porvir, a temporalização modificada ainda há de se transformar, apesar de aparecer no 'tempo' derivado" (HEIDEGGER, 1986, p.414 – grifo do autor).
[35] Ter-sido: "[...] significa vigor, estar em vigor, vigorar. A dupla experiência de uma força que já se instalou e que continua atuante" (HEIDEGGER, 1986, p.580).

que os modos de ser 'aqui' e 'agora', nos momentos formativos com TD, podem vir a se constituir em possibilidades de vir-a-ser professores que ensinam matemática com TD, no próprio movimento de ser, sendo, de estar-com TD. Para Bicudo (2003b, p.26 – grifo da autora), "Nesse *sendo*, estamos com os outros, sempre manifestando modos de sentir e sempre ocupados com o que estamos fazendo". A autora ainda salienta que "[...] a questão do tempo está implícita ao modo de ser do homem, porém tempo enquanto temporalidade" (BICUDO, 2003b, p.26).

O *estar-junto* traz consigo a ocupação e a preocupação, os quais se apresentam como modos de a "cura" ser, como salienta Heidegger (1986, p. 260 – grifo do autor): "[...] o ser-no-mundo é cura, pode-se compreender, nas análises precedentes, o ser junto ao manual como *ocupação* e o ser como copresença dos outros nos encontros dentro do mundo como *preocupação*". Com aporte teórico heideggeriano, Bicudo (2009, p.146 – grifo nosso) revela que a "cura"

> [...] abarca a unidade das determinações ontológicas e caracteriza a estrutura fundamental da presença. Seu significado se ilumina ao compreender-se o jogo de a pré-sença preceder-se no que é e no que poderá ser, por ser lançada no mundo, ocupando-se **com afazeres**; de, ao ser lançada no mundo, **estar sempre "com" e junto aos outros**; de **dever ser**, e de, ao responder a esse dever, preocupar-se com o que faz e **com as relações que estabelece** ou nas quais se enrola nas ocupações do cotidiano.

Assim, a partir de Heidegger (1986) e Bicudo (2009), assumimos que o entendimento de "cura" está atrelado à compreensão dos afazeres, do estar-com e com os outros, da responsabilidade de ser e das relações que estabelecemos com o mundo. Esses modos de relacionar com a matemática, com os outros, com as TD e da matemática pensada com TD, são interpretados nesse estudo na dimensão do tempo vivido. Tempo vivido como temporalidade. Segundo Heidegger (1986, p.421 – grifo nosso) demonstrar a constituição temporal da "cura" "[...] significa interpretar, temporalmente, cada um de seus momentos estruturais, quais sejam, **compreender**, **disposição**, **decadência** e **fala**".

Em busca de visualizar que a temporalidade influencia ou contribui na relação com o saber, revisitamos Charlot (2000). Esse autor concebe o saber como temporal, por isso compreendemos que a Cyberformação Semipresencial, na perspectiva de um *continuum*, se mostra como tempo vivido, como temporalidade, a qual, conforme Heidegger (1986, p.386) "[...] pode *temporalizar-se* em diferentes possibilidades e em diversos modos". Entendemos que os modos como a temporalidade se temporaliza pode contribuir na compreensão e na própria transformação de nossas ações enquanto professores que ensinam matemática com TD. Por isso, consideramos importante clarificar as diferentes instâncias teóricas que Heidegger (1986) manifesta a respeito de temporalidade. Como discorremos anteriormente se trata da temporalidade do compreender, da disposição, da decadência e da fala.

A *temporalidade do compreender*, conforme Heidegger (1986, p.421) "[...] constitui o ser do 'pre' na medida em que uma presença, com base na compreensão, pode, em existindo, formar as múltiplas possibilidades de visão, circunvisão[36] e mera visualização". Em relação ao compreender, o autor salienta que "[...] não se trata nem de um *tipo de conhecer* determinado, distinto, por exemplo, de explicar e conceituar, e nem, sobretudo, de um conhecer geral, no sentido de apreender tematicamente" (HEIDEGGER, 1986, p.421 – grifo do autor).

Sendo assim, o autor afirma que compreender significa "[...] *ser, projetando-se num poder-ser, em virtude do qual a presença existe*. O compreender abre o poder-ser próprio de tal maneira que, compreendendo, a presença, de algum modo, sempre sabe a quantas ela mesma anda" (HEIDEGGER, 1986, p.421 – grifo do autor). O poder-ser no sentido de pro-jetar, de abrir possibilidades no tempo presente, como menciona Bicudo (2003b). Compreendemos que poder-ser se projeta no sentido da compreensão de si mesmo e do que "eu" posso vir-a-ser. Para Heidegger (1986, p.421) esse poder-ser está vinculado ao "saber". Esse autor distingue "saber" e "não saber":

> Esse "saber" não significa, contudo, ter descoberto um fato, mas manter-se numa possibilidade existenciária[37]. O não saber que lhe corresponde não consiste numa ausência do compreender, mas deve ser considerado um modo deficiente de se projetar o poder-ser. A existência pode tornar-se digna de questionamento. Para que este "estar em questão" seja possível, é necessária uma abertura.

Compreendemos a partir de Heidegger (1986) que a abertura ao saber se mostra como uma possibilidade de manter-se sendo, pré-sença. Neste estudo, vislumbramos o aspecto filosófico do vir-a-ser um professor que ensina matemática com TD. Dessa forma, defendemos que a abertura ao modo de se relacionar com o saber matemático, na perspectiva da geometria dinâmica é uma das possíveis

---

[36] Circunvisão: "A construção do mundo cotidiano das ocupações não é cega, mas guiada por uma visão de conjunto, a circunvisão, que abarca o material, o usuário, o uso, a obra, em todas as suas ordens" (HEIDEGGER, 1986, p.566).
[37] Existenciária: "Indica a delimitação fatual do exercício de existir que sempre se propaga numa pluralidade de singularidades, situações, épocas, condições, ordens, etc." (HEIDEGGER, 1986, p.562).

transformações no sentido de potencialização do saber matemático, concebido, por exemplo, sob o modo axiomático. Além disso, nos lançarmos para a compreensão de que os modos de se relacionar com a geometria, em particular, estão em constante movimento, e, consequentemente, distantes de uma matemática pronta e acabada, a qual também se desvincula da concepção de Cyberformação (ROSA, 2011), apresentada no capítulo 2.

Heidegger (1986, p.425) afirma que "O compreender nunca se dá solto no ar, mas está sempre numa disposição" denominada a *temporalidade da disposição*. Segundo Heidegger (1986, p.426 – grifo do autor), a temporalidade da disposição está atrelada ao estar-lançado. "Existencialmente, *ser e estar*-lançado significa: dispor-se deste ou daquele modo. A disposição funda-se, portanto, no estar-lançado. O humor representa o modo em que sempre eu sou primariamente o ente-lançado". Consideramos importante esclarecer que o "humor", explicitado em Heidegger (1986, p.573),

> [...] designa o estado e a integração dos diversos modos de sentir-se, relacionar-se e todos os sentimentos, emoções e afetos bem como das limitações e obstáculos que acompanham essa integração. [...] Não obstante, presta-se melhor do que "estado de alma", "estado de ânimo". [...] modo a indicar que o "humor" significa uma estrutura de afinação e sintonização.

Defendemos que o "humor" se mostra potencial na realização de uma ação, pois este pode revelar o modo como realizarmos uma ação, a sintonia presente na coprodução de uma ação educativa ou de uma atividade com TD. Ou, ainda, expresso pelo modo pedagógico que o professor ministra suas aulas com seus respectivos estudantes, desvelando sentimentos e emoções que possivelmente estão correlacionados com a aula de matemática.

A *temporalidade da decadência* significa movimentação de ser, segundo Heidegger (1986). Esse mesmo autor explica o terceiro momento estrutural da "cura" por meio da *temporalidade do compreender* e da *temporalidade da disposição*. Para Heidegger (1986, p.433 – grifo do autor):

> A interpretação temporal de compreender e disposição deparou-se não apenas com a ekstase *primária* referente a cada fenômeno, mas também com *toda* a temporalidade. Da mesma forma que o porvir possibilita primariamente o compreender e o vigor de ter sido possibilita o humor, o terceiro momento estrutural da cura, a *decadência*, encontra seu sentido existencial na *atualidade*[38].

---

[38] "Atualidade deriva do verbo *agere* = agir e conota a força de impor-se a..., guardando pois a dimensão de oposição e resistência e expondo a compreensão vulgar do 'presente'" (HEIDEGGER, 1986, p.581).

O quarto modo da "cura" se mostrar é *temporalidade da fala*. Para Heidegger (1986, p.436) "A plena abertura do 'pre', que se constitui de compreender, disposição e decadência, articula-se com a fala". Para o autor, "[...] a fala de fato se pronuncia na linguagem e, inicialmente, no modo de um dizer que ocupa e discute o 'mundo circundante', a *atualização* possui, sem dúvida, uma função constitutiva *proeminente*" (HEIDEGGER, 1986, p.436 – grifo do autor). Além disso, para Heidegger (1986) a fala é em si mesma temporal. Entendemos que a linguagem matemática expressa por meio da fala se transforma pela *pré-sença* dos meios tecnológicos, como produtos culturais produzidos e, agora, usados na coprodução do saber matemático, como argumentamos no próximo capítulo.

Heidegger (1986, p.421 – grifo do autor) visualiza esses momentos estruturais como modos de mostrar a constituição temporal da "cura" de maneira entrelaçada. O referido autor concebe que

> Todo compreender possui o seu humor. Toda disposição é compreensiva. O compreender disposto possui o caráter de decadência. O compreender decadente e afinado pelo humor articula-se na fala, no tocante à sua compreensibilidade. A constituição temporal de cada um dos fenômenos mencionados remete, cada vez, a *uma* temporalidade que, como tal, garante a unidade estrutural possível de compreender, disposição, decadência e fala.

A compreensão da constituição temporal da "cura" sob os modos da temporalidade do compreender, da disposição, da decadência e da fala, na perspectiva heideggeriana sustenta a visão de tempo vivido que se mostra no presente estudo. Segundo Bicudo (2003b, p.36 – grifo nosso)

> Esse fenômeno, **o tempo vivido**, não se dá a conhecer **de forma lógica e racional**, não se permite aprisionar em abstrações. Ele é simplesmente vivido na maneira existencial de sermos, na plenitude da riqueza da força que nos impulsiona para sermos e para nos manter sendo, ainda que no **fluxo contínuo do devenir**[39], onde a cada instante somos, permanecemos – duramos – sendo e modificando-nos e **abrindo-nos às possibilidades de existirmos** de tal e tal modo.

No sentido de fluxo contínuo do devenir, expresso em Bicudo (2003b), é que o movimento de Cyberformação Semipresencial se firma. Entendemos que ao firmarmos nosso olhar na formação do professor que ensina matemática estamos buscando avançar na relação deste sujeito com o saber matemático, embora, uma multiplicidade de dimensões constitua essa relação, como explicitamos no capítulo anterior.

---

[39] No sentido de vir-a-ser, de mudança, de movimento (ABBAGNANO, 2007).

O movimento de Cyberformação Semipresencial está sendo compreendido sob o viés da realidade pedagógica, no âmbito da escola, pois essa compreensão se apresenta “[...] na dimensão do pedagógico, quando o que está sob o foco do nosso olhar atento é a formação do humano”. Ou seja, uma compreensão com a preocupação da relação com o saber em constituição pelo professor que ensina matemática com TD

> [...] no sentido de tempo vivido, quando enfocamos o processo de **formação** e **auto-formação**, incluindo nele mudanças de crenças, **construção e reconstrução de concepções**, auto-percepção de sermos históricos, lançados ao mundo e à responsabilidade de **mantermo-nos sendo** [...] (BICUDO, 2003b, p.59 – grifo nosso).

Nesse ínterim, Bicudo (2003b) aborda estes aspectos (grifados) ao evidenciar o tempo pedagógico no sentido de tempo vivido. Defendemos o processo de auto-formação e formação por intermédio da Cyberformação Semipresencial. Acreditamos que as possíveis construções e reconstruções de concepções de professores que ensinam matemática na escola de Educação Básica, quanto ao saber geométrico podem vir a ser evidenciadas, ampliadas e potencializadas em reflexão com o uso de TD.

Tratamos da ampliação e da potencialização das relações cognitivas “[...] pelo ser que aprende, o tempo que transcorre à medida que seus processos cognitivos deslancham, o tempo vivido ao perceber-se avançando na direção da clareza de ideias, dos encontros e desencontros das relações pessoais” (BICUDO, 2003b, p.59). Nesse viés, por meio do deslanchar dos processos cognitivos, a concepção do tempo vivido se apresenta como um modo de compreensão da Cyberformação Semipresencial vivida na escola.

Ainda sobre o tempo pedagógico, as ideias relativas ao tempo vivido remetem ao professor “[...] dedicar-se, doar-se, adiantando-se ao tempo vivido do aluno, no sentido de, solicitamente, criar espaços, propor atividades, promover o pensar, exercitar sua autocompreensão e compreensão do outro e do mundo” (BICUDO, 2003, p.61-62). A preocupação da autora se dirige especificamente com o tempo pedagógico no interior da escola ao expressar que:

> É com o tempo vivido que a proposta educacional deve se preocupar. Cada pessoa vive o tempo de modos específicos que revelam seus humores, seus processos cognitivos, sua capacidade de haver-se no trato com os outros, de enfrentar dificuldades. Revelam, também, o ímpeto vital que a impele a agir, descortinando possibilidades de vir-a-ser (BICUDO, 2003b, p.60).

As possibilidades de vir-a-ser professores que ensinam matemática com TD podem ser sustentadas pelo constructo teórico *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD* (ROSA, 2011b; 2015). Defendemos isso, pois a intencionalidade teórica desse conjunto de ideias visa ampliar e potencializar os horizontes na relação com o saber, que, segundo Charlot (2000), é temporal. A dimensão temporal na perspectiva de tempo vivido é uma das dimensões da Cyberformação Semipresencial em compreensão neste estudo. Outra dimensão a ser compreendida é a...

### 3.1.3 ...Manifestada pelo excedente de visão

*"Quando nos olhamos, dois diferentes mundos se refletem na pupila dos nossos olhos" (BAKHTIN, 1979, p.21).*

*"[...] a atividade mais específica e mais importante do crítico e do pesquisador em ciências humanas: é a interpretação como diálogo, a única que permite recobrar a liberdade humana" (TODOROV, Prefácio a Edição Francesa, XXXII).*

Como abordamos anteriormente o saber é relação e a relação com o saber é construída (CHARLOT, 2000). Aqui defendemos como se dá esta construção ou a relação com o saber, isto é, em termos matemáticos (geométricos), pedagógicos e tecnológicos. Conforme Charlot (2000), esta construção resulta das múltiplas interações da constituição do sujeito enquanto ser social, singular e humano, o qual necessita aprender, e que aprende com a mediação do outro. A partir disso, defendemos que a relação com o saber se manifesta sob a dimensão exotópica, pois esta relação se presentifica pela contribuição da singularidade do outro, segundo Bakhtin (1979). Por isso, esse autor afirma que "Quando nos olhamos, dois diferentes mundos se refletem na pupila dos nossos olhos" (BAKHTIN, 1979, p.21).

A partir da questão teórica da exotopia discutida por Bakhtin (1979), questionamos: como estabelecemos nossa relação com os outros? Quais as ideias que fundamentam essa 'conversa' com o outro? Quais aspectos interferem na relação dialógica com o outro? De que forma as TD podem evidenciar o excedente de visão? Pretendemos apontar respostas para as quatro perguntas na condução teórica dessa subseção, estabelecendo ligações com o processo de formação vivido por professores que ensinam matemática com TD. Para isso, apresentamos o que Bakhtin (1979, p.21 – grifo nosso), estabelece como excedente de visão:

> [...] [O] *excedente* da minha visão, do meu conhecimento, da minha posse – *excedente* sempre presente em face de qualquer outro indivíduo – é **condicionado pela singularidade** e pela **insubstitutibilidade do meu lugar do mundo**: porque nesse momento e nesse lugar, em que sou o único a estar situado em dado conjunto de circunstâncias, todos os outros estão fora de mim.

Nesse sentido, o excedente de visão, segundo Bakhtin (1979) é condicionado pela singularidade de cada sujeito no mundo. Entendemos que essa singularidade pode ser associada com as evidências sistematizadas em Charlot (2000), sobre o sujeito ser singular. A singularidade mostra que esse sujeito tem uma história, marcada pela posição que esse ocupa no mundo e na relação desse com os outros (CHARLOT, 2000).

Ainda sobre o excedente de visão, Bakhtin (1979, p.22-23) expressa que:

> O excedente de minha visão em relação ao outro indivíduo condiciona certa esfera do meu ativismo exclusivo, isto é, um conjunto daquelas ações internas ou externas que só eu posso praticar em relação ao outro, a quem elas são inacessíveis no lugar que ele ocupa fora de mim; tais ações completam o outro justamente naqueles elementos em que não pode completar-se. Essas ações podem ser infinitamente variadas em função da infinita diversidade de situações da vida em que eu e o outro nos encontramos num dado momento, mas em toda parte e em quaisquer circunstâncias esse excedente do meu ativismo existe e sua composição tende a uma constância estável.

Nesse sentido, buscando compreender em quais aspectos o excedente de visão pode contribuir em como estabelecemos a relação com o saber, em termos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos, resgatamos uma das questões anteriores: como estabelecemos nossa relação com os outros? Segundo a perspectiva exotópica, a relação com os outros pode acontecer por meio do dialogismo ou da chamada relação dialógica. Formentão (2010) explicita que o eixo central do pensamento bakhtiniano é o dialogismo, que é constituído por "[...] relações discursivas entre homem-mundo, homem-natureza e sujeito-objeto do conhecimento [e] ocorre entre discursos que interagem na comunicação e, nessa interação, produzem o processo de significação" (FORMENTÃO, 2010, p.3).

Compreendemos que as relações discursivas se sustentam pela linguagem e essa pode ser específica, a nosso ver, se consideramos a linguagem[40] estabelecida

[40] "[...] a linguagem é considerada do ponto de vista do falante, como que de *um* falante sem a relação *necessária* com *outros* participantes da comunicação discursiva" (BAKHTIN, 1979, p.270 – grifo do autor).

em um grupo social dos professores que ensinam matemática com TD. Segundo Formentão (2010, p.3 – grifo nosso) “Através da linguagem, os discursos são produzidos em condições específicas (enunciação), estabelecendo formas num intercurso social (enunciados) que, além de instaurar **relações entre o eu e os outros**, veicula o universo ideológico”. Sob o viés bakhtiniano, Dos Santos (2010) descreve como a ‘relação entre eu e os outros’ pode acontecer em grupos sociais distintos ou no interior de um grupo social.

> A fala e as representações estão imbricadas entre si e produzem: i) conflitos; ii) relações de dominação e de resistência; iii) relações de adaptação ou de questionamento das hierarquias e iv) relações de assimetria social na sobreposição de poderes. Essa sobreposição se revela nas diferenças sociais, subjacentes aos diversos grupos sociais e mesmo no interior de cada grupo. Ao partir da ideia desse confronto é que Bakhtin instaura o primado de que “todo signo é ideológico”, justamente porque reflete pela língua, o funcionamento e a influência das estruturas sociais (DOS SANTOS, 2010, p.126).

Com o objetivo de elucidar a “relação entre o eu e os outros”, apresentamos os papéis ou as singularidades de integrantes de grupos colaborativos de professores que ensinam matemática, compreendido como um grupo social, conforme explicitamos já neste capítulo. Para isso retratamos o que Fiorentini (2011) explicita sobre a relação entre professores da Educação Básica e pesquisadores em Educação Matemática. Ao tratar dessa relação, Fiorentini (2011, p.7 – grifo do autor) pontua que, por um lado: “Os professores da escola básica trazem como *excedente de visão,* em relação aos acadêmicos, um saber de experiência relativo ao ensino da matemática nas escolas e conhecem as condições e as possibilidades atuais do trabalho docente”. Parafraseando Charlot (2000), um saber que possui uma relação prática no limiar da sala de aula da Educação Básica, assumindo que “Os conhecimentos que mobilizam e produzem são situados na complexidade de suas práticas, sendo esta a referência de validação e apropriação crítica do saber acadêmico” (FIORENTINI, 2011, p.7). Isso nos permite considerar o tempo pedagógico, em que o tempo vivido por cada um (BICUDO, 2003b) se expressa no grupo tanto para professores como para pesquisadores.

Por outro lado, nesta relação estabelecida entre professores de matemática e pesquisadores em Educação Matemática, Fiorentini (2011) pontua os possíveis papéis a serem manifestados pelos pesquisadores em Educação Matemática (sejam esses acadêmicos, professores universitários ou futuros professores). Em específico, os acadêmicos e os professores universitários podem apresentar o excedente de visão em relação às teorias e às metodologias a partir das quais produzem análises, interpretações e compreensões das práticas escolares vigentes (FIORENTINI, 2011). Enquanto os futuros professores apresentam "[...] como excedente em relação aos demais participantes, suas habilidades no uso das tecnologias de informação e comunicação e uma maior proximidade ou compreensão das culturas de referência dos alunos da escola básica" (FIORENTINI, 2011, p.7).

No que tange aos papéis enunciados por Fiorentini (2011), compreendemos que os coparticipantes de um grupo colaborativo, o qual tem como um dos seus objetivos a discussão de questões sobre a prática docente em matemática (FIORENTINI, 2004), podem construir e mobilizar discursos em relação ao saber. Na nossa perspectiva, esses discursos podem desvelar o excedente de visão na 'relação entre eu e os outros'. Para emitirmos essa relação, consideramos a noção de discurso apresentada por Bakhtin (1979, p.274):

> [...] o discurso só pode existir de fato na forma de enunciações concretas de determinados falantes, sujeitos do discurso. O discurso sempre está fundido em forma de enunciado pertencente a um determinado sujeito do discurso, e fora dessa forma não pode existir (BAKHTIN, 1979, p.274).

Quando tratamos de discurso nos reportamos aos aspectos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos enunciados pelos colaboradores em Cyberformação Semipresencial por meio da linguagem. Em relação ao discurso, Bakhtin (1979, p.274 – grifo do autor) esclarece que há diferentes formas de apresentá-lo, sejam "[...] pelo seu volume, pelo enunciado, pelo conteúdo, pela construção composicional, elas possuem como unidades de comunicação discursiva peculiaridades estruturais comuns, e antes de tudo *limites* absolutamente precisos". O referido autor ainda complementa dizendo que "Esses limites, de natureza especialmente substancial e de princípio, precisam ser examinados minuciosamente" (BAKHTIN, 1979, p.275). Diante disso, consideramos as ideias bakhtinianas para pontuar que os discursos não se separam dos sujeitos e podem ser ampliados pelo excedente de visão do outro. Ou seja, na 'relação entre eu e o outro', explicitada anteriormente.

No que concerne aos limites como unidades de comunicação discursiva, Bakhtin (1979, p.275 – grifo do autor) afirma que: "Os limites de cada enunciado concreto como unidade da comunicação discursiva são definidos pela *alternância dos sujeitos do discurso*, ou seja, pela alternância dos falantes". Entendemos que os falantes são os coparticipantes do grupo colaborativo em Cyberformação Semipresencial e também os estudantes desses colaboradores ou parceiros do diálogo, como nomeia Bakhtin (1979).

Ao tratar de diálogo recorremos novamente à Formentão (2010) para afirmar que o excedente de visão se baseia no dialogismo. Sendo assim, respondemos a primeira questão de que nossa relação com os outros se dá, entre outros aspectos, por meio do diálogo, permitido pela alternância dos sujeitos do discurso, conforme recentemente tratamos com base em Bakhtin (1979). Para esse mesmo autor "[...] o diálogo é a forma clássica de comunicação discursiva" (BAKHTIN, 1979, p.275).

Partindo da noção de diálogo, buscamos compreender quais as ideias teóricas que fundamentam a conversa com o outro, que é a segunda questão anunciada nessa subseção. Para isso, endereçamos nosso olhar para Alrø e Skovsmose (2010), que produziram articulações do diálogo com a aprendizagem em Educação Matemática.

O diálogo, segundo Alrø e Skovsmose (2010, p.13 – grifo dos autores), "[...] é uma conversação com certas *qualidades*". A qualidade se refere aos aspectos descritivos de uma entidade (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010). Para os referidos autores, o diálogo se refere às propriedades de uma interação. Por isso, "Dialogar não é apenas uma forma de análise, mas também um modo de interação" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.13). Nesse sentido, compreendemos que os modos de interação entre os colaboradores do processo de formação vivido podem ser revelados em termos de diálogo nos aspectos epistemológicos e interpessoais. Esses dois aspectos sustentam a noção de diálogo proposta por Alrø e Skovsmose (2010).

Em nosso entendimento, o aspecto epistemológico se manifesta na relação do professor com a geometria construída com TD. Da mesma forma, compreendemos que na relação entre eu e outros se manifesta a relação interpessoal. Em consonância a isso, os autores defendem que "O diálogo pode ser examinado em termos de construção, não apenas construção do conhecimento, mas também construção de relação [...]" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.122). Essa é a visão que adotamos para a discussão do excedente de visão por meio do diálogo, o qual pode permitir a construção de relações com o saber em termos matemáticos (geométricos), pedagógicos e tecnológicos.

Compreendemos que a noção de diálogo, defendida por Alrø e Skovsmose (2010), se vincula com o diálogo como construção proposto por Bakhtin (1979). Para Machado (2010), que também estuda as ideias teóricas de Mikhail Bakhtin, o diálogo como construção sugere uma questão denominada arquitetônica, que se opõe à mecânica. Machado (2010, p.204) expressa essa diferenciação entre a arquitetônica e a mecânica.

> Enquanto a mecânica diz respeito ao mundo das coisas mudas, a arquitetônica volta-se para a compreensão das relações. O objetivo é claro: valorizar as relações produtoras de sentidos. O mundo das relações arquitetônicas é o mundo do homem que fala, que se interroga sobre si, sobre seu entorno e, ao fazê-lo, articula relações interativas capazes de enunciar respostas a partir das quais constrói conhecimentos. Este é o mundo dos eventos, dos atos éticos e da atividade estética de que ocupou Bakhtin em seus estudos.

Visualizamos que a ideia da arquitetônica se associa com o diálogo como construção. Defendemos que essa ideia promove a possibilidade de eminência do excedente de visão da relação entre eu e outros. A possibilidade de contribuição do excedente de visão, a nosso ver, influencia no modo como se constituem as relações dos professores que ensinam matemática com o saber (matemático, pedagógico e tecnológico).

Buscando olhar para o modo como se mostram as relações dos professores com o saber com base no diálogo, revisitamos as duas últimas questões elaboradas, a saber: Quais aspectos interferem na relação dialógica com o outro? E de que forma as TD podem evidenciar o excedente de visão? Para responder essas questões apresentamos aspectos do diálogo vinculado à aprendizagem matemática, destacados em Alrø e Skovsmose (2010). Esses aspectos são os seguintes: “[...] (1) realizar uma investigação; (2) correr riscos e (3) promover a igualdade” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.123). Dessa maneira, compreendemos que a aprendizagem se vincula à relação com o saber ou como menciona Charlot (2000) de que precisamos aprender para ser. Sinteticamente, compilamos o que Alrø e Skovsmose (2010, p.123) defendem em relação aos aspectos que constituem o diálogo:

> Embora pudéssemos defender que “realizar uma investigação” também faça parte do diálogo que acontece entre um terapeuta e seu cliente ou numa negociação política, nosso interesse mesmo é empregar esse aspecto em nossa interpretação epistemológica de diálogo. “Correr riscos” é uma forma de expressar a natureza imprevisível dos desdobramentos de um diálogo. “Promover a igualdade” refere-se a um tipo de relacionamento interpessoal que é essencial para o diálogo (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.123).

A partir dessa descrição dos aspectos do diálogo, buscamos correlacioná-los com as possibilidades de avanço na relação com o saber do professor que ensina matemática com TD. Reafirmamos que o diálogo sustenta a evidência do excedente de visão.

O primeiro aspecto - "realizar uma investigação", prima pelo abandono da comodidade da certeza, enfatiza que os participantes de um diálogo desejam construir conhecimentos e incentiva as pessoas a compartilhar o desejo de investigar por parte delas (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010). Acreditamos que a realização de uma investigação pode ser vinculada com a concepção de grupo colaborativo e pode permitir aos participantes o diálogo como construção, seja no planejamento de uma atividade geométrica com TD, no debate de um artigo científico ou na avaliação de um vídeo com conteúdo matemático. Defendemos que esses atos investigativos podem evidenciar o excedente de visão na relação entre eu e outros. Justificamos essa defesa porque atos responsivos como explicar, elaborar, sugerir, apoiar, avaliar consequências, "[...] constituem tentativas de *ir além*, e ajudam outros a ir além do seu pensamento estabelecido" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.124 – grifo dos autores). O "ir além" nos remete a considerar como os participantes pensam matematicamente com TD (ROSA, 2008). Essa discussão pode gerar o excedente de visão do outro em relação a mim ou vice-versa no trabalho com TD. Por isso, ressaltamos a importância da relação com o outro no processo de discutir, ensinar e aprender matemática. Alrø e Skovsmose (2010, p.125) discutem a questão dos participantes de um diálogo e como esses podem influenciar na aprendizagem matemática. Para os referidos autores

> [...] diálogo significa prestigiar certo tipo de investigação, e esse tipo de investigação tem muito a ver com os participantes, através de seus pensamentos e sentimentos, entendimentos e pressupostos a respeito das coisas, das ideias e das possibilidades. No diálogo, é importante explorar as perspectivas dos participantes como fontes de investigação (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.125).

Acreditamos que um grupo social instituído com professores de matemática e, colaborativo, desencadeado pelo processo de interação e diálogo, pode evidenciar as perspectivas dos participantes no que tange aos avanços do uso de TD para estudar ideias geométricas, como as discutidas no próximo capítulo. Esse diálogo traz à tona outro aspecto, que é "correr riscos", segundo Alrø e Skovsmose (2010).

O aspecto "correr riscos" trata da imprevisibilidade ao estar participando de um diálogo e é intrínseco ao diálogo (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010). Para os autores recentemente mencionados, “Imprevisibilidade significa o desafio de experimentar novas possibilidades [...]” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.128). Os referidos autores apontam que o diálogo não é constituído por ideias previamente dadas, mas constituído por aspectos epistêmicos e emocionais daqueles que participam dessa conversação (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.128). Compreendemos que essa pode ser a contribuição gerada pelo encontro de professores que ensinam matemática dispostos a discutir, planejar e refletir sobre atividades em termos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos.

Para evidenciar esse segundo aspecto – “correr riscos”, os autores citam a zona de risco abordada em Penteado (2001). Essa é constituída da transição da zona de conforto, que se sustenta no paradigma do exercício, para a criação de uma zona de possibilidades ou, por eles, denominada zona de risco (SILVA; PENTEADO, 2013). A imprevisibilidade é foco no trabalho com SGD, apresentado por Silva e Penteado (2013). Os referidos autores defendem “[...] a ideia de que aulas de matemática com uso de softwares de geometria dinâmica são mais propícias para ocorrerem imprevistos do que as que utilizam recursos tradicionais [...]” (SILVA; PENTEADO, 2013, p.289). Defendemos que as atividades com SGD podem ampliar as possibilidades matemáticas se o processo de construção englobar o uso das funções de arrastar do *software*, no sentido de propor conjecturas matemáticas com o uso do *software*, que levem os estudantes a validar os processos matemáticos segundo a geometria euclidiana. Discutimos que o diálogo propiciado na relação entre eu e outros (grupo) no trabalho com TD, pode levar a eminência do excedente de visão em relação às questões tecnológicas, visto que a heterogeneidade geralmente se vincula aos sujeitos que desejam pesquisar, que colocam em pauta a sua prática docente e correm riscos que podem alterar o pensamento matemático sem o uso de TD, como ponderam Borba e Penteado (2001).

O terceiro aspecto do diálogo, discutido por Alrø e Skovsmose (2010), é “promover a igualdade”. Segundo os autores, no diálogo não há um vencedor. Por exemplo, “Professor e aluno são posições diferentes, profissionalmente falando; do contrário, não haveria ensino. Contudo, eles podem tentar ser igualitários no nível das relações e comunicações interpessoais” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.131). Acreditamos que estudantes e professores têm posições sociais distintas como discute Charlot (2000). Por exercerem papéis sociais distintos e construírem diferentes relações com a matemática e com as TD, podem contribuir um ao outro por meio do excedente de visão.

Outra característica desse aspecto, segundo Alrø e Skovsmose (2010, p.131), é a forma de participação do diálogo, ao expressarem que “Participar de um diálogo é algo que não deve ser imposto a ninguém. Em sala de aula, isso significa que o professor pode convidar os alunos para um diálogo investigativo, mas eles têm de aceitar o convite para que o diálogo aconteça”. Entendemos que essa característica se vincula com a participação voluntária mediante o convite aos colaboradores de um grupo colaborativo, como concebe Fiorentini (2004), apresentada anteriormente.

Neste capítulo, apresentamos articulações teóricas sobre a **colaboração**, o **tempo vivido** e o **excedente de visão**, que assumimos como modos de compreensão da relação com o saber feita por professores que ensinam matemática, em Cyberformação Semipresencial. Sendo assim, anunciamos o próximo capítulo, o qual apresenta: a geometria euclidiana plana segundo as demonstrações apresentadas por Euclides com base em construções geométricas e a relação com as construções feitas com o uso de SGD; a geometria euclidiana espacial, com olhar para os Poliedros de Platão e a Relação de Euler e a prova visual como avanço permitido pelas TD; e, a geometria do táxi como um caso particular da geometria não euclidiana.

## 4 POSSIBILIDADES QUE SE MOSTRAM COM O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NA RELAÇÃO COM O SABER GEOMÉTRICO

Neste capítulo, evidenciamos aspectos teóricos da geometria euclidiana (plana e espacial) e aspectos da geometria do táxi, um caso particular da geometria não euclidiana[41], pois foram os objetos matemáticos discutidos em Cyberformação Semipresencial. Por isso, também refletimos como o trabalho com as TD podem conduzir à ampliação e à potencialização das relações que estabelecemos com o saber em processos de ensinar e de aprender geometria. Relembramos que a ampliação e a potencialização são objetivos constituintes da concepção de Cyberformação, explicitada na seção 2.2 deste estudo.

Na primeira seção, discorremos sobre aspectos teóricos da demonstração sintética[42] e de prova das proposições presentes em *Os Elementos*[43], por Euclides (EUCLIDES, 2009), em particular, aquelas ligadas às construções de triângulos e de quadrados. Esses foram os aspectos geométricos discutidos pelos colaboradores no grupo. Também discutimos esses mesmos aspectos geométricos a partir do uso de SGD na pesquisa em Educação Matemática.

Na segunda seção, contemplamos a geometria euclidiana espacial, em particular, os cinco sólidos platônicos, por meio da demonstração geométrica (EUCLIDES, 2009) e pela demonstração topológica, a partir da Relação de Euler. Esses aspectos geométricos são compreendidos também pelo aspecto visual que as TD podem fornecer, estabelecendo o que teoricamente Borwein e Jorgenson (2001) denominam como prova visual[44].

Na terceira seção, tratamos da geometria do táxi[45], um caso da geometria não euclidiana. Nessa seção, apresentamos o processo de evolução da geometria não euclidiana a partir do pensamento euclidiano e relacionamos com as possibilidades de uso de recursos tecnológicos para o tratamento da geometria do táxi em

[41] "Pelo fim do século XVIII foram feitas novas tentativas de demonstrar o quinto postulado de Euclides por meio de demonstrações indiretas. Mas, em vez de conduzir a uma contradição, este novo conjunto de axiomas formou a base de uma teoria consistente chamada hoje de **geometrias não euclidianas**" (BONGIOVANNI; JAHN, 2010, p.44 – grifo dos autores).

[42] Usamos o termo demonstração sintética, abordado por Lopes (2002) para designar a demonstração de proposições em geometria euclidiana.

[43] Usamos aspectos teóricos da edição de 2009, traduzida da Língua Grega, por Irineu Bicudo.

[44] *Visual proof* (BORWEIN; JORGENSON, 2001).

[45] "[...] Geometria do Táxi é uma Geometria Não Euclidiana no fato que o postulado da congruência do triângulo LAL (lado – ângulo – lado) da Geometria Euclidiana, não é válido na Geometria do Táxi" (LOIOLA, 2014, p.45).

processos de ensinar e de aprender matemática na Educação Básica. Passamos a compreender aspectos teóricos da geometria euclidiana plana.

## 4.1 GEOMETRIA EUCLIDIANA PLANA [46]: DEMONSTRAÇÃO SINTÉTICA E PROCESSOS DE VALIDAÇÃO COM O USO DE *SOFTWARES* DE GEOMETRIA DINÂMICA

Segundo Pinto e Valente (2014), a geometria euclidiana é a geometria de sempre. Para esses autores a cultura escolar após o Movimento da Matemática Moderna (MMM)[47] “[...] retoma a geometria euclidiana como forma elementar de referência para o ensino de geometria. Figuras geométricas e suas propriedades representam o saber geométrico que as crianças devem aprender na escola hoje” (PINTO; VALENTE, 2014, p.82).

A afirmação dos autores sobre quais são os aspectos geométricos a serem ensinados na escola se encontram com as proposições para o ensino de geometria presentes no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC (BRASIL, 2014) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998). Compreendemos que esses tópicos se presentificam nas avaliações prestadas pelos estudantes do Ensino Fundamental, por exemplo, a Provinha Brasil e a Prova Brasil[48]. Essa última, objeto de discussão no movimento de Cyberformação Semipresencial do presente estudo.

Em específico, o PNAIC foi desenvolvido com a perspectiva de orientar a alfabetização matemática de estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 2014). Mesmo assim, consideramos pertinente associar os objetivos da seção de *espaço e forma (geometria)* desse documento com os tópicos geométricos evidenciados na presente tese. O eixo de geometria visa orientar o professor do Ensino Fundamental no sentido de que os estudantes possam “[...] construir noções de localização e movimentação no espaço físico para a orientação espacial em

---

[46] A maioria dos referenciais teóricos que forma esta seção resultam das leituras e das discussões sobre a geometria dinâmica e a geometria euclidiana realizadas no período de Estágio Sanduíche no Exterior na The State University of New Jersey, em Newark, New Jersey, USA.

[47] “O MMM busca aproximar o ensino realizado na educação básica àquele desenvolvido na universidade que, na altura, corresponde à linguagem e à estrutura empregada pelos matemáticos da época” (PINTO; VALENTE, 2014, p.66).

[48] Detalhes podem ser obtidos por meio dos sites da Provinha Brasil: < http://portal.inep.gov.br/web/provinha-brasil> e da Prova Brasil: < http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=210&Itemid=324>

diferentes situações do cotidiano e reconhecer figuras geométricas [...]" (BRASIL, 2014, p.5).

Após mencionarmos quais facetas do saber geométrico estão sendo indicadas para professores e estudantes do Ensino Fundamental se dedicarem, buscamos articular como essas podem ser compreendidas a partir do uso de demonstrações sintéticas e de provas.

### 4.1.1 Demonstração e prova: da matemática à educação matemática

Neste tópico, discutimos as diferenças entre demonstração e prova, buscando encontrar uma compreensão teórica da demonstração em matemática e de como os pesquisadores em Educação Matemática se reportam para a construção de uma prova na Educação Básica.

Primeiramente, buscamos compreender a demonstração a partir de Lopes (2002, p.42 – grifo da autora), a qual salienta que "A demonstração de teoremas surgiu na Grécia antiga com Euclides, por volta de 300 a.C., com sua obra *Os Elementos*. O estilo de demonstração é *sintético* (isto é, sem o uso de números ou de exemplos específicos) [...]". Além disso, a autora destaca duas características da demonstração sintética: [1] "A demonstração é conduzida em um estilo dedutivo baseado no sistema axiomático e apresentado na forma '*definição*, *axioma*, *teorema*, *demonstração'*; [2] A prova de cada teorema exige uma abordagem particular" (LOPES, 2002, p.43 – grifo da autora).

A compreensão da demonstração sintética apresentada por Lopes (2003) é necessária, neste estudo, pois elucida a forma como Euclides realizou as demonstrações das proposições em *Os Elementos*. Acreditamos que isso explicita a natureza do saber geométrico por meio da demonstração das proposições construídas por Euclides e que se vinculam aos tópicos geométricos estudados durante a Cyberformação Semipresencial. Dessa forma, questionamos: é necessário tratar a demonstração em aulas de matemática na Educação Básica?

Em relação à noção de demonstração, de Villiers (2001, p.31) afirma que "Tradicionalmente, a função da demonstração foi vista exclusivamente como dizendo respeito à verificação da correcção das afirmações matemáticas". A partir dessa constatação, de Villiers (2001, p.32 – grifo nosso) estabelece distintas funções para a demonstração em matemática:

- **verificação** (dizendo respeito à verdade da afirmação)
- **explicação** (fornecendo explicações quanto ao facto de ser verdadeira)
- **sistematização** (a organização dos vários resultados num sistema dedutivo de axiomas, conceitos principais e teoremas)
- **descoberta** (descoberta ou invenção de novos resultados)
- **comunicação** (a transmissão do conhecimento matemático)
- **desafio intelectual** (a realização pessoal/gratificação resultantes da construção de uma demonstração).

Apresentamos a noção de demonstração sintética e os papéis da demonstração sob o viés da matemática. Na Educação Matemática, segundo Pietropaolo (2009, p.238), os pesquisadores usam vários termos referentes às demonstrações, a saber: “[...] demonstrações formais, demonstrações rigorosas, provas rigorosas ou simplesmente provas”. O referido autor também salienta que as palavras *prova* e *demonstração*, muitas vezes, estão sendo usados como sinônimos. Diante disso, apresentamos como se mostra essa distinção no Dicionário de Filosofia.

> Prova (gr. TEKüiiptOV; lat. Probatio; in. Proof. jr. Preuve, aí. Beweis: it. Prova). Procedimento apto a estabelecer um saber, isto é, um conhecimento válido. Constitui P. todo procedimento desse gênero, qualquer que seja sua natureza: mostrar uma coisa ou um fato, exibir um documento, dar testemunho, efetuar uma indução são P. tanto quanto as demonstrações da matemática e da lógica. Portanto, esse termo é mais extenso que demonstração (v.): as demonstrações são P., mas nem todas as P. são demonstrações (ABBAGNANO, 2007, p.805).

Considerando que já apresentamos a distinção entre demonstração e prova, nos dedicamos a compreender o papel da prova nos processos de ensinar e aprender geometria. De acordo com Hanna (2000), uma das nossas principais tarefas como educadores matemáticos é compreender o papel da prova no ensino, para que possamos ampliar a utilização de prova nas aulas de matemática. Hanna (2000, p.5 - tradução nossa) também descreve uma preocupação pedagógica, ressaltando que “A prova é uma parte importante da própria matemática, é claro, e por isso devemos discutir com nossos alunos a função da prova em matemática, apontando tanto a sua importância quanto as suas limitações”[49].

Diante disso, discutimos quais facetas podem contribuir para a construção de uma prova quando usamos um SGD, considerando os autores que trabalham com essa temática e que usam o termo “prova”. Por outro lado, usamos o termo

[49] *“Proof is an important part of mathematics itself, of course, and so we must discuss with our students the function of proof in mathematics, pointing out both its importance and its limitations” (HANNA, 2000, p.5).*

"demonstração" quando apresentamos as proposições de *Os Elementos*, de Euclides, conforme pontua Lopes (2003).

Após essa explanação dos termos "prova" e "demonstração", nos colocamos a compreender como o uso de SGD pode gerar o estabelecimento de conjecturas que possam incorrer em provas, considerando a geometria euclidiana plana. Realizamos essa interpretação sob o viés da pesquisa em Educação Matemática, por meio de exemplos, enfocando os aspectos que constituem a própria geometria dinâmica.

### 4.1.2 *Softwares* de geometria dinâmica e suas potencialidades para a construção de conjecturas matemáticas

Pesquisadores em Educação Matemática têm abordado a temática do ensino de prova a partir do trabalho com SGD (HOYLES; JONES, 1998; HANNA, 2000; MARIOTTI, 2000; JONES, 2000; HÖLZL, 2001; de VILLIERS, 2001; STYLIANIDES; STYLIANIDES, 2005; OLIVERO; ROBUTTI, 2007; JAHN; HEALY, 2008; SINCLAIR; YURITA, 2008; ZULATTO, 2010; JANZEN, 2011). Ao longo deste tópico buscamos constituir um entrelaçamento dos aspectos teóricos sobre o uso de SGD a partir da própria caracterização desses recursos tecnológicos, bem como explicitar as diferentes interpretações que os referidos pesquisadores apresentam sobre o ensino de prova a partir do uso de um SGD.

Sendo assim, questionamos de que forma o SGD pode contribuir para o pensamento geométrico dos estudantes e gerar provas matemáticas? Para Hoyles e Jones (1998) com o uso de um SGD, objetos básicos, como pontos, retas e circunferências podem ser criados e explorados por meio da movimentação. Esses recursos tecnológicos fornecem o modelo da geometria euclidiana, apresentando um *feedback* por meio do arrastar[50] para saber se as construções ou teoremas estão "corretos" (HOYLES; JONES, 1998). Entendemos que o "arrastar" ou o "teste do arrastar" é constituinte da geometria dinâmica e o seu uso permite que as conjecturas matemáticas possam ser exploradas e visualizadas no trabalho com tópicos geométricos.

Uma construção geométrica realizada com o uso de um SGD "[...] pode proporcionar uma oportunidade para alguns estudantes considerar o 'porquê...',

---

[50] *"dragging" (HOYLES; JONES, 1998).*

além do ‘o que se...’ e o ‘que se não...’”[51] (HOYLES; JONES, 1998, p.123 – tradução nossa). Segundo os autores, para esta oportunidade ser gerada é necessária a criação de tarefas relacionadas com a concepção da geometria dinâmica, conectada com duas questões. A primeira questão envolve a garantia de que os estudantes trabalhem com aspectos geométricos verdadeiros em geometria euclidiana e a segunda que as experiências dos estudantes os permitam explicar que esses fatos geométricos são verdadeiros (HOYLES; JONES, 1998).

Entendemos que essas duas questões estão atreladas à exploração de aspectos geométricos com o uso do SGD e à explicação de que esses aspectos são verdadeiros segundo a geometria euclidiana. Hanna (2000) discute a exploração, a heurística e a visualização como facetas que podem contribuir para o ensino de uma prova. Nesta seção, abordamos a exploração.

Segundo Hanna (2000, p.12 – tradução nossa) “O *software* de geometria dinâmica tem o potencial de provocar a exploração e a prova ao mesmo tempo[52]”. A autora afirma que “Os estudantes podem também facilmente testar conjecturas por meio da exploração das propriedades dadas pelas construções que eles têm produzido ou mesmo ‘descobrir’ novas propriedades[53]” (HANNA, 2000, p.12 - tradução nossa).

Nesse sentido, nos perguntamos quais conjecturas podem ser reveladas pela exploração com o uso de um SGD? Quais aspectos podem ser indicadores ou constituintes de uma prova no SGD? Em busca de respostas para esses questionamentos, usamos três questões elaboradas por Laborde (2001, p.285 – tradução nossa): “Como os objetos matemáticos e as relações são afetados pela tecnologia? Quais aspectos são preservados? Quais aspectos são modificados?[54]”

Entendemos que tais questões perpassam esta seção. Ou seja, essas questões norteiam as discussões que realizamos ao longo dessa seção e não serão respondidas de modo imediato. Na perspectiva de iniciar a elaboração de respostas para essas questões, apresentamos um exemplo presente em Hanna (2000, p. 13 – tradução nossa).

---

[51] *“[…] may provide an opportunity for some students to consider the ‘why….’ In addition to the ‘what if….’ and the ‘what if not...’ […]” (HOYLES; JONES, 1998, p.123).*

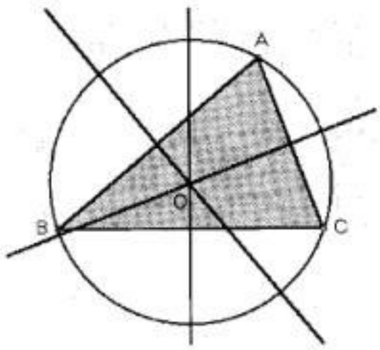
[52] *“Dynamic software has the potential to encourage both exploration and proof” (HANNA, 2000, p.12).*

[53] *“Students can also easily test conjectures by exploring given properties of the constructions they have produced, or even ‘discover’ new properties” (HANNA, 2000, p.12).*

[54] *“How are mathematical objects and relations affected by technology? What aspects are preserved? What aspects are changed?” (LABORDE, 2001, p.285).*

> Um exemplo mostrará como as capacidades do *software* de geometria dinâmica poderia levar alguns a questionar a necessidade de prova analítica. Suponha que um estudante quer "provar" o teorema que, em qualquer triângulo mediatrizes se cruzam em um único ponto. O estudante poderia, no papel, construir um triângulo e as suas três mediatrizes e mostrar que isso é verdadeiro. Mas realizar esta construção com Cabri Geometry[55] ou Geometer's Sketchpad[56] tem uma vantagem importante. Ele permite que o estudante escolha um ponto no triângulo e arraste o triângulo sobre a tela, de tal maneira que ele muda sua forma. Como isso é feito, as mediatrizes são continuamente redesenhadas corretamente. Isso mostra ao estudante que as três mediatrizes ainda se cruzam em um único ponto, chamado de circuncentro do triângulo, não importa qual a forma do triângulo ([Figura 4])[57].

Figura 4 – Circuncentro de um triângulo




Fonte: Hanna (2000, p.13).

O exemplo apresentado por Hanna (2000) nos permite considerar que o SGD, "[...] proporciona ao aluno uma forte evidência de que o teorema é verdadeiro (e reforça o valor da exploração, em geral, dando aos estudantes a confiança em um teorema)"[58] (HANNA, 2000, p.13 – tradução nossa). Segundo a autora, a exploração não é uma questão nova e era uma faceta importante no processo de prova antes mesmo dos computadores terem sido inventados.

---

[55] *Software* de geometria dinâmica. Detalhes disponíveis: <http://www.cabri.com/>

[56] *Software* de geometria dinâmica. Detalhes disponíveis: < http://www.dynamicgeometry.com/>

[57] *An example will show how the capabilities of dynamic software could move some to question the need for analytical proof. Suppose a student wants to 'prove' the theorem that in any triangle the perpendicular edge bisectors intersect at a single point. The student could, on paper, construct a triangle and its three perpendicular bisectors and show that this is true. But carrying out this construction with Cabri Geometry or Geometer's Sketchpad has an important advantage. It allows the student to grab a point on the triangle and pull the triangle over the screen in such a manner that it changes its shape. As this is done, the perpendicular bisectors are continuously redrawn correctly. This shows the student that the three perpendicular bisectors still intersect at a single point, called the circumcentre of triangle, no matter what the shape of the triangle (Figure 1 [4]) (HANNA, 2000, p.13).*

[58] *"[…] provides the student with strong evidence that the theorem is true (and reinforces the value of exploration in general in giving students confidence in a theorem)" (HANNA, 2000, p.13).*

Dessa maneira, a explanação da autora nos leva a considerar que a exploração é uma faceta que colabora para a evidência de uma prova no trabalho com um SGD. Por isso, segundo a autora "O que realmente precisamos fazer, é claro, não é substituir a prova pela exploração, mas de fazer uso de ambos"[59] (HANNA, 2000, p.14). Como enfatizamos anteriormente, defendemos que a exploração contribui para o estabelecimento de uma prova. Mas em que sentido a exploração pode contribuir para essa prova?

Hanna (2000) salienta dois aspectos referentes à relação entre exploração e prova. O primeiro que a própria exploração matemática, com ou sem o auxílio de um computador, faz uso do raciocínio dedutivo, que é o próprio fundamento da prova. O segundo aspecto apontado pela autora é que explorar e provar são atividades separadas, mas complementares e se reforçam mutuamente. Hanna (2000) salienta ainda que a exploração encaminha a descoberta, enquanto a prova é uma confirmação. Nesse sentido, entendemos, com base na autora, que a exploração não reflete a totalidade da própria matemática, que só pode ser alcançada por meio da demonstração. Contudo, é necessário um entendimento pedagógico dos educadores matemáticos para que os estudantes compreendam que a exploração pode ser útil na formulação e teste de conjecturas, mas que não constitui uma prova (HANNA, 2000).

Outra faceta que consideramos como indicadora de uma prova é a validação. Segundo Nacarato, Gomes e Grando (2008) na Educação Básica faz sentido aos professores e aos estudantes tratarem de processos de validação e não de demonstrações formais. Também acreditamos que no Ensino Fundamental, nosso foco de Cyberformação Semipresencial, a validação contribui para o estudo de tópicos geométricos. A partir isso, contemplamos como um SGD se mostra para a validação das conjecturas produzidas na relação que estabelecemos com esse recurso.

Para tratarmos dessa validação, apresentamos Stylianides e Stylianides (2005). Esses autores ao abordarem os ambientes de geometria dinâmica e da

---

[59] *"What we really need to do, of course, is not to replace proof by exploration, but to make use of both" (HANNA, 2000, p.14).*

geometria clássica, argumentam que em ambos, as construções são genericamente definidas como soluções válidas de problemas[60] de construção.

Em geometria euclidiana clássica, com papel e lápis, o critério de validação para uma solução de um problema de construção exige que a solução seja válida se, e somente se, tiver sido produzida usando apenas régua e compasso. Em ambientes de geometria dinâmica, o critério de validação em uma construção geométrica é válido se e somente se esta mantêm as propriedades que a constituem no teste do arrastar (STYLIANIDES; STYLIANIDES, 2005). Defendemos que essa é a diferença em relação ao ambiente com lápis e papel, na abordagem pedagógica de um SGD em sala de aula, ou seja, a discussão das conjecturas geométricas ao arrastar o objeto geométrico construído. Discutimos evidências da diferença entre os dois ambientes a partir de construções geométricas ao longo desse capítulo.

De acordo com esses autores, a aceitação do teste de arrastar como um indicador de validade das soluções de questões geométricas como necessária e suficiente suporta uma inconsistência no conjunto de figuras construídas entre a geometria incorporada em SGD e na geometria euclidiana clássica (STYLIANIDES; STYLIANIDES, 2005). Para os referidos autores,

> [...] o teste do arrastar pode permitir a validade das construções criadas usando instrumentos de medição (tais como medidas de ângulo, cálculos e rotações usando ângulos numericamente especificados). Tais construções, no entanto, são incompatíveis com a geometria clássica, em que os únicos instrumentos permitidos são a régua e o compasso[61] (STYLIANIDES; STYLIANIDES, 2005, p.32 – tradução nossa).

Diante disso, os referidos autores apresentam dois critérios de validação de soluções de construções geométricas em SGD (STYLIANIDES; STYLIANIDES, 2005). O primeiro foi nomeado como *critério* do *teste de arrastar*[62] e revela que uma solução de uma atividade de construção geométrica realizada em um ambiente de geometria dinâmica é válida se e somente se a construção final mantiver as suas propriedades geométricas sob o arrastar. O segundo foi chamado de *critério de compatibilidade*, o qual abrange o primeiro critério e que o processo de construção geométrica não pode violar as restrições de construção de um ambiente de

---

[60] Os referidos autores usam o termo "problema" para designar tarefas envolvendo construções geométricas. Sendo assim, discutimos aspectos em relação às construções geométricas e não temos a pretensão de associar as concepções de problema presentes na literatura para a presente tese.
[61] *"[…] the drag test may permit the validity of constructions created using measurement tools (such as angle measures, calculations, and rotations using numerically specified angles). Such constructions, however, are inconsistent with the classical geometry, in which the only tools permitted are straightedge and compass"* (*STYLIANIDES; STYLIANIDES, 2005, p.32).*
[62] A criação foi baseada nas observações de Jones (2000) e Mariotti (2001) sobre o teste de arrastar.

geometria dinâmica (STYLIANIDES; STYLIANIDES, 2005). Entendemos que esses critérios mostram que para realizarmos construções geométricas em um SGD necessitamos construir o objeto matemático a partir das propriedades que o constituem, o que não se mostra, por exemplo, na união de quatro segmentos para a formação de um quadrado, como evidenciado na figura a seguir.

Figura 5 – Construção de um quadrado

Fonte: "ABCD parece um quadrado, mas ele não é"[63] (SCHER, 2005, p.116 – tradução nossa)

Scher (2005) argumenta que para checar se um quadrilátero desenhado em um caderno é um quadrado, basta medir seus lados e ângulos: "Se os lados são iguais e os ângulos medem 90 graus, o quadrilátero é um quadrado"[64] (SCHER, 2005, p.115 – tradução nossa). Mas, segundo o referido autor, se o quadrilátero é interativo e não foi construído a partir das propriedades que constituem essa figura geométrica, mesmo delimitando as medidas pelo SGD, este ainda não se configura como um quadrado. Como constatamos pela Figura 5, há deformação do quadrado após o teste de arrastar.

Em relação ao processo de validação de construções geométricas com o uso de um SGD, Stylianides e Stylianides (2005) apontam a importância dos instrumentos de medição que esses recursos tecnológicos disponibilizam (ângulo, área, perímetro, distância entre dois pontos). Nesse mesmo contexto, Olivero e Robutti (2007) destacam o uso de medidas como ferramentas para a formulação de conjecturas e indicadores de prova, que é a nossa próxima faceta a ser considerada.

Olivero e Robutti (2007) descrevem cinco modalidades de medição com o uso de um SGD, a saber:

---

[63] *"ABCD look likes a square, but it isn't" (SCHER, 2005, p.117).*
[64] *"If the sides are equal and the angles measure 90 degrees, the quadrilateral is a square" (SCHER, 2005, p.115).*

(1) *medição casual*: em que os estudantes não apresentam ideias claras sobre a configuração do *software*, de modo que essa exploração da situação geométrica é realizada de forma aleatória;

(2) *medição guiada*: podem ser examinados casos particulares em relação às propriedades de figuras geométricas;

(3) *medição perceptual*: pode servir como um meio de verificar a validade de uma percepção, modalidade em que os estudantes não tem certeza de sua percepção, de modo que eles usam medidas a fim de validar a percepção. Os estudantes podem passar para o campo teórico se ocorrer a transformação dessa percepção em uma conjectura;

(4) *medição de validação*: esta modalidade diz que após a formulação de uma conjectura, as medições podem ser usadas para verificar a conjectura, aceitando-a ou refutando-a. Os autores salientam que essa modalidade é semelhante ao teste do arrastar em que podemos verificar a manutenção das propriedades da contrução geométrica e assim vincular o campo teórico com a figura construída; e a

(5) *medição para a prova*, em que os estudantes podem voltar ao SGD após a construção de uma demonstração, a fim de entender essa prova, uma vez que as medições são usadas, geralmente, em figuras estáticas (OLIVERO; ROBUTTI, 2007).

Salientamos que essas modalidades podem ser observadas em uma mesma situação ou de forma específica. Entendemos que o uso de medidas pode contribuir com os processos de argumentação para a prova de uma proposição geométrica por meio do trabalho com um SGD no Ensino Fundamental.

Relembramos que nesta subseção já tratamos da exploração, da validação e do uso de medidas em um SGD como facetas para a elaboração de uma prova. A quarta faceta que ponderamos é a possibilidade de mudança de discurso matemático (SINCLAIR; YURITA, 2008) na formulação de conjecturas por meio da exploração das construções geométricas realizadas, as quais buscam ser validadas.

Sinclair e Yurita (2008) verbalizam uma preocupação sobre “como” os estudantes se envolvem em construções geométricas usando um SGD, ressaltando que, muitas vezes, não há a realização do teste do arrastar, ou seja, como os estudantes interpretam e pensam as imagens dinâmicas que observam em sala de aula? Uma das questões elaboradas por Sinclair e Yurita (2008, p.2 – tradução nossa) é a seguinte:

> São essas imagens dinâmicas meras versões melhoradas das imagens dos seus livros, ou eles obtêm outras maneiras de conceituar os objetos de ambientes de geometria dinâmica, se são pontos e linhas ou formas construídas, como quadrados e paralelogramos?[65]

Entendemos que a imagem dinâmica gera uma percepção visual distinta como aponta Hanna (2000). Contudo, acreditamos que as imagens dinâmicas não são meras versões melhoradas dos livros, pelo contrário, como já mostramos ao longo dessa seção, a exploração produzida pelo professor e estudantes na relação com o SGD gera possibilidades para a formulação de conjecturas que podem gerar uma prova.

Sinclair e Yurita (2008) elaboram um exemplo ao comparar um quadrado desenhado no quadro-negro e um quadrado construído com o uso de um SGD, dizendo que esses podem diferir tanto na forma como eles foram feitos e como eles podem ser tratados em termos conceituais, como apresentamos anteriormente a partir de Scher (2005). O avanço refletido pelas autoras se mostra em relação ao discurso matemático produzido em geometria dinâmica.

As autoras questionam: quais mudanças ocorrem da transição do estático para o dinâmico na maneira do professor comunicar, discutir sobre objetos geométricos e as relações entre eles? Diante disso, as autoras discutem que o modo de pensar do professor difere da forma de pensar em relação às figuras estáticas. A diferença no modo de pensar com a introdução de um SGD enfoca aspectos de mudança de discurso matemático. Essa mudança de discurso gera narrativas necessárias ou assumidas pela geometria dinâmica, em que professores podem contribuir na legitimação da geometria dinâmica, seja em seus próprios termos ou em relação à geometria estática (SINCLAIR; YURITA, 2008).

Em síntese, nesta subseção, compreendemos quatro facetas (exploração, validação, uso de medidas e mudança no discurso matemático) do uso de um SGD e como essas podem ser indicadores de uma prova, considerando as características de um ambiente de geometria dinâmica. Na próxima subseção, mostramos as

---

[65] *"Are these dynamic images mere enhanced versions of the images in their textbooks, or do they elicit other ways of conceptualising the objects of DGEs* [Dynamic Geometry Environments]*, whether they are points and lines, or constructed shapes such as squares and parallelograms?" (SINCLAIR; YURITA, 2008, p.2).*

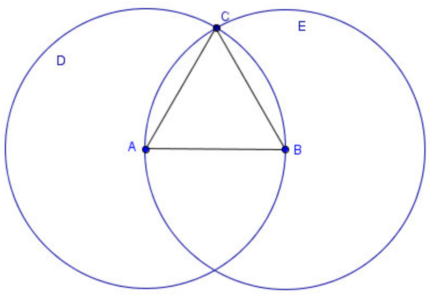
demonstrações sintéticas realizadas por Euclides, apresentando o processo de construção e também a construção realizada com o uso de um SGD, apontando aspectos que contribuem para o ensino de uma prova dos tópicos geométricos: triângulos e quadrados.

### 4.1.3 A demonstração sintética segundo a geometria euclidiana plana e as facetas indicadoras de prova por meio do uso de *softwares* de geometria dinâmica: olhares para aspectos teóricos de triângulos e quadrados

Nesta seção, compreendemos aspectos teóricos de triângulos e de quadrados, segundo a demonstração sintética, apresentada por Euclides, em *Os Elementos* e as facetas da exploração, da validação, do uso de medidas e da mudança de discurso matemático no uso de um SGD como indicadoras de uma prova. Iniciamos tratando dos triângulos e sua classificação quanto aos lados.

Euclides apresenta a classificação de triângulos quanto aos lados na definição 20: "E, das figuras triláteras, por um lado, triângulo equilátero é o que tem os três lados iguais, e, por outro lado, isósceles, o que tem só dois lados iguais, enquanto escaleno, o que tem os três lados desiguais" (EUCLIDES, 2009, p.98). A partir disso, apresentamos como Euclides (2009) realiza a construção de um triângulo equilátero e a demonstração da Proposição 1, com base na Figura 6.

Figura 6 – Construção de um triângulo equilátero




Fonte: Euclides (2009, p.99).

> *1. Construir um triângulo equilátero sobre a reta limitada dada.*
>
> Seja a reta limitada dada AB. É preciso, então, sobre a reta AB construir um triângulo equilátero. Fique descrito, por um lado, com o centro A, e, por outro lado, com a distância AB, o círculo BCD, e de novo, fique descrito, por um lado, com o centro B, e, por outro lado, com a distância BA, o círculo ACE, e, a partir do ponto C, no qual os círculos se cortam, até os pontos A, B, fiquem ligadas as retas CA, CB. E, como o ponto A é centro do círculo CDB, a AC é igual à AB; de novo, como o ponto B é centro do círculo CAE,

> a BC é igual à BA. Mas a CA foi também provada igual à AB; portanto, cada uma das CA, CB é igual à AB. Mas as coisas iguais à mesma coisa são também iguais entre si; portanto, também a CA é igual à CB, portanto, as três CA, AB, BC são iguais entre si. Portanto, o triângulo ABC é equilátero, e foi construído sobre a reta limitada dada AB. [Portanto, sobre a reta limitada dada, foi construído um triângulo equilátero]; o que era preciso fazer (EUCLIDES, 2009, p.99 – grifo do autor).

Dessa maneira, retomamos nossa discussão anterior sobre demonstração para os matemáticos e para os educadores matemáticos e questionamos: como trabalhar com uma construção geométrica como a de Euclides na Educação Básica? Faz sentido para os estudantes? Quais aspectos da geometria euclidiana podem ser trabalhados na Educação Básica?

Adotamos neste texto a demonstração sintética de Euclides, pois apresenta a construção geométrica. Dessa forma, acreditamos que o uso do SGD pode potencializar o processo de construção geométrica e permitir a exploração de conjecturas por meio do teste do arrastar, desvelando explicações para a validação dessas conjecturas, as quais, segundo Hanna (2000), favorecem a constituição de uma prova.

Pelo viés da Educação Matemática, apresentamos dois questionamentos de Nacarato, Gomes e Grando (2008, p.31): “O aluno do Ensino Fundamental consegue validar suas construções? Por quais caminhos?” Nesse sentido, buscamos pontuar aspectos teóricos da geometria euclidiana plana e de construções geométricas com o uso de um SGD que podem ser discutidos no âmbito do Ensino Fundamental.

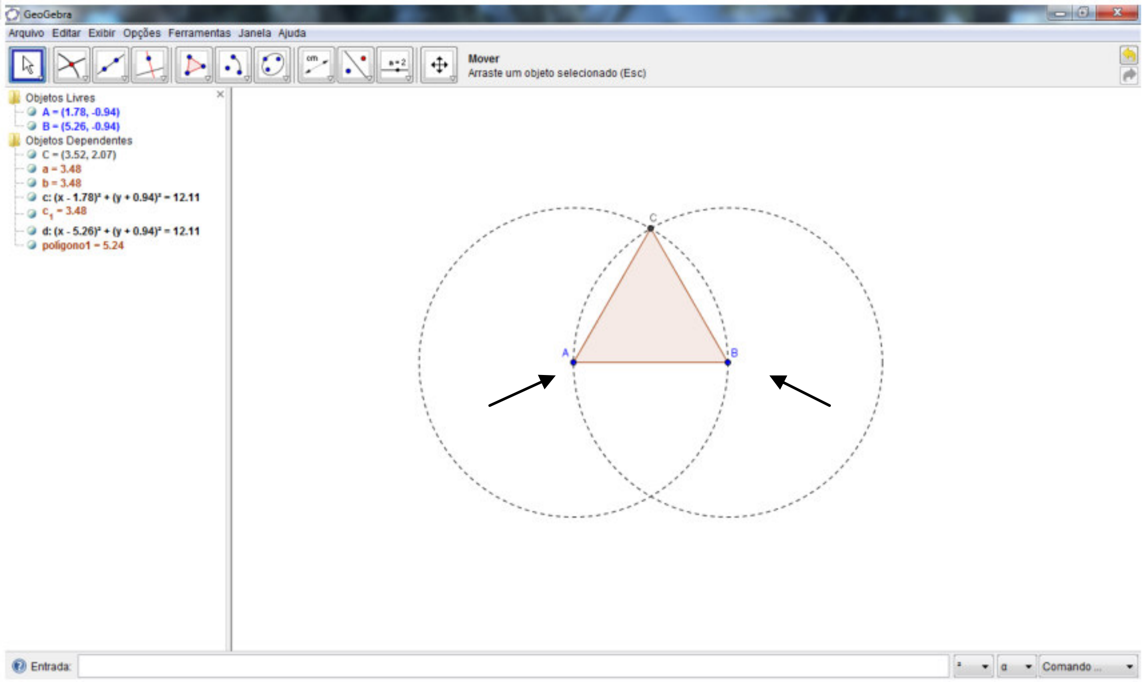
Janzen (2011, p.47) ao se referir às construções geométricas com SGD, enfatiza que a construção geométrica “[...] é feita mediante algumas primitivas que são disponibilizadas pelo software, como ponto, reta, círculo, retas paralelas ou perpendiculares apresentando inclusive a possibilidade de utilizar transformações geométricas [...]”. Segundo a autora, “Isso gera toda uma relação de dependência na figura construída” (JANZEN, 2011, p.47). Para tanto, apresentamos a construção do triângulo equilátero com o uso de um SGD, buscando mostrar como esse recurso tecnológico pode ampliar as possibilidades de estudo de tópicos geométricos no Ensino Fundamental. Janzen (2011, p.47) apresenta os seguintes procedimentos para a construção:

> Se construirmos um triângulo equilátero ABC a partir dos pontos A e B, então C não pode ser arrastado, apenas A e B. De um ponto de vista relacional não há necessidade de distinguir entre os pontos A, B e C, pois todos são vértices do triângulo equilátero e, portanto, possuem as mesmas

> propriedades, mas no software é diferente, pois A e B definem a posição de C enquanto que C não determina a posição de A e B [...]

A Figura 7 mostra a explanação realizada pela autora em relação à construção e as propriedades do triângulo equilátero, na qual, indicamos com duas setas, os pontos A e B, os quais podem ser movimentados, pois são pontos livres.

Figura 7 – Construção de um triângulo equilátero com um SGD




Fonte: Janzen (2011, p.48).

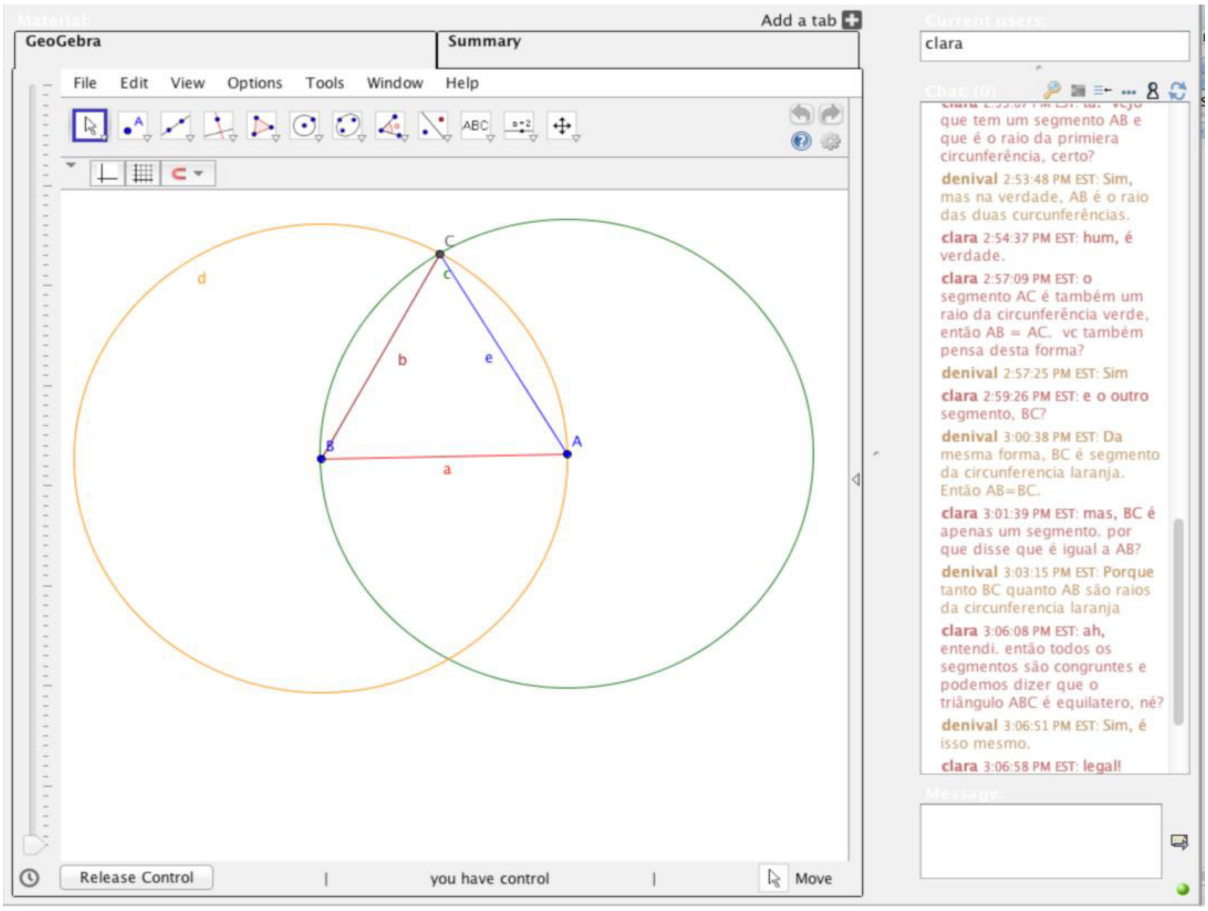
Janzen (2011, p.47) explica que com um SGD "[...] não é permitido arrastar pontos dependentes, e a distinção entre 'arrastável' (*dragable*) e 'não arrastável' (*non-dragable*) aparece". Essa distinção, segundo a autora, apoiada em Hölzl (1996), é desconhecida e desnecessária em um ambiente de papel e lápis, mas é importante em um ambiente de geometria dinâmica. Ela é importante, pois é justamente ela que permite o teste do arrastar.

Powell (2014) também discute a construção do triângulo equilátero com o u so do *software* GeoGebra, realizada por professores de matemática, no ambiente VMT[66]. A Figura 8 mostra os procedimentos da construção geométrica de segmentos

[66] "Virtual Math Teams com GeoGebra - VMT ou VMTcG - (Equipes Matemáticas Virtuais com o GeoGebra, VMTcG), que incorpora uma versão do GeoGebra multiusuário e síncrona. O uso do VMTcG tem como o foco o avanço das práticas matemáticas e discursivas através da resolução, de forma colaborativa, de problemas matemáticos" (POWELL, 2014, p.6).

e circunferências e a discussão entre os participantes, que vão ao encontro do que Janzen (2011) expressa sobre a característica do SGD.

Figura 8 – Construção de um triângulo equilátero e a prova matemática




Fonte: Powell (2014, p.6).

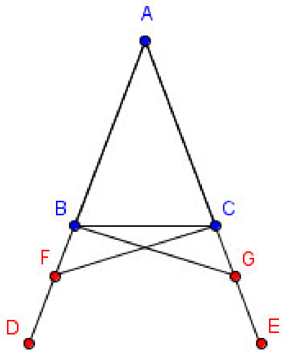
A discussão entre os professores os leva a conjecturar que todos os segmentos são congruentes (POWELL, 2014). A seguir, destacamos os processos de construção

> O professor constrói uma figura na janela do GeoGebra, e a professora lhe pergunta sobre o que fez: *"Tudo bem? o que fez aqui?"* Ele explica: *"Primeiro, eu usei a ferramenta Circle with Center through a Point (Círculo dados centro e um de seus pontos) para traçar uma circunferência com centro A.... com a mesma ferramenta, tracei a circunferência com centro em B, passando pelo ponto A".* Pela conversa entre eles, a professora percebe a seguinte relação entre objetos: *"o segmento AC é também um raio da circunferência verde, então AB = AC. vc também pensa desta forma?"*. Ele responde: *"Da mesma forma, BC é segmento da circunferência laranja. Então AB=BC".* A seguir, ela faz esta conclusão: *"ah, entendi. então todos os segmentos são congruentes e podemos dizer que o triângulo ABC é equilátero, né?"* (POWELL, 2014, p.7 – grifo do autor).

A partir da construção geométrica, Powell (2014, p.12), conclui que "[...] a discussão escrita sobre objetos e relações levou os professores a conjeturar e justificar que, dentro da figura, existe um triângulo equilátero". Ainda o autor pontua que "Discursivamente, os dois professores conseguiram demonstrar o primeiro teorema coletado e demonstrado em *Os Elementos* de Euclides" (POWELL, 2014, p.12). A construção realizada permite o arrastar dos pontos A e B, em que as propriedades do triângulo equilátero são mantidas e consequentemente a validação da referida Proposição é estabelecida, conforme pontua Janzen (2011).

Mantendo a processualidade de demonstrações apresentadas por Euclides, em *Os Elementos*, neste momento, tratamos do triângulo isósceles. Euclides apresenta a demonstração de que os ângulos iguais junto à base de um triângulo isósceles são iguais entre si, ao demonstrar a Proposição 5 e para isso, considera a construção (Figura 9).

Figura 9 – Construção de um triângulo isósceles



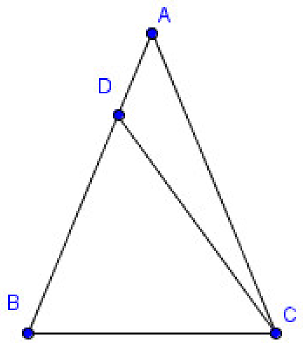

Fonte: Euclides (2009, p.102).

> *5. Os ângulos junto à base dos triângulos isósceles são iguais entre si, e, tendo sido prolongadas ainda mais as retas iguais, os ângulos sob a base serão iguais entre si.*
>
> Seja o triângulo isósceles ABC, tendo o lado AB igual ao lado AC, e fiquem prolongadas ainda mais as retas BD, CE sobre uma reta com as AB, AC; digo que, por um lado, o ângulo sob ABC é igual ao sob ACB, e, por outro lado, o sob CBD, ao sob BCE. Fique, pois, tomado sobre a BD o ponto F, encontrado ao acaso, e fique subtraída da maior AE a AG igual à menor AF, e fiquem ligadas as retas FC, GB. Como, de fato, por um lado, a AF é igual à AG, e, por outro lado, a AB à AC, então, as duas FA, AC são iguais às duas GA, AB, cada uma a cada uma; e contêm o ângulo sob FAG comum; portanto, a base FC é igual à base GB, e o triângulo AFC será igual ao triângulo AGB, e por outro lado, o sob AFC ao sob AGB. E, como a AF toda é igual à AG toda, das quais a AB é igual à AC, portanto, a restante BF é igual à restante CG. Mas também a FC foi provada igual à GB; então, as duas BF, FC são iguais às duas CG, GB, cada uma a cada uma; também o ângulo sob BFC é igual ao ângulo sob CGB, e a base BC deles é comum; portanto, também o triângulo BFC será igual ao triângulo CGB, e os ângulos restantes serão iguais aos ângulos restantes, cada um a cada um, sob os quais se estendem os lados iguais; portanto, por um lado, o sob FBC é igual

> ao sob GCB, e, por outro lado, o sob BCF ao sob CBG. Como, de fato, o ângulo sob ABG todo foi provado igual ao ângulo sob ACF todo, dos quais o sob CBG é igual ao sob BCF, portanto, o sob ABC restante é igual ao sob ACB restante; e estão junto à base do triângulo ABC. Mas foi provado também sob FBC igual ao sob GCB; e estão sob a base. Portanto, **os ângulos junto à base dos triângulos isósceles são iguais entre si**, e, tendo sido prolongadas ainda mais as retas iguais, os ângulos sob a base serão iguais entre si; o que era preciso provar (EUCLIDES, 2009, p.102-103 – grifo nosso).

A Proposição 6 trata da prova quando dois ângulos de um triângulo são congruentes, os lados que se estendem sob estes ângulos também são congruentes (EUCLIDES, 2009). A partir da Figura 10, Euclides realiza a demonstração da Proposição 6.

Figura 10 – Proposição 6




Fonte: Euclides (2009, p.103).

> *6. Caso os dois ângulos de um triângulo sejam iguais entre si, também os lados que se estendem sob os ângulos iguais serão iguais entre si.*
>
> Seja o triângulo ABC, tendo o ângulo sob ABC igual ao ângulo sob ACB; digo que também o lado AB é igual ao lado AC. Pois, se a AB é desigual à AC, uma delas é maior. Seja maior a AB, e fique subtraída da maior AB a DB igual à menor AC, e fique ligada a DC. Como, de fato, a DB é igual à AC, e a BC é comum, então, as duas DB, BC são iguais às duas AC, CB, cada uma a cada uma, e o ângulo sob DBC é igual ao ângulo sob ACB; portanto, a base DC é igual à base AB e o triângulo DBC será igual ACB, o menor, ao maior; o que é absurdo; portanto, a AB não é desigual à AC; portanto, é igual. Portanto, **caso os dois ângulos de um triângulo sejam iguais entre si, também os lados que se estendem sob os ângulos iguais serão iguais entre si**; o que era preciso provar (EUCLIDES, 2009, p.103 – grifo nosso).

Após a descrição das demonstrações sintéticas do triângulo isósceles em Euclides (2009), buscamos explicar as características desse tipo de triângulo com o uso de um SGD. Zulatto (2010) apresenta argumentações geométricas sobre a construção do triângulo isósceles com o uso do SGD Geometricks[67]. As formas de

[67] Maiores detalhes sobre esse SGD em: <http://www.rc.unesp.br/igce/matematica/tricks/sobre.htm >

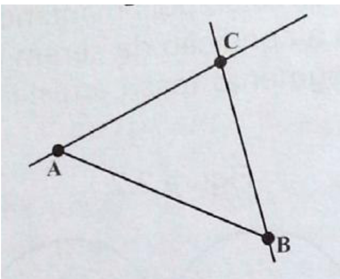
conjecturar e validar dos professores, que discutiram sobre a construção de triângulos isósceles se aproximam das argumentações produzidas por Olivero e Robutti (2007) sobre o uso de medidas como indicador de uma prova.

Uma das construções do triângulo isósceles, apresentada em Zulatto (2010, p.138), contempla o uso de medidas. Zulatto (2010, p.138) relata o processo de construção do triângulo isósceles, feita por um professor da Educação Básica, baseada no uso de medidas.

> Após construir o segmento AB, encontrou a reta que passava por A e tinha ângulo de 50º com o segmento AB. Por B encontrou a reta que tinha 130º no sentido anti-horário com o segmento AB, garantindo 50º em B, interno no triângulo ABC [Figura 11].

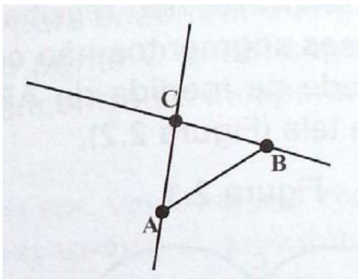
Segundo Zulatto (2010, p.138) essa construção manteve as propriedades do triângulo isósceles, “[...] mesmo quando arrastada pela tela, pois o comando utilizado garantia medidas fixas dos ângulos internos de ABC: A=50º B=50º e C=80º, que satisfaziam as condições de definição do triângulo isósceles”. Ainda a autora afirma que “Em discussão com o grupo foi observado que, dessa forma, no entanto, apenas as medidas dos lados do triângulo poderiam ser alteradas” (ZULATTO, 2010, p.138). Essas constatações se mostram na Figura 12, após o teste do arrastar, em comparação com a Figura 11 (retoma o processo de construção, apresentado anteriormente).

Figura 11 – Triângulo isósceles construído com um SGD




Fonte: Zulatto (2010, p.138).

Figura 12 – Triângulo isósceles após o teste do arrastar

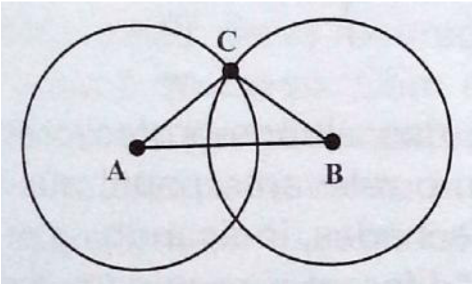



Fonte: Zulatto (2010, p.138).

Entendemos que após o teste de arrastar do objeto geométrico, com o uso de um SGD, apresentado por Zulatto (2010), há a validação das características do triângulo isósceles. A mesma autora relata outro processo de construção do triângulo isósceles, com o uso do Geometricks, construído por um professor de matemática. Apresentamos os procedimentos de construção geométrica relatado pela autora, posteriormente, evidenciado pela Figura 13:

> [...] a partir de um segmento AB inicialmente construído, traçou duas circunferências com raios fixos, uma com centro em A e outra com centro em B. Enfatizou que o raio deveria ser maior que a metade do comprimento do segmento AB, então julgou que a medida 6 seria suficiente. Marcando as intersecções, encontrou o ponto C e traçou o triângulo ABC [...] (ZULATTO, 2010, p.137).

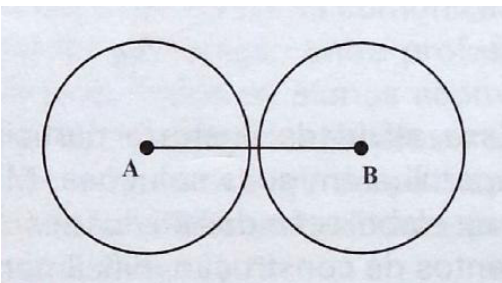
Figura 13 – Triângulo isósceles construído com um SGD




Fonte: Zulatto (2010, p.137).

A partir dessa construção, a autora salienta: "Essa construção garantia que ABC era um triângulo isósceles. Como os raios das circunferências eram os mesmos, então AC=BC" (ZULATTO, 2010, p.137). No entanto, segundo Zulatto (2010, p.137), essa mesma construção geométrica, "[...] no *software*, não resistia ao teste do arrastar, pois mantendo AC=BC=6, esses segmentos não conservariam a condição de serem maiores que a metade da medida de AB, se esse segmento fosse arrastado livremente pela tela", o que é mostrado pela autora por meio da Figura 14.

Figura 14 – "Triângulo isósceles" após o teste de arrastar

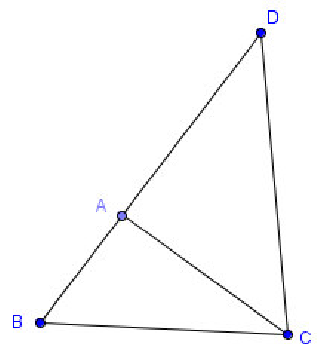



Fonte: Zulatto (2010, p.137).

Entendemos que as construções discutidas em Zulatto (2010) e as tentativas de provar geometricamente a manutenção das propriedades do triângulo isósceles foram baseadas no uso de medidas. Olivero e Robutti (2007) explicitam que o SGD pode ser usado como recurso de validação com o uso de medidas, verificando as conjecturas. Conforme esses autores, o uso de medidas é geralmente tratado em figuras estáticas (OLIVERO; ROBUTTI, 2007), que não é caso dos ambientes de geometria dinâmica, que possuem a possibilidade do teste de arrastar.

O teste do arrastar permitiu discutir aspectos de validação em geometria dinâmica com o objetivo de contribuir com a aprendizagem matemática (ZULATTO, 2010). Nesse último caso, a construção realizada por um dos professores problematizou a condição de existência de um triângulo, abordada, em *Os Elementos*. A Figura 15 mostra o triângulo ABC e a demonstração da Proposição 20.

Figura 15 – Condição de existência de um triângulo

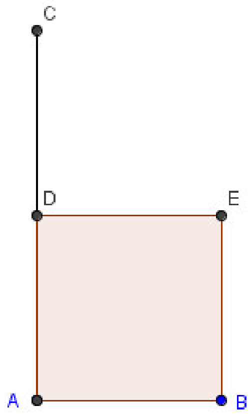



Fonte: Euclides (2009, p.112).

> *20. Os dois lados de todo triângulo, sendo tomados juntos de toda maneira, são maiores do que o restante.*
>
> Seja, pois o triângulo ABC; digo que os dois lados do triângulo ABC, sendo tomados juntos de toda maneira, são maiores do que o restante, por um lado, os BA, AC, do que o BC, e, por outro lado, os AB, BC, do que o AC, enquanto os BC, CA, do que o AB. Fique, pois, traçada através a BA até o ponto D, e fique posta a AD igual à CA, e fique ligada a DC. Como, de fato, a DA é igual à AC, também o ângulo sob ADC é igual ao sob ACD; portanto, o sob BCD é maior do que o sob ADC; e, como o DCB é um triângulo, tendo o ângulo sob BCD maior do que o sob BDC, e o maior lado é subtendido pelo maior ângulo, portanto, a DB é maior do que a BC. Mas a DA é igual à AC; portanto, as BA, AC são maiores do que a BC. Do mesmo modo, então, provaremos que também, por um lado, as AB, BC são maiores do que a CA, e, por outro lado, as BC, CA, do que a AB. Portanto, **os dois lados de todo triângulo, sendo tomados juntos de toda maneira, são maiores do que o restante**; o que era preciso provar (EUCLIDES, 2009, p.112-113 – grifo nosso).

Após tratar da condição de existência de triângulos e dos triângulos (isósceles e equilátero), discutidos em Cyberformação Semipresencial, passamos a tratar do quadrado, que também foi uma figura geométrica construída no processo de formação. A figura geométrica quadrado está descrita em *Os Elementos* pela definição 22: “E das figuras quadriláteras, por um lado, quadrado é aquela que é tanto equilátera quanto retangular, e, por outro lado, oblongo, a que, por um lado, é retangular, e, por outro lado, não equilátera [...]” (EUCLIDES, 2009, p.98). Na Figura 16, apresentamos a construção do quadrado, que corresponde à Proposição 46.

Figura 16 – Construção de um quadrado



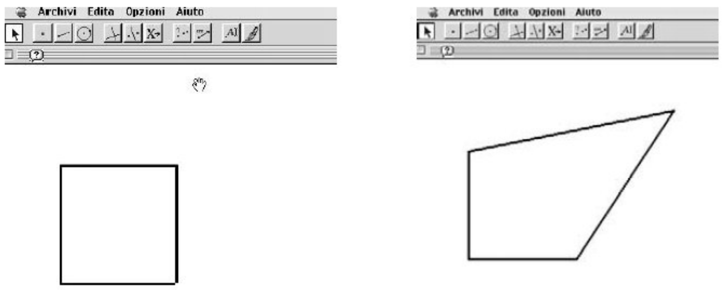

Fonte: Euclides (2009, p.132).

> *46. Descrever um quadrado sobre a reta dada.*
>
> Seja a reta dada AB; é preciso, então, descrever um quadrado sobre a reta AB. Fique traçada a AC em ângulos retos com a reta AB, a partir do ponto A sobre ela, e fique posta a AD igual à AB; e, por um lado, pelo ponto D, fique traçada a DE paralela à AB, e, por outro lado, pelo ponto B, fique traçada a BE paralela à AD. Portanto, o ADEB é um paralelogramo; portanto, por um lado, a AB é igual à DE, e, por outro lado, a AD, à BE. Mas a AB é igual à AD; portanto, as quatro BA, AD, DE, EB são iguais entre si; portanto, o paralelogramo ADEB é equilátero. Digo, então, que também é retangular. Pois, como a reta AD caiu sobre as paralelas AB, DE, portanto, os ângulos sob BAD, ADE são iguais a dois retos. Mas o sob BAD é reto; portanto, também o sob ADE é reto. Mas, das áreas paralelográmicas, tanto os lados quanto os ângulos opostos são iguais entre si; portanto, cada um dos ângulos sob ABE, BED, opostos, é reto; portanto, o ADEB é retangular. E foi provado também equilátero. Portanto, é um quadrado; e descrito sobre a reta AB; o que era preciso fazer (EUCLIDES, 2009, p.132).

Em relação aos procedimentos de construção do quadrado e a formulação de conjecturas com o uso de um SGD apresentamos questões teóricas do pensamento geométrico evidenciadas em Mariotti (2000), Gravina (2004) e Janzen (2011). Mariotti (2000), em particular, apresenta uma construção geométrica que permite discutir as propriedades que constituem o quadrado. Os procedimentos de construção geométrica solicitados pelo professor aos estudantes foram os seguintes: “Construa um segmento. Construa um quadrado que tem o segmento como um dos seus lados"[68] (MARIOTTI, 2000, p.37 – tradução nossa). A primeira solução é proposta pela ligação de quatro segmentos consecutivos, perceptivamente, organizados em um quadrado (MARIOTTI, 2000).

Mariotti (2000) explicita que na avaliação da solução, os estudantes sugerem medir os lados e os ângulos. A autora salienta que a discussão se mostra em torno do uso de medida e a precisão relacionada ao SGD. As discussões mostram que os estudantes buscam "controlar a figura" para que esta se mantenha como um quadrado, por meio do uso do *software*. Após a realização do teste de arrastar, realizada pelo professor, os estudantes concordaram que a figura construída não se mantinha como um quadrado (MARIOTTI, 2000), como mostra a Figura 17.

Figura 17 – Construção de um quadrado




Fonte: Mariotti (2000, p.38).

Janzen (2011) ao tratar das construções geométricas do quadrado explicita a construção "à mão livre", discutida em Mariotti (2000) e Scher (2005). Conforme Janzen (2011, p.49 – grifo nosso),

> [...] um quadrado construído 'à mão livre' na tela do computador, ao ser arrastado por um dos vértices perderá suas propriedades de ângulos retos e lados congruentes, mas se for construído pelas propriedades, não as perderá se for **arrastado**. Ou seja, essa estabilidade sob ação do movimento resulta exatamente das **relações geométricas impostas à construção**, evidenciando as propriedades características do quadrado enquanto objeto geométrico.

Dessa maneira, entendemos que as relações geométricas produzidas para a construção em um SGD de uma determinada figura geométrica, em que a validação das propriedades é mostrada pelo teste do arrastar. A argumentação construída por Janzen (2011) indica que os procedimentos de construção do quadrado revelam as propriedades que constituem o objeto matemático e que esses devem ser mantidos

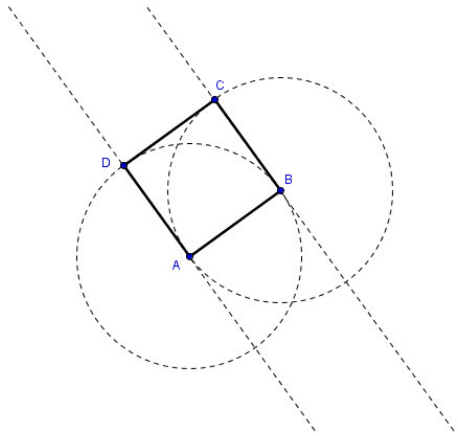
---

[68] *"Construct a segment. Construct a square which has the segment as one of its sides" (MARIOTTI, 2000, p.37).*

após o teste do arrastar e também são discutidos em Mariotti (2000) e Gravina (2004).

Segundo Gravina (2004), o quadrado estável, o que significa que não se deforma, como os casos mostrados anteriormente, ao ser arrastado por um de seus vértices (aqueles que podem ser movimentados), é obtido pelos seguintes procedimentos de construção: “Segmento AB; retas perpendiculares ao segmento passando pelos extremos; círculos de centro A passando por B e de centro B passando por A interceptando as retas em D e C; segmentos AD, DC e CB” (GRAVINA, 2004, p.115). A Figura 18 evidencia a figura geométrica construída.

Figura 18 – Construção de um quadrado a partir de suas propriedades

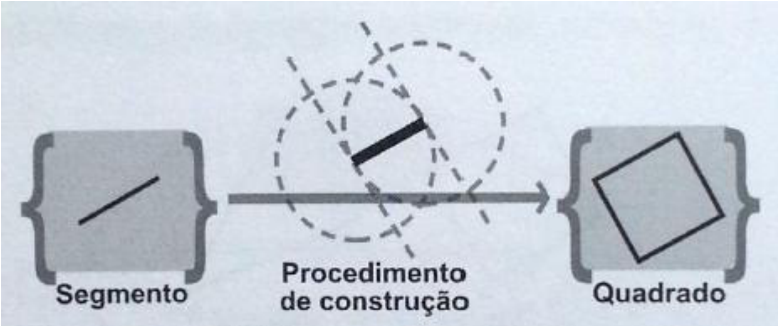



Fonte: Gravina (2004, p.115).

De acordo com Gravina (2004, p.116) “[...] a congruência do segmento DC aos demais lados, bem como a perpendicularidade nos vértices D e C são fatos não declarados na construção e ali ‘estão’ – são os fatos estáveis implícitos, então passíveis de demonstração”. Segundo Janzen (2011) a validação pode ser realizada com base na análise das propriedades do objeto matemático por meio do arrastar, nessse caso, mostrando que “[...] os lados são iguais entre si e os ângulos são retos” (LIMA; CARVALHO, 2014, p.119), como uma caracterização adotada no Ensino Fundamental segundo os últimos autores.

A validação da figura geométrica como um quadrado se dá, após a realização do teste de arrastar, pela manutenção das propriedades que constituem o quadrado, (JANZEN, 2011). Essa validação está diretamente relacionada com o procedimento de construção, o qual armazena relação funcional entre os objetos geométricos (GRAVINA, 2004). Ao tratar da relação funcional em relação à Figura 19, construída com o uso de um SGD, Gravina (2004) mostra a correspondência entre segmento e quadrado mediante os procedimentos na Figura 19.

Figura 19 – Relação funcional da construção do quadrado




Fonte: Gravina (2004, p.116).

“A relação funcional revela-se, parcialmente, no tipo de dinamismo da figura: as variáveis independentes correspondem aos objetos que podem ser movimentados e são estes que dão dinamismo à figura” (GRAVINA, 2004, p.116). Em relação à construção do quadrado (Figura 18) “[...] estas variáveis são os pontos A e B, extremos do segmento que origina a construção” (GRAVINA, 2004, p.116).

O processo de construção está vinculado aos aspectos da justificação e da validação de aspectos da geometria euclidiana com o uso de um SGD, como expressa Mariotti (2000). Segundo a autora, a ideia da prova envolve dois tipos de dificuldades estritamente interligadas. Por um lado, é necessário introduzir, a ideia geral de justificação e, por outro, a ideia de uma justificação à luz de princípios específicos e regras aceitas de inferência, isto é, para se caracterizar uma prova, toda justificação deve ser encaminhada para uma teoria (MARIOTTI, 2000).

Powell e Grisi-Dicker (2012) também argumentam que com um SGD, estudantes e professores são mobilizados a construir “[...] objetos geométricos, discutir suas propriedades, observar e raciocinar sobre relações, dependências e invariâncias dos objetos e desenvolver formas para justificar e provar[69]” (POWELL; GRISI-DICKER, 2012, p.6 – tradução nossa).

Nesta seção, evidenciamos aspectos teóricos segundo a perspectiva da geometria euclidiana, principalmente, pela abordagem da demonstração sintética e as facetas que constituem uma prova. Para isso, ressaltamos os avanços da

[69] *“[…] geometric objects and their properties and to notice and reason about relations, dependencies, and invariances of the objects and develop ways to justify and prove” (POWELL; GRISI-DICKER, 2012, p. 6)*

geometria dinâmica na justificação e na validação de aspectos da geometria euclidiana, tendo como centralidade os processos de ensinar e aprender geometria.

Em síntese, buscamos compreender ao longo dessa seção, a demonstração sintética realizada por Euclides e as facetas que contribuem para a prova com o uso de um SGD. Nesse sentido, defendemos que essas diferentes funções podem ser avaliadas de acordo com os níveis de ensino sob investigação e também em como são apresentados os procedimentos geométricos em uma construção com o uso de um SGD. Por isso, consideramos como facetas indicadoras de prova no trabalho com um SGD:

- a exploração matemática (HANNA, 2000);
- a justificação matemática (MARIOTTI, 2000);
- a validação matemática (STYLIANIDES; STYLIANIDES, 2005);
- o uso de medidas (OLIVERO; ROBUTTI, 2007);
- e a possibilidade de mudança no discurso matemático (SINCLAIR; YURITA, 2008).

Dessa forma, defendemos que na Educação Básica a função de uma prova é a de explicar ou elucidar, isto é, mostrar por que o resultado é verdadeiro (NACARATO; GOMES; GRANDO, 2008). As autoras ainda complementam “Talvez seja a função mais exequível em termos de Ensino Fundamental – ajudar o aluno a explicar, de forma plausível, a validade de um procedimento utilizado” (NACARATO; GOMES; GRANDO, 2008, p.31) e, para isso, entendemos que o uso do SGD pode contribuir. Na próxima seção, abordamos a geometria euclidiana espacial, como um dos tópicos matemáticos indicados pela PNAIC e a visualização com TD como uma possibilidade de potencialização do saber geométrico.

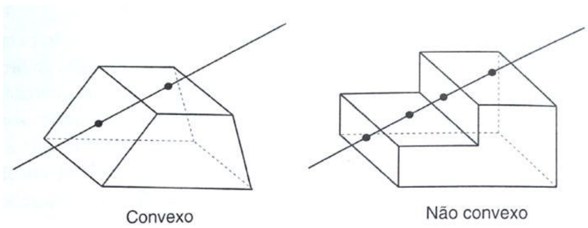
## 4.2 GEOMETRIA EUCLIDIANA ESPACIAL: DOS ASPECTOS TEÓRICOS PARA A PROVA VISUAL COM TECNOLOGIAS DIGITAIS

Dedicamos-nos nesta seção aos aspectos teóricos dos sólidos platônicos e a Relação de Euler, os quais foram estudados em Cyberformação Semipresencial. Em termos de orientação espacial, apresentamos as definições no que tange aos sólidos geométricos. Segundo Euclides (2009, p.481): “Sólido é o que tem comprimento e largura e profundidade". Entre os sólidos geométricos, os poliedros são definidos por Lima e Carvalho (2014, p. 124-125 – grifo dos autores) como:

> [...] regiões do espaço limitadas por um número finito de polígonos, que são as *faces* do sólido geométrico. Além disso, se tomarmos um lado qualquer de uma face, ele também é lado de outra face, mas apenas de uma outra face. Dois lados de faces distintas que são comuns formam uma *aresta*; cada ponto comum a três ou mais arestas é dito um *vértice* do sólido. Cubos, paralelepípedos, prismas e pirâmides são exemplos de *poliedros*, uma classe muito vasta de sólidos geométricos.

Os referidos autores ainda pontuam que "As duas propriedades mencionadas – número finito de faces poligonais, cada uma com seus lados 'colados' a lados de outra face – são características necessárias dos poliedros, mas não são suficientes" (LIMA; CARVALHO, 2014, p.125). Segundo Lima e Carvalho (2014), dentre os exemplos de poliedros mencionados temos aqueles que são chamados de convexos. Para esses, "[...] uma reta qualquer, não paralela a uma aresta do poliedro, encontra duas de suas faces, no máximo. Nos poliedros não convexos, portanto, há retas não paralelas a uma aresta, que encontram mais de uma face" (LIMA; CARVALHO, 2014, p.125). A Figura 20 mostra a condição de convexidade.

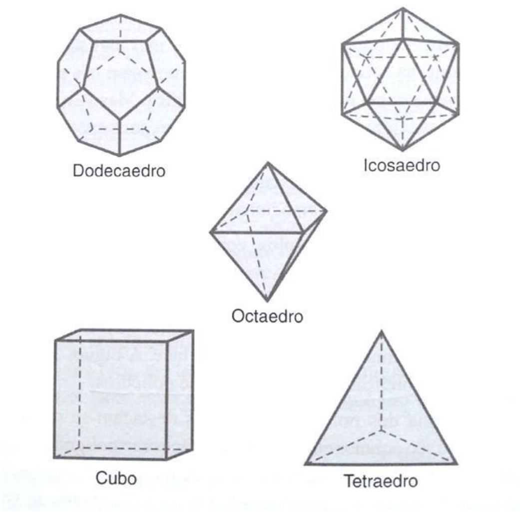
Figura 20 – Visualização da condição de convexidade




Fonte: Lima e Carvalho (2014, p.126).

Ao abordar a convexidade dos sólidos, Lima e Carvalho (2014, p.125 – grifo dos autores) explicitam que "Na família dos poliedros convexos destacam-se os poliedros *regulares*, que são aqueles em que todas as faces são polígonos regulares congruentes ('iguais') e os vértices são ângulos sólidos congruentes". Os referidos autores explicam que na Antiguidade Clássica foi demonstrada a existência de apenas cinco poliedros regulares: os tetraedros, os hexaedros (cubos), os octaedros, os dodecaedros e os icosaedros (LIMA; CARVALHO, 2014). Na Figura 21, podemos visualizar os cinco sólidos, que são conhecidos como os Poliedros de Platão (LIMA; CARVALHO, 2014).

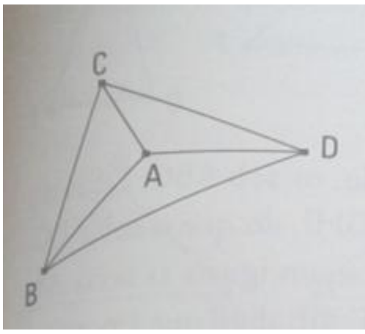
Figura 21 – Poliedros de Platão




Fonte: Lima e Carvalho (2014, p.126).

A explicação da existência de apenas cinco poliedros é expressa por Bortolossi (2009) pela demonstração geométrica, com base em Euclides (2009), e pela demonstração topológica, expressa em Lima (1991). A demonstração geométrica, segundo Bortolossi (2009), é construída por meio da Proposição 21, do Livro XI, em *Os Elementos* de Euclides, a qual diz que a soma dos ângulos dos polígonos em volta de cada vértice de um poliedro é sempre menor do que 360°. Euclides (2009) elabora a Proposição 21 por meio da Figura 22.

Figura 22 – Proposição 21




Fonte: Euclides (2009, p.499).

> Proposição 21: Seja o ângulo sólido[70] junto ao A contido pelos ângulos planos sob BAC, CAD, DAB; digo que os sob BAC, CAD, DAB são menores do que quatro retos. Fiquem, pois, tomados sobre cada uma das AB, AC, AD os pontos B, C, D, encontrados ao acaso, e fiquem ligadas as BC, CD,

[70] Definição: “11. Ângulo sólido é a inclinação por mais de duas retas que se tocam e que não estão na mesma superfície, relativamente a todas as retas. De outro modo: o ângulo sólido é o contido por mais de dois ângulos planos, que não estão no mesmo plano, construídos em um ponto” (EUCLIDES, 2009, p.482).

> DB. E, como o ângulo sólido junto ao B é contido por três ângulos planos, os sob CBA, ABD, CBD, dois quaisquer são maiores do que o restante; portanto, os sob CBA, ABD são maiores do que o sob CBD. Pelas mesmas coisas, então, também, por um lado, os sob BCA, ACD são maiores do que o CDB; portanto, os seis ângulos, os sob CBA, ABD, BCA, ACD, CDA, ADB, são maiores do que os três CBD, BCD, CDB. Mas os três sob CBD, BDC, BCD são iguais a dois retos; portanto, os seis, os sob CBA, ABD, BCA, ACD, CDA, ADB, são maiores do que os três CBD, BCD, CDB. Mas os três sob CBD, BDC, BCD são iguais a dois retos; portanto, os seis, os sob CBA, ABD, BCA, ACD, CDA, ADB, são maiores do que dois retos. E, como os três ângulos de cada um dos triângulos ABC, ACD, ADB são iguais a dois retos, portanto, os nove ângulos, os sob CBA, ACB, BAC, ACD, CDA, CAD, ADB, DBA, BAD, dos três triângulos, são iguais a seis retos, dos quais os seis ângulos, os sob ABC, BCA, ACD, CDA, ADB, DBA, são maiores do que dois retos; portanto, os três [ângulos] restantes, os sob BAC, CAD, DAB, contendo o ângulo sólido, são menores do que quatro retos. Portanto, todo ângulo sólido é contido por ângulos planos menores do que quatro retos; o que era preciso provar (EUCLIDES, 2009, p.499-500).

Bortolossi (2009) considera a demonstração de Euclides e analisa as diversas possibilidades de união de faces em torno de cada vértice, lembrando que: em um sólido platônico as faces são polígonos regulares congruentes e são necessárias pelo menos três faces unidas em cada vértice para formar um sólido. Considerando estes dois aspectos, Bortolossi (2009) discute a demonstração geométrica da existência de cinco poliedros regulares e o porquê são apenas cinco, como descrevemos anteriormente.

Na Tabela 1: “As faces são triângulos equiláteros com ângulos internos de 60°” (BORTOLOSSI, 2009, s/p). A partir disso, Bortolossi (2009) descreve as possibilidades abaixo:

Tabela 1

| N. de Triângulos Equiláteros | Soma dos Ângulos | Poliedro Formado |
|---|---|---|
| 3 | 180° | Tetraedro |
| 4 | 240° | Octaedro |
| 5 | 300° | Icosaedro |
| ≥ 6 | ≥ 360° | Não existe |

Fonte: Bortolossi (2009, s/p)

Na Tabela 2: “As faces são quadrados com ângulos internos de 90°” (BORTOLOSSI, 2009, s/p). Segundo o mesmo autor, as possibilidades são as seguintes:

Tabela 2

| N. de Quadrados | Soma dos Ângulos | Poliedro Formado |
|---|---|---|
| 3 | 270° | Cubo |
| ≥ 4 | ≥ 360° | Não existe |

Fonte: Bortolossi (2009, s/p)

Na Tabela 3: “As faces são pentágonos regulares com ângulos internos de 108°” (BORTOLOSSI, 2009, s/p). Para este caso, o autor apresenta os seguintes resultados:

Tabela 3

| N. de Pentágonos Regulares | Soma dos Ângulos | Poliedro Formado |
|---|---|---|
| 3 | 324° | Dodecaedro |
| ≥ 4 | ≥ 360° | Não existe |

Fonte: Bortolossi (2009, s/p)

As definições desses poliedros foram apresentadas por Euclides em *Os Elementos*:

> Cubo é uma figura sólida contida por seis quadrados iguais.
> Tetraedro é uma figura sólida formada por quatro triângulos iguais entre si, e equiláteros.
> Octaedro é uma figura sólida contida por oito triângulos iguais e equiláteros.
> Dodecaedro é uma figura sólida formada por doze pentágonos iguais e equiláteros e equiângulos.
> Icosaedro é uma figura sólida contida por vinte triângulos iguais e equiláteros (EUCLIDES, 2009, p.483).

Conforme Bortolossi (2009), o fato que há cinco sólidos platônicos pode ser provado de forma topológica, pela Relação de Euler[71]. Lima (1991, p.68) argumenta que “[...] no caso particular de poliedros convexos, há demonstrações[72] elementares e corretas do Teorema de Euler”. De acordo com o mesmo autor “O Teorema de Euler, descoberto em 1758, diz que se um poliedro tem $V$ vértices, $A$ arestas e $F$ faces então $V - A + F = 2$” (LIMA, 1991, p.69).

[71] Segundo Bortolossi (2009) em http://www.ics.uci.edu/~eppstein/junkyard/euler/ podem ser encontradas 20 demonstrações do Teorema de Euler.

[72] “A primeira, e mais elegante delas, foi obtida por A.M. Legendre (veja Legendre [1846]) com base na fórmula de Girard para a soma dos ângulos internos de um triângulo esférico. (Veja também E. Lima [1984].) Ainda no caso dos poliedros convexos, a demonstração de Legendre pode ser adaptada de modo a evitar a Geometria Esférica, tornando-se mais elementar. (Cfr. Z. Azambuja [1983].)” (LIMA, 1991, p.68).

> Se $V$ é o número de vértices, $A$ é o número de arestas e $F$ é o número de faces de um poliedro convexo, então
>
> $V - A + F = 2$ (1.1)
>
> Considere então um sólido platônico cujas faces são polígonos regulares de $n$ lados. Como cada aresta do poliedro é definida pela interseção dos lados de dois polígonos adjacentes, segue-se que se contarmos todos os lados de todos os polígonos, iremos contar duas vezes cada aresta do poliedro. Desta maneira:
>
> $n \cdot F = 2 \cdot A$. (1.2)
>
> Denote por $p$ o número de arestas do poliedro que concorrem em um mesmo vértice. Cada uma destas arestas, a exemplo das faces, se conecta a dois vértices. Assim, se contarmos o número de arestas em cada face, estaremos contando duas vezes o número de arestas do poliedro. Portanto:
>
> $p \cdot V = 2 \cdot A$. (1.3)
>
> Substituindo-se os valores de $V$ e $F$ das Equações (1.2) e (1.3) na Equação (1.1), teremos que $2 \cdot A/p - A + 2 \cdot A/n = 2$ ou, ainda, $1/p - 1/A + 1/n = 1/2$. Consequentemente,
>
> $A = (2 \cdot n \cdot p)/(2 \cdot n + 2 \cdot p - n \cdot p)$. (1.4)
>
> Como o número $A$ de arestas deve ser positivo, temos que $2 \cdot n + 2 \cdot p - n \cdot p > 0$, ou seja,
> $(2 \cdot n)/(n - 2) > p$.
> Uma vez que $p \geq 3$, concluímos que, obrigatoriamente, $n < 6$. As possibilidades são então as seguintes:
>
> 1. Se $n = 3$, então $A = 6 \cdot p/(6 - p)$ e, portanto, $F = 2 \cdot A/n = 4 \cdot p/(6 - p)$. Desta última fórmula segue-se que $p < 6$.
>    Agora:
>    (a) Se $p = 3$, então $F = 4$.
>    Neste caso, o poliedro formado é o tetraedro.
>    (b) Se $p = 4$, então $F = 8$. Neste caso, o poliedro formado é o octaedro.
>    (c) Se $p = 5$, então $F = 20$. Neste caso, o poliedro formado é o icosaedro.
>
> 2. Se $n = 4$, então $A = 4 \cdot p/(4 - p)$ e, portanto, $F = 2 \cdot A/n = 2 \cdot p/(4 - p)$. Desta última fórmula segue-se que $p < 4$. Sendo assim, $p = 3$ e, portanto, $F = 6$. Neste caso, o poliedro formado é o cubo.
>
> 3. Se $n = 5$, então $A = 10 \cdot p/(10 - 3 \cdot p)$ e, portanto, $F = 2 \cdot A/n = 4 \cdot p/(10 - 3 \cdot p)$. Desta última fórmula segue-se que $p < 10/3$. Sendo assim, $p = 3$ e, portanto, $F = 12$. Neste caso, o poliedro formado é o dodecaedro (BORTOLOSSI, 2009, s/p).

Diante da apresentação dos aspectos teóricos sobre os sólidos platônicos por meio das demonstrações geométrica e topológica, discutimos como a visualização com o uso de TD pode contribuir para a potencialização da nossa relação geométrica com o saber. Para isso, retomamos Hanna (2000) ao expressar que a visualização contribui para o estabelecimento de uma prova. Nessa compreensão, a autora menciona Borwein e Jörgenson (2001), os quais apresentam que algumas representações visuais podem constituir provas.

Borwein e Jörgenson (2001) questionam se uma imagem pode formar uma prova visual. Contudo, como esses autores estão compreendendo o termo "prova visual"? Para quais casos essa prova pode ser validada? Quais são os critérios para essa prova?

> Nós exploramos alguns usos sutis de ferramentas gráficas interativas que nos ajudam a "ver" a matemática de forma mais clara. Em particular, vamos nos concentrar em casos em que a imagem sugere o "teorema certo", [...] ou onde há a possibilidade de "prova visual"[73] (BORWEIN; JÖRGENSON, 2001, p.897).

Lima (1991) também apresenta a ideia da visualização ao associar a demonstração topológica da Relação de Euler com a visualização geométrica da existência de apenas cinco sólidos platônicos. Em relação à Relação de Euler, o autor descreve: "[...] é fácil ilustrá-lo com belos[74] desenhos de poliedros, nos quais se **constata visualmente** que $V - A + F = 2$" (LIMA, 1991, p.68 – grifo nosso).

Ao encontro da constatação de Lima (1991), Borwein e Jörgenson (2001) argumentam que os ambientes computacionais têm aumentado a possibilidade de visualização matemática e que podem constituir uma prova. Em particular, esses autores especificam quais os aspectos em que as TD oferecem "[...] magnitudes de melhoria na resolução e velocidade sobre as imagens desenhadas à mão e proporciona maior utilidade através da cor, animação, processamento de imagem e interatividade do usuário"[75] (BORWEIN; JÖRGENSON, 2001, p.897 – tradução nossa). Os referidos autores retratam ainda a exploração de recursos tecnológicos que podem contribuir para a prova visual. Apresentamos um dos exemplos contemplados em Borwein e Jörgenson (2001), o qual segundo os autores é uma prova visual (Figura 23).

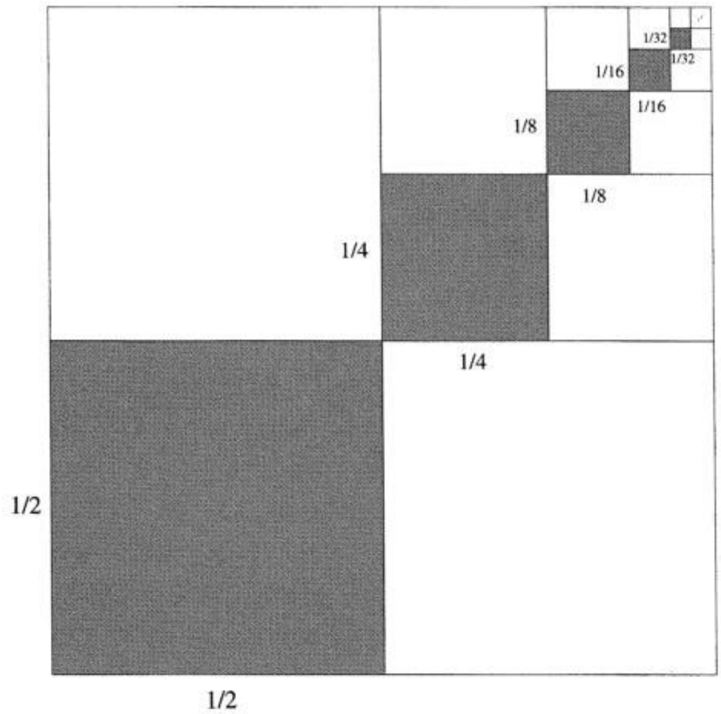
---

[73] *"We explore some subtle uses of in teractive graphical tools that help us 'see' the mathematics more clearly. In particular, we focus on cases where the right picture suggests the 'right theorem', […] or where there is the possibility of 'visual proof'" (BORWEIN; JÖRGENSON, 2001, p.897).*

[74] A descrição de "belo", expressa por Lima (1991) pode ser compreendida pelo viés da experiência estética, a qual foi explicitada no capítulo anterior, com base na concepção de Cyberformação (ROSA, 2015).

[75] *"[…] magnitudes of improvement in resolution and speed over hand-drawn images and provides increased utility through color, animation, image processing, and user interactivity" (BORWEIN; JÖRGENSON, 2001, p.897).*

Figura 23 – “Uma simples prova visual de $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}=\frac{1}{3}$”[76] (BORWEIN; JÖRGENSON, 2001, p.899).




Fonte: (BORWEIN; JÖRGENSON, 2001, p.899).

A partir disso, identificamos que os aspectos relacionados à prova visual, ou seja, que algumas representações visuais podem ser potencializadas com o uso de TD, revelados por Borwein e Jörgenson (2001), podem ser explorados para a compreensão da Relação de Euler, a qual é constatada de maneira visual (LIMA, 1991).

No que tange à compreensão da Relação de Euler, Fanti, Kodama e Necchi (2011, p.735 – grifo das autoras) usam o *software* Poly[77] e discorrem sobre os modos de visualização em relação aos poliedros de Platão com o uso desse *software*:

> Um dos importantes recursos do Poly no estudo de poliedros são os *modos de visualização disponíveis*, para um poliedro e seus elementos – faces, arestas, e vértices. Desses modos destacamos dois principais: como imagem tridimensional e como uma rede 2-dimensional (forma planificada).

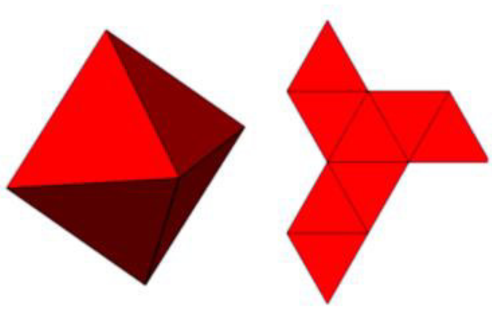
As referidas autoras também apresentam esses modos de visualização, tomando como exemplo o Octaedro e sua Planificação no Poly (Figura 24).

---

[76] *“A simple visual proof of $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}=\frac{1}{3}$” (BORWEIN; JÖRGENSON, 2001, p.899).*

[77] Detalhes disponíveis em:< http://www.peda.com/poly/ >.

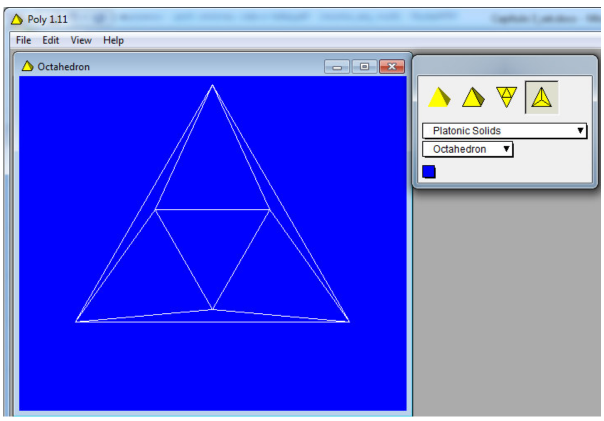
Figura 24 – Octaedro e sua Planificação no Poly



Fonte: Fanti, Kodama e Necchi (2011, p.735).

Compreendemos a partir da figura anterior que o número de faces do octaedro pode ser visualizado e contado, já que possuímos a planificação. Contudo, entendemos que em relação ao número de vértices e arestas a visualização da planificação pode nos conduzir ao erro, uma vez que não visualizamos o sólido, Além disso, as arestas deixam de existir e os vértices tornam-se vértices no plano. Na Figura 25, o número de arestas e vértices pode ser constatado visualmente (LIMA, 1991) e a partir disso, acreditamos que o uso do *software* pode potencializar a construção e a validação da Relação de Euler.

Figura 25 – Octaedro (Arestas e Vértices)




Fonte: *Software* Poly.

Retomando uma de nossas questões anteriores, apresentamos três critérios discutidos em Borwein e Jörgenson (2001). Os referidos autores que esses critérios contribuem para o estabelecimento de uma prova. Os três critérios são:

> - [...] confiabilidade: os meios subjacentes de chegar na prova são de confiança e o resultado é invariável com cada inspecção
> - consistência: os meios e fim da prova são consistentes com outros fatos conhecidos,crenças e provas

> - repetibilidade: a prova pode ser confirmada por ou demonstrada para os outros[78] [...] (BORWEIN; JÖRGENSON, 2001, p.899 – tradução nossa).

Hanna (2000) ao associar a visualização à prova avalia os critérios enunciados por Borwein e Jörgenson (2001). Segundo essa autora, os critérios podem ser questionados se também não se aplicam para provas em geral e não somente àquelas vinculadas à visualização. Em suma, a partir da construção teórica apresentada nessa seção, defendemos que aspectos visuais gerados pelas TD podem potencializar a nossa relação com o saber geométrico, em particular, com a visualização dos cinco sólidos platônicos e a construção e validação da Relação de Euler.

Na próxima seção, abordamos a geometria do táxi, um caso particular da geometria não euclidiana. Essa geometria é resultado de um avanço teórico da geometria euclidiana, permitida também pela evolução tecnológica, como ressaltam Kaleff e Nascimento (2004).

## 4.3 GEOMETRIA NÃO EUCLIDIANA[79]: O CASO PARTICULAR DA GEOMETRIA DO TÁXI

Neste tópico, apresentamos como ocorreu o surgimento da geometria não euclidiana e um caso particular dessa geometria, a geometria do táxi. Conforme Kaleff e Nascimento (2004), Kaleff (2010), e Bongiovanni e Jahn (2010) o surgimento da geometria não euclidiana se relaciona com a geometria euclidiana. Kaleff e Nascimento (2004, p.11) apresentam que

> Tradicionalmente, os conhecimentos geométricos se restringiam aos saberes – relações lógicas e construções de traçados constitutivos de desenhos - advindos da geometria estabelecida na Grécia há cerca de 2700 anos e conhecida hoje como Geometria Euclidiana. Estes conhecimentos evoluíram, tanto em decorrência do surgimento de diversas concepções geométricas inovadoras, alternativas à Euclidiana: as Geometrias não-Euclidianas, quanto como conseqüência de reconsiderações conceituais surgidas ao longo do século XX, decorrentes dos novos conhecimentos

---

[78] "[…] - *reliability*: the underlying means of arriving at the proof are reliable and the result is unvarying with each inspection
-*consistency*: the means and end of the proof are consistent with other known facts, beliefs, and proofs
-*repeatibility*: the proof may be confirmed by or demonstrated to others […] (BORWEIN; JORGENSON, 2001, p.899)".

[79] Compreendemos que esta seção é necessária na presente tese, pois uma das atividades produzidas pelas professoras teve como centralidade o uso do *Google Maps*. Dessa forma, interpretamos a geometria presente nesse recurso tecnológico, disponível na Internet, por meio dos aspectos teóricos que constituem essa geometria.

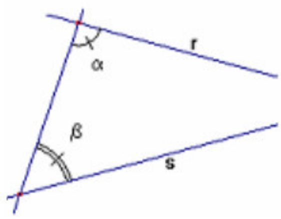
> advindos do desenvolvimento teórico da Matemática e da ciência da computação.

Kaleff (2010) observa que a obra *Os Elementos* é uma importante contribuição da Antiguidade para o desenvolvimento das Ciências e argumenta que a geometria euclidiana "[...] tornou-se a forma de os estudiosos, interessados em entender a natureza e o meio ambiente, descreverem e apresentarem as características do nosso universo físico" (KALEFF, 2010, p.2). O surgimento das geometrias não euclidianas se refere ao Quinto Postulado de Euclides. Esse Postulado expressa o seguinte:

> E, caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos interiores e do mesmo lado menores do que dois retos, sendo prolongadas as duas retas, ilimitadamente, encontrarem-se no lado no qual estão os menores do que dois retos (EUCLIDES, 2009, p.98).

Com o objetivo de apresentar esse Postulado em outra linguagem, Bongiovanni e Jahn (2010, p.38) o enunciam em uma linguagem denominada moderna pelos mesmos: "Se $\alpha+\beta<180^o$ então as retas *r* e *s* se intersectam do lado de $\alpha$ e $\beta$". A Figura 26 mostra a "tradução" do quinto postulado pelos referidos autores.

Figura 26 – Quinto Postulado de Euclides




Fonte: Bongiovanni e Jahn (2010, p.38).

O "[...] Quinto Postulado da Geometria Euclidiana sempre foi alvo de críticas, devido a ser uma afirmação de redação muito elaborada e de difícil interpretação [...]" (KALEFF, 2010, p.2). A criação das geometrias não euclidianas ocorreu no início do XIX, as quais resultam das "[...] várias tentativas dos matemáticos de negar o Quinto Postulado e não mais de tentar demonstrar a sua veracidade como se fosse um teorema" (KALEFF, 2010, p.2).

Ao tratar do Quinto Postulado, Kaleff (2010) afirma que esse pode ser encontrado nos livros-textos atuais de forma mais simplificada, devido à contribuição do matemático e físico John Playfair. Essa forma simplificada expressa que "[...] *em um plano e por um ponto não pertencente a uma determinada reta, passa uma e* *somente uma reta paralela à reta considerada*" (KALEFF, 2010, p.2-3 – grifo da autora). Em relação a esse postulado a autora conclui que vários matemáticos ("[...] Karl Frederich Gauss em 1824, Nicolai Lobachevsky em 1829, Janos Bolyai em 1832, Georg Bernhard Riemann em 1854 e posteriormente Eugenio Beltrami, Jules-Henri Poincaré e Felix Klein [...]" tentaram provar esse postulado, mas concluíram que a demonstração não era possível. A respeito disso, Kaleff (2010, p.3 – grifo da autora) esclarece a criação das geometrias não euclidianas, ao explicitar que:

> Foram esses estudiosos que nos permitem, nos dias de hoje, olhar para além da janela aberta pelos conhecimentos e paradigmas propostos por Euclides, pois a negação do Quinto Postulado teve como conseqüência a descoberta da *geometria hiperbólica* (em cujos modelos existem mais de uma paralela a uma determinada reta) e da *geometria elíptica* (na qual não existem retas paralelas), e o surgimento de uma variedade de sistemas axiomáticos dedutivos alternativos ao euclidiano, conhecidos como *geometrias não- euclidianas* [...]

A partir disso, questionamos: a geometria não euclidiana pode ser trabalhada na Educação Básica? Quais aspectos dessa geometria contribuem para o avanço do pensamento geométrico dos estudantes? Kaleff (2010) ao tratar das geometrias não euclidianas confere a importância do trabalho dessas geometrias no âmbito da escola e da licenciatura.

Essa importância "[...] reside no fato dessas teorias possibilitarem a quebra de paradigmas e padrões visuais, trazendo o visualmente inesperado para a sala de aula e a oportunidade de criação de novas imagens e conceitos" (KALEFF, 2010, p.10). Para essa autora, a introdução da geometria não euclidiana possibilita a apresentação de padrões de desenhos e relacioná-los às palavras com outros significados além dos euclidianos. Isso, segundo Kaleff (2010, p.10) pode permitir a união de "[...] aspectos geométricos aparentemente antagônicos, quando apresentados em diferentes linguagens e em outros registros gráficos [...]". Ou seja, acreditamos que a geometria não euclidiana pode ser trabalhada, pois é um saber presente no mundo e que pode nos permitir avançar em termos de pensamento geométrico.

Kaleff (2010, p.10 – grifo da autora) apresenta um exemplo provindo da geometria euclidiana: "Quem não se lembra da imagem de uma reta linear, contínua e paralela ao plano do chão, quando ouve o termo *reta*? Quem não imagina dois segmentos retilíneos equidistantes quando ouve a expressão *retas paralelas*?" Essa mesma autora afirma que essas imagens surgem e impregnam a nossa mente de maneira espontânea. Como abordamos anteriormente, Kaleff (2010) incentiva a abordagem da geometria não euclidiana no âmbito escolar e ao mesmo tempo, revela que esta tarefa é árdua, em virtude da resistência docente em avançar em relação ao paradigma euclidiano.

Um dos sistemas não euclidianos possíveis de serem levados para a escola, criada com fins didáticos é designada em Língua Inglesa por *Taxicab Geometry* (KALEFF, 2010). Em Língua Portuguesa, designada por *Geometria do Motorista do Táxi*, do *Taxista*, ou ainda *Geometria do Táxi* (KALEFF, 2010). Segundo a autora, a geometria do táxi, "[...] tem por base teórica a adaptação de uma métrica particular e pertencente a uma família de espaços métricos criados pelo matemático Hermann Minkowski, ainda no século XIX" (KALEFF, 2010, p.11).

Na geometria do táxi,

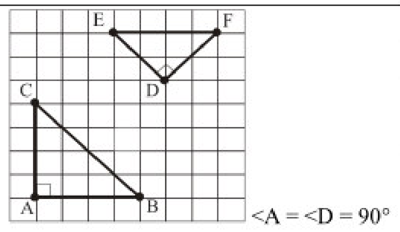
> [...] se calcula a distância entre dois pontos por meio da soma de dois valores numéricos absolutos, isto é, medindo-se o comprimento dos menores caminhos percorridos - em trechos horizontais e verticais, considerados segundo um determinado referencial - respeitados os limites físicos das construções, estabelecidos por meio de ruas, paralelas ou perpendiculares entre si (KALEFF, 2010, p.12).

Em contrapartida, na geometria euclidiana, "[...] considera-se a distância (euclidiana) entre dois pontos como sendo o comprimento do segmento de reta que os une, obtida, portanto, com o auxílio do Teorema de Pitágoras" (KALEFF, 2010, p.12). A referida autora explica que embora a geometria do táxi difira da geometria euclidiana em relação à definição de distância, esse "detalhe" é relevante do ponto de vista da concepção imagística para a sala de aula (KALEFF, 2010). Nesse sentido, que o uso das TD pode também potencializar o ensino da geometria do táxi.

A autora se refere à diferença entre os traçados gráficos das figuras, como, por exemplo, a definição de circunferência, pois, "[...] ainda que apresente uma mesma definição nas duas geometrias, permite duas formas de traçado. Na GE [Geometria Euclidiana], como curva padrão e *redondinha* e, outra, na GT [Geometria do Táxi], como um *quadrado*" (KALEFF, 2010, p.12 – grifo da autora).

Ainda tratando da diferença entre a geometria euclidiana e a geometria do táxi, segundo Kaleff (2010, p.12 – grifo da autora) a geometria do táxi permite negar um dos axiomas euclidianos de congruência. "[...] LAL, tal seja: *Se dois triângulos ABC e DEF têm lado, ângulo e lado consecutivos respectivamente congruentes, então estes dois triângulos são congruentes*". Na Figura 27, Kaleff (2010) mostra a negação deste axioma por meio da geometria do táxi.

Figura 27 – Axioma de congruência LAL




| Segmentos | Distância do Táxi |
|---|---|
| AB | $d_T$ (A,B) = 4 |
| BC | $d_T$ (B,C) = 8 |
| AC | $d_T$ (A,C) = 4 |
| DE | $d_T$ (D,E) = 4 |
| EF | $d_T$ (E,F) = 4 |
| DF | $d_T$ (D,F) = 4 |

Fonte: Kaleff (2010, p.13).

A autora mostra o cálculo da distância na geometria do táxi em comparação com a geometria euclidiana em que essa distância é o comprimento do segmento de reta que os une, calculada com o auxílio do Teorema de Pitágoras. No entanto, qual a finalidade da apresentação da geometria do táxi na escola? Como o uso de TD pode potencializar o ensino e aprendizagem da geometria do táxi?

Para Kaleff (2010, p.12 – grifo da autora) a geometria do táxi pode ser apresentada na escola no sentido "[...] de se integrar a Matemática ao cotidiano do aluno e para a formação do cidadão, pois se apresenta em todos os lugares, não podendo, portanto, deixar de ser encontrada no espaço das salas de aula e até das *ruas*". Segundo a referida autora a geometria do táxi modela mais fielmente uma geografia urbana em comparação com a própria geometria euclidiana. Nesse sentido, acreditamos que o Google *Maps* [80] pode contribuir na elucidação da geometria do táxi. O Google *Maps* foi um dos recursos tecnológicos discutidos em Cyberformação Semipresencial.

Loiola (2014) também trata da geometria do táxi mantendo uma aproximação com a geometria euclidiana. Esse autor indica atividades para a Educação Básica em que o *Google Maps* é usado como o recurso tecnológico que permite fazer a discussão da geometria do táxi, justamente, por assumir a característica dessa última geometria, discutida anteriormente. De acordo com Loiola (2011, p.80), essa discussão com o Google *Maps* pode ser sustentada pelos questionamentos: "O que é distância? O que é medir? Qual o conceito de distância em matemática? O que é distância euclidiana? Existem outros tipos de distância? O que é distância do táxi?"

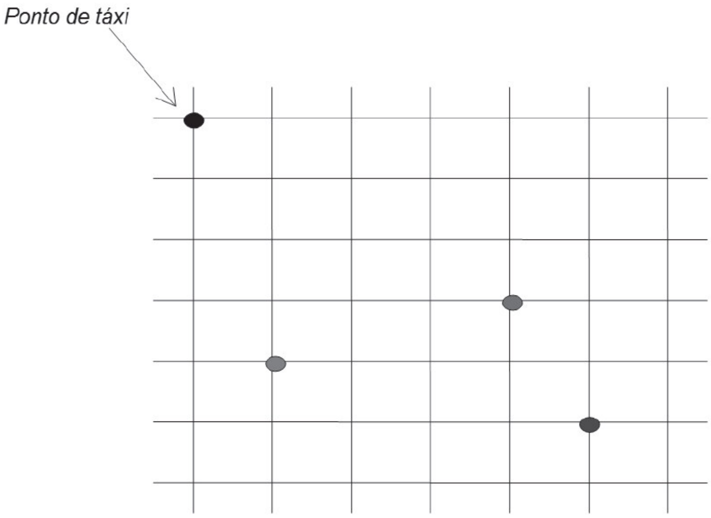
Nessa direção de problematizar a definição de distância por meio da geometria do táxi, Bairral (2015) analisa heurísticas como estratégias não rotineiras

[80] "Google *Maps* é um serviço de pesquisa e visualização de mapas e imagens de satélite da Terra gratuito na web fornecido e desenvolvido pela empresa estadunidense Google" (WIKIPEDIA, 2014).

na resolução de uma atividade, a qual apresentamos a seguir, acompanhada da Figura 28.

> Uma taxista trabalha em uma região específica de uma cidade, conforme ilustrado abaixo [Figura 28]. Todas as viagens se iniciam no mesmo local (o ponto de táxi). Em uma noite de pouco trabalho, a motorista fez apenas três viagens. Ela pegou os passageiros nas interseções indicadas. Para passar o tempo, ela considerou todas as rotas que poderiam ser feitas do seu ponto para pegar cada passageiro e se questionou sobre o trajeto que seria mais curto. Qual a menor rota do ponto de táxi para pegar cada passageiro? Como você sabe que este é o menor trajeto? Existem mais de um menor trajeto para cada ponto? Caso contrário, por que não? Caso afirmativo, quantos? Justifique sua resposta (BAIRRAL, 2015, p.109).

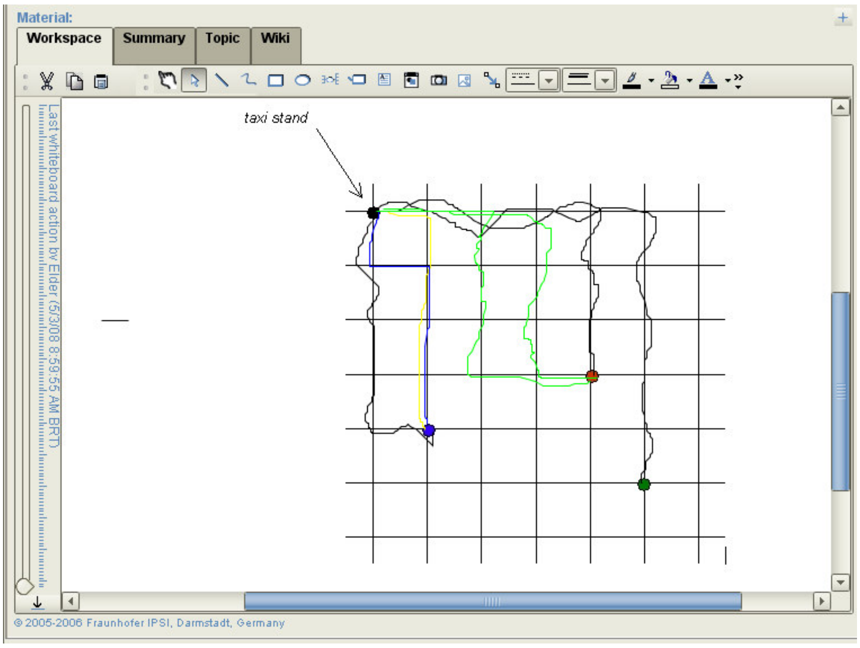
Figura 28 – Ilustração da cidade da tarefa do táxi




Fonte: Bairral (2015, p.109).

A partir da atividade dada, o autor apresenta algumas rotas construídas para a resolução da referida atividade. A Figura 29 mostra essas rotas.

Figura 29 – Rotas construídas




Fonte: Bairral (2015, p.112).

Bairral (2015) salienta que a resolução de uma atividade dessa natureza analisa distâncias em uma geometria não euclidiana. Sendo assim, envolve outra métrica, ou seja, a da soma em espaços discretos (BAIRRAL, 2015). “Na geometria do táxi uma reta não é a menor distância entre dois pontos. Nessa geometria, a distância entre dois pontos, A e B, é calculada pelo procedimento: $|XB - XA| + |YB - YA|$” (BAIRRAL, 2015, p.114). O autor apresenta um exemplo em relação à sua própria atividade: “[...] para pegar o passageiro do ponto azul, a taxista pode percorrer rotas variadas, cada uma com distância 5. Como ela deve voltar ao ponto de táxi, a distância total é 10” (BAIRRAL, 2015, p.122). O estudo de procedimentos heurísticos, o que não detalhamos aqui em termos das interações e resultados[81], segundo ao autor constitui uma dimensão do raciocínio quando estudantes trabalham com situações matemáticas.

Nesta seção, apresentamos aspectos teóricos da geometria do táxi, mostrando-a como um caso particular da geometria não euclidiana. Buscamos estabelecer conexão com a geometria euclidiana e mostrar as diferenças entre as definições euclidianas e não euclidianas, a partir de Kallef (2010) e Bairral (2015). Em particular, correlacionamos os aspectos da geometria do táxi com o *Google Maps*, o qual é um recurso tecnológico que assume esta característica e é tratado no

[81] Detalhes em Bairral (2015).

presente estudo. No próximo capítulo, apresentamos a processualidade metodológica de nossa investigação.

# 5 PROCESSUALIDADE METODOLÓGICA DA CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL

Na composição deste capítulo, explicitamos nossa visão de conhecimento e de mundo em relação à processualidade metodológica de pesquisa. Assim, descrevemos as relações de natureza qualitativa por meio da questão de investigação: **"*Como se mostra a relação com o saber, em termos matemáticos (de geometria), pedagógicos e tecnológicos de professores que ensinam matemática no Ensino Fundamental, em Cyberformação Semipresencial*?"** Desta maneira, olhamos para um grupo de professores 'situados' em uma Escola Estadual de Ensino Fundamental, localizada em Canoas, Rio Grande do Sul, Brasil. Assim, além do local mundano, apresentamos os procedimentos de produção de dados efetuados tanto nesse local quanto com o Moodle (plataforma de comunicação a distância). Esses procedimentos ocorreram em quatro momentos (entrevista, encontros presenciais/interações na Plataforma Moodle (*e-mail*, fórum e *wiki*), o desenvolvimento da atividade no laboratório de informática e análise de episódios de aula), ambos como integrantes do movimento contínuo de Cyberformação Semipresencial.

Salientamos que não determinamos um número de encontros presenciais e não presenciais, previamente. Em relação ao conteúdo de geometria tratado nesses encontros, este foi definido com o grupo, a partir das ações e opiniões dos colaboradores. Por isso, algumas ações aqui promulgadas decorreram do movimento constituído pela pesquisa. Ou seja, devido às necessidades, os desejos, as ideias e as temporalidades, os quais foram vividos pelos colaboradores ao buscarem estabelecer relações com o saber no âmbito matemático (geométrico), pedagógico e tecnológico.

## 5.1 QUALITATIVAMENTE... A NATUREZA DA PESQUISA

A natureza de pesquisa se mostra de forma qualitativa, pois

> [...] engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações ou opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências [...] (BICUDO, 2004, p.104).

Para tanto, são considerados os gestos, as falas e as ações de professoras que ensinam matemática no Ensino Fundamental e o pesquisador, capturados por meio de filmagem dos encontros presenciais e da linguagem escrita nas interações nos fóruns e via *e-mail*, os quais colaboraram em Cyberformação Semipresencial. Na construção da natureza de pesquisa mostramos a processualidade constituída nessa pesquisa, principalmente, com olhares ligados à fenomenologia[82]. Sendo assim, não temos a pretensão de 'enquadrar' os resultados metodológicos construídos como um estudo de caso, pesquisa-ação, por exemplo. Uma vez que entendemos que os procedimentos metodológicos constituídos no caminhar da pesquisa fundamentam o caráter inédito de uma produção de dados.

Em particular, buscamos aspectos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos que possam mostrar a relação com o saber construída pelos colaboradores e, inclusive, a do pesquisador. Isto é, o pesquisador não é um sujeito neutro, mas, participante do movimento empreendido pela pesquisa. Compreendemos em termos metodológicos que se mostra um "[...] modo de *olhar* do pesquisador para o vivido, que tem uma atenção para o que os sujeitos discursam [...]" (DETONI; PAULO, 2011, p.100 – grifo dos autores) acerca da relação com o saber, a qual teve a possibilidade de ser constituída em Cyberformação Semipresencial. Ou seja,

> [...] numa pesquisa com enfoque fenomenológico, o que se busca são as manifestações dos sujeitos em torno da *intencionalidade* das ações efetuadas [...] às circunstâncias espaço-temporais em que cada sujeito *entra* no discurso coletivo, e, enfim, à maneira como ele vive os momentos desse coletivo (DETONI; PAULO, 2011, p.105-106 – grifo dos autores).

Para tanto, por meio da construção da questão de investigação, que visa mostrar o '*como*' se dá a relação com o saber de professores que ensinam matemática com TD pretendemos apresentar as descrições das situações e das ações vividas em Cyberformação Semipresencial. Nesse sentido, buscamos "cuidar" para que a existência dos colaboradores permaneça manifestada nos dados produzidos na pesquisa (DETONI; PAULO, 2011).

Desta forma, salientamos que a manifestação dos dados é essencialmente descritiva, considerando que as transcrições das filmagens realizadas sustentam essa manifestação, nos encontros presenciais, e também considerando a apresentação dos registros escritos ou imagens presentes na Plataforma *Moodle*, o

[82] Não olhamos como enquadramento fenomenológico, mas, como olhares lançados para as ações constituídas ao longo da pesquisa.

que estabelece o movimento semipresencial. Nesse sentido, a câmera de vídeo e a plataforma *Moodle* são os principais instrumentos de coleta de informações, que, posteriormente, constituem os dados a serem analisados em consonância com os pressupostos teóricos.

Entendemos o processo de análise com base nos diálogos, nas evidências e nas palavras, os quais podem desvelar os modos de ser dos colaboradores no espaço/tempo da Cyberformação Semipresencial. Defendemos que esses modos se formam e se consolidam a partir do confronto dos dados com os referenciais teóricos. Dessa maneira, na próxima seção, apresentamos o cenário de investigação e os colaboradores (professoras e pesquisador) desta pesquisa.

## 5.2 COLABORATIVAMENTE... EU, OS OUTROS E O MUNDO

O cenário de investigação foi, inicialmente, constituído por um grupo (pesquisador e quatro professoras de matemática do Ensino Fundamental). As professoras[83] (*colaboradoras da pesquisa*) foram escolhidas mediante convite a uma das professoras, a qual é participante do Projeto Observatório da Educação, vinculado ao Programa de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil, justamente, por ela atuar no Ensino Fundamental em Canoas/RS. Mediante isso, esta professora estendeu o convite para as suas colegas de escola, das quais, três delas se disponibilizaram a compor o grupo. Salientamos que a participação neste grupo de estudos foi voluntária, uma das características da concepção de grupo colaborativo (FIORENTINI, 2004).

O grupo foi inicialmente constituído por quatro professoras que ensinam matemática no Ensino Fundamental e o pesquisador. A partir dessa informação, passamos a traçar um breve perfil das professoras (identificadas por **Professora 1**, **Professora 2**, **Professora 3**, **Professora 4**), obtido por meio de uma entrevista semiestruturada (APÊNDICE A), já que a descrição sobre o pesquisador foi apresentada no capítulo introdutório:

- **Professora 1**: Licenciada em Ciências Físicas, Biológicas e Matemáticas. Especialista em Gestão Escolar. Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática, na Universidade Luterana do Brasil (professora que fez o convite

[83] As professoras que foram colaboradoras desse estudo assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido (ANEXO A).

para as demais professoras-colaboradoras da pesquisa). A escolha em ser professora de matemática se deu por influência de um professor de Ensino Médio e também pela relação estabelecida com a família. Não cursou disciplinas relacionadas com o uso de TD na formação inicial. Leciona nos três turnos (60 horas semanais). Na escola desta investigação leciona no turno da manhã para o 6º Ano do Ensino Fundamental. Considera-se uma professora tradicional (que usa o quadro e giz), mas que costuma utilizar materiais manipuláveis em sala de aula. Participante ativa de cursos de formação continuada. Fez um curso de formação sobre a utilização do *software* GeoGebra, mas não usou em sala de aula. Costuma trabalhar geometria na série/ano em que leciona com o uso do Tangram e do material dourado. Tem 20 anos de experiência como professora na Educação Básica.

- **Professora 2**: Licenciada em Matemática. Por ter considerado a formação em matemática insuficiente para trabalhar a questão pedagógica, também se graduou em Pedagogia. Especialista em Educação de Jovens e Adultos. Não cursou disciplinas relacionadas com TD vinculadas à Educação Matemática ou aos processos de ensinar e aprender matemática na formação inicial. Trabalha 20 horas semanais, na escola em que a pesquisa foi realizada, com o 7º Ano do Ensino Fundamental. Caracteriza-se como uma professora tradicional. Trabalha geometria em sala de aula com o uso de medidas. Não usa o livro didático. Não participou de cursos de formação continuada sobre TD. Usa *e-mail* e Facebook. Tem 25 anos de experiência na Educação Básica. É aposentada em uma de suas matrículas de 20 horas semanais.

- **Professora 3**: Licenciada em Matemática em 2009. Está no seu primeiro ano de experiência escolar na Educação Básica. Trabalha 20 horas semanais na escola em que foi realizada a pesquisa, com o 8º e 9º Anos do Ensino Fundamental. Cursou disciplinas na graduação com o uso de *softwares*. Considera-se uma professora tradicional. Não participou de cursos de formação continuada relativos ao uso de TD. Ainda não trabalhou com conteúdos relativos à geometria na Educação Básica.

- **Professora 4**: Cursou magistério. Não possui graduação. Possui dois anos de experiência com os Anos Iniciais. Atualmente leciona para o 5º Ano do Ensino Fundamental. Não se considera uma professora tradicional. Trabalha geometria nos Anos Iniciais com materiais manipuláveis, livros didáticos e jogos. Não participou de cursos de formação continuada relativos ao uso de TD.

Nesse viés, compreendemos o grupo sob a dimensão colaborativa na formação do professor que ensina matemática (NACARATO et. al., 2006), convergindo para o estabelecimento de uma parceria em que os colaboradores têm objetivos comuns, negociando ações, de acordo com o espaço/tempo vivido por cada sujeito. Para tanto, estamos considerando que "É o sujeito que aprende (ninguém pode fazê-lo em seu lugar), mas ele só pode aprender pela mediação do outro (frente a frente ou indiretamente) e participando de uma atividade" (CHARLOT, 2005, p. 45).

Com qual objetivo o grupo foi formado? Reunindo professores de matemática com o pesquisador? Entendemos que o objetivo principal foi discutir aspectos geométricos com o uso de TD com a efetiva realização de uma pesquisa. Entretanto, entendemos que o objetivo não se encerra aí, ou melhor, o movimento constituído mobilizou os colaboradores para discutir aspectos provindos da prática docente em matemática das professoras. Ou seja, as professoras puderam expor as questões que circulam na sala de aula no que se refere ao ensino de geometria, pensando em quais estratégias pedagógicas poderiam contemplar o uso de TD em benefício da aprendizagem dos estudantes. Dessa forma, expressamos que os procedimentos metodológicos de pesquisa contemplaram a "escuta" docente em um movimento de mobilizar saber para a própria ação das professoras, como pontua Imbernón (2009, p.28 – grifo nosso):

> Atualmente, a observação e a ajuda entre os pares estão demasiadamente marcadas pelo individualismo e o professorado considera sua classe como um lugar privado, ao qual apenas se tem acesso a partir de uma posição de autoridade (o inspetor para avaliá-lo, **o pesquisador para obter dados**) e **não para gerar um conhecimento que contribua para a formação do próprio docente**.

Assim, compreendemos que houve um processo de produção de dados. Esses foram constituídos pelo movimento contínuo de Cyberformação Semipresencial e também, a nosso ver, contribuíram[84] para o desenvolvimento das aulas das professoras. Ou seja, a ideia de que a pesquisa pode contribuir com a própria formação do professor (IMBERNÓN, 2009) que ensina matemática com TD e as futuras práticas docentes que podem vir a ser constituídas.

[84] Na análise dos dados, apresentamos evidências dessa contribuição.

Clarificamos que este processo de formação considera a escola como um dos locais de formação, mas, a semipresencialidade permite que a formação transcenda este local geográfico. Em particular, em Cyberformação Semipresencial as interações entre os colaboradores também ocorreram via *e-mail* ou fórum de discussão. Em específico, "[...] as reflexões e os conflitos podem ser provocados ou problematizados pelo agente externo, sem que os professores tenham tido a iniciativa" (NACARATO, 2005, p.179). Nesse caso, o "agente externo" é o pesquisador que não vive cotidianamente no âmbito escolar, mas pode contribuir para a constituição de um processo de colaboração, que pode ser construído por relações hierárquicas (FOUCAULT, 1987). Assim como, o pesquisador pode apresentar o excedente de visão (BAKHTIN, 1986), concebido na relação com os outros, gerando contribuições para os processos de ensinar e de aprender aspectos geométricos com o uso de TD.

No que tange aos tópicos geométricos, o grupo foi inicialmente constituído com o objetivo de discutir, refletir e planejar questões da geometria euclidiana no Ensino Fundamental, dentre os quais podemos destacar as figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais, com o uso de TD (ambientes de geometria dinâmica, vídeos, sites). Esse movimento de escolha de conteúdos e dos recursos tecnológicos a serem trabalhados com os estudantes foi negociado no grupo, considerando o contexto vivido pelas professoras na escola, os artigos escolhidos para estudo e discussão entre os colaboradores e as questões contempladas na Prova Brasil para o Ensino Fundamental. Esta última inferência se justifica pelas avaliações que os estudantes e a escola estão vinculados e também pela manifestação das professoras no momento das entrevistas semiestruturadas como um ponto a ser discutido no processo de formação. Para tratarmos desses objetos geométricos com o uso de TD, as discussões buscaram contemplar as ideias concebidas no constructo teórico: *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TIC* [TD] (ROSA, 2011b). Esse movimento de definição de conteúdos geométricos e dos recursos tecnológicos usados para o planejamento das aulas se torna mais explícito no Quadro 1, na próxima seção, em que apresentamos uma síntese do movimento de ir se constituindo em Cyberformação Semipresencial.

Nesse sentido, passamos a compor, o estruturalmente pensado, em termos de semipresencialidade, lançando nosso olhar para o *continuum* estabelecido, as temporalidades, os espaços 'onde' as discussões se estabeleceram, os meios tecnológicos usados, os encontros e os desencontros, as fugas e as participações. Enfim, pontuamos os procedimentos metodológicos, bem como, as ações efetuadas e aquelas transformadas, que podem contribuir para responder a questão de investigação.

## 5.3 ESTRUTURALMENTE... TEMPORALIDADES TRANSFORMANDO AS AÇÕES

Ao refletir sobre o tempo/espaço de investigação, pensamos em realizá-lo em um semestre (agosto a dezembro de 2011). Contudo, o movimento estabelecido pela pesquisa dificultou essa pretensão. O tempo vivido (BICUDO, 2003b), marcado pelas distintas temporalidades que constituem o ser humano, configurou a eminência de outro tempo cronológico, redimensionando o movimento vivido, em colaboração, de agosto de 2011 a dezembro de 2012. Assim, elencamos quatro momentos de produção de dados. O **primeiro** se refere à realização das entrevistas semiestruturadas (APÊNDICE A). O **segundo** mostra a dinamicidade empreendida pela semipresencialidade, entre encontros presenciais, *e-mail*, fóruns de discussão e *wiki*[85]. O **terceiro** momento corresponde às aulas coproduzidas pelas professoras com os estudantes. O **quarto** momento corresponde à análise das aulas das professoras com a participação do pesquisador.

No **primeiro momento**, realizamos entrevistas semiestruturadas (gravadas em áudio) com as quatro professoras (em agosto de 2011). As entrevistas tinham como objetivo conhecer o processo de formação inicial e continuada até aquele momento, a constituição da prática docente/ensino de geometria, a relação com o uso de TIC em aulas de matemática e o processo de constituição da professora de matemática (aspectos pessoais e profissionais).

O **segundo momento** compõe a semipresencialidade, com encontros presenciais (filmados) e a distância (registrados na plataforma Moodle), por meio de fóruns de discussão e *wiki* e *e-mail*, vividos no período de setembro de 2011 a dezembro de 2012. As interações presenciais ocorreram por meio de encontros de uma hora e quinze minutos à uma hora e trinta minutos (1h 15min à 1h 30min).

De forma geral, o *design* metodológico desse **segundo momento** se constituiu pela integração e *continuum* dos encontros presenciais e não presenciais, como processos de ir e vir nesta formação. Antes de apresentar, particularmente,

---

[85] Um recurso de escrita que permite a construção de texto por ‘n’ pessoas, textos coletivos (ROSA, 2011c).

quais tópicos foram discutidos em cada encontro presencial e em cada encontro não presencial (Quadro 1), resumimos as principais ações tomadas pelo pesquisador e pelas professoras, a fim de clarificar "como" se delineou efetivamente a tomada de decisões e negociações no grupo, em relação aos meios tecnológicos (digitais ou não) discutidos e que constituíram a pesquisa em termos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos. Esses meios tecnológicos usados e/ou estudados foram: artigos científicos, *wiki* e fórum disponíveis na Plataforma Moodle, *software* de animação 3D e de geometria dinâmica, vídeos do YouTube, Google *Maps*, *Microsoft Photo Story*[86] *Software* e Questões da Prova Brasil, os quais descrevemos de forma específica, a fim de clarificar ou tornar evidente possíveis discursos docentes, os quais sustentam as interações e os diálogos estabelecidos ao longo do movimento de produção de dados da pesquisa.

Em relação aos <u>artigos científicos</u>, pontuamos que o pesquisador escolheu os três primeiros artigos lidos e discutidos. Os demais quatro artigos foram lidos pelas necessidades encontradas no grupo, embora também escolhidos pelo pesquisador. Em seguida, apresentamos sucintamente o escopo de cada artigo e o porquê da escolha de cada um deles. Relembramos que a organização cronológica de leitura e discussão dos artigos é apresentada no Quadro 1.

O *Artigo 1* - Atividades semipresenciais e as tecnologias da informação: Moodle - uma plataforma de suporte de ensino (ROSA, 2011a) – trata das potencialidades da Plataforma Moodle relacionadas com atividades semipresenciais, especificamente, pontuando o avanço das TIC no processo de ensinar matemática. Um dos fatores discutidos é que há uma demanda do mercado para o uso de TIC, mas Rosa (2011a) compreende que o uso de TIC no ambiente educacional ocorra além da atualização tecnológica e afirma que o principal fator de inserção se vincula à ideia de mudança cognitiva permitida pelo uso de TIC. Esse fator delineia a concepção de Cyberformação (ROSA, 2011b). Como já salientamos, a concepção de Cyberformação foi debatida com os colaboradores do processo de formação e por isso a questão do uso de TIC presente no artigo se constituiu como um dos critérios para a escolha do referido artigo. Esta escolha também se justifica pela

[86] "Microsoft Photo Story é uma livre aplicação que permite aos usuários criar uma história visual (mostrar e dizer apresentação) a partir de suas fotos digitais. O software usa o efeito Ken Burns em fotos digitais e permite a adição de narração, efeitos, transições e música de fundo para criar um Windows Media Video arquivo de filme com efeitos pan e zoom" (WIKIPEDIA, 2014).

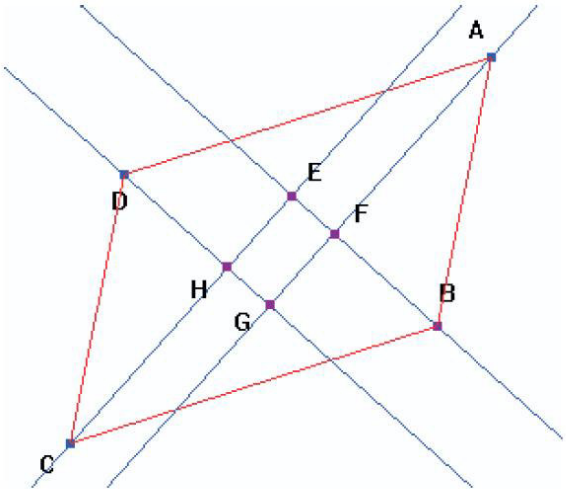
abordagem da Plataforma Moodle, a qual foi usada na produção de dados dessa pesquisa.

O *Artigo 2* - Os recursos da Internet ampliando o cenário da aula convencional (BAIRRAL, 2009) – retrata situações em que o planejamento escolar pode ser potencializado pelo uso de TIC. Bairral (2009) apresenta desde modelos de sólidos formados por canudos até a apresentação do *software* Poly, por exemplo, o qual permite o trabalho com sólidos geométricos. O autor também apresenta o *software* Régua e Compasso, o qual pode ser usado para uma abordagem dinâmica da geometria euclidiana. Articulamos este artigo com o processo de produção de dados, pois o mesmo pode ser um convite para a transição entre os recursos didáticos mais antigos (dobraduras, canudos) para o estudo de *softwares* específicos, compostos por diferentes linguagens. Essa compreensão deriva do fato de as professoras, em sua maioria, não apresentarem em seu perfil docente, evidenciado na seção anterior, vivência com o uso de meios tecnológicos no processo de formação delas.

O *Artigo 3* - Papel, lápis e o *software* Régua e Compasso em aulas de matemática (SILVA, 2010) – contempla o estudo de tópicos geométricos geralmente apresentados em livros didáticos e como a abordagem dinâmica do referido *software* permite aos usuários verificarem as conjecturas, analisando a possibilidade que esse recurso possui para o trabalho com uma classe de figuras ao mesmo tempo. O artigo prioriza a comparação entre uma situação convencional e com o *software*, mostrando as diferenças em relação à abordagem conceitual geométrica existente. Esse artigo avança em relação ao anterior, pois sistematiza e discute aspectos teóricos de retas paralelas, circunferências, ponto médio e polígonos (SILVA, 2010). Essa discussão se baseia na diferenciação da geometria euclidiana compreendida como estática e nos aspectos procedimentais requeridos pela geometria dinâmica, para, então, possibilitar a reflexão conceitual geométrica.

O *Artigo 4* - A argumentação matemática colaborativa em um ambiente *on line* (AMARAL, 2011) – analisa discussões sobre a tarefa da exploração de bissetrizes em um paralelogramo com o uso de um SGD. Basicamente, conforme Amaral (2011), a tarefa consiste em construir um paralelogramo ABCD; traçar as bissetrizes dos ângulos internos deste paralelogramo; questionar e discutir se as quatro bissetrizes construídas formam um quadrilátero EFGH; arrastar os pontos A, B, C ou D; questionar quais as condições necessárias para que o quadrilátero EFGH seja um quadrado e questionar qual quadrilátero obtemos quando são traçadas as bissetrizes do quadrilátero EFGH. A Figura 30 mostra as bissetrizes do paralelogramo ABCD, após a realização dos procedimentos iniciais de construção explicitados na tarefa.

Figura 30 – "Bissetrizes do paralelogramo ABCD" (AMARAL, 2011, p.61).




Fonte: (AMARAL, 2011, p.61).

Por um lado, a escolha desse artigo se deu pela articulação e discussão de tópicos geométricos da mesma natureza que o grupo estava buscando compreender e planejar. Por outro lado, pois o artigo contempla aspectos teóricos concernentes às conjecturas que podem ser indicadores de prova com o uso de SGD.

O *Artigo 5* - El dinamismo de GeoGebra (TORRES, 2012) – contempla também situações geométricas com o uso do *software* GeoGebra. Este *software* foi estudado e também foi citado pela Professora 1, no perfil docente, apresentado na seção anterior. O artigo apresenta o estudo das funcionalidades específicas do GeoGebra para trabalhar com área de figuras planas, Teorema de Pitágoras e circunferências.

O *Artigo 6* - Cyberformação de professores que ensinam matemática: contribuições da construção de jogos eletrônicos – uma pesquisa (ROSA, 2011c) – contempla aspectos teóricos da Cyberformação, a qual se fundamenta no constructo teórico *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TIC*, discutido em Rosa (2008). Nesse artigo, Rosa (2011c) discute as dimensões específica (matemática), pedagógica e tecnológica, que constituem a Cyberformação. Essas foram as ideias principais contidas no artigo que nos fizeram optar pela escolha do referido artigo para compor as leituras realizadas e discutidas no processo de formação.

O *Artigo 7* - Produção do Conhecimento Matemático *Online*: a resolução de um problema com o Ciberespaço (ROSA; VANINI; SEIDEL, 2011) – compila algumas das ideias discutidas por Rosa (2011c) no tange ao constructo teórico *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TIC* e amplia as discussões da matemática produzida por um grupo cultural que atua com o Ciberespaço. Compreendemos que essa discussão se vincula com as atividades que as professoras buscaram produzir com TD, as quais intentam a ampliação e a potencialização dos aspectos geométricos quando planejamos e coproduzimos aulas com recursos tecnológicos, por exemplo, por meio do uso de um SGD ou recursos disponíveis na Internet.

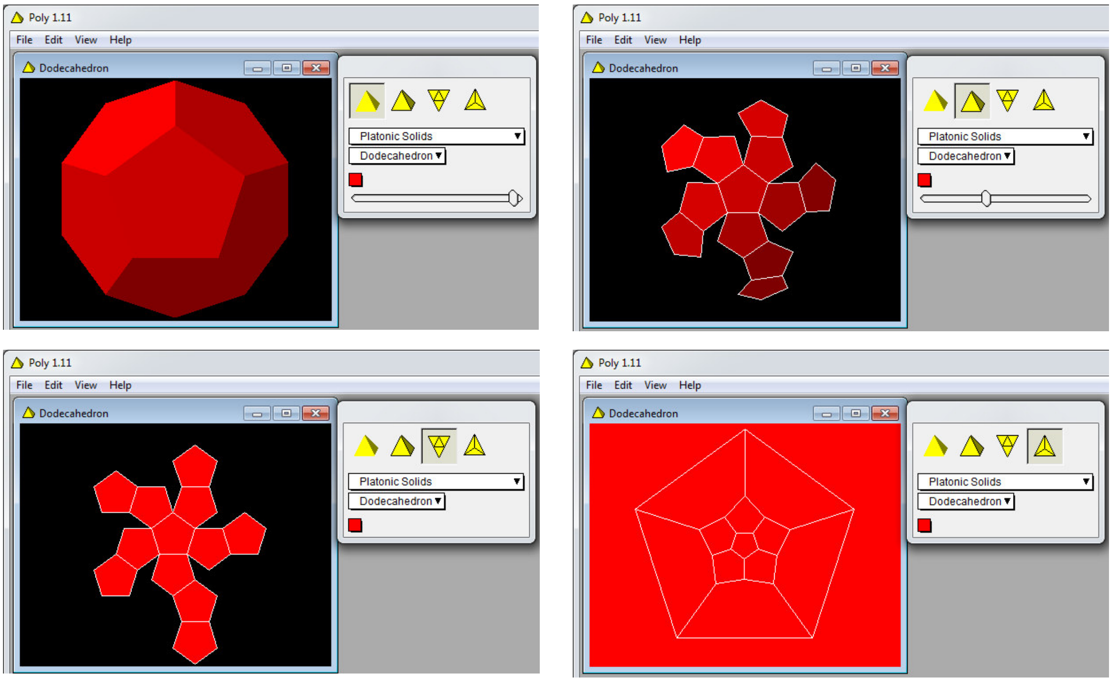
A Plataforma *Moodle* (*Wiki* e Fórum de discussão): foi a Plataforma usada nos encontros não presenciais, por meio de 13 Fóruns de discussão e da *wiki*. Esse último foi o recurso tecnológico usado a partir da ideia mencionada pela Professora 1 e discutida pelo grupo no Encontro Presencial 10 (Quadro 1). A Figura a seguir mostra os 13 Fóruns e a *Wiki-Planejamento de Aulas*, seguindo a ordem cronológica de criação de cada espaço na Plataforma *Moodle*.

Figura 31 – Ações na Plataforma Moodle

Fonte: Plataforma *Moodle*

Em relação aos _*softwares* estudados_, destacamos o *software* Poly e o SGD GeoGebra. O Poly foi discutido a partir da leitura do Artigo 2. Na Figura a seguir mostramos a interface do referido *software*, o qual pode ser usado para o trabalho com sólidos geométricos.

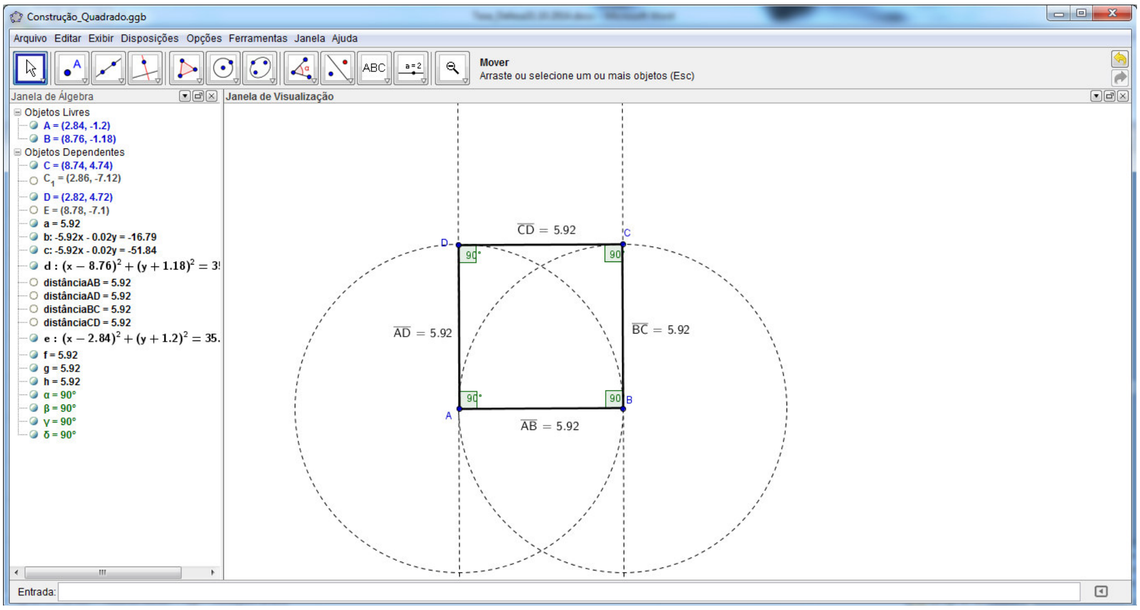
Figura 32 – Funções do software Poly




Fonte: *Software* Poly.

Já o *software* GeoGebra, foi mencionado pela Professora 1, na entrevista semiestruturada e também foi objeto de investigação do pesquisador em cursos proferidos em espaços de formação continuada, conforme detalhamos no capítulo introdutório. A seguir mostramos a interface do referido *software*.

Figura 33 – Interface do software GeoGebra




Fonte: *Software* GeoGebra.

Em relação ao uso de vídeos do YouTube, pontuamos que essa possibilidade foi indicada pela Professora 3. Na sequência, compilamos algumas imagens que revelam parcialmente os vídeos utilizados. Informamos que no Quadro 1 apresentamos os *links* dos vídeos no encontro em que foi decidido o uso desses vídeos.

Figura 34 – Vídeo 1: “Geometria no Cotidiano”

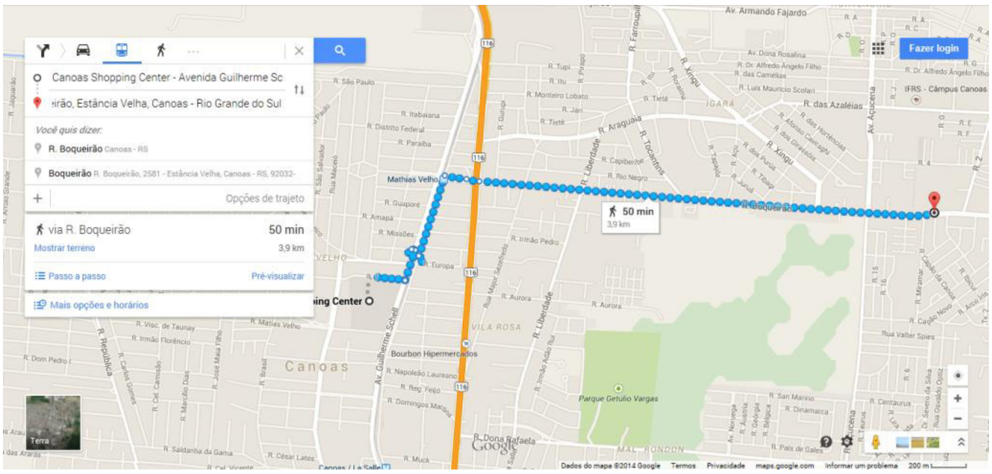
Fonte: http://www.youtube.com/watch?v=XuJpwCFL1xA

Figura 35 – Vídeo 2: “Diálogo geométrico"


Fonte: http://www.youtube.com/watch?v=_7yXoZnSTBM

O uso do Google *Maps* foi uma das possibilidades reveladas pela Professora 2. Na sequência, apresentamos a interface desse recurso tecnológico.

Figura 36 – Rotas geradas pelo Google Maps



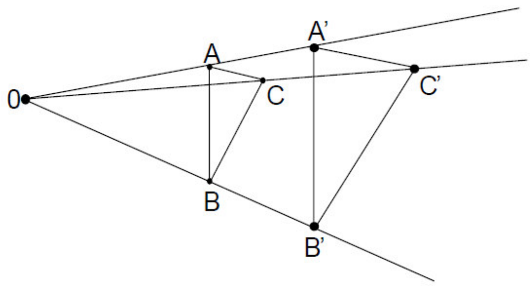
Fonte: Google *Maps*

Também, usamos uma narrativa digital (MURRAY, 2003) produzida com o *software Microsoft Photo Story*. Este vídeo foi apresentado pelo pesquisador para o grupo. O referido vídeo foi produzido em uma das disciplinas do Curso de Doutorado. A seguir, apresentamos as fotos que constituem a narrativa digital.

Figura 37 – Vídeo construído com o *Microsoft Photo Story*


Fonte: http://www.youtube.com/watch?v=HWgG0VivtlM

Dentre os materiais discutidos no grupo também apresentamos a Prova Brasil. Essa prova foi mencionada pelas professoras nas entrevistas semiestruturadas e problematizada pelo grupo, por meio do estudo de algumas questões e como estas poderiam ser potencializadas com o uso de TD. A seguir, apresentamos um modelo de questão[87] discutida com o grupo.

> Ampliando-se o triângulo ABC obtem-se um novo triângulo A'B'C', em que cada lado é o dobro do seu correspondente em ABC.
>
> 
> 
>
> Em figuras ampliadas ou reduzidas os elementos que conservam a mesma medida são:
> (A) as áreas.
> (B) os perímetros.
> (C) os lados.
> (D) os ângulos (PROVA BRASIL, 2011, p.6)

Diante da descrição dos recursos tecnológicos (ou não) usados ou colocados em debate no grupo apresentamos o Quadro 1. Esse quadro contempla um 'desenho' da dinâmica estabelecida na Cyberformação Semipresencial, nos permitindo lançar um olhar para o *continuum*, vivido por um grupo, formado, inicialmente, por quatro professoras de matemática do Ensino Fundamental e o pesquisador. Posteriormente, duas professoras (Professora 3 e 4) abandonaram[88] o grupo. Dessa forma, consolidamos o grupo com duas professoras e o pesquisador, os quais discutiram, refletiram e elaboraram uma atividade (APÊNDICE B) envolvendo tópicos geométricos com TD (essas evidências comparecem no Quadro 1). Esta atividade foi desenvolvida e coproduzida pelas professoras em sala de aula, com os estudantes e acompanhada pelo pesquisador.

Em particular, o Quadro 1 revela as aproximações entre os colaboradores em Cyberformação Semipresencial (Encontro presencial, *wiki*, *e-mail* e fórum de discussão na *Plataforma Moodle*), delineando como a semipresencialidade foi se constituindo. O referido quadro apresenta as datas de criação do fórum de

---

[87] Outros modelos de questões estão disponíveis em: < http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&id=16640&Itemid=1109 >

[88] A professora 3 justificou que não disponibilizava de tempo para participar dos encontros presenciais. A professora 4 assumiu uma turma de Anos Iniciais, no turno da manhã, horário dos encontros presenciais.

discussão, de envio de *e-mail* e as ações pontuais desencadeadas em formação pelos integrantes iniciais (quatro professoras e o pesquisador) da formação e, por fim, do grupo constituído até a finalização do processo de formação (duas professoras e o pesquisador).

Quadro 1 – Estudo e planejamento em Cyberformação Semipresencial

| **Semipresencialidade** | **Data do Encontro/ Criação do Fórum/ Envio do *e-mail*** | **Quais os tópicos principais foram discutidos/refletidos? Quem participou?** |
|---|---|---|
| **Encontro presencial 01** | 01/09/2011 | -Apresentação e discussão da pesquisa com as quatro professoras e o pesquisador.<br>-Disponibilização do **Artigo 1** - ROSA, M. Atividades semipresenciais e as tecnologias da informação: Moodle - uma plataforma de suporte de ensino. In: MATTOS, A. P. de. et. al. (Org.) **Práticas Educativas e Vivências Pedagógicas no Ensino Superior**. Canoas: ULBRA, 2011a. p.135-147.<br>- Disponibilização de questões da Prova Brasil. |
| **Fórum de discussão 01 – Não presencial** | 07/09/2011 | - Interação em linguagem escrita do **Artigo 1**, com a participação das quatro professoras e do pesquisador. |
| **Encontro presencial 02** | 15/09/2011 | - Participação das Professoras 1 e 2 e do Pesquisador.<br>- Manifestações orais das professoras sobre o **Artigo 1**.<br>- Discussão sobre as questões de geometria da Prova Brasil.<br>- Disponibilização do **Artigo 2**: BAIRRAL, M. A. Os recursos da Internet ampliando o cenário da aula convencional. In: BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. Rio de Janeiro: UFRRJ, 2009. p.33-45.<br>- Disponibilização do **Artigo 3**: SILVA, A. M. Papel, lápis e o *software* Régua e Compasso em aulas de matemática. In: BAIRRAL, M.A. **Tecnologias Informáticas, salas de aula e aprendizagens matemáticas**. Rio de Janeiro: UFRRJ, 2010. p.57-67. |
| **Fórum de discussão 02 - Não presencial** | 23/09/2011 | - Participação das Professoras 1, 2 e 3 e do Pesquisador.<br>- Interações em linguagem escrita sobre o **Artigo 2**. |
| **Fórum de discussão 03 - Não presencial** | 23/09/2011 | - Participação das Professoras 1 e 2 professoras e do Pesquisador.<br>- Interações escritas sobre o **Artigo 3**. |
| **Encontro presencial 03** | 29/09/2011 | - Participação das quatro professoras e do Pesquisador.<br>- Discussão sobre questões presentes nos artigos, que poderiam contribuir no planejamento das aulas.<br>- Exploração conjunta do *software* Poly e do *software* Régua e Compasso. A descrição e atividades com o uso desses *softwares* são apresentadas nos Artigos 2 e 3. |

| | | |
|---|---|---|
| **Encontro presencial 04** | 06/10/2011 | - Participação das Professoras 1, 2 e 3 e do Pesquisador. Discussões sobre a condição de existência de triângulos com o *software* Régua e Compasso, recorrendo aos Artigos 2 e 3 e as discussões no Fórum 2 e 3.<br>- Exploração de vídeos do YouTube. |
| **Fórum de discussão 04 - Não presencial** | 06/10/2011 | - Participação das Professoras 1, 2 e 3 e do Pesquisador.<br>- Discussões sobre *links* de vídeos do YouTube, recorrendo ao Fórum 04. |
| **Fórum de discussão 05 - Não presencial** | 12/10/2011 | - Participação das Professoras 1 e 2 e do Pesquisador.<br>- Interações escritas sobre uma atividade com triângulos no *software* GeoGebra. |
| **Encontro presencial 05** | 20/10/2011 | - Participação das Professoras 1 e 2 e do Pesquisador.<br>- Nesse encontro se constituiu efetivamente o grupo com a Professora 1, a Professora 2 e o Pesquisador, pela desistência das professoras 3 e 4.<br>- Discussões recorrentes à atividade com triângulos do Fórum 5.<br>- Disponibilização do **Artigo 4** - AMARAL, R. B. A argumentação matemática colaborativa em um ambiente *on line.* **Acta Scientae**. v. 13, n. 01, p. 55-70, 2011. |
| **Fórum de discussão 06 - Não presencial** | 25/10/2011 | - Interações escritas sobre quadrados com o uso do *software* GeoGebra. |
| **Fórum de discussão 07 - Não presencial** | 25/10/2011 | - Interações escritas sobre o **Artigo 4**. |
| **Encontro presencial 06** | 10/11/2011 | - Discussões sobre a atividade do quadrado e suas diagonais, presente em: SCHEFFER, N. F. et. al. **Matemática e Tecnologias**: atividades de matemática para ensino fundamental e médio com a utilização de *software*s gratuitos. Erechim/RS: FAPES, 2011. |
| **Fórum de discussão 08 - Não presencial** | 10/11/2011 | - Comentários sobre atividade do Encontro Presencial 06. |
| **Encontro presencial 07** | 01/12/2011 | - Discussões sobre a construção de um quadrado e sobre todo o movimento de pesquisa e encaminhamento para o ano de 2012. |
| **Encontro presencial 08** | 14/03/2012 | - O grupo assiste vídeos do YouTube e promove discussões sobre o porquê usá-los. |
| ***E-mail*** | 19/03/2012 | - Professora 1 encaminha um *e-mail* ao grupo com *links* de vídeos do YouTube que ela encontrou, sobre a atividade que consolidou o Momento 1 (APÊNDICE B). |
| **Encontro presencial 09** | 21/03/2012 | - O grupo discute vídeos encaminhados pela Professora 1.<br>- O grupo discute ideias sobre como produzir as atividades e qual foco de conteúdos geométricos pretendiam tomar. |

| | | |
|---|---|---|
| **Encontro presencial 10** | 28/03/2012 | - A Professora 2 apresenta a ideia de usar mapas.<br>- Discutem possibilidades de trabalho com o GeoGebra.<br>- As professoras apresentam dificuldades de familiarização com o *software* GeoGebra. O pesquisador sugere o Artigo 5.<br>- A Professora 1 tem a ideia de criação de uma *wiki* para a produção do planejamento.<br>- A *wiki* foi usada pelas professoras para postar ideias sobre o planejamento. |
| **Fórum de discussão 09 - Não presencial** | 28/03/2012 | - Discussões sobre o **Artigo 5**: TORRES, A. C. El dinamismo de GeoGebra. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. Marzo de 2012, n. 29, p. 9-22, 2012. |
| **Encontro presencial 11** | 11/04/2012 | - Discussão de como os estudantes receberiam as atividades (impressas ou não).<br>- O grupo trabalha no planejamento da atividade na *Wiki*, definindo os vídeos do Momento 1.<br>Vídeo 1:<br>http://www.youtube.com/watch?v=XuJpwCFL1xA?&feature=related<br>Vídeo 2: http://www.youtube.com/watch?v=_7yXoZnSTBM<br>- Tais vídeos foram escolhidos o Momento 1 da Atividade (APÊNDICE B). |
| **Encontro presencial 12** | 18/04/2012 | - O grupo discute a construção de figuras geométricas planas com o uso do *software* GeoGebra, que posteriormente, se concretizou no Momento 4 – Parte 1 (APÊNDICE B).<br>- O grupo discute a mudança da matemática estática para a dinâmica.<br>- O grupo relembra a atividade da condição de existência abordada no Encontro Presencial 2 e discute novamente.<br>- O grupo decide discutir atividades de geometria dinâmica disponíveis na Internet, por meio do Fórum 10. |
| **Fórum de discussão 10 - Não presencial** | 19/04/2012 | - Postagens de atividades de geometria dinâmica com o uso do *software* GeoGebra, disponíveis na Internet, e a produção das atividades por cada uma das professoras. |
| **Encontro presencial 13** | 02/05/2012 | - Continuidade das discussões do Fórum de discussão 10, o que gerou outras discussões sobre as atividades ‘prontas’ disponíveis na Internet. |
| **Encontro presencial 14** | 09/05/2012 | - Finalização das discussões sobre as atividades com triângulos com o uso do *Software* GeoGebra encontradas (disponíveis na Internet), construídas e refletidas pelo grupo. |
| **Encontro presencial 15** | 16/05/2012 | - Grupo discute a construção de triângulos e quadriláteros com o uso do *software* GeoGebra. |
| **Fórum de discussão 11 - Não presencial** | 19/05/2012 | - Comentários gerais e discussões sobre as construções realizadas com ambientes de geometria dinâmica. |

| | | |
|---|---|---|
| **Encontro presencial 16** | 23/05/2012 | - O grupo discute atividades com quadrados, retomando a atividade do Fórum de discussão 4, que posteriormente, se sistematizou no Momento 4 – Parte 2 (APÊNDICE B).<br>- O grupo retoma o planejamento na *wiki*, em relação aos momentos que o constituem, redimensionando-os, como exemplo, o uso das embalagens como ponto de partida para estudo dos sólidos geométricos. Neste momento, o Pesquisador menciona o *software* Poly, o qual já tinha sido discutido pelo grupo na leitura do Artigo 2. |
| ***E-mail*** | 12/06/2012 | - Professora 1 encaminha *e-mail* ao grupo sobre as ideias que pensou para trabalhar com o *software* Poly. |
| **Encontro presencial 17** | 13/06/2012 | - Professora 1 apresenta o que descobriu do *software* Poly para o Grupo.<br>- Professora 2 fala sobre uma vivência e relaciona com a geometria.<br>- O grupo discute e reorganiza o planejamento na *wiki*.<br>- Professora 1 se dispõe a elaborar um momento com o *software* Poly para discutir em um Encontro Presencial com o grupo. |
| **Encontro presencial 18** | 20/06/2012 | - O grupo discute e reorganiza o planejamento na *Wiki* considerando os sólidos platônicos.<br>- O pesquisador comenta com o grupo para a ampliação do pensar-com-as-tecnologias e sugere a leitura de dois artigos.<br>- O grupo organiza para o próximo Encontro Presencial a discussão sobre a atividade elaborada pela Professora 1.<br>- Disponibilização do **Artigo 6**: ROSA, M. Cyberformação de professores que ensinam matemática: contribuições da construção de jogos eletrônicos – uma pesquisa. In: BAYER, A.; FARIAS, M. E.; GELLER, M. (Org.) **A pesquisa em ensino de ciências e matemática**. Canoas: ULBRA, 2011c. p.139-163. |
| **Fórum de discussão 12 - Não presencial** | 28/06/2012 | - Interações escritas sobre o **Artigo 6**. |
| **Encontro presencial 19** | 11/07/2012 | - Os participantes do grupo refletem, discutem e compartilham ideias, no grupo, sobre a atividade de sólidos geométricos construída com o *software* Poly, produzida pela Professora 1, que, posteriormente, se concretizou no Momento 3 (APÊNDICE B).<br>- Disponibilização do **Artigo 7**: ROSA, M.; VANINI, L.; SEIDEL, D. Produção do Conhecimento Matemático *Online*: a resolução de um problema com o Ciberespaço. **Boletim GEPEM**, v. 58, p. 89-114, 2011. |
| **Fórum de discussão 13 - Não presencial** | 18/07/2012 | - Interações escritas sobre o **Artigo 7**. |
| **Encontro presencial 20** | 01/08/2012 | - Pesquisador apresenta um vídeo produzido com o *software Microsoft Photo Story*, na Disciplina de Tópicos Avançados em Tecnologia de Informação e Comunicação em Ensino de Ciências e Matemática.<br>- O grupo analisa na perspectiva do *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com* tecnologias (ROSA, 2008), constructo recorrente às leituras dos Artigos 6 e 7. |

| | | |
|---|---|---|
| | | - O grupo retoma o planejamento na *wiki* e estuda a possibilidade de elaborar um momento com o uso do *Google Maps*, a partir da ideia da Professora 2 sobre o uso de mapas. |
| **Encontro presencial 21** | 08/08/2012 | - Professora 2 apresenta a elaboração de um momento com o *Google Maps* a fim de trabalhar com distâncias entre pontos (locais geográficos). O grupo discute esta possibilidade, a qual se concretizou no Momento 5 (APÊNDICE B). |
| **Encontro presencial 22** | 22/08/2012 | - O grupo retoma a estruturação, em momentos, do planejamento na *wiki*.<br>- Professora 2 relata uma situação no grupo sobre a vivência sobre o uso da Internet, dialogando com as leituras feitas em Cyberformação Semipresencial. |
| **Encontro presencial 23** | 29/08/2012 | - Inicia o processo de consolidação dos momentos que constituem a Atividade (APÊNDICE B).<br>- Preocupação com o tempo cronológico a ser usado para o desenvolvimento das atividades no Laboratório de Informática. |
| **Encontro presencial 24** | 12/09/2012 | - O grupo discute o Momento 4 da Atividade (APÊNDICE B). |
| **Encontro presencial 25** | 26/09/2012 | - O grupo discute a formação vivida neste tempo.<br>- Refinamento das atividades e organização das ações docentes no Laboratório de Informática. |
| **E-mail** | 02/10/2012 | - Professora 2 encaminha uma mensagem com dúvidas sobre os vídeos do YouTube. |
| **Encontro presencial 26** | 03/10/2012 | - Organização das ações docentes das professoras.<br>- As professoras decidem que os estudantes criarão um *e-mail* (caso não possuam) para enviar as produções referentes ao planejamento docente. |
| **Encontro presencial 27** | 24/10/2012 | - Grupo discute sobre as ações das professoras relacionadas aos Momentos 1 e 2, filmados pelo Pesquisador.<br>- O Pesquisador propõe que as professoras filmem parte do Momento 3, sem a presença do Pesquisador. |
| **Encontro presencial 28** | 07/11/2012 | - Grupo discute sobre as ações das professoras relacionadas ao Momento 3 e organiza os horários das próximas ações das professoras no Laboratório de Informática. |

Fonte: O autor.

Em síntese, o grupo constituído realizou leituras e análises de artigos sobre o uso de TIC (ROSA, 2011a), *softwares* e Internet (BAIRRAL, 2009), *softwares* de geometria dinâmica (SILVA, 2010; AMARAL, 2011; TORRES, 2012) e da Cyberformação (ROSA, 2011b; ROSA; VANINI; SEIDEL, 2011), evidenciados em fóruns de discussão (‘abertos’ durante toda a Cyberformação Semipresencial); discutiu atividades já produzidas ou relacionadas aos artigos mencionados; planejou uma atividade com TD com o uso da *wiki*, a partir do Encontro Presencial 10, a qual permitiu sua construção e reconstrução em diferentes temporalidades, evidenciadas pela semipresencialidade, em termos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos.

Em particular, a atividade (APÊNDICE B) contemplou seis momentos: (1) análise de vídeos do YouTube; (2) produção de relatório sobre vídeos com geometria (3) investigações geométricas no *software* Poly; (4) tratamento de conceitos e propriedades de triângulos e quadrados (figuras geométricas evidenciadas nos sólidos estudados com o *software* Poly) no SGD GeoGebra; (5) estudo da distância entre pontos no espaço por meio do *Google Maps* e (6) produção de um vídeo pelos estudantes.

Salientamos que este movimento de relação com o saber, por meio da atividade, em termos geométricos, tecnológicos e pedagógicos, buscou contemplar a vivência em sala de aula das professoras e não foi linear. Pelo contrário, se constituiu pelas temporalidades permitidas pela Cyberformação Semipresencial, a qual se mostrou em um processo de idas e vindas (IMBERNÓN, 2009), estabelecidas pelas distintas vivências das professoras e do pesquisador e pela própria modalidade de formação que possibilitou a discussão contínua ao longo do processo de formação.

Segundo Nacarato (2005, p.178 – grifo nosso) quando o grupo está situado na escola, as questões da prática docente permeiam as discussões no grupo.

> Ao tomar como objeto de investigação **um grupo situado** no próprio contexto de trabalho, não há como desconsiderar que a escola está configurada por estruturas de poder que se manifestam por meio de **organização curricular**, organização social dos alunos, **distribuição de recursos**, **tempo disponível** e tarefas de aprendizagem.

Entendemos que o tempo vivido (BICUDO, 2003b) em Cyberformação Semipresencial pensado para um semestre, foi ‘redimensionando’ o grupo e o conduziu para este outro processo, deflagrado no Quadro 1. Ou seja, a *convivência* (HEIDEGGER, 1986) de uma formação “[...] acompanhada pelo apoio necessário durante o tempo que for preciso, contribui para que novas formas de atuação educativa se incorporem à prática” (IMBERNÓN, 2009, p.30). Compreendemos que essa processualidade determinou outras leituras, outras aprendizagens, enfim, buscando potencializar as relações com o saber em termos geométricos, pedagógicos e tecnológicos.

O **terceiro momento** de produção de dados foi o desenvolvimento da atividade (APÊNDICE B) pelas professoras 1 e 2 (coprodução com os estudantes no Laboratório de Informática da Escola), em que as ações docentes recorrentes do processo de ensinar e de aprender matemática com TD se mostraram. As aulas das professoras foram filmadas de outubro de 2012 a dezembro de 2012. A seguir apresentamos os quadros de aula cada professora, indicando a turma de estudantes, a data e o conteúdo de cada aula.

Quadro 2 – Aulas da Professora 1

| **Turma/Ano** | **Data** | **Momentos desenvolvidos da Atividade** |
|---|---|---|
| Turma 1/ 6º Ano | 09/10/2012 | Momento 1 – Vídeos do Youtube |
| Turma 2/ 6º Ano | 09/10/2012 | Momento 1 – Vídeos do Youtube |
| Turma 1/ 6º Ano | 11/10/2012 | Momento 2 – Pesquisa de vídeos no Youtube |
| Turma 2/ 6º Ano | 16/10/2012 | Momento 2 – Pesquisa de vídeos no Youtube |
| Turma 1/ 6º Ano | 18/10/2012 | Momento 3 – Poliedros com o *Software* Poly |
| Turma 2/ 6º Ano | 23/10/2012 | Momento 3 – Poliedros com o *Software* Poly |
| Turma 1/ 6º Ano | 23/10/2012 | Momento 3 – Poliedros com o *Software* Poly |
| Turma 1/ 6º Ano | 25/10/2012 | Momento 3 – Poliedros com o *Software* Poly |
| Turma 2/ 6º Ano | 25/10/2012 | Momento 3 – Poliedros com o *Software* Poly |
| Turma 1/ 6º Ano | 06/11/2012 | Momento 4 – (Parte 1) Construção de triângulos com o *Software* GeoGebra |
| Turma 2/ 6º Ano | 19/11/2012 | Momento 4 – (Parte 1) Construção de triângulos com o *Software* GeoGebra |
| Turma 1/ 6º Ano | 19/11/2012 | Momento 4 – (Parte 1) Construção de triângulos com o *Software* GeoGebra<br>Momento 4 – (Parte 2) Construção de Quadrado com o *Software* GeoGebra |
| Turma 2/ 6º Ano | 20/11/2012 | Momento 4 – (Parte 1) Construção de triângulos com o *Software* GeoGebra<br>Momento 4 – (Parte 2) Construção de Quadrado com o *Software* GeoGebra |

| | | |
|---|---|---|
| Turma 1/ 6º Ano | 26/11/2012 | Momento 4 – (Parte 2) Construção de Quadrado com o *Software* GeoGebra |
| Turma 2/ 6º Ano | 26/11/2012 | Momento 4 – (Parte 2) Construção de Quadrado com o *Software* GeoGebra |
| Turma 1/ 6º Ano | 29/11/2012 | Momento 5 – Google *Maps* |
| Turma 2/ 6º Ano | 29/11/2012 | Momento 5 – Google *Maps* |
| Turma 1/ 6º Ano | 04/12/2012 | Momento 5 – Google *Maps* |
| Turma 1/ 6º Ano | 04/12/2012 | Momento 5 – Google *Maps* |

Fonte: o autor.

Quadro 3 – Aulas da Professora 2

| **Turma/Ano** | **Data** | **Momentos desenvolvidos da Atividade** |
|---|---|---|
| Turma 1/ 7º Ano | 09/10/2012 | Momento 1 – Vídeos do Youtube |
| Turma 1/ 7º Ano | 11/10/2012 | Momento 2 – Pesquisa de vídeos no Youtube |
| Turma 1/ 7º Ano | 18/10/2012 | Momento 3 – Poliedros com o *Software* Poly |
| Turma 1/ 7º Ano | 23/10/2012 | Momento 3 – Poliedros com o *Software* Poly |
| Turma 1/ 7º Ano | 25/10/2012 | Momento 3 – Poliedros com o *Software* Poly |
| Turma 1/ 7º Ano | 29/11/2012 | Momento 4 – (Parte 1) Triângulos com o *Software* GeoGebra |
| Turma 1/ 7º Ano | 04/12/2012 | Momento 4 – (Parte 1) Triângulos com o *Software* GeoGebra<br>Momento 6 – Produção de um Vídeo[89] |
| Turma 1/ 7º Ano | 06/12/2012 | Momento 4 – (Parte 2) Quadrado com o *Software* GeoGebra<br>Momento 5 – Encaminhamento como atividade para fazer extraclasse |

Fonte: o autor.

Entendemos que a apresentação desses quadros mostra a processualidade das aulas, ao mesmo tempo em que, permite a visualização de cada momento discutido em aula pelas professoras. Essa processualidade contribuiu para a

[89] Os estudantes dessa professora produziram um vídeo. Neste vídeo houve uma conversa entre eles sobre aspectos de geometria que aprenderam durante as aulas. Essa atividade estava prevista com o uso do *Microsoft Photo Story*, mas não se concretizou.

identificação dos episódios de análise de aula, selecionados pelo pesquisador para dialogar com as professoras, o que configurou o **quarto momento** de produção de dados dessa investigação.

Para a realização do **quarto momento**, primeiramente, selecionamos episódios ao assistir todos os vídeos das aulas indicadas nos Quadros 2 e 3, visando contemplar os modos de ser, de agir e de relacionar das professoras no que tange aos aspectos geométricos, pedagógicos e tecnológicos. Para fazer a seleção dos episódios de aula, escolhemos, em sua maioria, situações de socialização (NACARATO; GRANDO, 2009), ou seja, quando os estudantes estavam em diálogo com as professoras. Esse fato se mostra devido "[...] a dificuldade para captar as discussões dos alunos nos grupos" (NACARATO; GRANDO, 2009, p.11).

Após a seleção dos episódios, em duplas, as professoras analisaram e refletiram sobre suas próprias ações, com a mediação do pesquisador. As análises de episódios de aula foram realizadas em junho de 2014 (como mostra o Quadro 4). Nosso objetivo inicial era realizar a análise no grupo, com a participação das duas professoras e do pesquisador simultaneamente. Contudo, isso não foi possível[90]. Dessa forma, as análises de episódios de aula da Professora 1 e da Professora 2 aconteceram em dias diferentes. A seguir apresentamos o Quadro 4, o qual expressa o número do encontro presencial, a data e o conteúdo dos episódios analisados em cada encontro. Esses episódios serão usados na análise dos dados no Capítulo 7 desse estudo.

Quadro 4 – Análise de Episódios de aula

| Encontro | Data | Conteúdo |
|---|---|---|
| **Encontro Presencial 29** | 05/06/2014 | - A Professora 1 analisa episódios de vídeo referentes às aulas dela.<br>- Os episódios abarcaram os seguintes tópicos:<br>- Discussão dos vídeos do Youtube e a relação com a geometria;<br>- Pesquisa na Internet sobre geometria por meio de vídeos do YouTube;<br>- O estudo dos sólidos platônicos com o *software* Poly. |
| **Encontro Presencial 30** | 27/06/2014 | - A Professora 2 analisa episódios de vídeo referentes às aulas dela.<br>- Os episódios abarcaram os seguintes tópicos:<br>- Discussão dos vídeos do Youtube e a relação com o |

[90] A Professora 2 enviou uma mensagem de texto para o Pesquisador informando que estava doente e pediu para marcar o encontro em outro momento.

| | | |
|---|---|---|
| | | cotidiano;<br>- O estudo dos sólidos platônicos com o *software* Poly;<br>- A construção dos triângulos equilátero e isósceles com o *software* GeoGebra;<br>- A construção do quadrado com o *software* GeoGebra;<br>- Discussão sobre o vídeo produzido pelos estudantes;<br>- Relato sobre a Cyberformação Semipresencial. |
| **Encontro Presencial 31** | 30/06/2014 | - A Professora 1 finaliza a análise de episódios de vídeo referentes às aulas dela.<br>Os episódios abarcaram os seguintes tópicos:<br>- Discussão da condição de existência de triângulos;<br>- A construção dos triângulos equilátero e isósceles com o *software* GeoGebra;<br>- A construção do quadrado com o *software* GeoGebra;<br>- Discussão sobre o momento do Google *Maps*.<br>- Relato sobre a Cyberformação Semipresencial. |

Fonte: o autor.

Mostramos nesse capítulo a natureza qualitativa da pesquisa, o perfil, os colaboradores e os procedimentos metodológicos. Esses se apresentam em quatro momentos: entrevistas, encontros presenciais e não presenciais, aulas coproduzidas pelas professoras e análise de episódios de aula. Entendemos que esses momentos se configuram como espaços com potencialidade formativa (NACARATO; GRANDO, 2009). Por isso, acreditamos que esses podem contribuir nas relações com o saber dos professores que ensinam matemática com TD.

No próximo capítulo, apresentamos a forma de descrição das entrevistas semiestruturadas; dos episódios dos encontros presenciais; das aulas das professoras; das interações nos fóruns de discussão e de *e-mail*. Além disso, em consonância com os pressupostos teóricos confrontamos os dados produzidos em sincronia com a questão de investigação.

## 6 COMO SE MOSTRA A RELAÇÃO COM O SABER EM CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL

Ideias acerca da colaboração, do tempo vivido e do excedente de visão foram se desvelando como constituição dos aportes teóricos deste estudo, em virtude da produção de dados. Nesse capítulo, delineamos nossa visão de conhecimento sob enfoque filosófico, como uma forma de compreensão das ideias teóricas que se entrelaçam com os dados produzidos em Cyberformação Semipresencial nos capítulos de análise (6 e 7).

Sendo assim, apresentamos como descrevemos e formamos os episódios transcritos (encontros presenciais ou das aulas coproduzidas pelas professoras). Também apresentamos como descrevemos as mensagens de *e-mail* enviadas e as interações nos fóruns de discussão entre os colaboradores. Essa apresentação desencadeia as análises dos dados produzidos ao longo da Cyberformação Semipresencial. As descrições e as análises delineiam, evidenciam e refletem aspectos que contribuem para responder nossa questão de investigação: **"*Como se mostra a relação com o saber, em termos matemáticos (de geometria), pedagógicos e tecnológicos de professores que ensinam matemática no Ensino Fundamental, em Cyberformação Semipresencial*?"**

As entrevistas semiestruturadas foram gravadas em áudio; as interações nos fóruns de discussão, disponíveis na Plataforma *Moodle*; os conteúdos de *e-mail* foram salvos pelo pesquisador em seu correio eletrônico; os encontros presenciais e as aulas das professoras foram filmados e posteriormente transcritos.

Em um segundo momento, apresentaremos as unidades de análise **colaboração**, **tempo vivido** e **excedente de visão**, como evidências teóricas que revelam como se mostra a relação com o saber dos professores de matemática que vivenciaram a Cyberformação Semipresencial. Para mostrar a relação com o saber promovemos o confronto dos dados produzidos com os pressupostos da colaboração, do tempo vivido e da exotopia articulados com as dimensões matemática, pedagógica e tecnológica da concepção de Cyberformação, a qual se sustenta pelo constructo teórico *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD*. Esse constructo intenta mostrar as possibilidades e os avanços gerados pelo trabalho com

TD em aulas de geometria e contribuir com professores que desejam ensinar nesse contexto.

## 6.1 DELINEANDO A APRESENTAÇÃO DOS DADOS

Ao lançar olhares para o movimento de pesquisa, isto é, a Cyberformação Semipresencial vivida por um grupo colaborativo, formado por professoras de matemática do Ensino Fundamental e pelo pesquisador, vislumbramos distintos momentos que se atravessam e que determinam a produção de dados. Em particular, os dados a serem analisados são descritivos, provindos das “[...] descrições das situações vividas. Essas descrições são colocadas, em forma de texto transcrito [...]. [por isso é que temos] esse cuidado para que a existência dos sujeitos permaneça manifestada nos dados” (DETONI; PAULO, 2011, p.106).

Não obstante, as manifestações dos colaboradores em Cyberformação Semipresencial, “[...] são sempre modos de temporalidade e espacialidade [...]” (DETONI; PAULO, 2011, p.112). Compreendemos, então, que estas manifestações são modos de ser no espaço/tempo, desde as entrevistas semiestruturadas em que apresentamos os discursos docentes sobre o ensino de geometria, o uso de TD, a formação inicial e continuada entre diversos momentos de vida, que se mostram como potenciais para a vivência da Cyberformação Semipresencial.

Esta vivência, como abordamos no capítulo metodológico, se mostra na semipresencialidade. Na totalidade das transcrições das filmagens dos encontros presenciais, dos fóruns de discussão, de conteúdos de *e-mail* e das transcrições das filmagens das aulas das professoras, foram estabelecidos núcleos de análise. Estes núcleos compreendem os episódios a serem analisados. A delimitação dos episódios “[...] não significa *escolher* situações ao acaso ou por adequação às teorias, mas considerá-los a partir de manifestações de experiências vividas pelos sujeitos, que oferecem nuanças do sentido do todo” (DETONI; PAULO, 2011, p.101 – grifo dos autores).

Assim, nesse fluxo do tempo vivido em Cyberformação Semipresencial o pesquisador (autor desse estudo) não esteve à parte da produção de dados, pelo contrário, vivemos este processo e possivelmente influenciamos a relação com o saber, em termos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos, estabelecida pelas professoras que ensinam matemática no Ensino Fundamental, colaboradoras da pesquisa. Dessa forma, é nos momentos de transcrição e descrição dos dados que nos lançamos para "[...] extrair os aspectos que o impressionam dentro de seu campo perceptivo, **iluminado por sua interrogação**, e que apontam **como evidências da experiência vivida**" (DETONI; PAULO, 2011, p.102-103 – grifo nosso). Tais evidências do vivido se presentificam para nós na medida em que visitamos os fóruns de discussão e os conteúdos de *e-mail*, constituídos em linguagem escrita, e, contemplamos as filmagens dos encontros presenciais e das aulas coproduzidas pelas professoras (com seus estudantes). Salientamos que olhar, como observação assistida, na qual o pesquisador assiste é entendida por Detoni e Paulo (2011, p.105) da seguinte forma:

> [...] o olho que presencia sobre um fragmento de paisagem, [...] não exclui os outros horizontes, ao contrário de uma câmera. Registra-se, audiovisualmente, a fala-foco do sujeito. Logo, sobrevem o registro escrito por tradução fidedigna, tendo como base as filmagens: à realidade transcrita procuramos dar perspectiva, retornar esse foco do fundo de onde ele surgiu, pois o pesquisador estava lá, presencialmente [ou intencionalmente plugado à rede].

Entendemos que a participação de forma física do pesquisador no espaço/tempo vivido de Cyberformação Semipresencial se mostra potencial para a escolha dos episódios para a análise. Assim, reiterando os momentos da investigação e dirigindo o olhar para a transcrição e a descrição dos dados mostramos como serão apresentados os episódios no instante de análise dos mesmos. De forma geral, relembramos que os episódios pinçados se referem às transcrições das gravações em áudio das entrevistas semiestruturadas, às transcrições dos dados produzidos nos encontros presenciais, aos diálogos estabelecidos nos fóruns de discussão, ao *e-mail*, às aulas das professoras e à reflexão "final" sobre a análise de aulas lecionadas pelas professoras com TD. Sendo assim, a identificação dos colaboradores, a forma de descrição e organização dos dados no decorrer das análises se mostram da seguinte forma:

- a identificação dos colaboradores da Cyberformação Semipresencial: **Professora 1**, **Professora 2**, **Professora 3**, **Professora 4** e **Pesquisador**, como já mencionados na apresentação dos colaboradores da pesquisa;

- a apresentação da descrição da entrevista semiestruturada (contempla a professora entrevistada e a data da entrevista): "**Entrevista - Professora 1 – Relação com o uso de TD – Agosto de 2011**";

- a apresentação dos diálogos em fóruns de discussão (contempla o número do Fórum realizado, o conteúdo do Fórum e a data de realização do Fórum): **Fórum 11 – Discussões Atividades sobre o GeoGebra – 19/05/2012**;

- a apresentação de *e-mail* enviado entre os colaboradores (contempla o colaborador que enviou ao grupo o *e-mail* e a data de envio): **E-mail enviado pela Professora 1 ao grupo – 12/06/2012**;

- a apresentação das descrições de episódios de vídeos dos encontros presenciais (contempla o número do encontro presencial, o conteúdo, a data, o número do vídeo e a duração do episódio): **Episódio do Encontro Presencial 10 – Discussões sobre a constituição de uma *wiki* pelo grupo – 28/03/2012 - Vídeo 17[91] - [30:18 – 34:32];**

- a apresentação das descrições de episódios de vídeos das aulas das professoras: (contempla o número do episódio de aula, a identificação da professora, o conteúdo, a data, o número do vídeo e a duração do episódio) **Episódio de Aula 1 da Professora 1 – apresentação do conjunto de aulas – 09/10/2012 - Vídeo 57 - [00:01 – 00:57];**

- a apresentação das descrições de episódios de vídeos das análises de aulas das professoras (contempla o número do episódio de aula analisado, a identificação da professora, a data, o número do vídeo e a duração do episódio): **Análise do Episódio de aula 8 realizada pela Professora 1 - 30/06/2014 – Vídeo 112 – [13:37 – 15:43];**

- a apresentação do relato final das professoras (contempla a identificação da professora, a data, o número do vídeo e a duração total do relato): **Relato final da Professora 2 – 27/06/2014 – Vídeo 110 [07:20 - 13:39];** e

- sobre a **transcrição dos dados**: para suprimir parte do episódio, uma vez que não teria relevância para a análise, ou de parte das falas dos colaboradores usamos (...) e para explicar uma ação, ou expressão com gestos, por exemplo, inserimos [ ].

A partir do detalhamento de como serão apresentados os dados, passamos a compor a processualidade de análise dos dados produzidos em Cyberformação Semipresencial.

---

[91] Os vídeos foram numerados de forma cronológica, em um total de 113 vídeos.

## 6.2 A RELAÇÃO COM O SABER: OLHARES ANALÍTICOS PARA O MOVIMENTO DE CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL

Compreendemos que analisar os dados indica uma das formas de interpretar as descrições ou os discursos contemplados pela oralidade, pela escrita ou em forma gestual pelos colaboradores em Cyberformação Semipresencial. Essa análise nos coloca em contato com “[...] aquilo que nos permite compreender inteligivelmente o seu pensar e agir” (DETONI; PAULO, 2011, p.102). Nesse estudo, pretendemos revelar que “Essa compreensão é pretendida para que se possa desocultar as ideias articuladas nos discursos expressos, que não devem ser tomados como fatos interpostos entre o pesquisador e seus sujeitos [...]” (DETONI; PAULO, 2011, p.102).

Entendemos que os discursos expressos e as relações intersubjetivas entre os colaboradores em Cyberformação Semipresencial são ligações contextuais com as “[...] situações vividas e constituídas pelos sujeitos envolvidos” (DETONI; PAULO, 2011, p.102). Por isso, as análises se formam entre “[...] as falas dos sujeitos [que] articulam significados nunca pontuais e **estritamente subjetivos**. Se agem como comunicação do compreendido, acompanham-se de gestos e olhares que só se completam **nos outros**” (DETONI; PAULO, 2011, p.103 – grifo nosso). Nesse ínterim, a subjetividade é uma das características da perspectiva fenomenológica (BICUDO, 2003a) expressa pela fala, gestos e olhares, que podem se manifestar por meio de diferentes linguagens e pela interação com os outros. Em suma, no momento de análise, “Se expressam em um momento de reflexão vivida no experienciado, *atualizam* todos os sentidos que contribuíram para que aquela fala falasse” (DETONI; PAULO, 2011, p.103-104 – grifo dos autores).

Diante disso, passamos para o processo de análise. A primeira unidade de análise é a colaboração. Buscamos elucidar como se mostra a relação com o saber dos professores que ensinam matemática com TD sob o viés da colaboração. Relembramos que quando expressamos “relação com o saber”, estamos nos referindo às dimensões matemática (geométrica), pedagógica e tecnológica que constituem a Cyberformação enquanto concepção de formação com professores que ensinam ou desejam atuar com TD (ROSA, 2011b).

### 6.2.1 A colaboração gerando a relação com o saber

Na análise dos dados buscamos mostrar como o grupo, constituído por professoras de matemática e o pesquisador, por meio dos episódios, se revela como colaborativo durante o processo de Cyberformação Semipresencial. Diante da característica de colaboração, analisamos a influência da hierarquia nas relações com o saber, em termos específicos (geométricos), pedagógicos e tecnológicos. Buscamos investigar que a presença da hierarquia não descaracteriza o grupo como colaborativo e colabora para o avanço nas relações com o saber dos professores que desejam ensinar matemática com TD.

A partir disso, resgatamos as ideias teóricas enunciadas sobre as concepções de grupo colaborativo (FIORENTINI, 2004; NACARATO; GOMES; GRANDO, 2008; PAIVA, 2011), a presença da hierarquia na produção de saber (FOUCAULT, 1987) e o saber como uma relação com o mundo, com os outros e consigo mesmo (CHARLOT, 2000). Analisamos sob esses referenciais teóricos como possibilidades de entrelaçamento e de tratamento nas análises.

Assim, entendemos que os aspectos teóricos apresentados se articulam nas análises, as quais se configuram como reflexões oportunizadas pelo movimento de integração (GARCIA ARETIO, 2004; GUÉRIOS; SAUSEN, 2012) entre os momentos presenciais (encontros e sala de aula) e os a distância (fóruns, e-mail, *wiki*) de modo que os diálogos e as interações acontecessem de forma contínua. Diante da articulação teórica, os modos de relação com o saber buscam estar em consonância com a concepção de Cyberformação (ROSA, 2011b; ROSA, 2015).

Em particular, a concepção de grupo colaborativo pode ser caracterizada como espaço de discussão em que todos trabalham, de forma voluntária, com objetivos comuns (FIORENTINI, 2004). Desse modo, com base na caracterização destacada em Fiorentini (2004), defendemos que um dos aspectos refletidos, essencialmente, no interior dos grupos colaborativos é a relação com o saber, em que todos podem aprender e ensinar matemática. Salientamos que essas reflexões podem culminar em mudanças e transformações nas práticas docentes daqueles que coparticipam desse processo.

Em outras palavras, atentamos para o fato de que a hierarquia pode ser um aspecto positivo no grupo colaborativo e nas relações que os participantes realizam ao planejar, estudar e coproduzir aulas com TD, dependendo de como ela é manifestada, ou seja, não de forma autoritária.

O primeiro episódio (Encontro Presencial 10 - 28/03/2012) contempla discussões sobre o uso da *wiki*, meio tecnológico usado para a produção do planejamento de aulas (APÊNDICE B), o qual foi elaborado pelo grupo colaborativo. Em particular, neste episódio, lançamos olhares para as falas dos colaboradores (Professora 1, Professora 2 e Pesquisador), na medida em que se preocupavam com a organização e o planejamento das aulas de geometria com TD. Também, apresentamos as discussões que se constituíram pelas interações entre o grupo e que modificaram a forma de organização do planejamento das aulas em termos de processos tecnológicos, com a possibilidade gerada pela *wiki*.

## Episódio 1 - A COLABORAÇÃO SE MOSTRANDO

### Episódio do Encontro Presencial 10 – Discussões sobre a constituição de uma *wiki* pelo grupo – 28/03/2012 - Vídeo 17 - [30:18 – 34:32]

> **Pesquisador**: (...) Será que a gente precisa sistematizar estas ideias [referente às ideias para constituição das aulas a serem produzidas]? Digitar?[92]
> **Professora 1**: Como você fez aí [aponta para as anotações da Professora 2].
> **Pesquisador**: (...) sistematizar, colocar.
> **Professora 2**: tipo fazer um plano de aula.
> **Pesquisador**: um planejamento.
> **Professora 2**: um planejamento. Acho que é bom. Até porque esta questão de retomar cada vez [se refere à retomada da discussão em cada encontro presencial]. Pelo menos, ali [no computador] a gente já sabe. Hoje, por exemplo, o que nós vamos fazer hoje? No nosso caso. Aí, a gente já sistematiza (...)
> **Professora 1** (...) E a gente não tem como colocar isso no Moodle? Esse planejamento?
> **Pesquisador**: tem.
> **Professora 1:** não tem algum [recurso da Plataforma Moodle]. Por exemplo, a Professora 2, digita lá, o que ela tem ali. Aí eu me lembro de um negócio, vou lá e incluo dentro assim, no meio, do texto da Professora 2 [gesticula com as mãos mostrando o "incluo dentro"]. Não tem como? A Professora 2, agora, depois, quando ela tiver um tempinho ela passa ali [digitar na Plataforma Moodle].
> **Professora 2:** tá. Isso que eu tenho aqui, o que nós iremos fazer? Daí que título eu coloco pra isso?
> **Professora 1:** Isso. Não sei. Eu estou falando. Você fica pensando [fala e olha para o Pesquisador]. Tu abres um lugar ali, um espaço. A Professora 2, com o tempo, ela vai digitar. Aí, eu me lembrei. Bah, dá para fazer isso. Aí eu coloco ali no meio da [gesticula o "meio" entre as mãos].
> **Professora 2:** você vai ali e faz o comentário? É isso?

[92] Os erros ortográficos foram corrigidos uma vez que a compreensão se torna mais fluída na leitura e os erros não são objetos de análise.

> **Professora 1:** não. Eu pensei que não é comentário, separado, mas que eu pudesse colocar dentro do teu planejamento [se referindo aos fóruns de discussão, em que os comentários ficam um abaixo do outro].
> **Professora 2**: mas quando tem o comentário, não vem embaixo de cada um? Professora 1 disse, Professora 2 disse [se refere a sistematicidade dos fóruns de discussão].
> **Professora 1:** mas eu queria um planejamento só, entendeu?
> **Professora 2:** aham, entendi. Que ficasse tudo junto.
> **Pesquisador**: um arquivo, um documento só.
> **Professora 1**: por exemplo aqui, que nós pensamos em colocar o vídeo e tirar as embalagens [se refere a apontamentos sobre o planejamento]. Aí eu vou colocar isso no meio, pá, pá, colocava ali. Não tem um lugar para fazer isso ali?
> **Pesquisador**: [está olhando para a Professora 1, pensando no nome do recurso e sorri], ah, isso que você acabou de dizer se chama *wiki*...
> **Professora 1**: o que é isso? *Wiki*? [professora sorri]
> **Pesquisador**: ah, um texto construído, assim pelo coletivo... vai alterando, modificando.
> **Professora 1**: isso. Que daí a gente vai incluindo. Ah, a Professora 2 diz, ah, tive outra ideia. Aí, a Professora 2 inclui ali (...) Às vezes, a ideia, na hora ela não surge. A gente teve essas ideias aí, por enquanto.
> **Professora 2**: naquele dia, por exemplo, hoje, não surgiu nada [professora sorri].
> **Pesquisador**: [está procurando no Moodle se tem o recurso *wiki*]. Oh, tem como fazer, tem essa ferramenta aqui.
> **Professora 1**: aahh.
> **Pesquisador**: vamos criar agora. Vamos fazer juntos aqui. [Professoras e Pesquisador estão juntos observando a possibilidade]
> **Professora 1**: porque daí, no caso, o texto fica, eu não sei dizer o termo correto. Como eu vou dizer, ele fica aberto (...) Porque às vezes você está na aula, às vezes, tu estás pensando, (...), mas eu poderia fazer isso. Aí tu vais lá e coloca [Plataforma Moodle] (...) Porque essas ideias não vêm assim, agora, no momento. Porque, às vezes, quando você está lá na aula, com eles [estudantes], fazendo alguma coisa.
> **Professora 2**: mas às vezes, não. Você está fazendo outra coisa e está com aquilo na cabeça [planejamento, atividades], tá, [faz o sinal de um "click", indicando a hipotética situação de surgir uma ideia, uma espécie de *insight*] surgiu tal ideia. (...)

No momento em que os colaboradores refletem sobre o planejamento, o Pesquisador está preocupado com a sistematicidade dessas ideias em um documento de texto, uma vez que, todos se mantêm na busca por alternativas para a questão do planejamento e, por isso, o Pesquisador questiona: "*Será que a gente precisa sistematizar estas ideias?*" Essa questão permitiu que fosse feita a negociação com o grupo sobre a necessidade de sistematização das ideias. Enquanto isso, a Professora 1 questiona se há um recurso na Plataforma *Moodle* em que possam ser inseridas ideias referentes ao planejamento a qualquer momento, diferentemente, dos fóruns de discussão. Assim, evidenciamos que, em termos de colaboração, os sujeitos expressam livremente o que pensam e sentem, pois se constitui uma relação de compartilhamento de ideias de forma espontânea (FIORENTINI, 2004).

Em termos tecnológicos, a Professora 2 verbaliza o processo vivido nos fóruns de discussão, em que as interações são listadas em uma sequência de respostas, diferentemente, da *wiki*. Essa constatação ocorreu por meio do questionamento da referida professora: "*mas quando tem o comentário, não vem embaixo de cada um?"*, ou seja, mencionando uma possibilidade, que é a criação de um fórum de discussão para a produção do planejamento. Enquanto, a Professora 1 menciona: "*mas eu queria um planejamento só, entendeu?*" Compreendemos que diante dessa constatação da Professora 1 há o desejo de fazer juntos. Nesse viés, se desencadeia a possibilidade de criação de uma *wiiki*, que é verificada pelo Pesquisador, na Plataforma *Moodle*, o qual propõe "*Vamos fazer juntos aqui*". A possibilidade de constituição da *wiki* pelo *com-junto* (HEIDEGGER, 1986; ROSA, 2008) em que cada colaborador age na sua singularidade com diferentes pontos de vista e diferentes níveis de participação (FIORENTINI, 2004). Segundo o mesmo autor, os colaboradores compartilham significados acerca do que estão fazendo e aprendendo.

Além disso, há o estabelecimento de uma relação que transcende o próprio grupo, uma interligação com a prática docente "*Porque às vezes você está na aula, às vezes, tu estás pensando, (...), mas eu poderia fazer isso* (Professora 1)". Ou, ainda, como menciona a Professora 2, "*Você está fazendo outra coisa e está com aquilo na cabeça* [planejamento, atividades], *tá,* [faz o sinal de um "click"] *surgiu tal ideia*", em que a Cyberformação Semipresencial pode ser continuada em outros ambientes, por meio da Plataforma *Moodle* ou até mesmo pelo *e-mail*, o que nos permite contemplar essa formação em uma linha contínua.

Pelo Episódio 1, podemos dizer que o grupo buscou o compartilhamento de ideias (FIORENTINI, 2004). No entanto, esclarecemos que o Pesquisador já sabia da existência da *wiki*, até porque o mesmo pronuncia: "*isso que você acabou de dizer se chama wiki* na *Plataforma Moodle"*, mesmo não desvelando esse saber de imediato. Isso implica dizer em nosso entendimento que o conhecimento da existência do recurso não foi suficiente, pois o mesmo se propôs a investigar esse recurso, para assim buscarem *saber-fazer-com-a-wiki* (ROSA, 2008), o que pode ocorrer independentemente do lugar geográfico que o usuário estiver.

Assim, conforme Charlot (2000), a relação com o saber é construção, é co-construção, se dá em colaboração. É construção comigo mesmo, com os outros e com o mundo. **Comigo mesmo**, na medida em que ‘produzo’, ‘crio’, ‘invento’ “*Aí eu me lembro de um negócio, vou lá e incluo dentro assim* (...)” ou “*mas eu queria um planejamento só, entendeu?*” (Professora 1). **Com os outros**, nas interações no grupo, na medida em que a Professora 1 envolve o Pesquisador e a Professora 2*: “Eu estou falando. Você fica pensando* [fala e olha para o Pesquisador]. *Tu abres um lugar ali, um espaço. A Professora 2, com o tempo, ela vai digitar. Aí, eu me lembrei. Bah, dá para fazer isso. Aí eu coloco ali no meio da* [gesticula o “meio” entre as mãos]*”.* **Com o mundo**, “*vamos criar agora. Vamos fazer juntos aqui*”, em que o Pesquisador “chama” as professoras para estar-com-o-ciberespaço (BICUDO, 2009) e, juntos, colaborativamente, estudam, pensam e planejam negociando a possibilidade de *saber-fazer-com-a-wiki*. Ou seja, os participantes agem em *com-junto* (ROSA, 2008). Dessa maneira, este grupo socialmente instituído ao se propor voluntariamente a vivenciar um processo de Cyberformação Semipresencial manifestou as características referentes à colaboração presentes em Fiorentini (2004). Por isso, afirmamos que o grupo realmente se configurou como colaborativo, a partir do conjunto de análises realizadas diante das falas dos integrantes do grupo.

Como anunciamos no capítulo 3, uma das ações a serem compreendidas nesse processo de análise dos dados é a presença da hierarquia. Em um grupo colaborativo, conforme Nacarato, Gomes e Grando (2008), há relações de hierarquia, embora essas relações tendam a não ser hierárquicas, como aponta Fiorentini (2004). Pela compreensão de Foucault (1987) precisamos ‘abandonar’ a cultura em que produzimos saber, ‘onde’ as relações de saber-poder estão suspensas. Segundo este autor, toda relação de saber é uma relação de poder-saber. Dessa maneira, o Episódio 2 sinaliza a presença da relação hierárquica na relação entre os colaboradores, em Cyberformação Semipresencial. Esse episódio é provindo do Encontro Presencial 5, com a participação das Professoras 1 e 2 e do Pesquisador. No referido episódio, são abordados aspectos pedagógicos, de comprometimento com o grupo, e de questões geométricas sobre a condição de existência de triângulos com o *software* GeoGebra.

## Episódio 2 – A HIERARQUIA NA COLABORAÇÃO: O PODER-SABER DO PESQUISADOR

**Episódio do Encontro Presencial 5 - Discussão sobre a condição de existência de triângulos - 20/10/2011 - Vídeo 7 - [06:42 – 08:22]**

> **Pesquisador**: Tá. Então vamos iniciar. Você fez a atividade Professora 2? [O Pesquisador está se referindo à construção da atividade do triângulo presente no Fórum 5].
> **Professora 2**: Não. Eu não fiz o tema de casa, professor! Pode anotar no caderninho [professora sorri] Não deu, eu comecei a fazer e depois, não deu (...)
> **Professora 1**: Mas como a gente não entende [fala da dificuldade em trabalhar com a atividade no *SGD*], eu fiz umas quatro vezes. Para você pegar o processo do GeoGebra. (...)
> **Professora 2**: Para conseguir?
> **Professora 1**: Tive que voltar na explicação [se referindo aos enunciados desta atividade]. Mas deu bem para entender, mas eu fiz vários, vários triângulos [professora fala em tom mais alto de voz, indicando que fez várias vezes as construções], para ver se realmente era aquilo ali mesmo [se refere à verificação da atividade]. Aí eu entendi que para ser um triângulo, a soma dos dois segmentos tem que ser maior que o terceiro segmento [atividade sobre a condição de existência presente no Fórum 5 e discutida no Encontro Presencial 4], não é? [questiona e olha para o pesquisador]. Aí eu fui tentando com outras medidas (...)

Compreendemos que a participação do Pesquisador pode condicionar o estabelecimento de relações hierárquicas entre os colaboradores em processo de formação. Sendo assim, essa participação se configurou como um ponto de reflexão deste estudo, a qual se constituiu pelas ações de pesquisa em um grupo colaborativo (FIORENTINI, 2004), no qual tanto pesquisador quanto professoras da Educação Básica foram partícipes. No entanto, consideramos que esses partícipes possuem diferentes papéis sociais, os quais se interpelam e se negociam a partir das posições sociais que ocupam, conforme discutimos a partir de Charlot (2000). Nesse sentido, analisamos o Episódio 2, buscando apontar a hierarquia nas interações de um grupo colaborativo.

A relação hierárquica se manifesta na fala do Pesquisador, uma vez que, questiona: "*Você fez a atividade Professora 2*?" e a mesma responde: "*Não. Eu não fiz o tema de casa, professor!*" A atribuição da palavra "*professor*" denota que o Pesquisador, nesse momento, está sendo visto pela Professora 2 como um sujeito com uma posição social distinta, embora constituam o mesmo grupo, pois, de fato o Pesquisador, foi aquele que convidou as professoras para a referida Cyberformação Semipresencial e foi o participante que escolheu os artigos científicos para discussão. Entendemos que o Pesquisador, muitas vezes, como ressaltam Nacarato e Grando (2009, p.3) possui "[...] uma posição de *expertise* em relação aos outros participantes do grupo [...]" por ser 'o' estudante de doutorado e, mesmo sem intenção, exerce uma relação de poder (FOUCAULT, 1987), pois não perguntou, por exemplo, às demais colaboradoras que artigos sugeririam à leitura.

Também, a relação de hierarquia entre os participantes também se mostrou em termos de relação com a geometria no momento que a Professora 1 infere: "*a soma dos dois segmentos tem que ser maior que o terceiro segmento*" sobre a condição de existência, "*não é?"*. Ou seja, entendemos que ela necessita de uma confirmação por parte do Pesquisador, pois ela fixou o olhar para o pesquisador e não na outra professora participante. Isso contempla que os colaboradores estão em posições sociais distintas (professor e estudante de doutorado em Educação Matemática), mas, sobretudo, constituídos por processos de aprendizagem matemática que os mesmos estão atravessando, os quais podem determinar os modos de conceber o poder-saber do outro (FOUCAULT, 1987).

Também, no Episódio 2, uma das ações efetuadas pelos colaboradores é *pensar-com-o-software-Geogebra*. As duas professoras mencionam como um processo de dificuldade "*Eu fiz umas quatro vezes*" (Professora 1) e "*Não deu, eu comecei a fazer e depois, não deu*" (Professora 2), na relação com o saber, em termos tecnológicos, mostrando que, muitas vezes, essa relação de poder-saber (FOUCAULT, 1987) com a cultura digital depende da formação do professor.

Da mesma forma, entendemos a partir de outra fala da Professora 1: "*Mas como a gente não entende...*", que ela demonstra 'estranheza' ou indícios de dificuldade de *pensar-com-o-software*, na condição de professora que ensina matemática na Educação Básica. Em outras palavras, acreditamos que a professora se posiciona como um sujeito que não possui ainda uma aproximação consolidada com as TD, isto é, uma relação que pode ser construída e potencializada, ou seja, um dos objetivos da Cyberformação, conforme Rosa (2011b).

Podemos relacionar esse episódio com os discursos das professoras revelados nas entrevistas semiestruturadas, por meio do seguinte questionamento feito pelo Pesquisador: "Você fez cursos sobre o uso de TIC em matemática? Participou de algum grupo, projeto sobre esta temática? Cite quais? No que contribuíram?" (APÊNDICE A). As respostas das professoras 1 e 2 para os questionamentos recentemente descritos foram:

**Entrevista-Professora 1 – Relação com o uso de TD - Agosto de 2011**

> (...) Eu acho importante, mas eu não tenho participado de cursos, pois aqui na escola era meio complicado [usar], mas neste último [evento] *eu participei de um curso do GeoGebra*, então, muito bacana essa questão de poder movimentar, coisas que com eles no papel você não consegue fazer eles visualizarem [estudantes], a movimentação, assim sabe... *Coisas que não teria com o material manipulativo, que é com isso que eu trabalho, o meu manipulativo não dá essa visão* pra eles [estudantes], é algo assim diferente (...)

**Entrevista-Professora 2 – Relação com o uso de TD - Agosto de 2011**

> (...) Eu acho que é importante, porque hoje a gente está vivendo em um mundo diferente daquele em que eu aprendi, então, é necessário que eles [estudantes] também tenham esse contato, mas *eu não sei fazer isso*, eu acho que é importantíssimo, pra eles [estudantes] e pra mim também, eu também vou aprender uma coisa que eu nunca aprendi, que eu não sei (...)

Acreditamos que os discursos das professoras advindos das entrevistas estão em consonância com as dificuldades de *pensar-com-o-software-GeoGebra* emergentes do Episódio 2, uma vez que, a Professora 1 revela: "*eu participei de um curso do GeoGebra"*, mas, no entanto, isso não garante o uso do GeoGebra em sua prática docente, pois segundo ela o referido *software* pode possibilitar a movimentação diferente do uso pedagógico que faz de outros recursos, mas, ao mesmo tempo, salienta que é com o material manipulativo que ela trabalha: " (...) *Coisas que não teria com o material manipulativo, que é com isso que eu trabalho, o meu manipulativo não dá essa visão* (...)*"*. Entendemos que a Professora 1 se mantêm em uma zona de conforto, pois essa é "[...] caracterizada pela certeza e previsibilidade do ambiente, e entrar em uma zona de risco, que requer tomada de decisão sobre situações nunca antes experimentadas" (SILVA; PENTEADO, 2013, p.282). Enquanto a Professora 2, também salienta a estranheza com o recurso tecnológico, ao expressar que: "(...) *eu não sei fazer isso* (...)*"* se referindo ao uso de TD em aulas de matemática.

Diante do Episódio 2 e das entrevistas semiestruturadas, destacamos de forma sintética aspectos que nos levam a considerar a presença de hierarquia nas relações entre os colaboradores: a forma questionadora do pesquisador e da resposta da Professora 2; a relação com o saber geométrico (condição de existência de um triângulo) construída pela Professora 1 com o GeoGebra e a necessidade de confirmação por parte do Pesquisador; e a posição social assumida pelas professoras da Educação Básica em relação ao saber tecnológico.

Olhando do outro lado, as professoras da Educação Básica podem exercer a hierarquia em relação ao saber do Pesquisador. Ou seja, a presença da hierarquia pode partir do poder-saber das professoras. O Episódio 3 contempla algumas das discussões do Encontro Presencial 9, com a participação das Professoras 1 e 2 e do Pesquisador, de forma a destacarmos esse tipo de hierarquia. No referido encontro, as principais discussões foram em relação ao planejamento de figuras geométricas planas e a negociação de quais dessas figuras seriam trabalhadas com ambientes de geometria dinâmica.

**Episódio 3 – A HIERARQUIA NA COLABORAÇÃO: O PODER-SABER DO PROFESSOR DA EDUCAÇÃO BÁSICA**

**Episódio do Encontro Presencial 9 – Discussão pedagógica sobre o planejamento de figuras geométricas planas – Vídeo 15 – [15:34 – 17:35]**

> **Pesquisador**: (...) vamos sempre tentar pensar porque que nós estamos fazendo.
> **Professora 1**: sim.
> **Professora 2**: [sinaliza que concorda com a cabeça].
> **Pesquisador**: por que eu estou dizendo? Por que eu estou fazendo? Se eu estou dizendo que isso é quadrado, por quê? Se eu estou dizendo que é retângulo, por quê? Como é que eu provo que é? Aí nós podemos entrar naquela discussão, lembra que nós fizemos, se eu te digo três medidas e você tenta fazer um triângulo e não dá. Sobre a condição de existência, um triângulo só existe se, se e se.
> **Professora 1**: sim.
> **Pesquisador**: Aí os alunos podem tentar discutir isso, aí sim pode ser com os *softwares* de geometria dinâmica, que nós já discutimos e vimos nos materiais anteriores [artigos lidos e discutidos nos fóruns].
> **Professora 1**: aí eu fico pensando, será que nós conseguimos trabalhar com eles [estudantes] essas formas [está se referindo às figuras geométricas] mais comuns, assim? Porque uma aula a gente vai ficar com eles montando [construindo] um quadrado, eu penso assim. Na outra aula a gente vai trabalhar com um triângulo. Não tem problema que a gente fique assim [gesticula no sentido de demandar muito tempo]?
> **Pesquisador**: não.
> **Professora 1**: porque isso lá no real assim com eles, isso demora, não é assim [fácil] para eles montarem [construírem] o quadrado, por exemplo. Eles até vão conseguir identificar as propriedades, mas na hora de montar [construir].
> **Pesquisador**: de construir, você está falando?
> **Professora 1**: de construir, isso demora, isso não é tão fácil assim. (...)

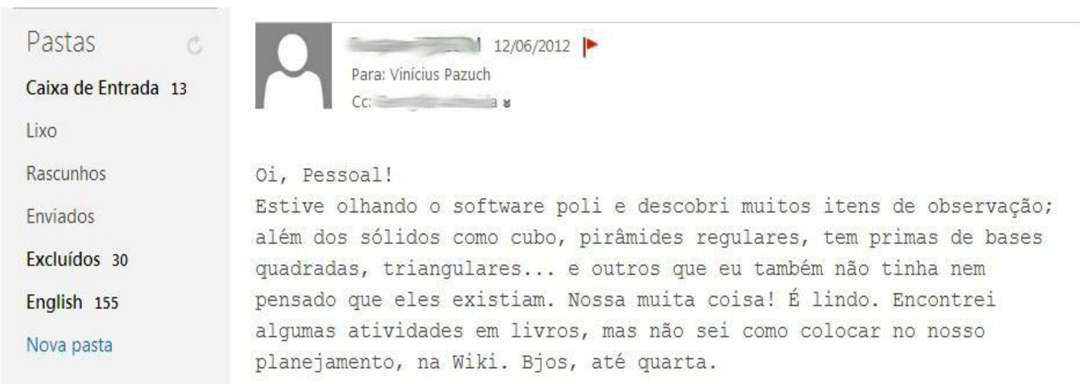
Interpretamos que a fala da Professora 1: "(...) *porque isso lá no real assim com eles, isso demora, não é assim* [fácil] *para eles montarem* [construírem] *o quadrado, por exemplo. Eles até vão conseguir identificar as propriedades, mas na hora de montar* [construir] (...)" sinaliza a dimensão pedagógica que o professor de matemática pode relatar em termos da atividade docente com seus estudantes. Compreendemos que essa não é a realidade vivida pelo Pesquisador, por isso defendemos que a posição social ocupada pela Professora 1, no momento do planejamento imprime seu poder-saber sobre o Pesquisador. Entendemos que a reflexão feita por Nacarato e Grando (2009) elucida o poder-saber do professor, pois as referidas autoras expressam que:

> Nesse momento de preparação, o professor responsável pela turma na qual a atividade será desenvolvida tem um papel central, uma vez que ele conhece a realidade da classe e seu saber da experiência indica como a atividade poderá ser conduzida (NACARATO; GRANDO, 2009, p.6).

Nesse caso, em particular, do Episódio 3, a relação com o saber pedagógico da Professora 1, se relaciona com o que Rodrigues (2008) menciona. Entendemos que o poder (ser professora de matemática) produz saberes (nesse caso, em termos pedagógicos) e o saber coloca em funcionamento vários poderes (afirmar para os outros essa constatação). Sob o viés foucaultiano, Rodrigues (2008) trata da escolarização dos saberes, em que o poder-saber é fundamental na disciplina e no processo contínuo do conhecimento.

Ainda na perspectiva de mostrar a relação de hierarquia, apresentamos o Episódio 4, advindo da aula coproduzida pela Professora 2. O Episódio 4 registra o Momento 3 – Construção da Relação de Euler com o *Software* Poly - da atividade produzida com o uso da *wiki* (APÊNDICE B). Como abordamos, na processualidade metodológica, no Capítulo 5, o processo de elaboração dos momentos que integram a atividade foi marcado por idas e vindas, com leituras, discussões em fóruns, e-mail, até que os momentos planejados pudessem ser coproduzidos em sala de aula com os estudantes. Neste caso, um e-mail foi o desencadeador do planejamento do Momento 3, com o uso do *software* Poly, que também foi objeto de discussão no Fórum 2 (APÊNDICE C), em que abordamos aspectos da leitura de Bairral (2009).

**E-mail enviado pela Professora 1 ao grupo – 12/06/2012**



Nesse sentido, a partir do conteúdo do e-mail, a Professora 1 se volta para as possibilidades encontradas na relação que estabeleceu com o *software* Poly e envia para o grupo. Relembramos que essa foi uma das ações que culminou no planejamento do Momento 3 da atividade com o uso da *wiki*. Na sequência, apresentamos as interações estabelecidas entre a Professora 2 e os estudantes, com a interferência do Pesquisador.

## Episódio 4 – O PODER-SABER DO PESQUISADOR EM RELAÇÃO À TECNOLOGIA DIGITAL

### Episódio de Aula 1 da Professora 2 – Momento sobre a Relação de Euler – 23/10/2012 – Vídeo 78 – [01:53 – 03:32]

(...) [*Estudante 1*[93] chama a **Professora 2**]
**Professora 2**: (...) oi, oi. Daí, encontrou? [se referindo ao número de arestas de um Octaedro]
*Estudante*: dá para contar as linhas assim?
**Professora 2**: pode, pode...
*Estudante*: deu 16...
**Professora 2**: tem certeza?
**[***Estudante* faz a contagem das arestas novamente].
**Professora 2**: conta novamente, conta novamente.
**Pesquisador**: [se dirigindo para a **Professora 2]**, eles [estudantes] têm que tomar cuidado porque não dá para contar as arestas com o sólido aberto [se refere à função planificação do software Poly]. Tem que ser no último [função que apresenta o sólido, em três dimensões], senão ele ficará planificado.
[**Professora 2** retorna até o *Estudante 1* e diz para ele contar, usando a última função, indicada pelo **Pesquisador**]
**Pesquisador**: Entendeu? Se eu planificar dará um número maior de arestas [segmentos][94]. No momento do sólido ele junta as duas arestas [segmentos], por exemplo [se referindo ao movimento propiciado pelo *software* para unir os segmentos na planificação]. Lembra que nós [no grupo] contávamos com ele no último ícone [função em três dimensões]. Porque lá está com ele inteiro [lá ele é sólido].
[*Estudante 1* está realizando a contagem do número de arestas pela função com o sólido em três dimensões]
**Estudante**: deu 12 agora [se referindo ao número de arestas do Octaedro].
**Professora 2**: ok, deu 12.

[93] Identificaremos os estudantes como *Estudante 1*, *Estudante 2*, *Estudante 3* se referindo aos diferentes estudantes que participam do diálogo ou *Estudantes* quando um grupo de estudante se comunica com as professoras ao mesmo tempo.

[94] Esse episódio foi colocado em discussão com a Professora 2, na Análise de aulas, e é discutido novamente no Capítulo 7, em virtude do equívoco de linguagem cometido pelo Pesquisador e pela Professora 2 ao comunicar a palavra “arestas” em vez de “segmentos” quando nos referimos à planificação. Ressaltamos que a relação feita com o ícone do *software* para a contagem de arestas com o *software* Poly indicado pelo Pesquisador lhe confere o conhecimento do *software* e acertadamente nós indicamos o referido ícone para os Estudantes, o que possibilitou a constituição da Relação de Euler posteriormente.

> **Pesquisador**: **Professora 2**, eu acho que você dá esse recado geral. Na verdade quando ele está planificado [ele não é sólido] as faces ficam fáceis de contar, mas as arestas, não...
> **Professora 2**: mas as arestas não. Pessoal [se dirigindo a turma inteira], quando vocês forem ver as arestas, tá? Para contar as arestas. Seria interessante vocês irem naquele último ícone ali [se referindo à função do software em três dimensões], tá? Aí vocês conseguem ver ele melhor, porque ele [sólido] vai ficar fechado, vai ficar um número diferente de arestas [segmentos] senão. (...)

O Episódio 4 objetiva mostrar o poder-saber do Pesquisador ao observar a contagem que os Estudantes estavam fazendo, ou seja, a contagem de arestas equivocadamente pela planificação. Ele comunica para a Professora 2: "*eles* [Estudantes] *têm que tomar cuidado porque não dá pra contar as arestas com o sólido aberto* [se refere à função planificação do *software* Poly]*. Tem que ser no último* [função que apresenta o sólido, em três dimensões]*, senão ele ficará planificado*", faz com que a Professora 2 reavalie sua afirmação anterior: "*pode, pode*", quando o estudante questionou se poderia contar as arestas por meio da planificação. Na verdade, a ação do Pesquisador colaborou matematicamente para a construção da Relação de Euler ao indicar o uso do ícone para a Professora 2, que assume o posicionamento do Pesquisador e esclarece: "*Para contar as arestas. Seria interessante vocês irem naquele último ícone ali* [se referindo à função do software em três dimensões], *tá?* (...)". De acordo com Foucault (1987), a relação de poder-saber do Pesquisador favoreceu a relação com o saber tecnológico, no que tange ao uso do *software* Poly pela Professora 2 e pelos estudantes, considerando as interações do Episódio 4. Então, compreendemos que a **colaboração** é também possibilidade de aprimorar as relações com o saber dos professores.

Por outro lado, considerando a concepção de Cyberformação, o Pesquisador poderia ter discutido a questão com a Professora 2 ou levado para a reflexão, no instante que os estudantes estavam em processo de *pensarem-com-o-software-Poly*. Ou seja, poderia ter se constituído o movimento do professor mobilizar os estudantes para a construção da Relação de Euler, questionando o porquê a contagem das arestas necessitaria ser realizada por meio do referido ícone, o qual permite a visualização da figura em 3D. Por isso, acreditamos que a Cyberformação Semipresencial com professores de matemática "[...] aparece para que reflexões sobre essa não linearidade presentificada na cibercultura e sobre esse controle que escapa das mãos do professor sejam encaradas como fatores do próprio processo" (ROSA, 2011c, p.144). A análise do Episódio 4 nos leva também a conjecturar que o referido processo de formação se mostra como inacabado. Afirmamos isso, pois, de acordo com Rosa (2014c, p.144):

> A formação supostamente “completa” de um professor de matemática está em constante movimento, busca um professor ideal, persegue elementos técnicos externos a ele, mas envolve a evolução pessoal, social, cognitiva e cultural. Mundanamente impossível de se efetivar, de se finalizar como um objeto pronto, acabado. No entanto, possivelmente perseguida.

Diante disso, defendemos que o professor que ensina matemática com TD está em constante movimento de aprimoramento do “eu” pessoal e profissional, que ocorre também nas relações com os outros (CHARLOT, 2000). Compreendemos, então, que diversas situações se mostram como potenciais para a formação contínua, como os conflitos da própria sala de aula, como a produção de um artigo, como a análise de uma questão matemática provinda de uma avaliação externa, como uma pergunta proferida por um estudante. Isto é, ações que nem sempre terão uma resposta pronta e estruturada, mas que necessitam uma espécie de mobilização, como aponta Charlot (2000). Entendemos que isso caracteriza o pôr-se em movimento, a fim de estabelecer relações com o saber presente no mundo, como explicitamos no Capítulo 3.

Desta forma, inferimos que é fundamental investir e mostrar os avanços, as particularidades, as dificuldades e a presença da hierarquia no cenário da colaboração. Em particular, enfatizamos que a presença de hierarquia na relação entre os colaboradores no grupo e consequentemente nas distintas formas de compreensão de um determinado objeto ou tópico geométrico pode favorecer o estabelecimento de relações com o saber, como mostramos por meio dos Episódios.

Resumidamente, a saber: *Episódio 1*: explicitamos a constituição de um grupo colaborativo; *Episódio 2*: compreendemos o poder-saber do Pesquisador em relação às professoras em relação à dimensão específica (geométrica); *Episódio 3*: apresentamos o poder-saber das professoras no que se refere à dimensão pedagógica em relação ao Pesquisador; e, no *Episódio 4*, analisamos a hierarquia em termos da dimensão tecnológica, no que tange ao poder-saber do Pesquisador em relação à Professora 2.

A partir dos quatro episódios, em conjunto com o conteúdo de e-mail e das entrevistas, buscamos mostrar que a dimensão colaborativa constitui uma das múltiplas dimensões da Cyberformação Semipresencial, anunciada no subtítulo 2.2, bem como, essa dimensão se mostra como possibilidade de reflexão e de avanço nas relações com o saber dos professores que buscam ensinar geometria com TD. Também, revelamos que as análises, apresentadas nessa seção, são sínteses ainda não ‘finalizadas’, pois no Capítulo 7, retratamos o movimento de reflexão das professoras em relação as suas aulas e promovemos, assim, uma metareflexão sobre os discursos docentes “após” o processo de Cyberformação Semipresencial, enfocando de antemão a colaboração. Na próxima seção, analisamos o tempo vivido como outra dimensão que a Cyberformação Semipresencial pode abranger e como esta pode contribuir na constituição da relação com o saber das professoras em termos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos.

### 6.2.2 O tempo vivido constituindo a relação com o saber

Buscamos mostrar o tempo vivido como uma das dimensões da Cyberformação Semipresencial, enfocando o modo que esse se mostra na relação com o saber do professor de matemática. De acordo com Heidegger (1986), o tempo é conjugado pelo “como”. Dessa maneira, pretendemos mostrar, por meio de episódios, “como vivemos” o processo de Cyberformação Semipresencial, desvelando os avanços e as possibilidades geradas por esse movimento de formação, no que tange às ideias geométricas, ao uso de recursos tecnológicos e à abordagem pedagógica. Esses três aspectos podem ser visualizados em uma totalidade quando professores de matemática, segundo a perspectiva do tempo vivido, narram os acontecimentos, dos quais participaram ou presenciaram (BICUDO, 2003b).

O Episódio 5 contempla momentos de negociação entre as professoras 1 e 2 e o pesquisador, em que se evidencia o que Bicudo (2003b) denomina de presente-passado, como um dos modos de vivermos o tempo, considerando o tempo vivido em Cyberformação Semipresencial. Em particular, nesse episódio, retirado do Encontro Presencial 12, realizado em 18/04/2012, no segundo ano de formação, apresenta os colaboradores discutindo sobre aspectos de geometria euclidiana plana e como esses seriam trabalhados com os estudantes das referidas professoras. As discussões contempladas no Episódio 5 resgatam as vivências no processo de formação no primeiro ano, mostrando as dificuldades e as estranhezas com o saber geométrico por meio da narrativa das professoras.

## Episódio 5 - TEMPO VIVIDO EM CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL: NEGOCIAÇÕES QUE NARRAM O PRESENTE-PASSADO E O "HUMOR" NO PLANEJAMENTO DE AULAS DE GEOMETRIA COM TECNOLOGIAS DIGITAIS

### Episódio do Encontro Presencial 12 – Discussões sobre geometria euclidiana plana – 18/04/2012 - Vídeo 21 - [00:38 – 05:37]

**Professora 1**: (...) eu coloquei aqui [na *Wiki*], só para nós lembrarmos o que nós iríamos fazer. (...) aqui, que eu coloquei, construção e discussão das figuras geométricas como o uso do *software*. Aí eu coloquei aqui, eu não sei, mas eu pensei em discutir, o que nós vamos construir é o quadrado, o retângulo, e isso nós vamos ampliar conceitos sobre ângulos, retas paralelas, perpendiculares, perímetro e área. Eu coloquei esses itens aqui.
**Professora 2**: que é isso aí que a gente vai trabalhar mesmo, não é? [dirige o olhar para o pesquisador, como se estivesse solicitando uma confirmação].
**Professora 1**: não sei. É? [dirige o olhar para a Professora 2].
**Professora 2**: no prático, você está dizendo? [conversando com a Professora 1].
**Professora 1**: sim, aqui no GeoGebra. Quadrado e retângulos, que nós vamos construir? O que tu acha? [se dirigindo para a Professora 2]. Triângulo não, eu acho.
**Professora 2***:* o mais fácil é o quadrado e o retângulo? Eu acho que tem que ser o mais fácil.
**Pesquisador**: por quê?
**Professora 1**: [risos]
**Pesquisador**: você está com medo?
**Professora 2**: é, a professora aqui está com medo.
**Professora 1**: é, eu coloquei quadrado e retângulo e gente vai ampliando, trabalhando com eles, esses conceitos de ângulos, retas paralelas, perpendiculares, perímetro, área, porque eu me lembro, que lá tem [se referindo às funções do *software* GeoGebra].
**Pesquisador**: olha só, aqui está escrito, construção e discussão de figuras geométricas planas com o uso *software* GeoGebra.
**Professora 1**: sim
**Pesquisador**: sim, mas e os triângulos, porque se tiver uma embalagem com base triangular.
**Professora 1**: pode, eu acho que pode.
**Pesquisador**: o que quero perguntar, é por que o quadrado e o retângulo? Entendeu?
**Professora 1**: Nós construímos o quadrado, não foi? [se referindo ao Fórum 6] a partir da circunferência nós fizemos um quadrado. Lembra?
**Pesquisador**: mas nós também fizemos triângulos, lembra?
**Professora 1**: o triângulo foi o primeiro.
**Professora 2**: é, foi o primeiro. É, vai ver que a gente tem mais dificuldades no primeiro [se referindo aos triângulos].
**Pesquisador**: gente, mas as funções do *software* são basicamente as mesmas para fazer as duas construções, as três construções, ou quatro, cinco. Vocês lembram?
**Professora 2**: então quem sabe a gente tira, deixamos o triângulo e tiramos o retângulo ou o quadrado? (...)
**Professora 1**: ah tá, esse aqui era do triângulo [encontra as construções salvas no notebook dela].

> **Pesquisador**: vamos partir do pressuposto que todas podem ser feitas. Até porque lembra do vídeo geometria no cotidiano [Momento 1 do Planejamento-*Wiki*], que vai ser da primeira aula?
> **Professora 1**: sim.
> **Pesquisador**: vai ter todas as figuras geométricas.
> **Professora 1**: ah é [sinaliza de forma positiva com a cabeça].
> **Pesquisador**: e a pesquisa que os alunos irão fazer [Momento 2 do Planejamento-*Wiki*], podem aparecer outras, podem aparecer outras figuras geométricas, não é? Não estou dizendo que temos que trabalhar, mas é possível que apareçam.
> **Professora 1***:* eu acho que, vamos nos aventurar, mas parece que para mim o triângulo é mais complicado, mas vamos retomar (...)

Os primeiros encontros presenciais e os primeiros fóruns de discussão ocorreram no ano de 2011, como podemos observar no Quadro 1, elaborado no capítulo metodológico, o qual revela o movimento em busca da Cyberformação Semipresencial com professores de matemática. O Episódio 5, mesmo vivido após um longo período de discussão e reflexão com leituras (numericamente, 11 Encontros Presenciais e 9 fóruns de discussão), revela discursos docentes em relação às figuras geométricas, que não necessariamente foram produzidos pelo uso do *software*, porém, revelam indícios de dificuldade e de medo na produção do planejamento ao *pensar-com-o-software*.

O medo ou a resistência faz a Professora 2 questionar a Professora 1: "*o mais fácil é o quadrado e o retângulo? Eu acho que tem que ser o mais fácil".* Isso faz o Pesquisador questioná-la: "*você está com medo?"* e a mesma afirmar que estava com medo, por meio da fala: "*é, a professora aqui está com medo".* O medo foi um dos aspectos ditos pela Professora 2, na entrevista, quando respondeu a questão: "Como você percebe o uso de TIC para ensinar matemática (potencialidades e limites)? Por quê?" (APÊNDICE A).

> **Entrevista-Professora 2 – Relação com o uso de TD - Agosto de 2011**
> Eu tenho muito medo das coisas, eu preciso ter segurança, quando eu não tenho segurança eu não faço [...]

Relacionamos essa questão do medo expresso pela Professora 2 com o que Heidegger (1986) denomina de "humor". Esse designa o "estado de ânimo" e a integração dos diversos modos de sentimentos, emoções e afetos assim como das limitações e obstáculos (como o medo) na relação com o saber, nesse caso na relação com o saber tecnológico. Compreendemos que essa relação de resistência, em que o "mais fácil" deveria ser feito, para ter segurança, remete ao que Penteado e Borba (2001) apontam em que a tentativa de uso de recursos tecnológicos pode culminar em dificuldades na relação com a própria matemática.

As dificuldades em relação à construção de figuras geométricas se apresentam quando as professoras e o pesquisador começam a narrar os acontecimentos, os lugares, as pessoas, os fatos, os quais constituem o tempo vivido (BICUDO, 2003b). Esse processo pode ser evidenciado pelas interações, em que a Professora 1 fala: "*Nós construímos o quadrado, não foi?* [se referindo ao Fórum 6] *a partir da circunferência nós fizemos um quadrado. Lembra?* E o pesquisador relembra "*mas nós também fizemos triângulos, lembra?"* e a Professora 1 acrescenta que essa foi a primeira figura geométrica debatida no grupo *"o triângulo foi o primeiro"*, confirmada pela Professora 2: "*é, foi o primeiro. É, vai ver que a gente mais dificuldades no primeiro* [se referindo aos triângulos]". A partir da narração do vivido, por meio das ações da *convivência* (HEIDEGGER, 1986), entre os participantes, as dificuldades na relação com os triângulos são reveladas, pela Professora 2 e também pela Professora 1, ao expressar "(...) *mas parece que para mim o triângulo é mais complicado"* (Professora 1). Compreendemos que essa última fala expressa a relação consigo mesmo contemplada em Charlot (2000) e possivelmente interfere na relação que a professora estabelece com o *software*. Embora, a relação com o *software* feita pelo Pesquisador "*gente, mas as funções do software são basicamente as mesmas para fazer as duas construções, as três construções, ou quatro, cinco. Vocês lembram?"*, indica que as funções do *software* para a elaboração da construção de triângulos, quadrados e retângulos são basicamente as mesmas.

Segundo Araújo, Bairral e Gimenez (2001, p.14) "A escolha das atividades, não é simplesmente uma decisão estratégica. É necessário também que o professor conheça o potencial da atividade e o do instrumento [recurso tecnológico]". Sendo assim, acreditamos que a escolha pela construção de uma figura geométrica ou de outra se relaciona com a relação das professoras com a geometria a ser considerada na construção com o *software*. Ainda, de acordo com Araújo, Bairral e Gimenez (2001) quando o professor de matemática não reconhece todas as dificuldades e potencialidades de uma atividade, isso gera "[...] conflitos temporários na planificação [planejamento] da aula mesmo explicitando reconhecer o valor do software" (ARAÚJO; BAIRRAL; GIMENEZ, 2001, p.14).

Compreendemos que a questão do tempo vivido permite olhar para o presente-passado, como analisamos neste episódio, mostrando, em particular, a Professora 1 *sendo* e que se *pro-jeta* ou possui o desejo (HEIDEGGER, 1986), ao expressar "*vamos nos aventurar* (...)", mesmo explicitando que "(...) *mas parece que para mim o triângulo é mais complicado"*. Essa dificuldade nos remete para o Episódio 6, do Encontro Presencial 4, realizado em 06/10/2011, com a participação das Professoras 1, 2 e 3 e do Pesquisador. Esse episódio revela justamente as relações das professoras com a formação de triângulos, dialogadas no Episódio 5.

**Episódio 6 - TEMPO VIVIDO EM CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL: A RELAÇÃO COM O SABER GEOMÉTRICO – DO ESTÁTICO AO DINÂMICO**

## Episódio do Encontro Presencial 4 - Discussões sobre Condição de existência de um triângulo em geometria euclidiana - 06/10/2011 - Vídeo 6 - [15:09 - 22:11]

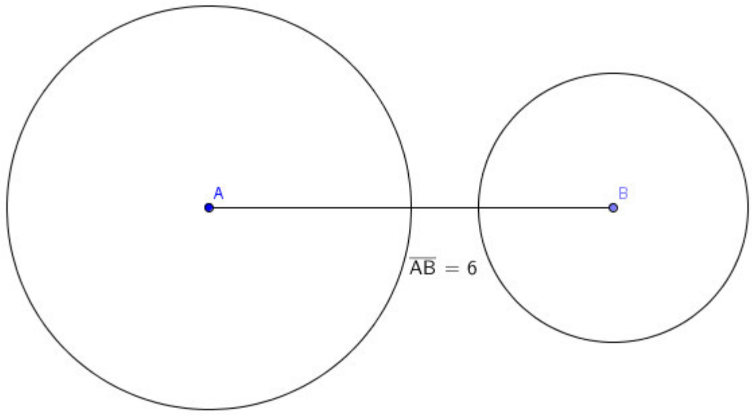
**Pesquisador**: (...) é possível construir um triângulo cujos lados medem 6, 3 e 2 [em centímetros]? (...) é possível construir?
**Professora 1**: 6, 3 e 2 [em centímetros]? Não.
**Pesquisador**: é possível? Você está vendo o triângulo ali? [apontando para a construção feita no *SGD*]
**Professora 1**: Não, aqui eu não estou. Estou vendo um segmento de 6 [em centímetros].
**Professora 2**: um segmento de 3 [em centímetros]. Não vai dar. (...)
**Pesquisador**: então, é possível construir um triângulo de 6, 3 e 2 [em centímetros]?
**Professora 1**: Não.
**Professora 2**: Não. Pra mim, não é.
**Pesquisador**: Por quê? Por que não é possível? Se eu chegar na sala de aula e disser: pessoal [estudantes] construam um triângulo com as medidas 6, 3 e 2. Eles [estudantes] ficarão lá tentando, com a régua, por exemplo, mas não vai fechar o triângulo [**Pesquisador** faz gestos com mãos sobre a não construção da figura geométrica]. Por quê?
**Professora 1**: falta segmento.
**Pesquisador**: (...) qual a condição de existência? Para termos um triângulo?
**Professora 2**: ele (triângulo) precisa ter três ângulos. Ah, mas eles não precisam ser iguais.
**Professora 1**: (...) os ângulos internos tem que dar 180º. Ah, mas a gente não está falando em ângulo. Temos só os lados.
**Professora 2**: ele tem que ter três lados.
**Pesquisador**: tá. Ok. (...)
**Professora 2**: tem que ter três lados. Não necessariamente iguais. Eles não precisam ter uma proporção.
**Professora 1**: como que não? Como o 6, 3 e 2 [em centímetros] não (...) se conectam. Então tem que haver uma proporção, algo... Eu também não lembro o que é. Essas medidas, 6, 3 e 2, está faltando gente ali (risos), está faltando medida ali. (...) Não dá pra juntar [se referindo às circunferências da representação feita no *software*] (...) As circunferências tem que se...(não encontra a palavra e olha para o **Pesquisador**)

> **Professora 2**: Aaah, eles tem que se interceptarem antes disso, não é? Ai se elas se interceptaram, aí vai ter os dois lados [que formariam o triângulo] (...)
> **Professora 3**: mas nós não fizemos.
> **Pesquisador**: mas eles se interceptam aí? Vocês estão vendo as duas circunferências se interceptarem aí?
> **Professora 1**: Não, só se mexer no raio de uma das circunferências. (...)
> **Pesquisador**: Oh, agora vamos fazer um triângulo com medidas 6, 5, e 5 [em centímetros] [**Pesquisador** realiza a construção no *SGD*]
> **Professora 2**: Ah sim. Agora sim. Tem intersecção. (...)
> **Pesquisador**: Agora, a mesma pergunta: o que tem que ter pra ser um triângulo? O que as medidas desses dois (raios da circunferência) têm a ver com esse aqui? [mostrando o segmento inicial da construção, de 6 cm]. Agora deu um triângulo.
> **Professora 3**: duas medidas iguais e uma diferente.
> **Pesquisador**: (...) Se eu fizer de medidas, 6, 3 e 3? Daria um triângulo?
> **Professora 2**: Daria.
> **Pesquisador**: Será? (...) Vou postar esta atividade (em um fórum) para continuarmos esta discussão. (...)

Este episódio marca o início do processo de formação, mostrando uma postura questionadora do Pesquisador nas interações com as professoras, em relação à condição de existência de triângulos, demonstrada por Euclides, conforme apresentamos no Capítulo 4. Entendemos que este Episódio revela questões da geometria euclidiana, usando medidas, para compreender e validar a Proposição 20: "*Os dois lados de todo triângulo, sendo tomados juntos de toda maneira, são maiores do que o restante*" (EUCLIDES, 2009, p.12). Ou seja, o Episódio incita a compreensão dessa proposição geométrica. A Proposição 20 demonstrada por Euclides foi realizada pela construção geométrica, sem o uso de medidas. Contudo, Olivero e Robutti (2007) apresentam o uso de medidas como ferramenta para justificar e provar em ambientes de geometria dinâmica. Compreendemos que o uso de medidas pode ser usado no Ensino Fundamental como uma das formas de elaborar conjecturas com o objetivo de validar os processos geométricos, pois "Entendemos que na Educação Básica não tem sentido falar em demonstração formal, mas sim em **processos de validação**" (ANDRADE; NACARATO, 2004, p.9 – grifo nosso).

Na tentativa de validar a Proposição 20, o pesquisador questiona "*então, é possível construir um triângulo de 6, 3 e 2* [em centímetros]*?*" e as professoras 1 e 2 respondem: "*Não*" (Professora 1) e "*Não. Pra mim, não é*" (Professora 2). A pergunta do Pesquisador é baseada na construção de um segmento com comprimento fixo de 6 cm, uma circunferência com centro em A, de raio 3 cm, e uma circunferência com centro em B, de raio 2 cm, como podemos visualizar na Figura 38.

Figura 38 – Condição de Existência de um Triângulo




Fonte: a pesquisa.

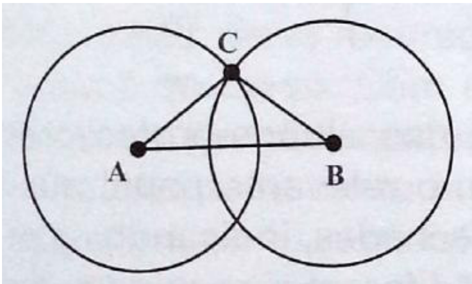
Os questionamentos do Pesquisador e as dúvidas das professoras instauram um conflito entre as professoras ao conjecturarem sobre a condição de existência de um triângulo. A Professora 2 conjectura: "*tem que ter três lados. Não necessariamente iguais. Eles não precisam ter uma proporção*". Após isso, a Professora 1 questiona a Professora 2 sobre a questão da medida: "*Como o 6, 3 e 2 [em centímetros] não (...) se conectam. Então tem que haver uma proporção, algo... Eu também não lembro o que é* (...)". Mesmo as professoras 1 e 2 apresentando cerca de 20 anos de experiência, como relataram nas entrevistas e que consta no perfil das professoras no capítulo metodológico, a relação com o saber geométrico necessita ser repensada. Ao expressar, "(...) *Eu também não lembro o que é* (...)", entendemos que a Professora 1 estabelece uma relação com ela própria. Conforme Bicudo (2003b) essa pode ser uma das preocupações do tempo vivido, pois, "Podemos falar do tempo vivido, certamente, na dimensão do pedagógico, quando o que está sob o foco do nosso olhar atento é a formação do humano" (BICUDO, 2003b, p.58).

Ainda, nesse episódio, o Pesquisador problematiza a questão da condição de existência: "*(...) Se eu fizer de medidas, 6, 3 e 3? Daria um triângulo?*" e a Professora 2 responde "*Daria*" e o Pesquisador novamente questiona: "*Será? (...)*". Interpretamos que o pesquisador se manteve preocupado com a relação geométrica das professoras e produziu uma situação pedagogicamente possível de ser realizada com as práticas de lápis e papel, ou seja, com o compasso e a régua convencionais. Ou seja, na situação discutida entre os colaboradores o *software* potencialmente não fez a diferença, por meio do teste do arrastar (HOYLES; JONES, 1998).

Considerando o tempo vivido pelo pesquisador em cursos de formação, como destacamos na trajetória no capítulo introdutório, entendemos que o pesquisador poderia ter problematizado a condição de existência do triângulo como discute Zulatto (2010), que foi apresentada no Capítulo 4 desta tese, por meio da construção de um triângulo isósceles. Relembramos os procedimentos de construção e a Figura 39, a qual mostra o triângulo isósceles.

> [...] a partir de um segmento AB inicialmente construído, traçou duas circunferências com raios fixos, uma com centro em A e outra com centro em B. Enfatizou que o raio deveria ser maior que a metade do comprimento do segmento AB, então julgou que a medida 6 seria suficiente. Marcando as intersecções, encontrou o ponto C e traçou o triângulo ABC [...] (ZULATTO, 2010, p.137).

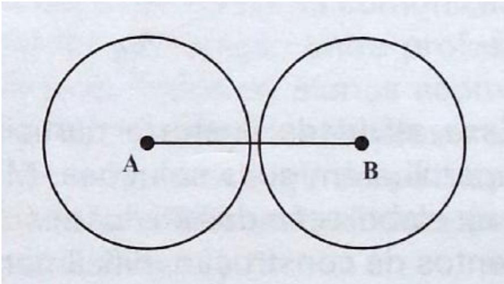
Figura 39 – Triângulo isósceles construído com um SGD




Fonte: Zulatto (2010, p.137).

A autora explica que “Essa construção garantia que ABC era um triângulo isósceles. Como os raios das circunferências eram os mesmos, então AC=BC” (ZULATTO, 2010, p.137). Diante do uso de um SGD, essa mesma construção geométrica, “[...] no *software*, não resistia ao teste do arrastar, pois mantendo AC=BC=6, esses segmentos não conservariam a condição de serem maiores que a metade da medida de AB, se esse segmento fosse arrastado livremente pela tela” (Figura 40).

Figura 40 – “Triângulo isósceles” após o teste de arrastar




Fonte: Zulatto (2010, p.137)

Entendemos que a construção apresentada por Zulatto (2010) apresenta o uso de medidas, que geralmente é usado em figuras estáticas, segundo Olivero e Robutti (2007). A geometria estática reflete o Episódio 6, uma vez que, o *software* não trouxe avanços em termos cognitivos para os professores de matemática *pensarem-matematicamente-com-o-software* (ROSA, 2011b). Contudo, entendemos que a discussão gerada no Episódio 6 mobilizou um cenário para a discussão de triângulos e a classificação de triângulos quanto aos seus lados, que se reflete no planejamento com a *wiki* e na sala de aula das professoras.

No Episódio 7, com a participação das professoras 1 e 2 e do Pesquisador, destacamos um diálogo sobre a geometria euclidiana plana. Nesse diálogo, ressaltamos o processo de construção de figuras geométricas, gerado pela função "intersecção entre dois objetos" do SGD. As interações nos levaram para a discussão sobre a construção geométrica no Ensino Fundamental, até, então, não trabalhada pelas professoras, sendo considerada como uma das falhas nos processos de aprendizagem dos estudantes e nas avaliações que os estudantes são subordinados, segundo as professoras. Diante disso, discutimos o papel da geometria dinâmica no estudo de figuras geométricas planas.

**Episódio 7 - TEMPO VIVIDO EM CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL: preocupação, angústia, estudantes, prática docente, livros, Prova Brasil, questões pedagógicas, geometria euclidiana, *software* de geometria dinâmica, história escolar, ser humano inacabado – um enredo**

**Episódio do Encontro Presencial 12 – Discussões sobre geometria euclidiana plana - 18/04/2012 – Vídeo 21 [08:10 – 16:16]**

> **Professora 1**: (...) nossa preocupação é muito formalizar esses conceitos com eles [estudantes].

**Professora 2**: até porque, eu estava olhando ali, nós vamos ter que explicar para eles o que é intersecção, porque ali está dizendo [olhando para a atividade do triângulo que a Professora 1 havia aberto no notebook], clique na função intersecção. Eles precisam saber o que é intersecção, para eles poderem usar [o *software*].
**Pesquisador**: e essa questão da intersecção apareceria na sala de aula de vocês, por exemplo? Em algum momento da vida, da história escolar, apareceu?
**Professora 1**: não, não
**Pesquisador**: por que será?
**Professora 2**: porque é importante.
**Professora 1**: Mas porque na aula a gente não consegue enxergar com eles? [toca a Professora 2 e questiona]
**Pesquisador**: por que nunca apareceu?
**Professora 1**: não sei, eu nunca pensei sobre isso. Por que na sala de aula a gente não consegue identificar esse item de intersecção de dois objetos? [se referindo ao *software*].
**Pesquisador**: talvez seja porque vocês não trabalharam com o processo de construção de uma figura, certo? Mesmo que fosse com régua e compasso normais. Isso não quer dizer que vocês não trabalharam com as figuras, pois vocês disseram isso aqui é um quadrado. Já estava pronto, já veio nos livros, por exemplo, esse aqui é quadrado, esse aqui é triângulo.
**Professora 1**: e para construir, tu precisas, eu acho que a maior dificuldade nossa também é essa, porque pra construir, uma coisa é a gente ter as figuras e visualizar, ah, esse é um quadrado, esse é um triângulo, esse é um retângulo. Outra coisa é você construir com eles, aí todas essas propriedades, esses conceitos, eles têm que estar muito claros, que para gente professor, não é uma coisa usual, vamos dizer, na tua didática da sequência da geometria, que pode até ser uma falha também, pode ser uma falha da metodologia que a gente está enxergando agora, uma coisa que até agora a gente não enxergou, as figuras estão aí, a geometria está aí, a gente enxerga, a gente vê, ah, esse aqui é um quadrado, esse aqui é retângulo, mas o que pode ser uma das falhas nesse processo todo é a questão da construção, é uma coisa que nós professores nunca fizemos, pelo menos eu nunca fiz e aí você construir com eles é diferente do que tu ter uma figura pronta, tu tem que ter bem embasado, bem firme, nas teorias matemáticas, que é a questão da intersecção, da formação dos ângulos, de construir com uma circunferência, que também pode ser uma falha dos alunos, aparecer isso nos programas [se refere à Provinha Brasil, Prova Brasil] e a gente está percebendo que eles [estudantes] não estão indo bem. Acho que está faltando mesmo essa construção da figura e que a gente também não está muito inteirada.
**Professora 2**: eu acho que a gente vai passando pelos nossos conteúdos e vai deixando essa parte da geometria, a gente não está indo ali, todo dia, e falando alguma coisa em relação a isso.
**Pesquisador**: uma coisa que eu vejo que a Professora 1 está dizendo agora e que você [se dirige à Professora 2] está passando assim. Talvez, os livros didáticos ou a formação, também. Eu também, de tempos para cá, não me perguntava porque eu estou fazendo ou dizendo isso? Eu digo, isso é um quadrado, mas por exemplo, Ah, um quadrado tem quatro lados com as mesmas medidas e tem quatro ângulos de 90º. Agora, se eu for fazer aquele procedimento que nós fizemos ali no *software* a última vez, que nós ligamos os segmentos de mesma medida, quatro lados com a mesma medida e no momento que nós movimentamos não era mais quadrado. Então, é porque existem algumas propriedades que definem o quadrado, o triângulo, o retângulo que precisamos considerar na construção.
**Professora 1**: é, isso mesmo. O *software* possibilita [essa discussão].

> **Pesquisador**: ontem eu estava lendo uma parte do livro do Bernard Charlot, aí ele diz, o ser humano é sempre inacabado, por isso que a gente está sempre em formação, por isso que a gente é inacabado.
> **Professora 2**: olha só, o ser humano é sempre inacabado.
> **Professora 1**: nossa, quantos anos, nós não somos professoras de primeira viagem.
> **Professora 2**: sim, é mesmo.
> **Pesquisador**: eu sou professor de primeira viagem.
> **Professora 1**: [risos].
> **Pesquisador**: eu preciso avançar em muitos aspectos.
> **Professora 2**: em tudo eu acho que a gente é inacabado. Eu acho que até a gente morrer a gente está sempre se aperfeiçoando em alguma coisa. (...)

Neste episódio, as professoras se mostram preocupadas com a formalização dos aspectos geométricos de figuras planas ao expressarem que "(...) *nossa preocupação é muito formalizar esses conceitos com eles* [estudantes]" (Professora 1) e a Professora 2 ao falar que: "(...) *até porque, eu estava olhando ali, nós vamos ter que explicar para eles o que é intersecção, porque ali está dizendo* [olhando para a atividade do triângulo que a Professora 1 havia aberto no notebook]*, clique na função intersecção. Eles precisam saber o que é intersecção, para eles poderem usar* [o *software*]". A preocupação contempla o aspecto conceitual geométrico no que tange à sua relação com os estudantes. Esse *estar-junto* traz consigo os modos de a "cura" ser, a partir de Heidegger (1986) e de Bicudo (2009). Entendemos que os modos de ser das professoras podem ser dialogados com o fenômeno da "cura", pois esse se mostra pelo "[...] preocupar-se com o que faz e com as relações que estabelece ou nas quais se enrola nas ocupações do cotidiano" (BICUDO, 2009, p.146).

Buscando compreender a preocupação das professoras, o pesquisador questiona: "(...) *essa questão da intersecção apareceria na sala de aula de vocês, por exemplo? Em algum momento da vida, da história escolar, apareceu?* (...)". Compreendemos que essa questão gera uma angústia na Professora 1, fazendo-a tocar a Professora 2 e interrogá-la: "*Mas por que na aula a gente não consegue enxergar com eles?*", pois, enquanto disposição, "[...] o angustiar-se é um modo de ser-no-mundo" (HEIDEGGER, 1986, p.258).

Entendemos ainda, que a Professora 1 permanece angustiada e preocupada, pois expressa "(...) *não sei, eu nunca pensei sobre isso. Por que na sala de aula a gente não consegue identificar esse item de intersecção de dois objetos?*" [se referindo ao *software*]. Diante disso, o pesquisador sugere a hipótese da intersecção não ter aparecido na prática docente das professoras, pois elas não realizaram construções geométricas, mesmo com régua e compasso convencionais. Nesse diálogo, a Professora 1 assume o tempo de ocupação cotidiana na escola "(...) *nossa, quantos anos, nós não somos professoras de primeira viagem* (...)", afirmação confirmada pela Professora 2: "(...) *sim, é mesmo* (...)". Dessa forma, mostramos que mesmo com o tempo cronológico de atuação na escola, as professoras necessitam continuadamente estar em relação com o saber no mundo.

Buscando compreender o presente-passado, ou seja, a relação da Professora 1 com as construções geométricas, recorremos à entrevista realizada com a referida professora, quando essa respondeu a seguinte pergunta: "Como são suas aulas de geometria? Quando você geralmente aborda conceitos de geometria na série que você leciona?" (APÊNDICE A). A seguir apresentamos como a Professora 1 diz que eram suas aulas de geometria:

**Entrevista com a Professora 1 – Aula de geometria – Agosto de 2011**

> (...) Especificamente, no plano [de aula], no final, a gente trabalha geometria, mas eu procuro abordar em qualquer assunto assim um conceito geométrico, por exemplo, as figuras, quando eu trabalho com soma, eles podem somar os lados do quadrado, na multiplicação, eu trabalho com área, alguns itens assim eu vou colocando, mas não tem assim especificamente, pra não ficar aquilo solto, focado no final do ano, esses conceitos assim durante todo plano eu vou colocando, as figuras, além das figuras geométricas, perímetro e área. E lá no final, a gente trabalha as figuras (...)

Analisando a fala da professora na entrevista, visualizamos que a mesma não aborda o processo de construção de figuras geométricas planas. A professora cita o termo "figuras". Nessa perspectiva, se retomarmos a sequência do Episódio 7, a Professora 1 revela a dificuldade com a construção de figuras geométricas e, de certa forma, entendemos que ela confirma que visualizar as figuras geométricas "prontas" é diferente de construir. Acreditamos que essa confirmação acontece por meio da seguinte fala: "(...) *e para construir, tu precisas, eu acho que a maior dificuldade nossa também é essa, porque para construir, uma coisa é a gente ter as figuras e visualizar, ah, esse é um quadrado, esse é um triângulo, esse é um retângulo. Outra coisa é você construir com eles, aí todas essas propriedades, esses conceitos, eles têm que estar muito claros, que para gente professor,* (...)". Sob o viés do tempo vivido entendemos que há uma necessidade de reconstrução de concepções pedagógicas (BICUDO, 2003b) em relação ao estudo de figuras geométricas planas a partir de construções, uma vez que, o tempo vivido mostra que as construções geométricas não comparecem na prática docente da Professora 1, o que segundo ela, exige uma relação com a teoria geométrica.

Além disso, pela fala da professora, na entrevista, as figuras são trabalhadas no final do planejamento, o que nos remete a considerar que ainda há abandono da geometria (PEREIRA, 2001). Esse abandono mostra a necessidade de formação continuada (CRESCENTI, 2005), a qual contribui, a nosso ver, para a potencialização das relações com o saber geométrico a ser evidenciado em processos de ensinar e de aprender no Ensino Fundamental.

Acreditamos que essa questão da construção geométrica foi gerada em Cyberformação Semipresencial com professores que ensinam matemática *sendo*, considerando a história escolar e a relação com a geometria de cada um. Conforme Bicudo (2003b), nesse *sendo*, sempre estamos com os outros, sentindo e nos ocupando com o que estamos fazendo.

Também no Episódio 7, quando a Professora 1 expressa em relação à construção de figuras geométricas planas: “(...) *pode ser uma falha da metodologia que a gente está enxergando agora, uma coisa que até agora a gente não enxergou* (...)” há uma relação com o tempo do desencadeamento das questões pedagógicas (BICUDO, 2003b), pois enquanto professora do Ensino Fundamental retoma sua relação com o saber geométrico presente no mundo. A relação que ela faz com ela mesma, possibilita ela reconhecer que necessita estar embasada no saber geométrico: “(...) *pelo menos eu nunca fiz e aí você construir com eles é diferente do que tu ter uma figura pronta, tu tens que ter bem embasado, bem firme, nas teorias matemáticas, que é a questão da intersecção, da formação dos ângulos, de construir com uma circunferência* (...)”. Pontuamos que o discurso da Professora 1 “(...) *tu tens que ter bem embasado* (...)” sugere uma relação com a necessidade contínua de relação com o saber, que para Heidegger (1986) se relaciona com o “não saber”. “O não saber que lhe corresponde não consiste numa ausência do compreender, mas deve ser considerado um modo deficiente de se projetar o poder-ser” (HEIDEGGER, 1986). Ou seja, a Professora 1 enfatiza que é necessária uma abertura para a compreensão da sua relação com a teoria geométrica, que se mostra como uma possibilidade para manter-sendo (HEIDEGGER, 1986).

Defendemos que essa abertura pode possibilitar aos estudantes a compreensão do saber geométrico, (envolvendo a construção de figuras geométricas), sistematizado nas avaliações que os mesmos realizam, pois segundo a Professora 1 “[...] *pode ser uma falha dos alunos, aparecer isso nos programas* [se refere à Provinha Brasil, Prova Brasil] *e a gente está percebendo que eles* [estudantes] *não estão indo bem*”. Observamos que a *convivência* (HEIDEGGER) em Cyberformação Semipresencial evidenciou aspectos da relação da Professora 1 com o saber geométrico que pode vir a potencializar a continuidade da ação docente.

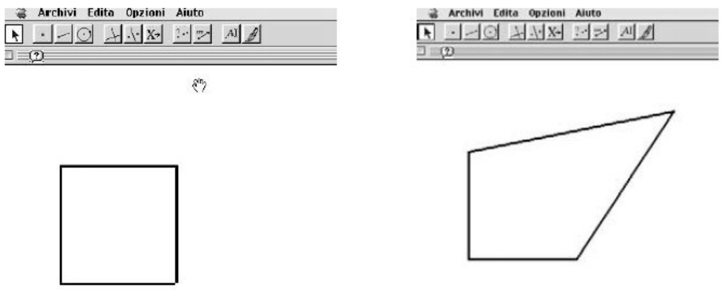
Também, entendemos que uma das possibilidades de avanço nos aspectos geométricos das professoras e dos estudantes, se presentifica pela fala do Pesquisador “(...) *Ah, um quadrado tem quatro lados com as mesmas medidas e tem quatro ângulos de 90º. Agora, se eu for fazer aquele procedimento que nós fizemos ali no software a última vez, que nós ligamos os segmentos de mesma medida, quatro lados com a mesma medida e no momento que nós movimentamos não era mais quadrado*” (...), a qual é sinalizada como avanço na fala na Professora 1: “(...) *é, isso mesmo. O software possibilita* [essa discussão]”. Defendemos que a situação vivida pelo grupo e narrada pelo pesquisador, permite a potencialização do saber geométrico no âmbito da geometria dinâmica se tomarmos como referência a fala da Professora 1: “(...) *as figuras estão aí, a geometria está aí, a gente enxerga, a gente vê, ah, esse aqui é um quadrado, esse aqui é retângulo* (...)*”.* A partir disso, apresentamos a situação explorada por Mariotti (2000), justamente, por se assemelhar aos procedimentos descritos e vividos pelo grupo. A referida autora elaborou os seguintes procedimentos, a saber: “Construa um segmento. Construa um quadrado que tem o segmento como um dos seus lados”[95] (MARIOTTI, 2000, p.37 – tradução nossa). Segundo a autora, a primeira solução foi a proposta por quatro segmentos consecutivos, perceptivamente, organizados em um quadrado (MARIOTTI, 2000). Assim, essa mesma autora explicita que na avaliação da solução, os estudantes sugerem medir os lados e os ângulos e que a discussão prevalece em torno do uso de medida e a precisão relacionada ao SGD (MARIOTTI, 2000). Segundo a autora, um dos procedimentos usados pelos estudantes foi a busca pelo “controle da figura”, buscando mantê-la como quadrado, ou, como se fosse apresentada “pronta”, “encerrada” no caderno. Scher (2005) salienta que para checar se um quadrilátero desenhado em um caderno é um quadrado, basta medir seus lados e ângulos: “Se os lados são iguais e os ângulos medem 90 graus, o

---

[95] *“Construct a segment. Construct a square which has the segment as one of its sides” (MARIOTTI, 2000, p.37).*

quadrilátero é um quadrado"[96] (SCHER, 2005, p.115 – tradução nossa). Buscamos mostrar, pela Figura 41, que mediante a realização do teste de arrastar, os estudantes já não concordavam que a figura feita por eles era um quadrado (MARIOTTI, 2000).

Figura 41 – Construção de um quadrado




Fonte: Mariotti (2000, p.38).

Consideramos a figura anterior e buscamos uma forma de argumentação sobre a construção do quadrado à mão livre em SGD. Janzen (2011, p.49), ao tratar dessa situação geométrica, expressa que "[...] ao ser arrastado por um dos vértices perderá suas propriedades de ângulos retos e lados congruentes". Contudo, salienta que se o quadrado "[...] for construído pelas propriedades, não as perderá se for arrastado" (JANZEN, 2011, p.49). Essa foi uma das constatações perseguidas pelo pesquisador no Episódio 7, ao falar da deformação da figura construída à mão livre, pois essa não considera que: "(...) *existem algumas propriedades que definem o quadrado, o triângulo, o retângulo que precisamos considerar na construção*". Isso valida que "A estabilidade sob ação do movimento resulta exatamente das relações geométricas impostas à construção, evidenciando as propriedades características do quadrado enquanto objeto geométrico" (JANZEN, 2011, p.49).

Em suma, defendemos que o Episódio 7 desvela o tempo vivido, pois o episódio em si contempla uma discussão sobre os 20 anos de experiência das professoras. Também, que o trabalho com uma construção no *software* GeoGebra gerou uma discussão sobre o papel da construção no Ensino Fundamental, sobre as provas de avaliação que os estudantes são submetidos sobre a geometria dinâmica vivenciada em Cyberformação Semipresencial. Entendemos que essa discussão entre as professoras e o pesquisador, abrange o que Bicudo (2003b) concebe como

[96] *"If the sides are equal and the angles measure 90 degrees, the quadrilateral is a square" (SCHER, 2005, p.115).*

tempo vivido, expressando os modos como vivemos e dos acontecimentos que presenciamos "[...] mencionando pessoas, lugares, datas, todos esses dados amarrados em uma trama por um fio invisível, mas poderoso, constituído pelo enredo" (BICUDO, 2003b, p.12). No próximo capítulo, os modos de se relacionar com a figura geométrica quadrado voltam a ser analisados sob a perspectiva do *ser-com, pensar-com e saber-fazer-com-TD*, por meio da ação das professoras com os seus estudantes e posteriormente analisada pelas referidas professoras.

O tempo vivido em Cyberformação Semipresencial foi detalhado na processualidade metodológica. Nesse movimento, fizemos a leitura de artigos que pudessem contribuir com as discussões de trabalho com as TD para aprender e ensinar geometria. O Fórum 11 apresenta algumas constatações das professoras em relação ao uso do GeoGebra, as quais se mostraram no processo de estudo e planejamento das aulas. Neste episódio, olhamos para o aspecto do uso de medidas e da precisão com o ambiente de geometria dinâmica, apontado em Mariotti (2000).

**Fórum 11 – Discussões Atividades sobre o GeoGebra – 19/05/2012**

**Fórum 11 - Discussão sobre Atividades com GeoGebra**

por Pesquisador - sábado, 19 maio 2012, 19:09

Para discutir sobre atividades de geometria com o Geogebra, podendo ser comentários gerais e também postar atividades que fez com o Geogebra.

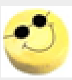
Editar | Apagar | Responder

**Re: Fórum 11 - Discussão de Atividades com GeoGebra**

por Professora 1 - terça, 22 maio 2012, 01:11

Nos últimos encontros realizamos construções de triângulos: escaleno, isósceles e equilátero. Podemos perceber as diferenças básicas que orientam o conceito desses triângulos; um dos itens que mais me impressionou no uso do geogebra foi a precisão das medidas e de como essas características são importantes na construção dos conceitos de geometria com os alunos. Muitas vezes, no trabalho realizado em aula não é dada a devida importância nas medições, já que em muitos momentos as construções das figuras são feitas de maneira superficial ou com improvisações no manejo da régua e do compasso. A cada construção, íamos descobrindo novas funções do software, que deixavam o nosso trabalho mais rico; solidificamos e revisamos conceitos geométricos, que para nós professores parecem ser tão simples, mas que requerem uma visão muita mais profunda e detalhada do assunto estudado.

Mostrar principal | Editar | Apagar | Responder



**Re: Fórum 11 - Discussão de Atividades com GeoGebra**

por Professora 2 - terça, 22 maio 2012, 19:40

> Realmente é encantador poder comprovar, nas construções que fizemos, algumas propriedades e conceitos que na prática de quadro e giz ou no caderno não seria possível, com tanta precisão como no Geogebra. A exatidão com que esse software realiza as construções.
>
> Mostrar principal | Editar | Apagar | Responder

A partir do estudo de figuras geométricas com o *software* GeoGebra, narrado pelas professoras: "*Nos últimos encontros realizamos construções de triângulos: escaleno, isósceles e equilátero. Podemos perceber as diferenças básicas que orientam o conceito desses triângulos* (...)" (Professora 1) e "(...) *nas construções que fizemos, algumas propriedades e conceitos que na prática de quadro e giz ou no caderno não seria possível* (...) (Professora 2) compreendemos que há encaminhamentos para a diferença entre as construções geométricas com régua e compasso convencionais e com as funções do *software*. Contudo, essa diferença não é marcada nesses discursos docentes pelo teste do arrastar, discutido nas construções realizadas e também discutido, principalmente, na leitura dos artigos Silva (2010) e Amaral (2011) no grupo.

A diferença no trabalho com o *software*, enfatizada pelas professoras se mostra pela precisão das medidas, como mostram os discursos docentes, da Professora 1 ao afirmar que: "(...) *um dos itens que mais me impressionou no uso do geogebra foi a precisão das medidas* (...)" e da Professora 2 ao constatar que as construções geométricas se mostraram "(...) *com tanta precisão como no Geogebra. A exatidão com que esse software realiza as construções*". Segundo Zulatto (2002), a qual investigou o perfil dos professores que usam *softwares* de geometria dinâmica, a precisão é um dos aspectos declarados pelos professores. Em outras palavras,

> Os professores ressaltam que, com os *softwares*, os próprios alunos realizam as construções, e que esta mídia é mais fácil de ser manuseada do que os objetos convencionais, como a régua e o compasso, que apresentam, por exemplo, dificuldades com a precisão (ZULATTO, 2002, p.97).

Relacionamos esses discursos docentes com o perfil das professoras, em que a Professora 2 afirmou na entrevista trabalhar geometria com o uso de medidas. Ou seja, entendemos que esse aspecto contempla a constituição dela e por isso se presentifica em Cyberformação Semipresencial. Ainda, salientamos que, o tempo vivido em Cyberformação Semipresencial provocou construções e re-construções de concepções, que segundo Bicudo (2003b) se mostra como um aspecto do tempo vivido, em relação à geometria, pois "*A cada construção, íamos descobrindo novas funções do software (...) solidificamos e revisamos conceitos geométricos, que para nós professores parecem ser tão simples, mas que requerem uma visão muita mais profunda e detalhada do assunto estudado*" (Professora 1). Ou seja, para a Professora 1 houve a solidificação, revisão e compreensão de que aspectos geométricos necessitam ser vistos de forma mais atenta. Nesse sentido que, em formação, buscamos evidenciar situações em que as TD pudessem potencializar a reflexão do saber geométrico.

Nesta subseção, por meio de três episódios, em conjunto com um fórum e as entrevistas, buscamos mostrar que a dimensão do tempo vivido constitui uma das múltiplas dimensões da Cyberformação Semipresencial, anunciada no subtítulo 2.2. Evidenciamos os modos de ser, de agir e de se relacionar com o saber geométrico, a postura pedagógica e sobre o uso de TD das professoras.

Resumidamente, nessa subseção, no *Episódio 5* discutimos o presente-passado no tange à relação das professoras com o saber geométrico e o "humor" no planejamento das aulas; no *Episódio 6* refletimos sobre a formação de triângulos em no tempo vivido em Cyberformação Semipresencial com o uso do *software* Geogebra; e no *Episódio 7* analisamos principalmente a "cura" quando as professoras tratam da preocupação com o planejamento sobre a construção de figuras geométricas planas sob o viés da geometria dinâmica.

Na próxima seção, apresentamos a exotopia como outra dimensão que a Cyberformação Semipresencial pode desvelar e como esta dimensão pode atuar na relação com o saber dos professores em termos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos.

### 6.2.3 O excedente de visão atuando na relação com o saber

Na compreensão do movimento de Cyberformação Semipresencial partimos do entendimento de que há uma relação com o saber e essa relação é construída com o saber no mundo (CHARLOT, 2000). Como já estamos conjecturando desde o início do presente estudo, a relação se mostra pela própria relação comigo mesmo, com os outros e com o mundo. Nesse sentido, para tratamos do excedente de visão (BAKHTIN, 1979) consideramos que os sujeitos possuem singularidades. Por isso, defendemos a dimensão exotópica pela contribuição da singularidade do outro, nas "relações entre eu e outro". O outro que estabelece relações comigo, o outro que tem relação com as TD, o outro que pensa matematicamente com as TD.

Iniciamos retomando aspectos salientados nos pressupostos teóricos, em particular: de que forma as TD podem evidenciar o excedente de visão? Para apontar respostas para essa questão estabelecemos ligações com o Episódio 8, o qual retrata um diálogo entre as Professas 1 e 2 e o Pesquisador. Esse episódio contempla a discussão dos Poliedros de Platão com o *software* Poly, que faz parte do planejamento e gerou o Momento 3, do Planejamento constituído na *wiki* (APÊNDICE B).

### Episódio 8 – O EXCEDENTE DE VISÃO GERADO PELA RELAÇÃO DA PROFESSORA COM O *SOFTWARE* POLY: A REALIZAÇÃO DE UMA INVESTIGAÇÃO

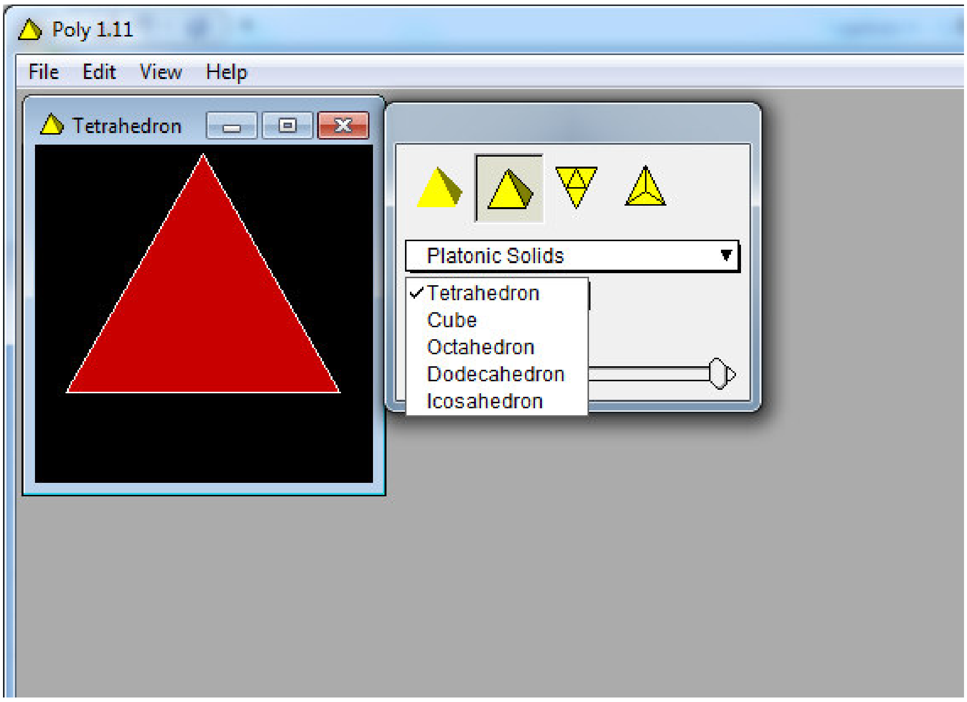
#### Episódio do Encontro Presencial 18 – Discussões sobre a geometria euclidiana espacial com o Poly – 20/06/2012 – Vídeo 33 – [26:50 – 33:44]

**Professora 1**: (...) tá, mas os sólidos platônicos são só esses mesmo?
**Pesquisador**: então, por que são só esses? Por que são só cinco, porque não tem sete, não são oito, não são dois [Professora 2 olha para o pesquisador com uma expressão facial evidenciando preocupação]. Deve ter uma explicação.
**Professora 1**: claro, deve ter.
**Professora 2**: é o de 20, de 12, de 8, de 6 e de 4 [se referindo ao número de faces do poliedro]
**Professora 1**: de 6 não tem. Ah não, tem sim, é o cubo. Como é que é? Fala de novo.
**Professora 2**: 4, 6, 8, 12 e 20. Todos pares [olha para o *software* e depois para o Pesquisador]. 8, 12 e 20, todos múltiplos de 4.
**Pesquisador**: não.
**Professora 2**: ah, 6, tá.
**Professora 1**: e aquele do pentágono, que tem cinco lados, mas não tem nada a ver.
**Professora 2**: é a face.
**Professora 1**: o do tetraedro, a face é um triângulo, tem três. Mas o que tem que pensar é como você vai fechar um sólido. Pra ti fechar um sólido, isso tem que ter um número exato de faces.
**Pesquisador**: mas o que tem a ver a face de todos esses?
**Professora 1**: mas é isso que a gente tá falando, porque são três que são com triângulos, um que é com face quadrada e um que é com face pentagonal. As faces são figuras planas regulares. Mas isso quer dizer que eu não posso fazer um sólido então com um hexágono? Quem é que diz que não dá para fazer?
**Pesquisador**: ahhhhh, por que será?

> **Professora 1**: por que não tem um hexágono aqui? Por que não encaixa, porque num sólido não encaixa? Aqui é o pentágono, ele fecha direitinho [mostrando para a Professora 2 no *software* Poly]. (...) Eu não sei dizer o porquê. Uma coisa que eu vou pesquisar.
> **Professora 2**: [professora visualiza um sólido de Arquimedes]. Olha aqui, aqui são os de Arquimedes. Então porque aqui tem outras figuras, no caso, aqui o azul são os triângulos, que vão fechar, a questão não é porque eles são figuras diferentes assim. Aqui tem mais de uma figura, mais de uma forma. São os triângulos aqui para poder encaixar.
> **Pesquisador**: São os triângulos e os hexágonos.
> **Professora 2**: então para eles fecharem [hexágonos] eles precisam de figuras diferentes.
> **Professora 1**: porque do quadrado, você só consegue fazer cubo?
> **Professora 2**: porque são todos quadrados, são todos pentágonos.
> **Professora 1**: olha só, mas porque que do triângulo se conseguiu fazer o tetraedro, conseguiu se fazer o octaedro e conseguiu se fazer o icosaedro e do quadrado tu só consegue fazer o cubo? Do quadrado tu só consegue fazer o cubo, tem que ter alguma coisa a ver (...) do quadrado eu só consigo fazer o cubo, você não tem outro sólido regular que tu consegue usar o quadrado (...)

A interrogação da Professora 1 *"(...) tá, mas os sólidos platônicos são só esses mesmo?*" foi gerada na relação que ela construiu com o *software* Poly ao verificar que o *software* apresenta uma listagem dos cinco sólidos, como podemos visualizar na Figura 42. Compreendemos que a singularidade da professora desencadeia o diálogo de o porquê há apenas cinco sólidos platônicos, diferente de estudar os cinco sólidos, como figuras geométricas prontas, sem essa preocupação pedagógica de questionamento. Contudo, não podemos afirmar porque as professoras ainda então não haviam se questionado sobre a existência de apenas cinco sólidos platônicos. Analisamos sob o viés da relação que a Professora 1 mobilizou com o *software* em Cyberformação Semipresencial.

Figura 42 – Os cinco sólidos platônicos




Fonte: *Software* Poly.

Diante disso, acreditamos que a relação da professora ao *ser-com*-o-*software* gerou o excedente de visão para os membros do grupo, que é "[...] condicionado pela singularidade e pela insubstitutibilidade do meu lugar do mundo [do lugar da professora no mundo] [...]" (BAKHTIN, 1979, p.21). A partir disso, as professoras e o pesquisador começaram a dialogar sobre o porquê são apenas cinco sólidos platônicos. Sendo assim, correlacionamos que o diálogo como construção, segundo Bakhtin (1979), presente no Episódio 8, mobilizou uma relação com o saber geométrico que as professoras ainda não haviam pensado, ou seja, a relação da Professora 1 ao *ser-com*-o-*software* ampliou as possibilidades de a referida professora construir uma nova relação com os sólidos platônicos e gerou aos outros participantes a possibilidade de discutir esses aspectos geométricos em Cyberformação Semipresencial.

Compreendemos que esse diálogo construído em Cyberformação Semipresencial contribuiu para evidenciar discursos docentes. Segundo Bakhtin (1979), o discurso sempre pertence a um determinado sujeito do discurso e somente dessa forma pode existir. Entendemos que o questionamento da Professora 1 inicia o processo de diálogo "(...) *mas os sólidos platônicos são só esses mesmo?*". O pesquisador assume uma postura questionadora durante todo o diálogo, sendo que o mesmo não responde a questão, a deixa em suspenso, elaborando questões "(...) *então, por que são só esses? Por que são só cinco, porque não tem sete? Não são oito? Não são dois?"; "mas o que tem a ver a face de todos esses?"* – "*ahhhhh, por que será?*" A Professora 1, a exemplo do pesquisador, também produz questionamentos: "*Mas isso quer dizer que eu não posso fazer um sólido então com um hexágono? Quem é que diz que não dá para fazer?* – "*Por que do quadrado, você só consegue fazer cubo?*". Entendemos que esses discursos do Pesquisador e da professora possuem limites estruturais distintos segundo Bakhtin (1979), pois o Pesquisador instiga a investigação, enquanto a Professora 2 conjectura em busca de uma solução.

A Professora 2 tenta compreender e elaborar conjecturas: " (...) *é o de 20, de 12, de 8, de 6 e de 4* [se referindo ao número de faces do poliedro]*"*, discurso também apresentado pela Professora 1: "(...) *o do tetraedro, a face é um triângulo, tem três. Mas o que tem pensar é como você vai fechar um sólido. Pra ti fechar um sólido, isso tem que ter um número exato de faces" – "As faces são figuras planas regulares*". Entendemos, por meio de Bakhtin (1979), que esses discursos, pela sua construção composicional possuem como unidades de comunicação discursiva peculiaridades estruturais comuns. Acreditamos que essas peculiaridades se mostram por meio da similaridade e do conteúdo das conjecturas geométricas das professoras.

Diante disso, entendemos que a 'conversação' entre os colaboradores, no referido Episódio, mostra que o diálogo não se caracteriza apenas como uma forma de análise, mas também como um modo de interação (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010). Acreditamos que o Episódio 8 contempla o diálogo sob a esfera epistemológica, proposta por Alrø e Skovsmose (2010), desencadeando o aspecto investigativo dos cinco poliedros regulares.

Outra questão apresentada nos pressupostos teóricos foi: "Quais aspectos interferem na relação dialógica com o outro?" Segundo Alrø e Skovsmose (2010), "Realizar uma investigação" é um dos aspectos que mostra como a relação dialógica pode se manifestar. Afirmamos isso, pois entendemos que as professoras desejaram construir relações com o saber geométrico usando o *software* Poly. O desejo de construir conhecimentos é uma das características apontadas por Alrø e Skovsmose (2010). Entendemos que os discursos comunicados "[...] constituem tentativas de *ir além*, e ajudam outros a ir além do seu pensamento estabelecido"

(ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.124 – grifo dos autores). Entendemos que o *ir além* foi gerado pela relação da professora com o *software*. Esclarecemos que o porquê da existência de apenas cinco sólidos não foi dito nos Encontros Presenciais, mas houve a produção de um dos momentos do planejamento sobre a Relação de Euler com este objetivo. A discussão dessa atividade com o *software* Poly, a reflexão e a sistematização de o porquê dos cinco poliedros regulares foi realizada pelas professoras com seus estudantes e isso é fonte de análise no próximo capítulo.

Além disso, o Episódio 9 retrata um dos “momentos” da Cyberformação Semipresencial, do Encontro 20, em que os colaboradores analisam uma narrativa digital (expressas pelas fotos, o vídeo está disponível no YouTube), apresentada pela Figura 43. Essa narrativa foi produzida pelo pesquisador e por outra estudante em uma disciplina denominada Tópicos Avançados sobre Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino de Ciências e Matemática do Curso de Doutorado. A narrativa digital foi levada para a pesquisa, pois a intenção inicial do grupo era produzir também uma narrativa digital com os estudantes, mas isso acabou não se realizando, como declaramos no Quadro 1, na processualidade metodológica. Contudo, essa análise foi baseada nas compreensões das professoras sobre o constructo teórico *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD* constituído por Rosa (2008). Esse constructo sustenta a concepção de Cyberformação e foi discutido a partir das leituras realizadas pelo grupo, em particular, que compuseram o Fórum 12 (ROSA, 2011c) e o Fórum 13 (ROSA; VANINI; SEIDEL, 2011).

## Episódio 9 - O EXCEDENTE DE VISÃO EM RELAÇÃO A UMA ATIVIDADE PRODUZIDA COM TECNOLOGIA DIGITAL: UM OLHAR SOBRE OS PAPÉIS DA TECNOLOGIA NA RELAÇÃO COM O SABER

### Episódio do Encontro Presencial 20 – Discussões sobre o vídeo produzido com o *Microsoft Photo Story* – 01/08/2012 – Vídeo 37 – [20:18 – 24:12]

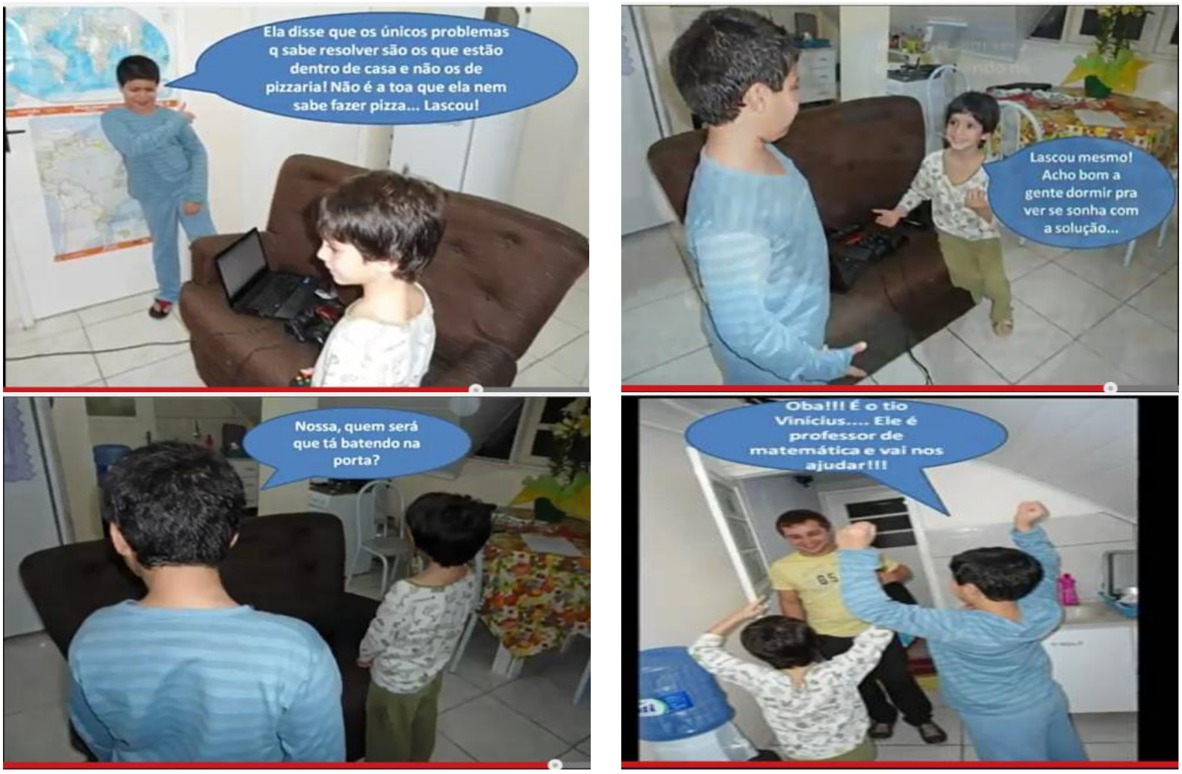
**Pesquisador**: (...) vocês não acham que o problema está solto? (...) A narrativa que a gente montou está muito bem contada, a partir de fotos e nas falas que

estão nos balõezinhos, ok? Só que a matemática não aparece desde o início, desde o início da história, a matemática não está presente, tá, ele está dizendo que tem um problema para resolver, mas o que nós avaliamos é que o problema está muito estanque, ele está ali naquele momento, depois ele não é retomado, ele não é discutido. (...)
**Professora 2**: ah sim. Faltou uma continuidade.
**Pesquisador**: porque a história não é permeada de matemática, entendeu?
**Professora 2**: tá, mas qual era o objetivo de vocês? Era ter essa história permeada de matemática ou não?
**Pesquisador**: o objetivo foi criar uma narrativa digital, matemática que levasse você ser-com, pensar-com e saber-fazer-com, só que aí ficou mais o ser-com, o pensar-com.
**Professora 2**: é isso que a **Professora 1** está falando. (...)
**Pesquisador**: Esse produto, esse vídeo, se você olhar para ele, mas ele pode estar lá no livro e você pensar da mesma forma, entendeu? A história não alterou, não alterou o modo de ver também. Vocês concordam?
**Professora 1**: sim, concordo.
**Professora 2**: sim
**Pesquisador**: porque eu poderia pegar aqui e ler e deu.
**Professora 2**: a mesma coisa que tu escreveu ali em cima, a gente poderia ler no livro. É isso que tu quer dizer?
**Pesquisador**: é, isso que eu quero dizer.
**Professora 1**: que com a tecnologia não houve nada de diferente.
**Professora 2**: só tem as tecnologias. É o que hoje em dia acontece, tem as tecnologias mas elas não são empregadas corretamente para resolver, às vezes, claro para resolver aqui que se precisa resolver, porque ele não sabe o que acessar, mesma coisa que a gente. (...) é um acessório.
**Professora 1**: mas é o que esse texto fala [se referindo ao artigo de Rosa (2011c)]
**Professora 2**: é, o texto fala
**Professora 1**: que a tecnologia não pode ser um acessório, uma ferramenta
**Professora 2**: ela tem que ser-com
**Professora 1**: tu tem que usar para fazer com que as crianças pensem diferente, ou enxerguem ou percebam a matemática, que sem ela não seria possível, então um acessório, um "pendurico", como se diz, um recurso, não é um recurso, ele é um meio pedagógico que faz com que as crianças pensem (...)

Figura 43 – Imagens da Narrativa Digital



Eu também faço, mas é q esse tema é um problema muito doido! Vc me ajuda?
Tá, mas anda logo q tô louco pra te dar uma taca nesse jogo!
Mas cadê o Ipad pra acessar o blog da profe?
A mamãe levou na viagem dela...
Vou usar esta carroça mesmo...
Fala logo esse problema...
Três amigos foram a uma pizzaria e a conta deu 25 reais. Cada um entregou ao garçom uma nota de 10 reais. O garçom voltou com 5 moedas de 1 real. Para não dificultar a divisão cada um ficou com uma moeda e deram para o garçom 2 reais. Pensativo um dos amigos disse: Cada um de nós deu 9 reais (10 menos 1 que cada um recebeu de troco) que vezes 3 dá 27. Mais dois que demos para o garçom dá 29; ou seja esta faltando 1 real. Onde foi parar esse 1 real?
Muito doido mesmo! Parece que tem coisa errada. Mano, liga pro papai que ele é professor de matemática e sabe tudo.
Ai mano, o papai não atendeu, deve estar em sala de aula. Se a mamãe estivesse aqui com certeza ela ajudaria, mas o orientador dela mandou ela viajar!
Vinícius, já sei!!!!! Vamos perguntar pra tia Karol?
Boa ideia. Isso mesmo mano!




Fonte: http://www.youtube.com/watch?v=HWgG0VivtlM

Compreendemos que o Episódio 9 apresenta discursos que podem desencadear avanços cognitivos das professoras, em termos da concepção de Cyberformação, em relação à análise da narrativa digital. No diálogo construído entre os colaboradores, em que a Professora 1 pronuncia " (...) *que com a tecnologia não houve nada de diferente* (...)" e a Professora 2 explicita que as TD foram usadas na produção da narrativa digital como "(...) *um acessório*" são discursos docentes em relação ao artigo (ROSA, 2011c), pois as professoras ressaltam: "(...) *mas é o que esse texto fala* (...) [se referindo ao artigo de Rosa (2011c)] - " (...) *que a tecnologia não pode ser um acessório, uma ferramenta* (...)" - (Professora 1), " (...) *é, o texto fala* (...)*" – "*(...) *ela tem que ser-com* (...)*"* (Professora 2). Entendemos que o último discurso mostra uma relação da Professora 1 com as TD, ou seja, não é uma síntese do texto, é um discurso com autoria "(...) *tu tem que usar para fazer com que as crianças pensem diferente, ou enxerguem ou percebam a matemática, que sem ela não seria possível, então um acessório, um "pendurico", como se diz, um recurso, não é um recurso, ele é um meio pedagógico que faz com que as crianças pensem* (...)*"*. Segundo Formentão (2010) os discursos interagem na comunicação e nessa interação produzem processos de significação. Em nosso entendimento, a relação das professoras com os aspectos teóricos de Rosa (2011c) geraram o excedente de visão em relação ao analisar a narrativa digital manifestados no diálogo de uma em relação a outra.

Além disso, o Episódio 10 apresenta uma situação relatada pela Professora 2, durante a Cyberformação Semipresencial. Esse relato traz à tona um diálogo entre a referida professora e uma mãe de uma estudante da professora. Salientamos que esse diálogo não apresenta uma discussão da geometria em si, mas os aspectos se relacionam com o excedente de visão da professora em relação à mãe da aluna no que tange ao uso da Internet, como um recurso com a finalidade pedagógica de ensinar no âmbito geral, também debatida em Cyberformação Semipresencial.

## Episódio 10 - O ALCANCE DA CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL PERMITIDO PELAS RELAÇÕES INTERPESSOAIS

### Episódio do Encontro Presencial 22 – Diálogo sobre o papel da Internet na vida das pessoas - 22/08/2012 - Vídeo 41 - [38:02 – 43:00]

> **Professora 2**: (...) Ontem o que aconteceu...Posso falar? [olhando para o Pesquisador]?
> **Pesquisador**: claro, pode falar.
> **Professora 2**: ontem uma mãe chegou para mim e disse: eu sei porque a minha filha está baixando as notas, eu já sei! [expressão usada pela mãe da aluna] e tu também sabes [conta a professora], eu pensei deve ser namoro, aí ela disse, sabe o que é professora, e eu já falei sobre isso... a Internet vai ter que terminar, as crianças ficam o tempo inteiro nessa Internet e isso não pode...a senhora tá vendo, ela baixou todas as notas por causa da Internet, porque eu coloquei um chip que ela fica navegando como quiser, assim...[gesticula com as mãos, livre], o tempo todo, não sei como é isso, mas enfim, ela falando mal da Internet. A senhora não acha que tem que terminar [a Internet] Isso tem que terminar, a senhora não acha? Aí, eu disse, mãe [mãe da aluna], isso não pode, isso está cada vez mais aumentando mais, aí terminando o assunto, eu disse e vai ter uma época em que não terá mais professor [presencial], eles vão estudar, já existe, eles não vão mais para a escola, eles só vão acessar aí [se referindo ao computador]. Ah, é mesmo professora? Então não vai terminar? [questiona a mãe da aluna] Pelo contrário, terá cada vez mais... Aí de noite, eu não sei o que o João [marido da professora] me falou, eu não sei o que a gente estava falando de Internet, aí eu contei para ele esta história, ele achou uma graça (...) eu disse que coincidência eu trabalhando com o computador e postando naquele dia, material aqui [na *Wiki*] e ela [mãe da aluna] me dizendo ao contrário porque a Internet está causando prejuízos...como veio bem [trama as mãos], uma pessoa me dizendo que tem que terminar [a Internet] e nós aqui discutindo o contrário, em como usar, fazer.
> [**Professora 1** havia se ausentado da sala e ao retornar a **Professora 2** conta a história novamente, rapidamente]

> **Professora 2**: quem diria que eu [põe as mãos sobe o corpo e as levanta, como se não acreditasse] quem diria que eu estaria dizendo isso para ela [mãe da aluna]?
> **Professora 1**: é acesso, mas eu acho que tudo tem limite...
> **Professora 2**: claro, foi o que eu disse para a mãe [mãe da aluna], eles têm que acessar de uma forma que seja útil, claro que para o lazer, entretenimento, também (...) eu não sei dizer a palavra, mas usar com utilidade, coisas que vão acrescentar ao conhecimento deles [estudantes] (...)

Acreditamos que, na vivência relatada pela Professora 2, se referindo ao diálogo estabelecido com a mãe de uma estudante, se configura como um discurso na esfera das relações interpessoais, segundo Alrø e Skovsmose (2010). Esse é um dos aspectos do diálogo que Alrø e Skovsmose (2010) nomeiam de "promover a igualdade". A igualdade significa que os participantes do diálogo podem ser igualitários no que se refere ao nível das relações e comunicações interpessoais (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

A Professora 2 e a mãe da estudante têm posições sociais distintas como discute Charlot (2000), mas entendemos que a professora contribui ao refletir que "(...) *uma pessoa me dizendo que tem que terminar [a Internet] e nós aqui discutindo o contrário, em como usar, fazer* (...)*"*, ou seja, ela leva as discussões no âmbito da formação continuada para a mãe da estudante, que é estudante dela também. Entendemos que a Professora 2 realiza uma relação com ela mesma ao expressar que: "(...) *quem diria que eu estaria dizendo isso para ela* [mãe da aluna]? (...)" Compreendemos que essa última relação da Professora 2 se revela como uma das contribuições do processo formativo em termos de inclusão digital. Bem como, em termos cognitivos sobre o uso de TD, ao afirmar sobre a Internet "(...) *mas usar com utilidade, coisas que vão acrescentar ao conhecimento deles* [estudantes] (...)".

Nesta subseção buscamos, também, mostrar o diálogo como desencadeador do excedente de visão (BAKHTIN, 1979), na relação entre os colaboradores e a contribuição desse diálogo para as relações com o saber dos mesmos. No Episódio 8, considerando as TD como possíveis geradoras do excedente de visão por meio da relação da Professora 1, o grupo realizou uma investigação sob o viés epistemológico, destacado em Alrø e Skovsmose (2010). No Episódio 9, destacamos o excedente de visão na análise da narrativa digital realizada pelas professoras, em relação à concepção teórica de Cyberformação, sistematizada em Rosa (2011c). Acreditamos que o excedente de visão foi gerado pela reflexão da Professora 1, considerando uma das leituras realizadas pelo grupo. No Episódio 10, na esfera das relações interpessoais, com base no aspecto “promover a igualdade”, discutido em Alrø e Skovsmose (2010), mostramos o excedente de visão da Professora 2 sobre a sua relação com o papel da Internet na prática docente, o qual foi gerado em virtude da Cyberformação Semipresencial, em nossa análise. Nesta subseção, por meio de três episódios buscamos mostrar que a dimensão exotópica atua entre as múltiplas dimensões da Cyberformação Semipresencial, anunciada no subtítulo 2.2.

Em suma, neste capítulo, frente à análise aos episódios e do conjunto de aspectos (e-mail, fóruns, entrevistas) constituintes do movimento de Cyberformação Semipresencial, desvelamos o “como” se mostra a relação com o saber do professor que ensina matemática, destacando como esses aspectos matemáticos (geométricos), pedagógicos e tecnológicos constituíram as ações realizadas. Esses aspectos foram revelados, por meio das dimensões da colaboração, do tempo vivido e da exotopia, as quais perpassam o movimento de Cyberformação Semipresencial vivido pelas professoras e pelo pesquisador.

No próximo capítulo, contemplamos a análise dos discursos docentes nas aulas de geometria com TD. Para evidenciar as referidas dimensões, apresentamos as reflexões das aulas diante das análises das professoras ao assistirem e comentarem os episódios de suas próprias aulas. Em específico, buscamos mostrar como as professoras coproduziram as aulas com TD. Nessa coprodução, firmamos nosso olhar para as relações com os processos geométricos de validação, os aspectos pedagógicos e o uso de recursos tecnológicos, revelados na prática docente pelas professoras, em atividades de geometria euclidiana plana, geometria euclidiana espacial e geometria do táxi, planejadas com TD. Bem como analisamos as reflexões das professoras, mostrando como essas se “enxergam”, apresentando os avanços, os obstáculos e as ações futuras, salientados pelas professoras diante de um longo tempo cronológico e tempo vivido de formação.

## 7 UM OLHAR PARA O MOVIMENTO FORMATIVO POR MEIO DA REFLEXÃO DAS AULAS COPRODUZIDAS PELAS PROFESSORAS

*"A vida é o que fazemos dela. As viagens são os viajantes. O que vemos não é o que vemos, senão o que somos"*

*Fernando Pessoa*

Neste capítulo, apresentamos as reflexões das professoras sobre os episódios de aula. Essas reflexões nos permitem desvelar modos de ser, de agir e de se relacionar das professoras no que tange aos processos de ensinar e de aprender tópicos geométricos com o uso de TD, trabalhados com estudantes de 6º e 7º Ano do Ensino Fundamental. Entendemos que esses modos expressam as relações que as professoras constituíram com o saber, em termos geométricos, pedagógicos e tecnológicos, em Cyberformação Semipresencial. Por isso, compreendemos que esse processo de análise se configura como um retorno para o tempo vivido em Cyberformação Semipresencial, uma viagem, em que os viajantes (Professora 1, Professora 2 e Pesquisador), os quais dialogaram, colaboraram e planejaram aulas de geometria com TD, voltaram a se encontrar para refletir sobre episódios das referidas aulas. Defendemos que essa reflexão mostra o que somos no sentido de expressarmos nossas relações que constituímos ao longo do tempo vivido.

Devido à importância que a palavra reflexão assume na análise das aulas, buscamos entendê-la de acordo com o Dicionário de Filosofia como "[...] o ato ou o processo por meio do qual o homem considera suas ações" (ABBAGNANO, 2007, p.837). Nossas compreensões acerca das ações em sala de aula e das formas como as professoras consideram suas próprias ações estão em consonância com as unidades de análise do presente estudo: colaboração, tempo vivido e excedente de visão, constituídas com o processo de Cyberformação Semipresencial.

Estamos considerando as reflexões das ações docentes provindas da análise de aulas, com a participação do Pesquisador, como uma ação, segundo Nacarato e Grando (2009), com potencialidade formativa. Entendemos que pode ser denominada como ação formativa, pois foi gerada pelo movimento de Cyberformação Semipresencial, compreendido na perspectiva do *continuum* e na perspectiva de vir a ser autoformativa. Clarificamos que apresentamos o episódio de aula e posteriormente as reflexões da Professora 1 ou da Professora 2 em relação ao episódio bem como os comentários do pesquisador. Como já declaramos a primeira dimensão a ser tratada é a colaboração.

## 7.1 A COLABORAÇÃO COMO FIO CONDUTOR DA AÇÃO DOCENTE

Como abordamos na processualidade metodológica e no capítulo anterior, consideramos que a dimensão colaborativa contribuiu na relação com o saber dos professores que ensinam matemática com TD em Cyberformação Semipresencial. Sendo assim, procuramos evidenciar situações na análise de aulas que os discursos docentes expressam a colaboração como fio condutor da ação docente. Ressaltamos que os episódios apresentados se referem aos momentos de socialização das professoras com os estudantes, conforme mencionamos no Momento 3 da processualidade metodológica, a partir de Nacarato e Grando (2009).

O Episódio 11 expressa a apresentação do conjunto de aulas realizada pela Professora 1. O discurso da Professora 1 ao introduzir esse conjunto de aulas de geometria com TD, ao nosso ver, compartilha com os estudantes, aspectos da formação vivida com o grupo colaborativo.

### Episódio 11 – A COLABORAÇÃO EM CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL: VOLUNTARIEDADE, ESPONTANEIDADE E APOIO

#### Episódio de Aula 1 da Professora 1 – apresentação do conjunto de aulas – 09/10/2012 – Vídeo 57 – [00:01 – 00:57]

**Professora 1**: (...) o professor Vinícius está aqui na escola, a algum tempo. O professor Vinícius está nos ajudando a trabalhar com a parte da informática. Então nós estamos há bastante tempo, estudando e pesquisando como trazer alguns elementos da informática para a sala de aula. Nós sabemos que é importante, mas nós também não sabemos usar. Então, nós [professoras] junto com ele estamos estudando, trabalhando há algum tempo, então hoje nós começamos a trabalhar com vocês (...)

#### Análise do Episódio de Aula 1 realizada pela Professora – 05/06/2014 – Vídeo 107 – [14:57 – 16:00]

**Professora 1**: que legal isso. Foi muito bom dizer isso para eles. Que nós já vínhamos a bastante tempo estudando. Mas também a gente não sabe fazer. E eu acho que faltou dizer que nós iríamos aprender com eles também. Mas eu acho legal eles verem esse enredo da coisa, assim sabe. Que a gente se prepara. A gente estuda, para tentar levar para eles assim algo diferente.

> **Pesquisador**: essa é uma parte importante de você dizer que a gente não sabe, que nós não sabemos, muitas vezes, como fazer.
> **Professora 1**: isso é uma parte mais de formação mesmo.

Ao introduzir as aulas de geometria com os estudantes, entendemos que a Professora 1 considera o Pesquisador como um apoio (FIORENTINI, 2004), ao expressar que "*O professor Vinícius está nos ajudando a trabalhar com a parte da informática*". Compreendemos também que pelo discurso da Professora 1, há o desejo voluntário de *estar-junto*, ao comunicar para os estudantes "(...) *nós* [professoras] *junto com ele estamos estudando, trabalhando a algum tempo* (...)". Segundo Fiorentini (2004, p.54) "Esse desejo de trabalhar e estudar em parceria com outros profissionais resulta de um sentimento de inacabamento e incompletude enquanto profissional [...]".

Acreditamos que o inacabamento e a incompletude, apontados por Fiorentini (2004), enquanto profissional - professor de matemática -, se mostra pela reflexão da Professora 1 em uma ação espontânea ao interpretar o episódio da própria aula e pontuar que, apesar do tempo de estudos, "(...) *também a gente não sabe fazer. E eu acho que faltou dizer que nós iríamos aprender com eles também*". Conjecturamos que há manifestação da incompletude, ao reconhecer que é necessário estudar e na possibilidade de aprender com os estudantes em sala de aula, já que os mesmos podem ter tido vivências com as TD. A fala da Professora 1 se correlaciona com uma das premissas da Cyberformação (ROSA, 2015), que é também aprender com os estudantes ao usar TD em aulas de matemática. Por último, a Professora 1 ao expressar "(...) *isso é uma parte mais de formação mesmo*", reconhece que o desejo de saber é evidenciado como um aspecto resultante de um processo formativo.

No Episódio 12, retomamos o Episódio 4, do capítulo anterior. Nesse último discutimos a relação de hierarquia do Pesquisador em relação à Professora 2, na indicação da função do *software* Poly, a qual possibilita contar as arestas e os vértices dos sólidos platônicos. No Episódio 12, refletimos sobre a linguagem usada pelo Pesquisador para comunicar o equívoco que os estudantes estavam cometendo ao contar os segmentos da figura planificada como se fossem arestas do sólido geométrico.

### Episódio 12 – A COLABORAÇÃO EM CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL: UMA RELAÇÃO DE CORRESPONSABILIDADE ENTRE OS PARTICIPANTES

## Episódio de Aula 1 da Professora 2 – Momento sobre a Relação de Euler – 23/10/2012 - Vídeo 78 – [01:53 – 03:32]

(...) [**Estudante** chama a **Professora 2**]
**Professora 2**: (...) oi, oi. Daí, encontrou? [se referindo ao número de arestas de um Octaedro]
**Estudante**: dá pra contar as linhas assim?
**Professora 2**: pode, pode...
**Estudante**: deu 16...
**Professora 2**: tem certeza?
**[Estudante** faz a contagem das arestas novamente].
**Professora 2**: conta novamente, conta novamente.
**Pesquisador**: [se dirigindo para a **Professora 2]**, eles [**Estudante**s] têm que tomar cuidado porque não dá pra contar as arestas com o sólido aberto [se refere à função planificação do software Poly]. Tem que ser no último [função que apresenta o sólido, em três dimensões], senão ele ficará planificado.
[**Professora 2** retorna até o **Estudante** e diz para ele contar, usando a última função, indicada pelo **Pesquisador**]
**Pesquisador**: Entendeu? Se eu planificar dará um número maior de arestas [segmentos]. No momento do sólido ele junta as duas arestas [segmentos], por exemplo [se referindo ao movimento propiciado pelo *software* para unir os segmentos na planificação]. Lembra que nós [no grupo] contávamos com ele no último ícone [função em três dimensões]. Porque lá está com ele inteiro [lá ele é sólido].
[**Estudante** está realizando a contagem do número de arestas pela função com o sólido em três dimensões]
**Estudante**: deu 12 agora [se referindo ao número de arestas do Octaedro].
**Professora 2**: ok, deu 12.
**Pesquisador**: **Professora 2**, eu acho que você dá esse recado geral. Na verdade quando ele está planificado [ele não é sólido] as faces ficam fáceis de contar, mas as arestas, não...
**Professora 2**: mas as arestas não. Pessoal [se dirigindo a turma inteira], quando vocês forem ver as arestas, tá? Para contar as arestas. Seria interessante vocês irem naquele último ícone ali [se referindo a função do software em três dimensões], tá? Aí vocês conseguem ver ele melhor, porque ele [sólido] vai ficar fechado, vai ficar um número diferente de arestas [segmentos] senão. (...)

## Análise do Episódio de aula 1 realizada pela Professora 2 – 27/06/2014 – Vídeo 109 – [09:55 – 11:58]

**Pesquisador**: no Poly nós tínhamos os ícones que apareceriam planificado, que eles contavam as faces.
**Professora 2**: sim.
**Pesquisador**: nós tínhamos o último ícone que eles contavam as arestas e os vértices. Eles estavam contando na planificação.
**Professora 2**: sim
**Pesquisador**: eu cometi um erro, pois na planificação não há arestas
**Professora 2**: sim, claro, claro
**Pesquisador**: quando eu tenho uma planificação.
**Professora 2**: não são mais arestas.
**Pesquisador**: o que são?
**Professora 2**: segmentos.

> **Pesquisador**: eu disse arestas, mas eu estava querendo dizer que não podia contar no ícone da planificação. Ali não é sólido. Eu trouxe esse aqui justamente para a gente esclarecer. Mas a palavra que eu usei, eu te disse, não foi correta.
> **Professora 2**: claro, agora a gente está vendo aqui.
> **Pesquisador**: eu trouxe para vermos isso, pois o primeiro ícone da planificação.
> **Professora 2**: não foi eficiente.
> **Pesquisador**: mas o último [ícone] sim. A Professora 1, usou um termo chamado raio-x. Vocês enxergam um raio-x, vamos conseguem enxergar os vértices, as arestas e as faces e contar. Porque se você tem o sólido fisicamente, você ficará girando para contar e segurando, mas ali não.
> **Professora 2**: ali você consegue ver perfeitamente.

A análise do Episódio 12 foi feita pela Professora 2, com a mediação do pesquisador, o qual informou o fato da escolha do ícone do *software* Poly para a contagem das arestas, evidenciado na situação de sala de aula. Entendemos que há corresponsabilidade no ato de escolha do episódio pelo Pesquisador para a discussão com a Professora 2, em que a professora concorda na posterior reflexão sobre o uso dos termos arestas e segmentos, expressa pelos seguintes discursos "(...) *quando eu tenho uma planificação* (Pesquisador)*;* "(...) *não são mais arestas* (...) (Professora 2); *"*(...) *o que são?* (...)" (Pesquisador); "(...) *segmentos* (...) (Professora 2)". Segundo Fiorentini (2004), a corresponsabilidade assumida pelo pesquisador "(...) *Eu trouxe esse aqui justamente para a gente esclarecer* (...)", e pela Professora 2 "(...) *claro, agora a gente está vendo aqui* (...)" mostra o "[...] o compromisso compartilhado com o projeto e trabalho do grupo" (FIORENTINI, 2004, p.56). Contudo, frente à análise do Episódio 12, entendemos que o pesquisador monopolizou a discussão, ou seja, poderia ter explorado mais a reflexão da Professora 2 em termos da relação dela com o saber geométrico.

No Episódio 13 apresentamos uma situação de aula da Professora 1 sobre a construção de um triângulo equilátero. Essa situação se desencadeou pelo Momento 4 (Parte 1) do Apêndice B, o qual discute a condição de existência de triângulos e a classificação dos triângulos quanto aos lados (equilátero, isósceles e escaleno). Em particular, o Episódio 13 aborda esses aspectos do referido momento e apresenta o encaminhamento da Professora 1 na construção do triângulo equilátero, a qual necessitou do suporte do pesquisador para estabelecer as relações com o saber geométrico com o uso do *software* GeoGebra que desejava.

O Episódio 13 é constituído por um conjunto de episódios de aula. Cada episódio é acompanhado de uma análise, a saber: <u>Episódio de Aula 2 da Professora 1</u> – apresenta a construção de um triângulo equilátero com a indicação de medidas de comprimento fixo realizada pela Professora 1 em conjunto com os estudantes; Episódio de Aula 3 da Professora 1 – contempla o questionamento do pesquisador sobre o uso do recurso “círculo com raio fixo” ou do recurso “compasso” do *software* GeoGebra para a construção do referido triângulo e o Episódio de Aula 4 da Professora 1 – mostra a construção do triângulo equilátero realizada sem o uso de medida e a exploração de características desse tipo de triângulo com a geometria dinâmica.

## EPISÓDIO 13 – O SUPORTE COMO UM ASPECTO DA COLABORAÇÃO: ENCAMINHANDO PROCESSOS DE VALIDAÇÃO COM UM *SOFTWARE* DE GEOMETRIA DINÂMICA

### Episódio de Aula 2 da Professora 1 – a construção do triângulo equilátero – 19/11/2012 – Vídeo 90 – [46:15 – 49:55]

**Professora 1**: (...) escutem agora, olha só, o triângulo tem três lados. Cada lado mede quanto?
Estudantes: cinco.
**Professora 1**: todos os lados medem 5. Portanto, todos os ângulos medem?
Estudantes: 60.
**Professora 1**: por que todos os ângulos medem 60º? Quando a gente tem um triângulo que todos os lados são iguais, todos os ângulos também são iguais. Certo? Ângulos e lados com a mesma medida. (...) Conseguiram?
Estudante: professora vem aqui.
[Estudantes continuam trabalhando na atividade do triângulo equilátero e a professora 1 orientando em pequenos grupos]
**Professora 1**: agora, o seguinte eu vou movimentar o triângulo, vou lá no primeiro [ícone do software GeoGebra], coloco no mover, não move, por que? O que aconteceu [olha para o pesquisador]? [professora está explanando a partir do projetor de vídeo para todos os estudantes]
**Pesquisador**: deixa eu ver o que você fez? [pesquisador se dirige até a professora]
**Professora 1**: eu queria diminuir e aumentar. A gente não consegue (...)

### Análise do Episódio de aula 2 realizada pela Professora 1 - 30/06/2014 – Vídeo 111 – [12:07 – 13:03]

**Professora 1**: não conseguimos mover. Eu não lembro mais. Porque será, eu não consigo me lembrar. Por que a gente não conseguiu mover? Porque assim, como ele era equilátero. Assim que eu movesse, as medidas, eu queria mostrar para eles [estudantes] que aumentando ou diminuindo as medidas, o ângulo continuaria o mesmo. É uma das propriedades do triângulo equilátero.
**Pesquisador**: veja o porquê.
**Professora 1**: porque eu não consegui mover.
**Pesquisador**: Nesse momento, a minha presença contribuiu.

Nesse episódio, entendemos que o uso do *software* não culminou em potencialização da relação da Professora 1 e dos estudantes com a geometria, pois não houve a possibilidade do arrastar. A Professora 1 desejava mostrar para os estudantes que ao arrastar o triângulo manteria as propriedades originais "(...) *eu queria diminuir e aumentar. A gente não consegue* (...)". No entanto, isso não foi possível, pois os procedimentos usados para a construção não permitiam, pois a mesma fez uso do segmento com comprimento fixo (de cinco centímentos). Entendemos que essa situação mostra que "[...] as práticas de papel e lápis foram, de certa forma, transpostas para o ambiente computacional [...]" (JAHN; HEALY, 2008, p.11).

Diante da solicitação de ajuda ou de suporte do pesquisador em sala de aula, o mesmo revelou o questionamento apresentado no episódio a seguir:

**Episódio de Aula 3 da Professora 1 – a construção do triângulo equilátero – 19/11/2012 – Vídeo 91 – [00:13 – 00:19]**

**Pesquisador**: (...) você construiu com um segmento fixo de 5 [centímetros] (...)?

**Análise do Episódio de aula 3 realizada pela Professora 1 - 30/06/2014 – Vídeo 111 – [13:39 – 14:32]**

**Pesquisador**: você entendeu o que eu perguntei?
**Professora 1**: ah, entendi.
**Pesquisador**: compreendeu?
**Professora 1**: compreendi.
**Pesquisador**: a construção feita foi determinada.
**Professora 1**: as medidas.
**Pesquisador:** eu acredito que ela teve essa interferência da medida porque nós começamos lá em cima [primeiro momento no software GeoGebra], construa um triângulo com as medidas 6, 3 e 2, mas não deu, para abordar a condição de existência. Aí depois era para levar os alunos a conjecturar qual era a condição de existência. Que foi sendo construída, mas aí, veja.

Na análise do episódio de aula 3, o pesquisador questiona o porquê não houve a possibilidade de arrastar o objeto geométrico. Acreditamos que a Professora 1 compreende o processo de construção com o uso da função "segmento com raio fixo", pois a mesma expressa que "*as medidas*" impediu o teste do arrastar. Contudo, entendemos que o pesquisador não deixou fluir a discussão para a Professora 1 expressar explicitamente o entendimento de que não poderia ocorrer a movimentação, pois foi feito o uso da função “segmento com comprimento fixo”, ou seja, não podemos garantir essa compreensão por parte da Professora 1. Por isso, acreditamos que esse Episódio também é uma possibilidade formativa para o pesquisador, o qual não perseguiu a reflexão.

No próximo episódio apresentamos que com o suporte do pesquisador, a professora construiu um triângulo equilátero, sem o uso de medidas nos procedimentos de construção. Posteriormente, a Professora 1 realizou conjecturas junto com os estudantes com a finalidade de validar as características desse triângulo, que segundo a geometria euclidiana [...] é o que tem os três lados iguais [...]” (EUCLIDES, 2009, p.98).

**Episódio de Aula 4 da Professora 1 – a construção do triângulo equilátero – 19/11/2012 – Vídeo 92 – [02:06 – 06:05]**

**Professora 1**: pessoal, olha só, nós construímos aqui outro triângulo. A medida do lado desse triângulo é?
<u>Estudantes</u>: 4.7.
**Professora 1**: nós fizemos um triângulo sem determinar uma medida. Quando nós começamos, nós pedimos que vocês fizessem uma medida de quanto?
<u>Estudantes</u>: de cinco.
**Professora 1**: como a gente determinou a medida, eu não consigo ampliar e nem reduzir. Agora nós fizemos aqui um triângulo de qualquer medida. Olhem para cá um pouquinho [chama a atenção para os alunos olharem para o triângulo construído com o GeoGebra no projetor]. Eu vou mover, olha só, eu estou fechando e estou abrindo. Olha só, quando eu abro, quando eu estou fechando o triângulo, olhem para dentro do triângulo, quanto que está o ângulo?
<u>Estudantes</u>: 60.
**Professora 1**: se eu reduzir, como fica o ângulo?
<u>Estudantes</u>: 60
**Professora 1**: se eu ampliar, como é que fica o ângulo?
<u>Estudantes</u>: 60
**Professora 1**: ele não está mudando, agora olham lá para os lados. Quanto mede cada lado?
<u>Estudantes</u>: 6.1
**Professora 1**: agora eu vou diminuir, olha lá, quanto mede agora. Quanto mede agora?
<u>Estudantes</u>: 4.6
**Professora 1**: mas e o ângulo?
<u>Estudantes</u>: mede 60.
**Professora 1**: então, tanto faz, essa é uma propriedade importante nesse triângulo. Nesse triângulo, os três lados são de que jeito? Olha lá, quanto que mede do A até o C?
<u>Estudantes</u>: 6.2
**Professora 1**: do C até o B. Como é a medida dos lados?
<u>Estudantes</u>: sempre igual.

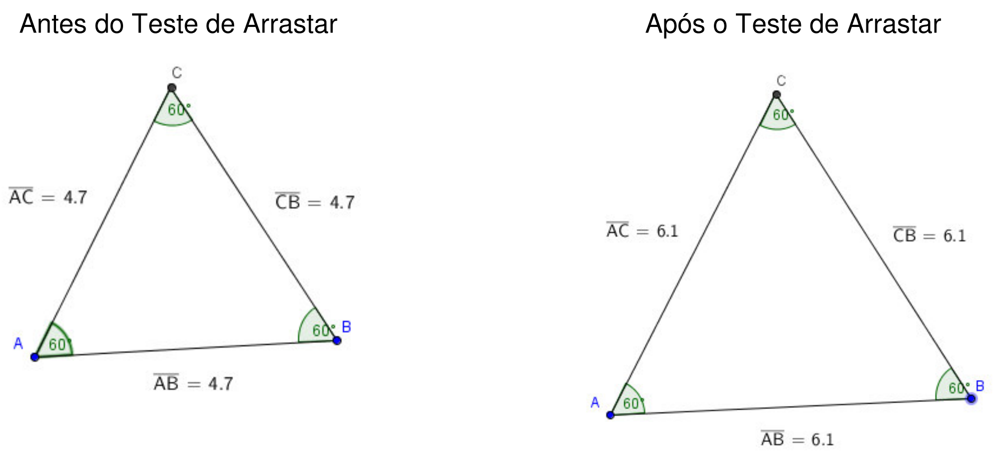
**Professora 1**: sempre que a medida dos lados forem iguais. E o ângulo mede quanto? Não ouvi.
Estudantes: 60.
**Professora 1**: sempre que os lados forem iguais, o ângulo mede quanto? 60. Esse triângulo, vocês vão pesquisar como é o nome desse triângulo aqui, que tem os três lados iguais.
Estudantes: para quando?
**Professora 1**: para amanhã. Quem tem internet, tem que começar a usar. Alguém do grupo tem? [se dirigindo a um dos grupos de estudantes].
Estudante: eu.
**Professora 1**: Combinem aí. Tema de casa. Certo? (...)

## Análise do Episódio de aula 4 realizada pela Professora 1 - 30/06/2014 – Vídeo 111 – [19:18 – 23:17]

**Professora 1**: agora ficou muito claro ali, sobre a medida dos lados e o ângulo então, depois que eu esclareci para eles que nós não conseguimos mover, aí ficou muito claro para eles. E tinha que ter uma razão, porque na primeira vez nós não conseguimos mover. Na hora, não me ocorreu o porquê, mas ficou muito bom.
**Pesquisador**: você ainda fez um *link*, digamos assim, para os alunos pesquisarem, em casa, na Internet. O teu discurso antes do processo de Cyberformação, você dizia isso? Para os alunos pesquisarem na Internet?
**Professora 1**: não, não.
**Pesquisador***:* essa tua forma de comunicação, claro, você nunca tinha usado um software de geometria dinâmica, isso é óbvio, como o GeoGebra, você não usava a linguagem, aumentar, diminuir, arrastar, movimentar, use o comando tal, o outro, etc, claro que não.
**Professora 1**: mas me pareceu ali que essa atividade [pesquisar na Internet] estaria dentro do contexto, porque seria uma complementação do que eles estavam fazendo, e nada melhor, porque nós estávamos tratando com a tecnologia, de eles buscarem em algum lugar o significado daquele termo. E me parece que hoje eles têm acesso, muito mais para os alunos do que para nós, professores. Essa pesquisa na Internet é uma coisa muito tranquila. E aquilo surgiu muito tranquilamente assim. Na hora ali.
**Pesquisador**: perfeito.
**Professora 1**: de repente se eu não estivesse trabalhando com isso. Eu não sei se teria surgido também essa, fazer com que eles continuassem. Na verdade, a intenção era fazer com que eles continuassem, trabalhando com aquilo também em casa.
**Pesquisador**: o que também pude perceber nesse episódio é a tua linguagem, no sentido, matemática com o uso do GeoGebra.
**Professora 1**: eu também percebi. Mas isso também é tudo fruto do que nós fizemos, Vinícius. Olha quanto tempo que nós ficamos estudando, nos preparando e isso é uma coisa que demanda tempo, porque você chegar ali e ter essa fala, essa conversa com os alunos. Isso é porque nós tivemos, assim, muito planejamento. Nós fizemos um planejamento e para isso aí, nada mais, eu não sei se seria o termo correto, mas nada mais adequado, do que naquele momento continuar pesquisando na internet.

Nesse episódio, a Professora 1 discute com os estudantes as características do triângulo equilátero a partir da seguinte fala: “(...) *como a gente determinou a* *medida, eu não consigo ampliar e nem reduzir. Agora nós fizemos aqui um triângulo de qualquer medida* (...)”. A seguir apresentamos as figuras da construção geométrica, as quais identificam e contribuem no entendimento das propriedades do triângulo equilátero no diálogo entre a professora e os estudantes em sala de aula. O triângulo ABC inicialmente construído com o suporte do pesquisador seguiu os seguintes procedimentos: a construção de um segmento AB qualquer, determinação de circunferências com raio AB com centros em A e B e definição do ponto C pela intersecção. Posteriormente, a Professora 1 determinou as medidas dos lados e dos ângulos, como mostra a Figura 44.

Figura 44 – Triângulo equilátero




Fonte: a pesquisa

Entendemos que, no diálogo entre a professora e os estudantes, o uso do *software* GeoGebra se mostrou na perspectiva do *pensar-com-o-GeoGebra*, pois as conjecturas produzidas, quando a Professora 1 discute a alteração das medidas dos lados e a manutenção dos ângulos pelo teste do arrastarr, as quais só podem ser realizadas com um SGD. Em outras palavras, na geometria dinâmica, a figura geométrica construída foi validada por meio do teste de arrastar, se vinculando ao que Hoyles e Jones (1998) chamam de validar fatos geométricos verdadeiros da geometria euclidiana em ambientes de geometria dinâmica.

Neste episódio, também presentificamos o uso de medidas como uma das “ferramentas” usadas para conjecturar matematicamente conforme afirmam Olivero e Robutti (2007). A elaboração de conjecturas resulta da exploração, que está sendo compreendida como uma faceta para a constituição de uma prova (HANNA, 2000). Contudo, no Ensino Fundamental, defendemos o processo de validação desses aspectos geométricos e não a realização de uma demonstração (ANDRADE; NACARATO, 2004; NACARATO; GOMES; GRANDO, 2008).

Em termos de análise do episódio, salientamos a fala da Professora 1: "*Mas isso também é tudo fruto do que nós fizemos, Vinícius. Olha quanto tempo que nós ficamos estudando, nos preparando e isso é uma coisa que demanda tempo, porque você chegar ali e ter essa fala, essa conversa com os alunos. Isso é porque nós tivemos, assim, muito planejamento*". Entendemos que essa fala se mostra de forma colaborativa, pois o "nós" perpassa o discurso da professora, mostrando o *com-junto* (ROSA, 2015). Ou seja, a professora expressa a construção dela mesma junto com os *outros*, os colaboradores, e expressa a *relação dela com o mundo*, na medida em que completa o tempo, os estudantes, o planejamento no seu discurso. Reiteramos que segundo Charlot (2000) a relação com o saber se dá pela interconexão (eu, os outros e o mundo).

Nesta seção, tratamos da colaboração como fio condutor da ação docente. Para isso, apresentamos o Episódio 11, o qual contemplou a voluntariedade, a espontaneidade e o apoio como características de um grupo colaborativo (FIORENTINI, 2004) e que contribuíram para a relação com o saber em Cyberformação Semipresencial. No Episódio 12, salientamos a corresponsabilidade constituída no movimento de estar se constituindo um professor que ensina matemática com TD e mostrando que a formação pode ser considerada como um processo contínuo e que sempre é possível persegui-la. No Episódio 13, destacamos o suporte do pesquisador na ação docente, o qual contribuiu na relação com o saber da Professora 1 sob o viés da geometria dinâmica. Na próxima seção, discutimos o tempo vivido como constituinte da ação docente em aulas de geometria com TD.

## 7.2 O TEMPO VIVIDO CONSTITUINDO A AÇÃO DOCENTE

Os modos de ser, de agir e de se relacionar com as TD podem potencializar e avançar em aspectos matemáticos, segundo a concepção de Cyberformação com professores de matemática (ROSA, 2015). Entendemos que esses modos constituem as diferentes temporalidades que as professoras de matemática buscaram expressar na ação docente. Temporalidades possivelmente modificadas ou transformadas por meio das reflexões oriundas do movimento de encontros presenciais, dos fóruns de discussão e da construção do planejamento via *wiki*.

No que tange ao estudo das temporalidades, Bicudo (2003b, p.9 – grifo da autora) expressa que “As pesquisas efetuadas na área pedagógica não têm se dedicado ao tema *tempo* [...]”. Relembramos que tempo é temporalidade, conforme Heidegger (1986). Por isso, entendemos que se dedicar ao tempo contempla “[...] as atividades que visam à cognição, à construção do conhecimento, à auto-percepção dos modos pelos quais vivemos” (BICUDO, 2003b, p.9).

Nessa perspectiva da temporalidade, apresentamos o Episódio 14, o qual destaca uma das ações docentes da Professora 1 quando os estudantes estavam construindo um quadrado, referente ao Momento 4 – Parte 2 do planejamento (APÊNDICE B). Nesse episódio, buscamos mostrar as conjecturas da Professora 1 por meio do discurso que é permitido pelo uso de um SGD.

**Episódio 14 - TEMPORALIDADES EM CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL TRANSFORMANDO AS AÇÕES DOCENTES**

**Episódio de aula 5 da Professora 1 – A possibilidade do “arrastar” na construção de um quadrado – 20/11/2012 – Vídeo 93 – [28:11 - 28:35]**

> **Professora 1**: (...) deu certo, conseguiram mexer ele [quadrado]? Percebam que está aumentando os lados e o que acontece com os ângulos?
> <u>Estudantes</u>: não muda.
> **Professora 1**: não muda nada. Permanece. Conseguiram fazer gurias? [se dirigindo e perguntando para uma dupla de meninas]. Agora, o seguinte, vocês podem fazer outro [quadrado] sozinhos (...)

**Análise do Episódio de aula 5 realizada pela Professora 1 – 30/06/2014 – Vídeo 112 [06:50 - 08:10]**

> **Pesquisador**: percebeu a tua linguagem?
> **Professora 1**: sim, por isso que eu te disse, parece que eu não estava me reconhecendo, como professora. A gente usa vocabulário que parece que não faz muito parte, mas na hora, ele vem, ele surge. Mesmo assim, usando um vocabulário bastante específico da geometria [acreditamos que a professora se refere às características do quadrado], os alunos estavam entendendo. Nem eu sabia que eu sabia este vocabulário. Como, tu, professor, vem falando isso, eu estou olhando, nossa! Movimenta, amplia, permanece.

A Professora 1 fez uma construção com os estudantes da figura geométrica quadrado, mas, num primeiro momento, não discutiu sobre as propriedades quanto aos lados e também quanto aos ângulos. Em outras palavras, a Professora 1 produziu um discurso em relação ao arrastar e conjecturou com os estudantes no que tange à permanência da medida dos ângulos, após o teste do arrastar, ao expressar que "(...) *Percebam que está aumentando os lados e o que acontece com os ângulos?* (...)" e a partir da resposta dos estudantes, a Professora 1 conjectura: " (...) *não muda nada. Permanece* (...)". Segundo Hanna (2000) o SGD tem o potencial de provocar nos estudantes a exploração das propriedades geométricas dadas pela construção, nesse caso, do quadrado.

Compreendemos que os modos de *ser-com, pensar-com e saber-fazer-com-o-software-GeoGebra* se mostrou nesse episódio, pois a Professora 1 a partir da construção com o *software* permitiu a elaboração de conjecturas (aumenta, arrasta, diminui) com os estudantes por meio do teste do arrastar, constituinte da geometria dinâmica, uma vez que, o *design* da atividade permitiu o trabalho com a geometria dinâmica. Acreditamos que essa ação docente evidenciou "[...] a ideia que o uso de tecnologias na Educação Matemática precisa ser pensado para potencializar a cognição dos estudantes e do professor, usufruindo-se da Cultura Digital sob uma prática educativa" (ROSA, 2015, p.82).

Defendemos que os aspectos que provocam a ampliação e a potencialização na relação com o saber geométrico da Professora 1 ao usar o SGD podem ser expressos pelo discurso da própria professora ao refletir sobre o episódio da aula dela: "(...) *Nem eu sabia que eu sabia este vocabulário. Como, tu, professor, vem falando isso, eu estou olhando, nossa! Movimenta, amplia, permanece*". Além disso, a partir desse discurso, ressaltamos a "relação consigo mesmo", ao expressar "(...) *eu estou olhando, nossa!*" se mostrando que estabeleceu a relação com o saber da geometria dinâmica. Isso nos remete à Charlot (2000), o qual afirma que essa relação é constitutiva da própria relação que estabelecemos com o saber presente no mundo, nesse caso, a geometria dinâmica, debatida entre os colaboradores em Cyberformação Semipresencial.

Na análise do episódio, a Professora 1 menciona "(...) *por isso que eu te disse, parece que eu não estava me reconhecendo, como professora* (...)". Pontuamos que esse discurso desvela que a temporalidade em Cyberformação Semipresencial transformou a ação docente, em que a professora evidencia o "novo" discurso enquanto professora que ensina geometria. Acreditamos que esse discurso se vincula à auto-percepção dos modos que vivemos (BICUDO, 2003b). Em outras palavras, a ação docente e a reflexão da Professora 1 sugerem indícios de transformação da ação docente, pois, agora, a referida professora comunica um discurso da geometria dinâmica, promovendo a ampliação das possibilidades de aspectos visuais, de conjecturas e de validação. Defendemos que esses aspectos contribuem para a relação com o saber geométrico do professor e dos estudantes.

O Episódio 15 trata do engajamento da Professora 1 em Cyberformação Semipresencial sendo evidenciado na ação docente. Esse episódio resulta dos Momentos 1 e 2 do planejamento de aulas (APÊNDICE B), em que os estudantes assistiram vídeos do YouTube e, também pesquisaram na Internet, vídeos que pudessem contemplar aspectos geométricos.

## Episódio 15 – OS MODOS DE SER GERADOS PELA CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL: DO ENGAJAMENTO À POSSIBILIDADE DE UMA CULTURA DOCENTE DE USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS

### Episódio de Aula 6 da Professora 1 – o trabalho com vídeos do YouTube – 11/10/2012 – Vídeo 65 – [03:00 – 03:31]

**Professora 1**: (...) pessoal, nós vamos ter que começar a salvar e vocês vão ter que começar a mandar. Então, vamos salvar. Minimiza. [professora interage com estudantes em relação aos relatórios produzidos pelos estudantes sobre vídeos com geometria]
**Professora 1**: me manda esse aqui [arquivo] para o meu endereço eletrônico aqui (...).

### Análise do Episódio de aula 6 realizada pela Professora 1

**Professora 1**: olha como eu estou ensinando [Comentário da professora enquanto assistia o vídeo]
**Professora 1**: olha ali como eu estou, vai lá e salva e manda para meu e-mail. Eu estou me achando ali já [pesquisador e professora sorriem]. Ali foi aquela atividade que eles tinham que escrever. Eles assistiam um vídeo, parece, eu não lembro mais. Ah, eles tinham que escrever sobre o vídeo.
**Pesquisador**: isso mesmo. Vocês já tinham feito isso, de mandar e-mail?
**Professora 1**: não, nós não fizemos. Isso foi uma coisa assim bem nova. Porque afinal o objetivo do nosso trabalho era trabalhar com as tecnologias. Já que nós estávamos naquele meio ali, nada melhor do que usar o e-mail. Mas isso é uma coisa que nós fizemos ali, mas que ainda não está na nossa cultura. É uma coisa que nós começamos a fazer e durante esse período que se passou, isso para mim está mais claro, no meu planejamento de aula assim, trabalhar com as tecnologias, trazer um pouco mais isso para eles. Mas ainda esta devolução do aluno, quando ela não é física assim, parece que ela não dá a

> formalidade. Mas isso é uma coisa ainda [aponta para si com a mão], que vai mudando. Espero que a gente consiga mudar isso, porque em todos os lugares acontece isso já. Mas foi bem interessante e eles todos mandaram [os estudantes enviaram os arquivos por e-mail]. As atividades com nome, enfim, tudo identificado. Foi muito bom. Foi uma experiência bem diferente.

De acordo com Rosa (2008) o *ser-com-TD* contempla a ideia de transformação. Entendemos que a Professora 1 se mostra em transformação pelo discurso: "*Porque afinal o objetivo do nosso trabalho era trabalhar com as tecnologias. Já que nós estávamos naquele meio ali, nada melhor do que usar o e-mail*", pois o *ser-com-o-computador* cria um novo mundo, significa estar "plugado" ao meio tecnológico (ROSA, 2008). Em outras palavras, a professora agiu em favor do uso pedagógico do e-mail, até mesmo porque os estudantes estavam pesquisando *links* de vídeos do YouTube.

Contudo, a Professora 1 afirma "*Mas isso é uma coisa ainda* [aponta para si com a mão], *que vai mudando. Espero que a gente consiga mudar isso, porque em todos os lugares acontece isso já*". Isto é, a Professora 1 apresenta o desejo (HEIDEGGER, 1986). Entendemos que esse desejo contempla o engajamento no projeto de trabalho com TD nos processos de ensinar e aprender matemática, pois o desejo é mobilização (CHARLOT, 2000). Compreendemos que o desejo é um indício de transformação, pois não se transforma quem não se mobiliza, isto é, quem não se põe em movimento. Nesse mesmo viés, Penteado (2004, p.285) afirma que "Sem o envolvimento de professores não é possível pensar na inserção de TIC na escola e, sem formação, esse envolvimento não acontece".

Outro aspecto a ser salientado é que apesar do engajamento ou envolvimento dos professores, como destaca Penteado (2004), a Professora 1 analisa "*Mas isso é uma coisa que nós fizemos ali, mas que ainda não está na nossa cultura*". Entendemos que a Professora 1 se refere que esta foi a primeira convivência com o uso de TD na ação docente dela, por isso não se mostra como uma "prática consolidada". Nesse sentido, em relação ao uso de TD, Fantin e Rivoltella (2012) afirmam que as políticas públicas deveriam instaurar cursos de formação de professores em que a tecnologia seja parte fundante da articulação curricular e que as TD se mostrem como cultura que medeia relações, o que se vincula com a concepção de Cyberformação, defendida neste estudo. Entendemos, então, que para que a cultura digital permeie os processos de ensinar e de aprender no Ensino Fundamental. Para isso, como a Professora 1 mencionou, é necessária uma mobilização, conforme Charlot (2000) por parte dos professores a fim de desejar dar continuidade e, assim, abrir outras possibilidades para o trabalho com TD no contexto escolar.

Acreditamos que esse processo de convivência com as TD na ação docente, também se mostra pelo "humor" e pela "cura" (HEIDEGGER, 1986), como brevemente analisamos no capítulo anterior. Segundo Heidegger (1986), o "humor" contempla o estado e a integração dos modos de sentir-se, relacionar-se, as emoções, os afetos, os limites e os obstáculos. Enquanto a "cura" contempla a preocupação e a ocupação nos modos de ser (HEIDEGGER, 1986). Nesse sentido, o próximo episódio explora o "humor" nas relações estabelecidas com o *software* GeoGebra na sala de aula da Professora 2, contemplando o início do trabalho com as figuras geométricas planas, triângulo e quadrado.

## Episódio 16 – TEMPO VIVIDO E QUESTÕES PEDAGÓGICAS: O "HUMOR", A FORMAÇÃO INICIAL E A "CURA" NA ORGANIZAÇÃO DA AÇÃO DOCENTE

### Episódio de Aula 2 da Professora 2 – apresentação das funções do *software* GeoGebra – 29/11/2012 – Vídeo 99 – [05:46 - 06:00]

**Professora 2**: (...) pessoal, olhem lá [barra de ferramentas do *software* GeoGebra]. Aqui tem o mover ponto, a intersecção entre dois pontos (...)

### Análise do Episódio 2 de aula realizada pela Professora 2 – 27/06/2014 – Vídeo 109 – [24:40 – 27:12]

**Pesquisador**: isso era uma coisa que nós não tínhamos pensado no planejamento. Por que você sentiu necessidade de apresentar as ferramentas do GeoGebra?
**Professora 2**: se tornaria mais fácil eles sabendo do que se tratava. Eu achei importante apresentar, até pra mim, assim, ficaria mais seguro, já vendo e já explicando o que era, eu acho que era isso. Acho que era essa a intenção. Tu achas que não precisaria ter explicado?
**Pesquisador**: não estou dizendo que você fez uma coisa errada.
**Professora 2**: mas assim, tu esperava que não precisasse? Que eles já iriam [se familiarizar com facilidade]?
**Pesquisador**: eu não sei se depois influenciou. Eu não consegui perceber no vídeo. Eu acho que eles, que eles se inteiraram assim tão rapidamente com o *software* que eu não sei se precisaria.
**Professora 2**: porque eu acho que isso vem da nossa formação, tudo que tu vai fazer tu tem que apresentar aquilo, é o que eu, é uma coisa que está interiorizada há muito tempo.

> **Pesquisador**: acho que você não fez uma coisa porque caiu do céu, faz parte de você.
> **Professora 2**: como a gente aprendeu, tudo que tu vais mostrar novo, como professor, mostrar de onde vem, como está vindo, o que está vindo, mesmo eles tendo essa questão da informática muito presente para eles, que a gente sabe que tem, mas eu acho que sempre é necessário, parece que tem um que não vai saber, por isso.

Bicudo (2003b, p.18-19) ao tratar do tempo vivido questiona: “Como falar do tempo, do tempo do aprender, do de ensinar..., o do ser, enfim, do tempo do desencadeamento do projeto do humano e do projeto pedagógico?”. Em termos de ação pedagógica, a Professora 2 expressa: “(...) *pessoal, olhem lá* [barra de ferramentas do *software* GeoGebra]. *Aqui tem o mover ponto, a intersecção entre dois pontos* (...)”. Entendemos que a Professora 2 verbaliza seu “humor” na forma de insegurança quando apresenta as funções do *software*, pois era ou ainda é a forma que se sentia ou sente em relação às TD. Isso pode ser observado quando ela diz “(...) *se tornaria mais fácil eles sabendo do que se tratava. Eu achei importante apresentar, até pra mim, assim, ficaria mais seguro, já vendo e já explicando o que era, eu acho que era isso* (...)”. Essa ação pedagógica revelada pela Professora 2 mostra a relação com o tempo vivido em formação inicial “(...) *porque eu acho que isso vem da nossa formação, tudo que tu vai fazer tu tem que apresentar aquilo, é o que eu, é uma coisa que está interiorizada há muito tempo* (...)”. Ou seja, compreendemos que a relação da professora com a formação inicial ainda é muito próxima.

Por isso, conjecturamos a importância da constituição de processos formativos no âmbito da formação continuada com TD, permitindo aos professores a discussão de possibilidades para o enfrentamento de obstáculos ou a insegurança ao trabalhar com TD, que se mostram na ação docente mesmo com um período de 16 meses de encontros presenciais e fóruns de discussão em Cyberformação Semipresencial. Sendo assim, discorremos que os modos de ser da Professora 2 busca a segurança e ao mesmo tempo revela a preocupação com a aprendizagem dos estudantes, ao expressar que “(...) *como a gente aprendeu, tudo que tu vais mostrar novo, como professor, mostrar de onde vem, como está vindo, o que está vindo, mesmo eles tendo essa questão da informática muito presente para eles, que a gente sabe que tem, mas eu acho que sempre é necessário* (...)”. Salientamos que essa preocupação, o cuidado, expresso no discurso da Professora 2 é *ser-aí-no-mundo*, é “cura” (HEIDEGGER,1986).

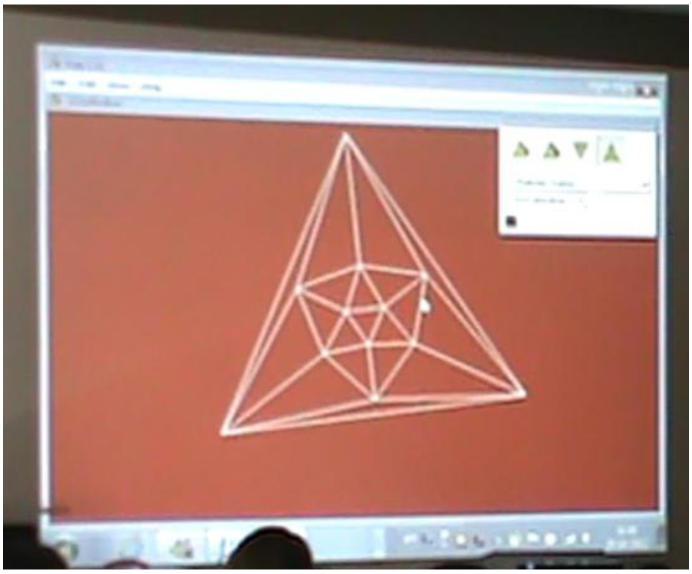
O Episódio 17 trata do desenvolvimento do Momento 3, do Apêndice B, pela Professora 2 com os estudantes dela. Relembramos que o Pesquisador não participou do acompanhamento dessa aula, conforme descrevemos no capítulo metodológico.

**Episódio 17 – TEMPO VIVIDO EM CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL: O USO DO *SOFTWARE* POLY POTENCIALIZANDO A CONSTRUÇÃO DA RELAÇÃO DE EULER**

**Episódio de Aula 3 da Professora 2 – Procedimentos para o estabelecimento da Relação de Euler – 25/10/2012 – Vídeo 86 – [19:00 – 20:29]**

**Professora 2**: (...) vamos ver então o icosaedro, quantas faces têm?
*Estudantes*: 20. (...)
**Professora 2**: Nós precisamos ir no Poly para contar as faces no terceiro ícone e as arestas e vértices no último [ícone] [Figura 45]. [Estudantes e Professora 2 realizam a contagem] (...)

Figura 45 – Icosaedro no Software Poly



Fonte: Vídeo da Sala de Aula da Professora 2.

**Análise do Episódio 3 de aula realizada pela Professora 2 – 27/06/2014 – Vídeo 109 – [13:48 – 15:00]**

**Pesquisador**: você percebeu o que você disse? Que você precisava ir até os ícones do Poly?

> **Professora 2**: sim, que nós precisávamos ir até lá para fazer o que está sendo pedido. Parece-me que é isso. A necessidade de usar o recurso que tinha principalmente para contar as arestas e os vértices.
> **Pesquisador**: sim, a necessidade de usar, porque do cubo vocês têm tantas arestas, tantas faces, tantos vértices. Dos outros vocês sentiram necessidade de contar.

Nesse episódio, a professora estava sistematizando e revendo com os estudantes se os mesmos haviam completado a tabela com o número de faces, de arestas e de vértices de cada sólido platônico, discutida na aula anterior. A Professora 2 em *com-junto* com os estudantes realizou esta ação com o *software* Poly. Entendemos que o modo de agir da Professora 2 ao falar: "(...) *vamos ver então o icosaedro, quantas faces têm? Nós precisamos ir no Poly para contar as faces no terceiro ícone e as arestas e vértices no último [ícone]*", mostra a relação dela com o saber tecnológico. Também acreditamos estar sendo influenciada pela fala do Pesquisador na aula anterior (que se manifesta no Episódio 4 desse estudo), o qual disse para a Professora 2 usar o último ícone para realizar a contagem de arestas e vértices.

A partir da reflexão da Professora 2, ao expressar que: "*A necessidade de usar o recurso que tinha principalmente para contar as arestas e os vértices*", entendemos que o *software* Poly também promove agilidade na contagem de arestas, faces e vértices. Contudo, em consonância com a concepção de Cyberformação (ROSA, 2015), acreditamos que o *software* Poly foi incluído pela potencialização dos aspectos visuais e não somente pela agilidade. Explicitamente, acreditamos que a relação com o saber da Professora 2 e dos estudantes pôde ser ampliada em termos da visualização permitida pelo *software* Poly, como na Figura 47, o que pode suportar o encaminhamento de uma prova (BORWEIN; JÖRGENSON, 2001). Segundo esses autores, os computadores apresentam a possibilidade de "aumentar" os sistemas cognitivos de percepção humanos por meio de vários tipos diferentes de visualização (BORWEIN; JÖRGENSON, 2001). Essa possibilidade de ampliação da visualização por meio do uso de TD é constituinte da concepção de Cyberformação (ROSA, 2015).

No Episódio 18, apresentamos os modos de validação realizados, com o uso do *software* Poly, pela Professora 2 em *com-junto* com os estudantes. Nesse episódio, que também reflete o Momento 3, retrata a validação da Relação de Euler e dos cinco sólidos de Platão. Relembramos que essa foi uma das discussões vividas em Cyberformação Semipresencial e analisada no capítulo anterior, em específico, no Episódio 8.

### Episódio 18 – TEMPO VIVIDO EM CYBERFORMAÇÃO SEMIPRESENCIAL: ASPECTOS DA VISUALIZAÇÃO COM O *SOFTWARE* POLY E A PREOCUPAÇÃO COM A VALIDAÇÃO DA RELAÇÃO DE EULER

#### Episódio de Aula 4 da Professora 2 – Procedimentos em busca da validação do Relação de Euler – 25/10/2012 – Vídeo 86 – [30:06 – 34:58]

**Professora 2**: (...) olhem a forma geométrica de cada um [apontando com o cursor para a face do sólido]. O tetraedro?
*Estudantes*: triângulo. Do cubo é um quadrado.
**Professora 2**: do octaedro?
*Estudantes*: triângulo.
**Professora 2**:do dodecaedro? (...)
*Estudantes*: pentágono.
**Professora 2**: Por que? Ele tem cinco?
*Estudantes*: lados.
*Estudantes*: e o icosaedro tem triângulos.
**Professora 2**: ótimo. Então agora voltamos para lá [para a tabela para preenchimento do número de faces, arestas e vértices, disponível no Apêndice B].
**Professora 2**: tudo isso pessoal tem um motivo pelo qual eles vão ser chamados de sólidos regulares, sólidos platônicos, porque são só esses cinco. Porque eles têm uma regra que os determina. Essa regra diz que realmente vai acontecer isso. Então nós vamos ver que regra é essa. Vamos,...vão olhar lá que somando os vértices, mais as faces vai dar igual ao número de arestas somando duas unidades. Então se nós fizermos essa relação, nós só vamos encontrar esses cinco. E só pode ser esses cinco, porque eles têm esse número igual de faces. Vamos voltar lá na tabelinha que vocês fizeram. Fazendo essa relação, pessoal. Então, vamos fazer essa relação, o número de faces mais o número de vértices. Vamos somar aí, vamos ver essa soma aí, primeiro do tetraedro.
*Estudantes*: 8
**Professora 2**: e o número de arestas?
*Estudantes*: 6
**Professora 2**: então essa relação se verifica, do Teorema de Euler, porque o número de faces mais o número de vértices é igual ao número de arestas mais dois [$F + V = A + 2$]. Então se vocês somaram do tetraedro, que era 4 faces mais 4 vértices, e deu?
*Estudantes*: 8
**Professora 2**: isso tem que ser igual ao número de arestas. Qual foi o número de arestas?
*Estudantes*: 6
**Professora 2**: mais 2?
*Estudantes*: 8.
**Professora 2**: Então se verifica. 4 + 4 dá 8. E do outro lado da equação, 2 + 6, vai dar 8. Tudo bem até aí?
*Estudantes*: sim
**Professora** 2: vamos ver agora do cubo como vai ficar (...)

**Análise do Episódio 4 de aula realizada pela Professora - 27/06/2014 – Vídeo 109 – [19:12 – 20:39]**

> **Pesquisador**: nesse episódio, você faz aquela questão que nós tínhamos feito um para o outro, nos nossos encontros, porque que são só cinco, porque são esses cinco e não são outros. Aí você discute com os estudantes porque que são esses cinco sólidos de Platão. Você acredita que o Poly possibilitou avanço nessa discussão dos sólidos?
> **Professora 2**: eu acho que sim, tudo se tornou mais fácil, pra tu compreender, pra mim, pra eles, pra gente, pra eles compreenderem, acho que isso facilitou. Já vendo e fazendo as conclusões naquele momento. Então, pra mim, eu acho que foi muito importante, o uso disso [do *software*] e fazer dessa forma, porque parece que foi desencadeando uma coisa na outra.
> **Pesquisador**: um processo?
> **Professora 2**: uma sequência de procedimentos, que desencadeou lá no final, o que a gente estava buscando.

A partir da ação docente "(...) *olhem a forma geométrica de cada um. O tetraedro?* (...)" a professora encaminha um diálogo com os estudantes, os conduzindo para validar a Relação de Euler, o qual permite revelar a existência de apenas cinco sólidos de Platão, pelo processo de validação topológica, expresso em Bortolossi (2009). O modo de conduzir a aula da Professora 2 nos permite interpretar que a professora disse a fórmula que expressa a Relação de Euler *"(...) Essa regra diz que realmente vai acontecer isso. Então nós vamos ver que regra é essa. Vamos,... vão olhar lá que somando os vértices, mais as faces vai dar igual ao número de arestas somando duas unidades. Então se nós fizermos essa relação, nós só vamos encontrar esses cinco* (...)", validando a Relação de Euler expressa em Bortolossi (2009). Contudo, ressaltamos que a Relação de Euler é válida para outros sólidos, além dos platônicos. Acreditamos que para o Ensino Fundamental o estudo dos cinco sólidos de Platão por meio da visualização e da relação entre os elementos arestas, vértices e faces são aspectos que podem ser trabalhados nesse nível de ensino, conforme Lima e Carvalho (2014).

Após isso, a professora inicia a verificação da relação de Euler a partir da tabela construída com os estudantes "(...) *então essa relação se verifica, do Teorema de Euler, porque o número de faces mais o número de vértices é igual ao número de arestas mais dois* [F + V = A + 2]. *Então se vocês somaram do tetraedro, que era 4 faces mais 4 vértices, e deu?* (...)" e após a discussão com os estudantes a Professora 2 valida a Relação de Euler para o tetraedro: "*Então se verifica. 4 + 4* *dá 8. E do outro lado da equação, 2 + 6, vai dar 8. Tudo bem até aí?*" Entendemos que houve um processo de validação da Relação de Euler para os cinco sólidos, mas não ocorreu uma explicitação de o porquê da existência de somente cinco sólidos, como expressamos no Capítulo 4, por meio da demonstração geométrica e da demonstração topológica (BORTOLOSSI, 2009).

Em termos de tempo vivido, correlacionamos com a ideia de "cura" (HEIDEGGER, 1986), uma vez que, a Professora 2 mostra a preocupação ao analisar o episódio de aula. Esssa preocupação é verbalizada pela realização de "(...) *uma sequência de procedimentos, que desencadeou lá no final, o que a gente estava buscando*". Acreditamos que os procedimentos se referem aos questionamentos e a tabela do Momento 3, que levaram os estudantes a validarem a Relação de Euler para os cinco sólidos de Platão. O modo de relação com o saber tecnológico, nesse caso, o *software* Poly segundo a Professora 2 facilitou a condução da situação geométrica "(...) *acho que isso facilitou. Já vendo e fazendo as conclusões naquele momento* (...)". Segundo a concepção de Cyberformação, o uso de TD não deve se caracterizar somente pela agilidade (ROSA, 2015), o que podemos interpretar ao analisarmos o termo "facilitou". No entanto, não entendemos que facilite a condução da situação, mas que favoreceu a construção da validação da Relação de Euler.

Na análise do episódio, também entendemos que a Professora 2 assume a perspectiva da visualização a partir do verbo "ver", na relação que os estudantes estabeleciam com o saber geométrico, pois esses estavam "(...) *Já vendo e fazendo as conclusões* (...)". Segundo Borwein e Jörgenson (2001, p. 909 – tradução nossa) "A visualização estende a capacidade natural de um matemático vislumbrar seu assunto, ver as entidades e objetos que fazem parte de seu trabalho com a ajuda de *software*[97] [...]". Em nosso caso, acreditamos que o uso do *software* Poly ampliou as possibilidades de visualização para a contagem dos vértices, arestas e faces que posteriormente foram usados para a validação da Relação de Euler, realizadas pela professora de matemática e pelos estudantes em *com-junto*. Isso pode ser caracterizado como forma de se *pensar-com-o-Poly*, *pensar-com-TD* (ROSA, 2015).

[97] *"Visualization extends the natural capacity of the mathematician o envision his subject, to see the entities and objects that are part of his work with the aid of software […]" (BORWEIN; JÖRGENSON, 2001, p.909).*

Nesta seção, mostramos que o tempo vivido constitui a ação docente. Por isso, por meio da ação docente revelamos como ocorreu a relação com o saber das professoras, em termos matemáticos (geométricos), pedagógicos e tecnológicos com os estudantes. Esse tempo vivido nos revela, “[...] o ser que aprende, o tempo que transcorre à medida que seus processos cognitivos deslancham [...]” (BICUDO, 2003b, p.58-59) como apresentamos e analisamos no Episódio 14, em que as temporalidades decorrentes da Cyberformação Semipresencial transformam as ações docentes da Professora 1. No episódio 15, destacamos os modos de *ser-com-TD* da Professora 1 em Cyberformação Semipresencial, bem como o desejo de que as TD permeiem a cultura docente. No Episódio 16, tratamos do “humor”, em particular, da necessidade de sentir-se seguro e um dos modos de a “cura” ser, a preocupação, expressos pela Professora 2. Ou seja, defendemos que os modos de o “humor” se mostrar e de a “cura” ser. Esses constituem a ação docente com o uso de TD. Nos Episódios 17 e 18, mostramos o modo de preocupar-se com os processos de validação da Relação de Euler, mobilizados pela relação da Professora 2 e dos estudantes com a visualização gerada pelo *software* Poly e isso, a nosso ver, destaca o *pensar-com-TD*. Na próxima seção, abordamos a dimensão exotópica como uma das possibilidades de relação com o saber matemático (geométrico), pedagógico e tecnológico no ato de ensinar e aprender.

## 7.3 O EXCEDENTE DE VISÃO REVELANDO POSSIBILIDADES PARA OS ATOS DE ENSINAR E DE APRENDER

Nesta seção, contemplamos discussões sobre os atos de ensinar e de aprender geometria com TD por meio das ações docentes e das reflexões sobre essas ações sob o viés do excedente de visão (BAKHTIN, 1986). Segundo o mesmo autor, a exotopia se manifesta na relação “eu e outro” e se mostra pela singularidade de cada um no diálogo. O diálogo está sendo entendido por meio da conversação entre os sujeitos, sob a perspectiva das relações epistemológicas e das interpessoais (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010). Em particular, buscamos evidenciar como o uso das TD gerou o excedente de visão das professoras na relação estabelecida com os estudantes no ato de ensinar e de aprender geometria.

No Episódio 19 apresentamos reflexões sobre o Momento 3, do Planejamento via *wiki*, em que a Professora 1 produz um discurso sobre uma das funções do *software* Poly, ao promover a discussão com os estudantes. Ressaltamos que o pesquisador não estava presente na gravação deste episódio, como descrevemos na processualidade metodológica.

### Episódio 19 – EXCEDENTE DE VISÃO DA PROFESSORA QUE CONHECE O *SOFTWARE* POLY: A VISÃO DE RAIO-X[98] POTENCIALIZANDO O PENSAR-GEOMETRICAMENTE-COM-O-*SOFTWARE*

**Episódio de Aula 7 da Professora 1 – O uso do *Software* Poly – 23/10/2012 – Vídeo 79 – [02:06 – 05:20]**

> **Professora 1**: (...) vamos retomar os conceitos da outra aula, face, aresta e o vértice, o cantinho. A face é o lado, é o pedaço inteiro. Tem que contar as faces, os vértices e as arestas então.
> <u>*Estudante*</u>: o que é aresta professora?
> **Professora 1**: as arestas são os encontros de duas faces. Para contar as faces, as arestas e os vértices, a gente vai lá no último ícone. Este último ícone faz a gente enxergar, a visão de raio-x, oh? [chama a atenção dos alunos], por dentro. Oh, arestas, vértices [professora exemplifica a contagem de um tetraedro]. Se eu quiser olhar as faces, eu conto aqui [mostra o ícone de planificação]. Se eu quiser contar as arestas eu vou lá ao último ícone. (...)

**Análise do Episódio de aula 7 realizada pela Professora 1 – 05/06/2014 – Vídeo 108 – [06:55 – 10:30]**

> **Professora 1**: ali eles estavam respondendo perguntas olhando o Poly. E tu sabes que tem gente na disciplina de geometria que não conhece o Poly. Assim como eu também não conhecia. E é um recurso bem interessante para poder trabalhar esses elementos, os vértices, as arestas e as faces, nesse *software*. Acho que nós conseguimos atingir o objetivo da atividade que era trabalhar com os elementos com esse material.
> **Pesquisador**: vou tentar interpretar o que você disse. Você acha então que o software conseguiu dar uma nova cara para estes elementos? Porque uma coisa que você diz que você está com o software é quando você diz, lá no último vocês vão ter um raio-X, vocês vão conseguir enxergar o sólido e fazer a contagem das arestas. Então, esse movimento me parece que é só possível ali mesmo. Esse recurso trouxe isso e contribuiu com a construção, vamos dizer assim, da relação de Euler.
> **Professora 1**: é eu percebo isso também. E com esse movimento que eles iam fazendo ali, olhando o raio-X do sólido e olhando o bloco inteiro [sólido geométrico]. Nesse transporte desse olhar de um para o outro [sólido]. Acho que eles conseguiram entender, perceber aonde que existiam aqueles elementos, sem esse recurso não teria como, ter a visão de raio-X, isso foi o máximo [professora sorri, mostrando sua satisfação]. Como o professor usa de coisas [artifícios] para fazer o aluno entender. De repente com esse termo [raio-X] eles estão conseguindo enxergar, lá dentro, que do outro lado, aquela outra aresta tem que contar junto [com as outras]. Eu estou impressionada como você assiste e consegue enxergar. Tem que ter muito estudo mesmo.

---

[98] Metáfora usada pela Professora 1 para se referir à possibilidade de visualização no *Software* Poly.

Compreendemos que a Professora 1, instigada pela pergunta do estudante, expressa o seguinte discurso: "(...) *as arestas são os encontros de duas faces. Para contar as faces, as arestas e os vértices, a gente vai lá no último ícone. Este último ícone faz a gente enxergar, a visão de raio-X, oh?* (...)". Entendemos que a relação que a professora estabelece com a TD, ao expressar, a visão de raio-X mostra que ela conhece o *software* Poly e faz uso desse para mobilizar os estudantes a *pensar-geometricamente-com-a-TD*, o qual implica uma imersão da professora e dos estudantes na situação em estudo.

Em outras palavras, a relação da Professora 1 com o *software* permitiu aos estudantes *pensarem-com-o-Poly*. O excedente de visão segundo Bakhtin (1986) é estabelecido na relação entre eu e outros. No entanto, o raio-X está no *software* e contribuiu para  contagem de arestas e posteriormente para a Relação de Euler. Isso nos leva a conjecturar que o excedente de visão também pode se apresentar na relação da Professora 1 com o *software* Poly, isto é, compreendemos que o excendente de visão está no recurso tecnológico.

A Professora 1 ao produzir o discurso "*E com esse movimento que eles iam fazendo ali, olhando o raio-X do sólido e olhando o bloco inteiro [sólido geométrico]. Nesse transporte desse olhar de um para o outro [sólido]. Acho que eles conseguiram entender, perceber aonde que existiam aqueles elementos, sem esse recurso não teria como, ter a visão de raio-X*" mostra a potencialização gerada pelo uso do *software* para o estudo dos sólidos platônicos. Acreditamos que esse discurso produzido pela Professora 1 está atrelado com o que Rosa (2008, p.108) aborda a respeito das potencialidades que o uso de TD pode revelar em termos de avanço de relação com o saber matemático presente no mundo. O referido autor realiza a seguinte relação:

> Entendo que há uma larga diferença quando aprendo que células são constituídas por organelas, a partir da mídia oralidade, em comparação com uma situação na qual produzo conhecimento a partir da visualização das células, em conjunto com o microscópio. Penso também que há uma enorme diferença quando se busca a compreensão de integral definida a partir da escrita estética matemática com lápis e papel somente, em relação a uma contextualização no ciberespaço, onde há uma mixagem de escrita em língua materna, imagens, *links*, *applets* e o que mais puder ser encontrado em um movimento hipertextual (ROSA, 2008, p.108).

Por isso, refletimos que o discurso produzido pela Professora 1 mostra a relação que ela efetuou com o *software* Poly durante o tempo de Cyberformação Semipresencial. Compreendemos que essa relação que se presentifica por meio da fala: “*Assim como eu também não conhecia* (...)” foi criada no processo formativo e potencializou a relação dela com aspectos da geometria euclidiana espacial e consequentemente no diálogo estabelecido e que ainda pode vir a ser estabelecido na continuidade da docência com os estudantes.

Além disso, no Episódio 20, apresentamos uma situação geométrica do estudo da figura geométrica quadrado a partir de sua construção, que corresponde ao Momento 4 (Parte 2) do Apêndice B. Essa situação contempla o diálogo entre a Professora 2 e os estudantes dela. Os discursos desencadeados entre a Professora 2 e os estudantes foram produzidos a partir da construção do quadrado, com os procedimentos identificados no Apêndice B, por meio de segmentos, circunferências, retas perpendiculares e paralelas com o uso do *software* GeoGebra. Diante do objeto matemático construído, a Professora 2 e os estudantes discutem as características do quadrado por meio do teste do arrastar.

**Episódio 20 – A RELAÇÃO DA PROFESSORA COM O *SOFTWARE* GEOGEBRA – REVELANDO POSSIBILIDADES A PARTIR DA REFLEXÃO DE UMA AÇÃO DOCENTE**

**Episódio de Aula 5 da Professora 2 – Construção do Quadrado – 06/12/2012 – Vídeo 105 – [42:40 – 45:14]**

**Professora 2**: (...) pessoal vamos movimentar o quadrado de novo, pra ver onde é que vai acontecer a mudança. Então olha só pessoal, aumenta, vai aumentando devagarzinho, olha lá, pessoal, oh gurias lá da frente, olha lá, a medida do lado, quanto era medida antes?
Estudantes: 3
**Professora 2**: a medida do lado agora é 4,33. O ângulo mudou?
Estudantes: não.
**Professora 2**: estudante 1, aumenta mais um pouquinho? E, agora, aumentamos as medidas dos lados e o ângulo? Hein, estudante 2? Mudou o ângulo agora?
Estudante 2: não.
**Professora 2**: oh, estudante 3, mudou o ângulo?
Estudante 3: não.
**Professora 2**: diminui, estudante 1. Movimenta, diminui, está bom assim, Estudante 1. Os ângulos mudaram?
Estudantes: não.
**Professora 2**: não mudaram, então continua sendo um ângulo de 90º. Então ele tem 4 ângulos de 90º. Essa é uma das condições para que ele seja um quadrado. Que ele tenha os 4 lados com a mesma medida e os 4 ângulos internos de 90º. Vocês podem ver que ele não vai se alterar, pode ser o tamanho que for de medida de lado, que o quadrado continua com os ângulos de 90º (...).

**Análise do Episódio 5 de aula realizada pela Professora 2 – 27/06/2014 – Vídeo 110 – [03:27 – 06:58]**

> **Pesquisador**: esse episódio mostra você usando a função arrastar do *software* de geometria dinâmica, que você diz claramente aumenta, diminui, movimenta. E você chama a atenção para as características do quadrado. O que você gostaria de falar sobre essa atividade?
> **Professora 2**: eu achei ótima.
> **Pesquisador**: por exemplo, se fosse em sala de aula sem o *software* de geometria dinâmica. A geometria seria a mesma?
> **Professora 2**: sim, a geometria seria a mesma, mas a forma de encaminhar não. Eu não teria as mesmas condições de mostrar aqui ali, se fosse no quadro, eu não teria como fazer a construção.
> **Pesquisador**: teria como arrastar? Por exemplo, se eu faço essa figura assim, no quadro e digo assim é quadrado, é um quadrado. Mas se eu pegar isso aqui e colocar no *software* e mover, não é, porque eu não construí a partir das propriedades.
> **Professora 2***:* se eu desenhar no quadro, você quer dizer?
> **Pesquisador**: sim.
> **Professora 2**: não, não teria e sem precisão.
> **Pesquisador**: mas em termos de conhecimento geométrico, você pensa que a geometria dinâmica avançou?
> **Professora 2**: muito, porque tu consegue provar isso rapidamente. Mostrar ali em seguida do fato. Eu acho muito bom, porque dá perfeitamente pra tu mostrar o que tu precisa que eles vejam.
> **Pesquisador**: pra construir. Pra fazer a construção a partir das propriedades. Porque eu também poderia fazer esse quadrado que eu fiz no papel aqui, no *software* juntando quatro segmentos, mas se eu usar o mover ponto, arrastando ele já não vai ser, ele vai se deformar, porque não foi construído a partir de uma reta perpendicular (...)

Compreendemos a partir dos discursos em sala de aula que a Professora 2 produziu um diálogo incluindo o aspecto do teste do arrastar na relação estabelecida com os estudantes. Acreditamos que essa relação da professora com a geometria dinâmica gerou o excedente de visão na interação com os estudantes, segundo Bakhtin (1986), mostrando a singularidade dela no mundo. Isto é, do “lugar” que ela ocupa enquanto professora de matemática do Ensino Fundamental que está mobilizando os estudantes para *pensarem-com-o-software*. Além disso, acreditamos que o excedente de visão gerado pela relação da professora com o SGD para a aprendizagem dos estudantes é resultado de um processo socialmente constituído em Cyberformação Semipresencial. Isso nos permite afirmar que o excedente de visão está no *software* GeoGebra, o que possibilita o *pensar-com-o-software*.

Nesse *pensar-com-o-software*, entendemos que se desencadeou o que Alrø e Skovsmose (2010) denominam de “realizar uma investigação”, um dos aspectos constituintes do diálogo. Esse aspecto permite olhar para a esfera da relação epistemológica (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010), nesse caso, da relação da professora e dos estudantes com o saber geométrico. Ao dirigir nosso olhar para o Episódio de aula, quando a Professora 2 questiona: "(...) *pessoal vamos movimentar o quadrado de novo, pra ver onde é que vai acontecer a mudança*", entendemos que o discurso da Professora 2 está vinculado com "[...] esclarecer 'o que acontece', a fim de descobrir 'o que poderia acontecer' e, dessa forma, esclarecer que possibilidades poderiam ser essas" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.17)

Notamos que essas possibilidades se revelam pelo uso do teste do arrastar da figura geométrica construída, pois a Professora 2 foi conjecturando em *com-junto* com os estudantes e com o *software* GeoGebra, ao expressar: "*Então olha só pessoal, aumenta, vai aumentando devagarzinho, olha lá, pessoal, oh gurias lá da frente, olha lá, a medida do lado, quanto era medida antes?*". Segundo Hoyles e Jones (1998) o SGD fornece o modelo da geometria euclidiana, apresentando um *feedback* por meio do arrastar para saber se as construções ou teoremas estão "corretos" (HOYLES; JONES, 1998). Ou seja, a Professora 2 elaborou explorou as conjecturas por meio do teste do arrastar buscando validar as características do quadrado.

Entendemos que após validar, que a figura geométrica construída se mantinha quadrado, a Professora 2 explicitou as características do quadrado em geometria euclidiana, ao sistemizar: "*Que ele tenha os 4 lados com a mesma medida e os 4 ângulos internos de 90º. Vocês podem ver que ele não vai se alterar, pode ser o tamanho que for de medida de lado, que o quadrado continua com os ângulos de 90º* (...)", que segundo Lima e Carvalho (2014) são características trabalhadas no Ensino Fundamental. Em específico, os autores apresentam as características do quadrado da seguinte forma: "Quadrados – os lados são iguais entre si e os ângulos são retos" (LIMA; CARVALHO, 2014, p.119). Compreendemos que essa validação geométrica foi possível após o teste do arrastar, pois a tarefa elaborada (Momento 4 – Parte 2) propiciou para a Professora 2 e aos estudantes *pensarem-com-o-software* sob a concepção da geometria dinâmica (HOYLES; JONES, 1998). Por isso, acreditamos que a relação com o saber geométrico da Professora 2 foi ampliada pelo uso do SGD, permitindo o estabelecimento de conjecturas e gerando possibilidades para compreender aspectos da geometria euclidiana por meio da "[...] manipulação do objeto geométrico em um *software* de geometria dinâmica" (ROSA, 2015, p.81).

Na análise do Episódio de aula, ao ser questionada pelo pesquisador sobre a figura geométrica quadrado desenhada no quadro-negro e dita como um quadrado, a Professora 2 salienta que não teria como arrastar, ao falar que: “(...) *não, não teria e sem precisão*”. Ao ser interrogada sobre os avanços na relação com o saber geométrico dos estudantes, a professora expressa que: “(...) *muito, porque tu consegue provar isso rapidamente. Mostrar ali em seguida do fato*”. Diante disso, salientamos também que a precisão e a validação dos aspectos geométricos com agilidade perpassam o discurso da Professora 2, como aspectos em que o uso de TD influencia em termos de processos de ensinar e de aprender matemática. Conforme Rosa (2015) ao *pensar-com-as-TD*, como observamos no diálogo do Episódio 20, “[...] a tecnologia envolvida no processo cognitivo não está ali para agilizar o processo somente, mas para participar efetivamente da produção do conhecimento. Isto é, se não estou imerso, se não estou plugado, se não penso-com-as-TD por que usá-las?” (ROSA, 2015, p.74).

No Episódio 21 discutimos também a atividade do quadrado, como no Episódio anterior, mas agora com um diálogo entre a Professora 1 e os estudantes dela. Nesse diálogo, a Professora 1 também promove, a exemplo da Professora 2, uma discussão geométrica fazendo uso do teste do arrastar. Em particular, nesse episódio, analisamos a relação da professora com o SGD no diálogo com os estudantes, levando-os ao estabelecimento de conjecturas, ressaltamos a mudança de discurso (SINCLAIR; YURITA, 2008) ao *pensar-com-o-software-GeoGebra* e tratamos de aspectos da convivência da professora com uma situação de imprevisibilidade em sala de aula.

### Episódio 21 – A RELAÇÃO DA PROFESSORA COM O *SOFTWARE* DE GEOMETRIA DINÂMICA: “AMPLIAR”, “DIMINUIR”, “MOVIMENTAR” – A MUDANÇA DO DISCURSO E A CONVIVÊNCIA COM A IMPREVISIBILIDADE

### Episódio de aula 8 realizada da Professora 1 – Diálogo sobre o quadrado – 20/11/2012 – Vídeo 94 – [32:58 – 35:10]

**Professora 1**: (...) escutem aqui um pouquinho, para ser quadrado tem que ter os 4 lados iguais e os 4 ângulos iguais. O que aconteceu com aquele grupo lá do canto? Teve ângulos diferentes. Não sei o que os guris [meninos] fizeram ali na hora de construir, que não deu certo. Para que ele seja quadrado, a gente foi construindo a partir de paralela, da circunferência, do raio, eu não sei o que foi que deu errado ali. Os quatro lados são iguais?

Estudantes: sim.
**Professora 1**: Ele [quadrado] tem que ser igual ao meu?
Estudantes: não.
**Professora 1**: cada um construiu o seu. Eu quero que vocês movimentem para mim. Isso no mover. Agora eu quero que vocês abram. Clica no pontinho. Mover. Isso. Conseguem?
Estudantes: sim.
**Professora 1**: clicaram em mover, meninos? [conversando com um dos grupos]. Pessoal [se dirigindo a todos], quando a gente está movendo o que acontece com os lados? Olhem lá para a tela, faz favor. Quando eu aumento, todos os lados aumentam junto. E o ângulo? O ângulo também?
Estudantes: não aumenta.
**Professora 1**: não, o ângulo não. O ângulo é sempre?
Estudantes: o mesmo.
**Professora 1**: Quanto mede os ângulos de um quadrado?
Estudantes: 90.
**Professora 1**: o quadrado tem quatro ângulos de?
Estudantes: 90.
**Professora 1**: e os quatro lados tem que ser?
Estudantes: iguais.
Estudante: professora, mas é qualquer quadrado, mesmo se for grande ou pequeno?
**Professora 1**: olha só, aumenta o teu? [se dirigindo para o estudante que perguntou], deixa ele grandão, clica no mover. Oh, o ângulo deu 89. Deu erro, na hora da intersecção deu um erro [estudante realiza a construção novamente]. [...] vamos ver o das meninas aqui, vamos ver o de vocês deu? [se dirigindo a outro grupo de estudantes]. Se vocês abrirem e fecharem ele muda o 90? Vai lá no mover, no pontinho [se referindo ao ícone do software GeoGebra]. Quando tu amplias, como fica o ângulo? Parou, parou. Como fica o ângulo?
Estudante: 90.
**Professora 1**: diminui um pouquinho, como fica o ângulo?
Estudante: 90.
**Professora 1**: sempre 90 (...)

**Análise do Episódio de aula 8 realizada pela Professora 1 - 30/06/2014 – Vídeo 112 – [13:37 – 15:43]**

**Professora 1**: ali o dos meninos, aquele que nós queríamos demonstrar para eles a condição de existência do quadrado, eu acho que foi na hora da construção, no início da construção, eu acho que deu aquela diferença ali, mas o meu deu 89, que eles olharam [grupo de estudantes]. Mas deu para perceber muito ali, na hora de ampliar e reduzir, as propriedades do quadrado. Mas ali, quando não deu ali, a gente, como professor, mas o que será, alguma coisa deu errado.
**Pesquisador**: no processo de construção, nas intersecções, você mesma falou. Eu acredito que na hora eles marcaram o ponto fora, eles não usaram a função intersecção, eles simplesmente foram lá e marcaram, aleatório, não usaram a função, aí, no momento de movimentar.
**Professora 1**: tá certo, muito bom. Eu acho que um dos objetivos do nosso trabalho que era mostrar para os alunos e provar estas propriedades assim, foi muito bem conduzido, eu percebi assim. Ali, a minha insistência para fazer com que eles observem, que eles vejam, que eles consigam perceber diferenças e semelhanças, ficou muito bem. E como tu disseste, o próprio vocabulário usado,

> ajudou bastante, para que eles pudessem compreender bem, a proposta do trabalho.

Como abordamos no Episódio anterior, entendemos que o excedente de visão da Professora 1 se manifesta na relação que ela construiu com o SGD e expressa no diálogo com os estudantes. O primeiro discurso da Professora 1 neste episódio já aponta as características do quadrado: "(...) *escutem aqui um pouquinho, para ser quadrado tem que ter os 4 lados iguais e os 4 ângulos iguais* (...)". Entendemos que a Professora 1 buscou esta forma para encaminhar a validação dessas características. Conforme Hoyles e Jones (1998), essa questão envolve a garantia de que os estudantes trabalhem com aspectos geométricos verdadeiros em geometria euclidiana e procurem validá-los usando o teste do arrastar. Acreditamos que do ponto de vista pedagógico, a Professora 1 poderia ter conjecturado por meio do "arrastar" e mobilizado os estudantes a expressar essa caracterização posteriormente.

Também nesse episódio, ao dialogar com os estudantes, ocorreu um imprevisto e a professora produz o seguinte discurso: "*Teve ângulos diferentes. Não sei o que os guris* [meninos] *fizeram ali na hora de construir, que não deu certo. Para que ele seja quadrado, a gente foi construindo a partir de paralela, da circunferência, do raio, eu não sei o que foi que deu errado ali*". Segundo Alrø e Skovsmose (2010), a imprevisibilidade é intrínseca ao diálogo e significa o desafio de experimentar novas possibilidades. Silva e Penteado (2013) relacionam essa ideia com o uso do SGD, expressando "[...] a ideia de que aulas de matemática com uso de softwares de geometria dinâmica são mais propícias para ocorrerem imprevistos do que as que utilizam recursos tradicionais [...]" (SILVA; PENTEADO, 2013, p.289).

Nesse mesmo episódio, ocorreu outro imprevisto "(...) *olha só, aumenta o teu?* [se dirigindo para o estudante que perguntou]*, deixa ele grandão, clica no mover. Oh, o ângulo deu 89. Deu erro, na hora da intersecção deu um erro* (...)". Nesse caso, a Professora 1 identificou que o estudante havia cometido um erro no momento de fazer a intersecção e por isso quando arrastou o objeto geométrico a figura se deformou e não manteve as características do quadrado. Segundo Silva e Penteado (2013) isso se caracteriza como uma zona de risco, uma vez que os procedimentos usados para construção de uma figura geométrica por parte dos estudantes podem gerar possibilidades para discussão ou até mesmo dificuldades de explicação do imprevisto por parte do professor de matemática. Por isso, entendemos que a Professora 1 poderia ter problematizado essa situação de erro com os estudantes. No entanto, o estudante realizou uma nova construção do quadrado.

Também nesse episódio, identificamos os discursos da Professora 1 produzidos pelo uso do *software*, ao *pensar-com-o-software,* ao usar os verbos "*aumentar, diminui, mover, movimentar*", o que mostra a relação da professora com a geometria dinâmica, ou seja, a Professora 1 se mostra "plugada" (ROSA, 2015) com o *software*. Segundo Sinclair e Yurita (2008) o uso destes termos sugere uma mudança de discurso geométrico, pois esse novo discurso provoca a explicação para situações que não são permitidas na geometria estática, como, por exemplo, dizer que o quadrado não é mais um quadrado, pois ele se deforma. Ou seja, ressaltamos que a relação da Professora 1 com o saber geométrico fez uso do teste do arrastar e mobilizou os estudantes para a validação das características do quadrado, segundo a geometria euclidiana.

A seguir apresentamos um episódio de aula sobre o Momento 5 do planejamento. Esse foi um dos momentos constituídos principalmente pela contribuição da Professora 2, como explicitamos no capítulo metodológico. O Episódio 22 revela a processualidade que a Professora 1 toma como interligação dos momentos que constituíram o planejamento.

### Episódio 22 – A RELAÇÃO DO PROFESSORA COM AS TECNOLOGIAS DIGITAIS - POSSIBILIDADES PARA O COTIDIANO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

**Episódio de aula 9 realizada da Professora 1 – Uma discussão à respeito do *Google Maps* – 29/11/2012 - Vídeo 98 – [00:03: 01:05]**

> **Professora 1**: [...] nós trabalhamos com vídeos, movimentação e visualização dos sólidos no Poly, depois disso nós trabalhamos no Geogebra, construímos algumas figuras planas, vimos a condição de existência na formação de triângulos e quadrados e hoje então nós vamos trabalhar no Google Maps. O que nós vamos fazer? Lá no Google tem a parte de mapas e a gente vai procurar as imagens do bairro, da casa de vocês, da cidade de Canoas. A primeira coisa então, vocês vão tentar achar a imagem da casa de vocês e da escola, vamos ver se nós conseguimos encontrar. Depois nós vamos trabalhar com as distâncias entre a casa de vocês e o shopping.

**Análise do Episódio de aula 9 realizada pela Professora 1 – 30/06/2014 – Vídeo 112 – [19:04 – 22:47]**

> **Pesquisador**: isso. Estou lembrando, isso não foi uma coisa planejada na *wiki*, por exemplo.
> **Professora 1**: não, isso surgiu depois.
> **Pesquisador**: essa atividade está na *wiki*, mas eu estou dizendo que essa primeira parte de encontrar casa, de ver a escola, de ir à escola.
> **Professora 1**: o que nós planejamos, eles tinham que fazer um roteiro da casa deles até o shopping.
> **Pesquisador**: eles tinham que ver qual o melhor caminho a seguir, porque no Google Maps vão aparecendo as opções.
> **Professora 1***:* isso.
> **Pesquisador***:* eu lembro algumas discussões, por exemplo, porque a trajetória da casa deles até o shopping, tinham três rotas, uma rota era 2 km em 10 minutos e a outra rota era 1,8 km e demorava 15 minutos. As discussões eram porque aqui tem sinaleira, as ruas têm muitas esquinas e aqui é retilíneo [pesquisador faz o sinal entre aspas].
> **Professora 1**: isso mesmo.
> **Pesquisador**: [...] porque se nós fossemos estudar a matemática disso, seria a distância entre dois pontos no espaço, da casa deles até o shopping, nós fizemos essa atividade, mas foi tão natural que a gente não pensou nessa matemática, digamos assim.
> **Professora 1**: discutir propriedades e elementos assim, não. Mas foi uma discussão mostrando para os alunos que nesse cotidiano deles, voltando ao que nós, ao início das primeiras aulas, onde tem matemática, onde tem geometria, mostrando bem aos alunos, que todos os assuntos que nós quisermos trabalhar, podemos discutir a matemática. Isso lá na última aula, para ver como deu para retomar o início.
> **Pesquisador**: o *Google Maps* é um dos meios tecnológicos que a gente usa.
> **Professora 1**: isso, sim, para mim agora tudo onde eu vou, eu uso o Google Maps. Sabe? Eu quero ir para tal lugar. Qual a distância? Quanto tempo? [professora sorri, dá gargalhadas, mostrando sua satisfação ao saber usar isso].
> **Pesquisador**: uma coisa que influenciou na tua vida.
> **Professora 1**: sim, para qualquer lugar, que antes para mim não estava claro.

Na análise do episódio, a Professora 1 e o Pesquisador discutem sobre o *design* da atividade com o *Google Maps*. A Professora 1 relembra "(...) *o que nós planejamos, eles tinham que fazer um roteiro da casa deles até o shopping*" e o Pesquisador sinaliza que com esse meio tecnológico as possibilidades: "(...) *eles tinham que ver qual o melhor caminho a seguir, porque no Google Maps vão aparecendo as opções* (...)". Além disso, o Pesquisador revela que a atividade foi realizada com a intenção dos estudantes conhecerem o *Google Maps* "(...) *porque se nós fossemos estudar a matemática disso, seria a distância entre dois pontos no espaço, da casa deles até o shopping, nós fizemos essa atividade, mas foi tão natural que a gente não pensou nessa matemática, digamos assim* (...)". Esse discurso revela que a geometria não euclidiana, em particular, a geometria do táxi, tratada no Capítulo 4 deste estudo não foi discutida em termos teóricos com as professoras[99]. Compreendemos que o excedente de visão desse diálogo é a indicação do Pesquisador sobre a matemática que poderia ser discutida em termos de geometria do táxi, ou em que a distância entre dois pontos envolve outra métrica, ou seja, a da soma em espaços discretos (BAIRRAL, 2015).

Além disso, acreditamos que a relação da Professora 1 com o *Google Maps* gerou possibilidades na relação que a mesma estabelece com o mundo, pois expressa "(...) *isso, sim, para mim agora tudo onde eu vou, eu uso o Google Maps. Sabe? Eu quero ir para tal lugar. Qual a distância? Quanto tempo? (...)" e "* (...) *sim, para qualquer lugar, que antes para mim não estava claro*", ou seja, a convivência em Cyberformação gerou possibilidades de interação da professora. Sendo assim, "[...] mais do que simples suportes. Elas interferem em nosso modo de pensar, sentir, agir, de nos relacionarmos socialmente [...]. Criam uma nova cultura e um novo modelo de sociedade" (KENSKI, 2003, p.23).

Nesta seção, discutimos o excedente de visão como revelador de possibilidades para os atos de ensinar e aprender geometria no Ensino Fundamental. No Episódio 19, analisamos como se mostra a relação com o saber da Professora 1 *pensando-geometricamente-com-o-software-Poly*, potencializando a visualização dos elementos faces, arestas e vértices, dos sólidos platônicos. No Episódio 20, apontamos como aconteceram os discursos da Professora 2 no processo de validação das características do quadrado, sendo expresso por meio do *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-o-software-GeoGebra*. No Episódio 21, contemplamos os discursos docentes da Professora 2 ao dialogar com os estudantes e imprimir um discurso próprio da geometria dinâmica e a convivência da referida professora com situações de imprevisibilidade. No Episódio 22, mostramos a relação da Professora 2 com o *Google Maps* e a influência do uso desse recurso tecnológico no cotidiano da referida professora. Em suma, nesta seção, buscamos elucidar como o excedente de visão dos colaboradores geraram possibilidades da relação das professoras com o saber no que tange aos atos de ensinar e de aprender geometria.

Neste capítulo, então, buscamos evidenciar que

> A análise compartilhada de aulas vem se evidenciando como um processo formativo para o professor da escola básica, que tem suas aulas preparadas, desenvolvidas e discutidas no grupo e que, ao assistir o vídeo

---

[99] Por isso decidimos entregar uma cópia deste estudo para as professoras que colaboraram com essa investigação.

> das aulas, seguidas vezes, pode olhar para a aula com maior profundidade e tempo; identificar diferentes modos de pensar dos alunos acerca [...]; e analisar as suas formas de problematização e intervenção na condução da aula. Esse tempo e a possibilidade de voltar à mesma aula, várias vezes, analisando-a coletivamente [em nosso caso, em duplas], não fazem parte do trabalho docente [...] (NACARATO; GRANDO, 2009, p.15).

Ao olhar para o movimento formativo constituído por essa investigação, tomando como formação desejada a concepção de Cyberformação (ROSA, 2011b; ROSA, 2015), discutida por meio de uma convivência semipresencial, que incluiu a sala de aula, acreditamos que a relação com o saber das professoras foi ampliada e potencializada com o uso de TD. Ou seja, sob o viés da formação continuada semipresencial, desvelamos que a relação com o saber das professoras se mostrou nas dimensões da colaboração, do tempo vivido e da exotopia enfocando os aspectos geométricos, tecnológicos e pedagógicos que constituem essas relações de forma integrada.

Diante dessas dimensões que constituem a nossa relação com o saber, defendemos que “O saber é construído em uma história coletiva que é a da mente humana e das atividades do homem e está submetido a processos de validação [...]” (CHARLOT, 2000, p.63). Defendemos isso, pois compreendemos que o saber resulta dos nossas relações epistemológicas, sociais, interpessoais, entre outras. Acreditamos que essas relações são mediadas pelos recursos tecnológicos produzidos ao longo do tempo.

Aliás, defendemos que “Não há saber que não esteja inscrito em relações de saber” (CHARLOT, 2000, p.63). Entendemos que o processo de Cyberformação Semipresencial permitiu mostrar que o saber se constitui pelas relações estabelecidas pelos sujeitos, em que colaboraram para construir relações com o saber, em termos geométricos, pedagógicos e tecnológicos. Ao mesmo tempo, em que o saber se evidenciou pelo tempo vivido dos colaboradores, resgatando aspectos da prática docente e da vivência pessoal dos mesmos. Além disso, permitiu mostrar que a TD podem atuar como excedente de visão a fim de pensarmos geometricamente. A partir disso, na sequência, nos lançamos a dar um “fechamento” para uma questão que nunca acaba.

## ENCAMINHANDO UM FECHAMENTO PARA UMA QUESTÃO QUE NUNCA ACABA[100]

Acreditamos que esse é o instante de olhar para os aspectos constituintes deste estudo e dissertarmos um “fechamento” para uma questão que nunca acaba. Este inacabamento refere-se às relações que o professor que ensina matemática estabelece com o mundo, com os outros e consigo mesmo (CHARLOT, 2000). Sendo assim, buscamos evidenciar essas relações por meio da questão de investigação: “***Como se mostra a relação com o saber, em termos matemáticos (de geometria), pedagógicos e tecnológicos de professores que ensinam matemática no Ensino Fundamental, em Cyberformação Semipresencial*?**”

O movimento constituído pelos colaboradores nos encontros presenciais e não presenciais, nas aulas das professoras e nas análises dos episódios de aulas foi realizado em consonância à concepção de Cyberformação. Nesse movimento de ir se constituindo, os colaboradores estabeleceram modos de se relacionar com o saber, em termos matemáticos (geométricos), pedagógicos e tecnológicos. Os referidos modos se mostraram em três dimensões: colaboração, tempo vivido e excedente de visão.

A *dimensão colaborativa* se desvelou por meio da constituição do grupo colaborativo e evidência da hierarquia nas relações entre os colaboradores (NACARATO; GOMES; GRANDO, 2008). Sustentamos essa última ideia por meio de pressupostos teóricos das relações de poder-saber de Foucault (1987). Em particular, destacamos: a constituição do desejo de fazer juntos, evidenciada no Episódio 1; a relação de hierarquia do pesquisador em relação às professoras no que tange aos aspectos geométricos e tecnológicos, evidenciada nos Episódios 2 e 4; a relação de poder-saber das professoras em relação ao pesquisador no que tange aos aspectos provindos da sala de aula, presente no Episódio 3; a espontaneidade, a voluntariedade e o apoio entre os colaboradores, expressos no Episódio 11; no Episódio 12, a corresponsabilidade do pesquisador em relação ao grupo; e no Episódio 13, o suporte do pesquisador que contribuiu para desvelar o *ser-com, pensar-com e saber-fazer-com-TD*. Diante disso, mostramos que a dimensão colaborativa perpassou o movimento de Cyberformação Semipresencial.

[100] (DOS SANTOS, 2011, p.77).

A *dimensão do tempo vivido* se mostrou no “como vivemos”, apresentada pelas vivências dos colaboradores em termos cognitivos e de relações interpessoais (BICUDO, 2003b). Ao mostrar o como vivemos, evidenciamos a “cura” e o “humor” como aspectos da temporalidade discutidos em Heidegger (1986), que constituíram as relações dos colaboradores com o saber. Em específico, o tempo vivido em Cyberformação Semipresencial se evidencia por meio: do presente-passado e do “humor”, desvelados na constituição do planejamento, no Episódio 5; das relações das professoras com o saber geométrico e a possibilidade de *pensar-com* a geometria dinâmica, no Episódio 6; da “cura” que se mostrou em termos de preocupação e angústia das professoras na relação delas com o saber geométrico, em particular, na construção de figuras geométricas e na possibilidade de investigação com um SGD, no Episódio 7; das ações sendo transformadas pelas temporalidades vividas em Cyberformação Semipresencial, evidenciadas na relação de uma professora com o *software* GeoGebra, no Episódio 14; dos modos de *ser-com-os-vídeos-do-YouTube* e de *ser-com-o-Poly*, nos Episódios 15 e 17, como constituintes das discussões em Cyberformação Semipresencial; do “humor”, da “cura” e da formação inicial revelados nas ações em sala de aula, particularmente, no trabalho com o *software* GeoGebra; e da presentificação dos aspectos visuais no uso do *software* Poly, na construção e validação da Relação de Euler, no Episódio 18. Dessa forma, defendemos que a dimensão do tempo vivido se mostrou em Cyberformação Semipresencial.

A *dimensão exotópica* se mostrou por meio do diálogo entre os participantes delineando a singularidade de cada um (BAKHTIN, 1986). O diálogo revelou aspectos referentes a “realizar uma investigação” e “correr riscos”, no âmbito epistemológico e ao aspecto “promover a igualdade”, na esfera das relações interpessoais (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010). Compreendemos que tais aspectos geraram o excedente de visão e contribuíram para a relação com o saber dos colaboradores em termos geométricos, pedagógicos e tecnológicos. Em específico, pontuamos que o excedente de visão em Cyberformação Semipresencial se evidenciou: na relação dos colaboradores com o *software* Poly, o que permitiu discutir a validação da Relação de Euler para os cinco sólidos Platão por meio da realização de uma investigação, no Episódio 8; na discussão em termos de *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD* na análise de uma narrativa digital, em que destacamos a relação das professoras com a narrativa digital e como essa desencadeou um excedente de visão para o pesquisador, no Episódio 9; nas relações interpessoais, em que uma da professoras gerou o excedente de visão, em termos tecnológicos, para uma mãe de uma estudante por meio do diálogo, no Episódio 10; na relação de uma professora com o *software* Poly, o que gerou possibilidades de discussão dos sólidos platônicos com os estudantes, no Episódio 19; na relação das professoras que conhecem o GeoGebra ao *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-o-software-GeoGebra* em diálogo com os estudantes, nos Episódios 20 e 21; e na relação de uma professora com o Google *Maps*, o que criou possibilidades para a discussão do saber geométrico e de natureza pessoal, para a referida professora, no Episódio 22. Em suma, defendemos que o excedente de visão se mostrou em Cyberformação Semipresencial.

Após evidenciar aspectos que contribuem para responder nossa questão de pesquisa, nos voltamos para a compreensão de aspectos vinculados ao objetivo da pesquisa. Olhamos para esses aspectos por meio dos relatos finais das professoras sobre o movimento de formação e reflexões do pesquisador sobre a investigação, mostrando os avanços, os obstáculos e as perspectivas, considerando os aspectos vividos em Cyberformação Semipresencial com professores que ensinam matemática.

O objetivo perseguido durante a pesquisa foi: <u>Investigar como se evidenciam, expressam e discutem relações/ações/situações com o saber mobilizado por professores que ensinam matemática em Cyberformação Semipresencial</u>. Compreendemos que a validação desse objetivo se mostra pelo movimento contínuo de efetivação e de análise dos encontros presenciais e não presenciais, das aulas, das discussões em fóruns, e-mail ou de análise de episódio de aula. Ou seja, para expressar evidências desse objetivo, olhamos para o movimento constituído por ações que se interconectaram e que desencadearam uma *convivência* (HEIDEGGER, 1986) em um *continuum*, pois foram estabelecidas relações entre os "momentos" que se integraram na modalidade semipresencial neste estudo.

Evidenciamos, expressamos e discutimos que essas relações, ações e situações com o saber foram mobilizadas por professoras que ensinam matemática em Cyberformação Semipresencial, por meio de retratos da produção de dados apresentados nos capítulos 6 e 7. Esses retratos nos mostraram evidências do constructo teórico *ser-com, pensar-com e saber-fazer-com-TD*, o qual fundamenta a Cyberformação (ROSA, 2015). Entendemos que houveram indícios de um "plugar-se" das professoras com os vídeos, *softwares*, ao desejar *ser-com-TD*, o que nos leva a considerar que as professoras se mostraram em *(trans)formação*. Também defendemos que o *pensar-com-TD* se mostrou por meio de conjecturas matemáticas e de processos de validação no instante que houve *imersão* com o *software* GeoGebra, usando o teste do arrastar (HOYLES; JONES, 1998) como constituinte da geometria dinâmica. Essa *imersão* gerou um novo discurso matemático (por exemplo, "movimenta", "arrasta", "altera as propriedades da figura ao movimentar"). Segundo Sinclair e Yurita (2008, p.25 – tradução nossa) "O novo discurso também exige novas narrativas endossadas para lidar com situações que não ocorreram no caso estático [...] [101] ". Por isso, evidenciamos que houve modificações na constituição do saber geométrico pelas professoras com o uso de TD. Ainda, compreendemos que o *saber-fazer-com-TD* se mostrou quando as professoras se relacionaram com os recursos tecnológicos com vontade e senso de realização na construção de um produto (em nosso caso, uma atividade composta por seis momentos) (ROSA, 2011c), mostrado nas situações de construção e discussão das figuras geométricas triângulo equilátero e o quadrado, apresentadas em análises do capítulo anterior.

Após apontar evidências para a questão de investigação e o objetivo da pesquisa, apresentamos um relato de cada professora, pinçado dos últimos encontros presenciais com cada professora. A partir do relato[102] de cada professora intentamos mostrar como os aspectos relativos à Cyberformação Semipresencial foram compreendidos pelas professoras e contemplar possíveis indícios de interferência desses aspectos na prática docente das professoras na continuidade da docência.

**Relato final da Professora 1 – 30/06/2014 – Vídeo 112 – [24:01 – 30:15] e Vídeo 113 [00:01 – 02:08]**

> **Professora 1**: (...) eu penso que isso fez que eu ampliasse, a minha condição como professora, assim. Isso te dá, como eu vou dizer, não que te dê mais condições, mas essa metodologia [trabalho com TD], te amplia muito mais na sala de aula assim, para o saber dos alunos. Eu acho que isso foi a grande contribuição, assim, sabe, de trazer isso para a sala de aula, de trazer mais

[101] *"The new discourse also requires new endorsed narratives to handle situations that did not occur in the static case […]"* (SINCLAIR; YURITA, 2008, p.25).

[102] Apresentamos os relatos em sua íntegra nas considerações finais da tese, pois compreendemos que esses não se configuram como uma análise de aula, mas como uma reflexão do movimento de Cyberformação Semipresencial.

discussões, conseguir mostrar outras atividades para os alunos. Eu acho assim que esta questão de ampliar este leque de metodologias, fazer com que os alunos consigam aprender melhor também o assunto. E isso você não consegue desligar nem da tua vida profissional, nem pessoal, são coisas que são interligadas. Isso fez com que eu olhasse diferente para a tecnologia, porque até então eu, para nós, era uma coisa bastante nova e é possível aprender com, e acho que isso também nos aproximou mais da tecnologia, tanto é que como eu te relatei que o Google Maps, que era uma atividade que nós usamos ali com os alunos, eu uso hoje assim, que quero ir a tal lugar, eu ali e olho no Google Maps, coisa que já está um pouco mais próxima da gente. Isso serviu para aproximar. Eu acho que a tecnologia está aí para ser usada e essa formação serviu para isso, para abrir nossos olhares também para outras metodologias, que ainda está muito longe, muito longe do professor ainda, essa questão mais tecnológica. Eu acho que com esse trabalho aproximou, é possível fazer, claro tem que ter um pouco mais de envolvimento, um pouco mais de planejamento, mas é possível fazer sim. Isso tudo também é questão de hábito, de uso, isso é um aprendizado para mim e para a Professora 2. Todo esse tempo, que permanecemos juntos. Tanto eu quanto ela [Professora 2], não usávamos. Usávamos uma coisa assim, mais informal. Eu acho que isso também trouxe essa contribuição para a vida pessoal da gente. E foi muito bom, foi muito proveitoso, acrescentou muito. As leituras, os encontros também. Eu acho que essa questão de fazer a formação dentro da escola também ajudou muito, aproxima muito a formação do professor dentro do espaço da escola. Conhecendo a realidade também. Eu acho que um dos maiores ganhos que nós tivemos foi isso aí. Eu acho que não seria tão proveitoso, se fosse num outro espaço. Eu acho que isso também foi assim de muita [importância].
**Pesquisador**: nossa, que importante isso que você está falando.
**Professora 1**: dentro do espaço da escola, tu veio para dentro da escola, tu conheceu os nossos problemas, o nosso espaço, o andamento também. Também isso faz falta também na formação. Uma coisa é tu fazeres uma formação, com o título que for, mas quando se quer uma formação, tu tem que ir para dentro da escola, quais são os espaços que tem. O que é possível fazer. Uma coisa é nós montarmos um planejamento, que foi o que nós fizemos, mas nem tudo aquilo que nós planejamentos foi possível fazer, mas eu acho, mas toda essa, rotina, como eu poderia dizer, não sei se é bem rotina, mas assim todas essas partes que compõem o espaço da escola fizeram com que, dentro da formação, nós também fôssemos, adaptando, mexendo, trocando, vamos fazer isso, ah, não vamos poder fazer isso, porque tem tal espaço. Não podemos usar o laboratório, então vamos usar a sala de aula, o que podemos fazer. Eu acho que tem tudo isso também que tem que ser levado em conta, porque formação ocorre dentro da escola, com quem? Com o professor. Qual o foco? Os alunos. Eu acho assim que nós conseguimos fazer toda uma volta, fizemos a formação entre nós, discutimos, fizemos as leituras, fomos para a sala de aula com os alunos, aplicamos lá, ali tivemos que fazer outras intervenções e mudar, planejamento é isso e mudar, depois nós vínhamos de novo, planejávamos de novo, fizemos tudo ali, fechamos um ciclo, entende? Ele não está fechado, nossa formação continua, mas dentro do que nós nos propomos a fazer. Eu acho que nós conseguimos fazer todas as etapas: estudar, pesquisar, ler, trocar ideias, discutir e depois onde? Ir lá para a sala de aula, que é lá que é que tu vai mesmo fazer essa tua transformação, porque a formação acontece dentro de ti e aí é que tu vais lá à sala de aula colocar para fora aquilo ali. E agora nós estamos retomando, eu estou me olhando ali e não estou me reconhecendo, não me reconheço, porque parece que eu. É outra pessoa falando, tu vês assim, que aquilo ali é tudo fruto assim de uma caminhada. Eu acho assim que nós conseguimos fechar, não é que o ciclo está fechado. Tu abriste uma porta para

que nós possamos continuar, mas dentro do nosso trabalho eu acho que a gente conseguiu fazer um "ciclo" [faz o sinal de entre aspas], muito tranquilo. E nós nem nos demos conta que passou três anos. É muito interessante.
**Pesquisador***:* ok. Muito obrigado.

**Relato final da Professora 2 – 27/06/2014 – Vídeo 110 [07:20 - 13:39]**

**Professora 2**: (...) eu acho que mudou os meus parâmetros. Em primeiro lugar, pra mim foi difícil, porque eram coisas que eu não dominava, eu aprendi algumas coisas, aprendi muito pouco, porque deveria ter aprendido muito mais. Mas, assim aprendi algumas coisas e mudou meu pensamento nas coisas como eu via. Porque eu tinha a teoria das coisas, de como acontecia eu tinha, mas ver aquilo ali se modificando é diferente. Parece que aquilo que tem na tua cabeça começa a ter sentido, até mais sentido do que tu já tinhas antes. Pra mim foi muito bom assim em termos de mudar meu pensamento. Em relação às coisas de como eu via, porque eu via as coisas estáticas, eu não conseguia ver assim tão dinâmica, como eu era. E provavelmente eu passava esse conhecimento estático também. Eles [estudantes] estão vivendo num tempo que é assim. É mais rapidamente pra eles aprenderem. Eu acho que é o que vai ser pra eles aprenderem o que vai ser daqui pra frente. E é o correto, porque eu sempre via as coisas assim. Claro, eu sabia como é que se planificava, como tu montava um sólido, mas não é a mesma coisa de tu ver ali rapidamente. Girando, movendo, é bem diferente daquilo que eu aprendi. E como tudo aquilo que a gente aprende provavelmente a gente passa [comunica] assim, provavelmente eu passava dessa mesma forma sempre. Então pra mim, eu aprendi algumas coisas novas. Agora esses dias, o meu sobrinho do 1º Ano [do Ensino Médio] ele tinha que usar para fazer, a primeira vez, ele tinha que fazer uma questão, aí eu não estava aí, eu estava viajando, algumas questões, a professora deu alguns pontos e tinha que fazer no GeoGebra e tinha que montar as questões e aí foi difícil, porque ele não tinha feito. Aí, quando eu voltei, a professora deu um segundo trabalho para fazer, aí nós fizemos juntos esse trabalho, montamos as atividades, e montamos no GeoGebra todas as atividades que a professora tinha pedido. E aí pra minha felicidade ele estava praticamente assim, era a prova de recuperação final que a professora deu e ele tirou a nota máxima na prova. Aí eu disse então agora, tu me deixaste feliz esse ano, porque foi a forma dele se recuperar naquilo. Eu disse: o computador, vocês dominam rapidamente, vamos lá, vamos montar juntos. Tu viste lá os alunos, eles são rapidinhos para as coisas. E aí ele tirou nota máxima, que coisa boa. Uma coisa que eu aprendi já deu para ajudar ele.
**Pesquisador**: que história bacana.
**Professora 2**: nisso aqui, eu posso te ajudar. Mais no pessoal, que não foram os meus alunos, mas enfim, pra ele. Eu achei que foi bem interessante.
**Pesquisador**: quer dizer mais alguma coisa?
**Professora 2**: só que eu gostei muito de fazer o trabalho. Eu gostei muito do teu trabalho. Da tua forma de nos orientar. Tu nos deixaste bem a vontade. Eu assim que sou mais, que precisei aprender mais, porque sabia menos. Mas, eu sei, tu me deixaste bem à vontade. Eu achei bem legal assim. Quero te agradecer pelo que tu fizeste. Da tua forma, do teu jeito de conduzir as situações assim, foi bem bacana.
**Pesquisador**: muito obrigado, Professora 2.

Ao partir dos relatos das professoras, destacamos alguns discursos: ampliação da relação pedagógica em sala de aula, ampliação do saber dos estudantes, aproximação com as TD, formação na escola, geometria dinâmica, formação continuada, formação inicial, engajamento, dificuldade, condução da formação, criação de possibilidades e transformação do professor que ensina matemática.

A partir desses discursos das professoras, sobre o movimento de Cyberformação Semipresencial, buscamos finalizar nosso estudo e destacar a concepção de Cyberformação (ROSA, 2015), a qual se mostra pela multiplicidade de dimensões, ou seja, permite interconexão dos pressupostos filosóficos, sociológicos, pedagógicos, tecnológicos e matemáticos que a consolidam como uma concepção de formação docente que pode ser vivenciada em diferentes níveis de escolaridade e em distintas modalidades. Diante disso, nos lançamos para a compreensão do nosso escopo de formação que se deu na modalidade semipresencial olhando para todo o processo e finalizando com os discursos das professoras recentemente mencionados.

Entendemos que a *ampliação da relação pedagógica em sala de aula* e a *ampliação do saber dos estudantes*, presentes nos relatos finais se mostraram no movimento de Cyberformação Semipresencial. Esses aspectos foram evidenciados, particularmente, nas aulas coproduzidas pelas professoras, os quais foram objetos de análise no capítulo anterior. Diante desse movimento, mostramos que a ampliação da relação pedagógica e da ampliação do saber dos estudantes se evidenciou no trabalho com a TD, "[...] como meio que interfere significativamente no processo cognitivo e/ou formativo de modo a ampliá-los ou potencializá-los" (ROSA, 2015, p.60-61).

Também destacamos a *aproximação com as TD* e o *engajamento*. Entendemos que a aproximação com as TD pode acontecer em contextos não pensados para a formação. Contudo, nesse caso, como a participação em um grupo colaborativo é voluntária, acreditamos que houve uma aproximação no sentido de desejo (HEIDEGGER, 1986), de estar em Cyberformação Semipresencial. Compreendemos que esse desejo foi evidenciado tanto na relação com os recursos tecnológicos nos encontros presenciais, nas leituras realizadas, nas discussões em fóruns e na relação das professoras com o saber geométrico. A relação com o saber geométrico foi mostrada em situações da condição de existência de triângulos, dos cinco sólidos platônicos e da construção de figuras geométricas, tratadas no Capítulo 6. Em relação ao contexto específico da formação docente, Penteado

(2004) pondera que sem envolvimento dos professores a integração de TD nas aulas de matemática não acontece.

Também, revelamos a *geometria dinâmica* como uma possibilidade de potencialização da relação com o saber geométrico do professor e dos estudantes. Entendemos que o diálogo gerado entre as professoras e os estudantes no que tange aos aspectos da geometria dinâmica contribuiu para mudar os discursos em relação à geometria estática (SINCLAIR; YURITA, 2008). Por isso, o professor que usa um SGD na perspectiva do *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD* transforma a forma e a própria geometria, no sentido de que “[...] a manipulação do objeto geométrico em um *software* de geometria dinâmica, a qual pode provocar um desequilíbrio nas concepções geométricas pré-estabelecidas” (ROSA, 2015, p.81).

Também, a *criação de possibilidades* e a *transformação do professor que ensina matemática* foram evidenciados e se vinculam à ideia de mostrar a constituição do professor de matemática pelas ações evidenciadas em no processo de formação, ou seja, em *com-junto* (ROSA, 2015). Diante disso, entendemos que a Cyberformação Semipresencial gerou possibilidades de estudo e de potencialização do saber geométrico, por meio da colaboração, também hierárquica; para o resgate de aspectos vividos ao longo do tempo formativo das professoras e, agora, contemplado, em Cyberformação Semipresencial e no excedente de visão de um colaborador para com o outro com TD, diferente do excedente já dado em colaboração.

Também destacamos a *dificuldade*, a *formação inicial* e a *condução da formação*. Entendemos que esses três aspectos se vinculam ao tempo vivido (BICUDO, 2003b). A *dificuldade* desvela o “humor”, que se mostrou por meio do “estado de ânimo” ou “estado de espírito” das professoras, que interferiram na formação e no próprio processo de ensinar e aprender matemática, evidenciado nas análises dos encontros presenciais no Capítulo 6 e da própria sala de aula das professoras. Queremos dizer que isso se mostrou em formação, pois *somos-com-o-mundo* (HEIDEGGER, 1986), uma vez que o nosso medo, a nossa angústia, a nossa dificuldade coparticipa da formação, pois segundo Heidegger (1986) sempre somos co-presença, pois não separamos o “ser” e o mundo.

Acreditamos que o segundo aspecto, a *formação inicial*, também pode ter contribuído para que a *convivência* (HEIDEGGER, 1986) em Cyberformação Semipresencial se mostrasse difícil, uma vez que, mostrou aspectos consolidados na prática docente que possuíam relação com a formação inicial, evidenciados no capítulo anterior. O terceiro aspecto, *a condução da formação*, em nosso entendimento, revela a "cura" (HEIDEGGER, 1986), a qual indicou a preocupação e o cuidado do pesquisador ao longo da Cyberformação Semipresencial, buscando "cuidar" das relações interpessoais para que o grupo colaborativo se mantivesse. Salientamos que o processo de formação vivido pelo pesquisador ao mediar os momentos presenciais e não presenciais culmina na formação do próprio do pesquisador, ou seja, o pesquisador como proponente da convivência em Cyberformação Semipresencial também se transformou nas relações estabelecidas com as professoras.

A Cyberformação Semipresencial foi uma *formação na escola*. Entendemos que os 31 encontros presenciais se mostraram mais evidentes do que o uso dos recursos da Plataforma *Moodle*. Contudo, expressamos que o movimento contínuo de Cyberformação Semipresencial abrangido pelo nosso olhar retratou um *continuum*, que reiteramos se revela pela imbricação das relações entre "os momentos" constitutivos da Cyberformação Semipresencial. Ainda, defendemos que a formação continua, pois esse movimento de pesquisa mostra o inacabamento das relações das professoras com o saber matemático (geométrico), pedagógico e tecnológico para ensinar matemática, ou seja, evidenciamos que o ser humano é inacabado, em constante formação.

A partir do instante que mostramos os relatos finais das professoras em relação à Cyberformação Semipresencial, discorremos as nossas considerações finais. Iniciamos expressando que o ato de formar ou (trans) formar alguém ou a si mesmo se revela complexo. Explicamos essa complexidade pelo entendimento de formação do professor assumido neste estudo. A formação que assumimos se deu por meio da preposição **com** (HEIDEGGER, 1986) e que na Educação tem sido abordada em Nóvoa (1992) e em Nacarato (2005), na Educação Matemática. Ou seja, para nós não faz sentido instaurar uma pesquisa sobre professores.

Também, ao longo deste estudo buscamos conviver com as professoras na perspectiva de investigar a relação com o saber em consonância com a concepção de Cyberformação **com** professores de matemática. Essa contribuiu com a prática docente das professoras, o que incluiu os estudantes. Sendo assim, expomos que esse processo se mostrou complexo, pelo que nomeamos de *obstáculos* (desistência, acesso, tempo escola e questões de natureza pessoal).

A *desistência* (justificada) da participação no grupo de duas professoras impossibilitou que as mesmas também pudessem discutir a relação delas com o saber em Cyberformação Semipresencial. O *acesso* à Plataforma *Moodle* gerou certa estranheza no início da pesquisa, uma vez que as professoras preferiam a realização de encontros presenciais. Entendemos que isso transferiu algumas discussões propostas em fóruns também para os encontros presenciais. O *tempo escolar* e *as questões de natureza pessoal* das professoras criaram a necessidade de reagendar encontros presenciais e até mesmo realizar o encontro de análise de episódios de aula em duplas (pesquisador e uma professora), o qual não estava previsto.

A *participação* do pesquisador, muitas vezes, se mostrou por meio da indicação de respostas para algumas dúvidas das professoras. Compreendemos que essas dúvidas poderiam ter sido discutidas e não simplesmente respondidas, pois entendemos que tal ação impossibilitou a ampliação da relação com o saber dos colaboradores.

Por outro lado, a Cyberformação Semipresencial permitiu o estabelecimento de *avanços*. Nesse sentido, acreditamos que a voluntariedade e o desejo de crescimento profissional e pessoal foram aspectos que permearam as relações entre os colaboradores, os quais conviveram um longo tempo cronológico e discutiram aspectos geométricos, pedagógicos e tecnológicos, mobilizados pelo objetivo comum de avançar nas próprias relações com o saber.

Diante das evidências permitidas pela análise dos dados da pesquisa, lançamos algumas perspectivas de continuidade desse estudo. Defendemos que essa investigação produziu contribuições para a formação com professores que ensinam matemática com TD e por isso, questionamos: Como está acontecendo a prática docente das professoras após a convivência em Cyberformação Semipresencial? As professoras criaram uma autonomia para continuar pensando matematicamente com TD?

Além disso, acreditamos que esse estudo, pela própria processualidade metodológica de pesquisa, se manteve em conexão com a ação docente. Ou seja, defendemos que o referido estudo gerou contribuições para os processos de ensino e de aprendizagem de matemática por meio de ações constituídas em Cyberformação Semipresencial. Por isso, evidenciamos inquietações sobre o processo de validação do saber geométrico com TD em aulas de matemática. Como esse processo de validação matemática com TD está sendo realizado na Educação Básica? Em termos teóricos, qual a disposição docente para o ensino de prova com o uso de TD na Educação Básica?

Também, em termos de avanço e potencialização do pensamento geométrico, como podemos evidenciar a experiência estética nas aulas de geometria na Educação Básica? Quais aspectos podem ser considerados pelo professor que ensina matemática para contemplar uma experiência estética? Quais contribuições podem ser geradas no processo de aprendizagem dos estudantes?

Além disso, entendemos que os resultados da pesquisa encaminham para uma relação mais próxima com as ideias da dimensão exotópica, ou seja, das relações que estabelecemos com os outros. Essas ideias nos remetem a pensar como o uso de TD pode gerar o excedente de visão e o porquê que essa discussão pode contribuir com os processos de ensinar e de aprender matemática nos diferentes níveis de escolaridade.

Dessa maneira, entendemos que as temáticas de pesquisa que se apresentam após a realização dessa investigação envolvem a prática docente de professores que ensinam matemática na perspectiva do *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD*, focando a experiência estética, a dimensão exotópica e os processos de validação utilizados por professores que ensinam matemática com TD no Ensino Fundamental.

Em suma, retornamos aos nossos referenciais norteadores que anunciamos no capítulo introdutório, quando assumimos que ao enfocarmos a formação de professores em Educação Matemática olhamos principalmente para dois aspectos: a formação sob o viés **epistemológico**, pois nos relacionamos com o saber e sob o viés **ético**, uma vez que cuidamos da educação dos outros.

## REFERÊNCIAS


ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

AMARAL, R. B. A argumentação matemática colaborativa em um ambiente *on line.* In: **Acta Scientae**. v. 13, n. 01, p. 55-70, 2011.

ANDRADE, J. A. A; NACARATO, A. M. Tendências didático-pedagógicas para o ensino de geometria. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 27. 2004. **Anais...** Caxambu/MG: ANPED 2004. p.1-18.

ARAÚJO, J.; BAIRRAL, M. A.; GIMENEZ, J. Negociações docentes em aulas de geometria colaborativa usando computador. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPEd, 24 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPEd, 2001.

BAIRRAL, M. A. **Discurso, Interação e Aprendizagem Matemática em Ambientes Virtuais a Distância**. Seropédica: UFRRJ, 2007.

BAIRRAL, M.A. Heurísticas Emergentes Quando Docentes Resolvem no VMT-CHAT um Problema da Geometria do Táxi. In: ROSA, M.; BAIRRAL, M. A.; AMARAL, R. B. (Org.). **Educação Matemática, Tecnologias Digitais e Educação a Distância**: pesquisas contemporâneas. São Paulo: Livraria da Física, 2015, p.97-129.

BAIRRAL, Marcelo Almeida. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. Rio de Janeiro: UFRRJ, 2009.

BAKHTIN, M. M. **Estética da criação verbal**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1979.

BICUDO, M. A. V. O estar-com-o-outro no ciberespaço. **ETD: Educação Temática Digital**, v. 10, p. 140-156, 2009.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 99-112.

BICUDO, M. A. V. A Formação do Professor: Um Olhar Fenomenológico. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Formação de Professores? Da incerteza à compreensão**. Bauru: EDUSC, 2003a.

BICUDO, M. A. V. **Tempo, tempo vivido e história**. Bauru, SP: EDUSC, 2003b.

BICUDO, M. A. V.; ROSA, M. **Realidade e Cibermundo:** horizontes filosóficos e educacionais antevistos. Canoas: Editora da ULBRA, 2010.

BONGIOVANNI, V.; JAHN, A.P. De Euclides às geometrias não euclidianas. **Unión – Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 22, p. 37-51, Jun. 2010.

BORBA, M.C.; PENTEADO, M.G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BORTOLOSSI, H. J. **Os Sólidos Platônicos**. 2009. Disponível em: < http://www.uff.br/cdme/platonicos/platonicos-html/solidos-platonicos-br.html>. Acesso em: 10 ago. 2014.

BORWEIN, P.; JÖRGENSON, L.: **Visible structures in number theory**. 2001. Disponível em: < https://www.maa.org/sites/default/files/pdf/upload_library/22/Ford/Borwein897-910.pdf > Acesso em: 28 ago. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática – Ensino Fundamental - 3º e 4º Ciclos. Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: geometria. Brasília: MEC/SEB, 2014.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber**: elementos para uma teoria. Porto Alegre: Artmed, 2000.

CHARLOT, B. **Relação com o saber, formação dos professores e globalização**: questões para a educação hoje. Porto Alegre: Artmed, 2005.

COSTA, N.M.L.; PRADO, M.E.B.B. Mathematics Teacher Education - Collaborative Work Influence In The Professional Development. **International Journal for Mathematics in Education**, v. 4, p. 349-356, 2012.

CRECCI, V. M.; FIORENTINI, D. Teaching professionality and professional development in communities of practice - The case of collaborative groups. In: **Proceedings** 15th Biennal of the Internacional Study Association on Teachers and Teaching (Vol. 1, pp. 706-711). Braga, Universidade do Minho, 2011.

CRESCENTI, E. P. **Os professores de matemática e a geometria**: opiniões sobre a área e seu ensino. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2005.

de VILLIERS, M.D. Papel e funções da demonstração no trabalho com o Sketchpad. **Educação e Matemática**. nº 62, Março/Abril, p. 31-36, 2001.

DETONI, A. R.; PAULO, R M. A organização dos dados da pesquisa em cena: um movimento possível de análise. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa Qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011, p. 99-120.

DOS SANTOS, J. B. C. Bakhtin e a fenomenologia. In: PAULA, L.; STAFUZZA, G. (Org.) **Círculo de Bakhtin**: diálogos in possíveis. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2010. p.123-130

EUCLIDES. **Os Elementos**. (Tradução de Irineu Bicudo). São Paulo: UNESP, 2009.

FANTI, E. L. C.; KODAMA, H. M. Y.; NECCHI, M. A. Explorando Poliedros no Ensino Médio com o Software Poly. In: **Livro Eletrônico dos Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Ed. Cultura Acadêmica, UNESP, 2011, p. 729-745. Disponível em: < http://www.ibilce.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/explorando-poliedros-convexos---prof.-erminia,-cida-e-helia.pdf >. Acesso em: 02 julho. 2014.

FANTIN, M.; RIVOLTELLA, P. C. Cultura Digital e Formação de Professores: usos da mídia, práticas culturais e desafios educativos. In: FANTIN, M.; RIVOLTELLA, P. C. (Org.). **Escola e Cultura Digital**: Pesquisa e Formação de Professores. Campinas: Papirus, 2012, p. 95-146.

FIORENTINI, D. A Investigação em Educação Matemática desde a perspectiva acadêmica e profissional: desafios e possibilidades de aproximação. In: XIII CIAEM-Conferência Interamericana de Educação Matemática. **Anais...** Recife, Brasil, 2011. p. 1-19, Disponível em: http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2910/1225 Acesso em: 02 jun. 2013.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. C; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 47-76.

FORMENTÃO, F. Mikhail Bakhtin: contribuições para o estuda da semiótica da comunicação. In: XXXIII CONGRESSO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS DA COMUNICAÇÃO. **Anais...** Caxias do Sul, 2010. p. 1-14. Disponível em: http://www.intercom.org.br/papers/nacionais/2010/resumos/R5-2900-1.pdf Acesso em: 06 jun. 2013.

FOUCAULT, M. **Vigiar e punir**: história da violência nas prisões. Petrópolis, RJ: Vozes, 1987.

GARCÍA ARETIO, Lorenzo. Blended Learning, ¿enseñanza y aprendizaje integrados? **BENED**, p. 1-4, 2004. Disponível em: < http://e-spacio.uned.es/fez/eserv.php?pid=bibliuned:333&dsID=editorialoctubre2004.pdf > Acesso em: 17 jan. 2013

GAUTHIER et. al. **Por uma teoria da pedagogia**: pesquisas contemporâneas sobre o saber docente. Ijuí: Unijuí, 1998.

GRAVINA, M.A. Geometria dinâmica e argumentação dedutiva. In: FRANCO, S.R.K. **Informática na Educação**: estudos interdisciplinares. Porto Alegre: UFRGS, 2004. p.107-131.

GUÉRIOS, E.; SAUSEN, S. Ambiente virtual de aprendizagem e educação presencial: uma integração possível na formação de professores. **Práxis Educativa** (UEPG. Online), v. 7, p. 559-584, 2012.

HANNA, G. Proof, explanation and exploration: an overview. **Educational Studies in Mathematics**, n.44, p.5-23, 2000.

HEIDEGGER, M. **Ser e Tempo**. 5. ed. Petrópolis: Vozes, 1986.

HENDRES, C. A.; KAIBER, C. T. A utilização da informática como recurso didático nas aulas de Matemática. In: **Acta Scientiae (ULBRA)**. v.7. n. 1, p. 7-15, jan-jun/2005.

HÖLZL, R. Using dynamic geometry software to add contrast to geometric situations – a case study. **International Journal of Computers for mathematical Learning**, n.6, p. 63-86, 2001.

HOUAISS. **Dicionário de Língua Portuguesa**. Disponível em: http://200.241.192.6/cgi-bin/houaissnetb.dll/frame Acesso em: 30 jun. 2013.

HOYLES, C.; JONES, K. Proof in Dynamic Geometry Contexts. In: MAMMANA, C.; VILLANI, V. (Org.). **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century**. Dordrecht: Kluwer, 1998, p.121-128.

IMBERNÓN, F. **Formação permanente do professorado**: novas tendências. São Paulo: Cortez, 2009.

JAHN, A.P.; HEALY, S. Argumentação e prova na sala de aula de matemática: *design* colaborativo de cenários de aprendizagem. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 31., 2008, Caxambu, MG. **Anais...** Recife, PE: ANPEd, 2008, p.1-21.

JANZEN, E.A. **O papel do professor na formação do pensamento matemático de estudantes durante a construção de provas em um ambiente de geometria dinâmica**. Tese. Doutorado em Educação. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

JONES, K. Providing a foundation for deductive reasoning: student's interpretations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations. **Educational Studies in Mathematics**, n. 44, p.55-85, 2000.

KALEFF, A. M. Geometrias não-euclidianas na Educação Básica: utopia ou possibilidade? In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010, Salvador, BA. **Anais...** Salvador, BA: SBEM, 2010, p.1-17.

KALEFF, A. M.; NASCIMENTO, R. S. Atividades Introdutórias às Geometrias Não-Euclidianas: o exemplo da Geometria do Táxi. **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, n. 44, dez. 2004, p.11-42.

KENSKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. Campinas, SP: Papirus, 2003.

LABORDE, C. Integration of technology in the design of geometry tasks with cabri-geometry. **International Journal of Computers for Mathematical** Learning, n. 6, p. 283-317, 2001.

LÉVY, P. **Cibercultura**. São Paulo: Editora 34, 1999.

LIMA, E. L. **Meu Professor de Matemática e outras histórias**. Rio de Janeiro: IMPA, 1991.

LIMA, P. F.; CARVALHO, J. B. P. A geometria escolar hoje: conversas com o professor que ensina matemática. In: SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. (Org.) **A geometria nos primeiros anos escolares**: história e perspectivas atuais. Campinas, SP: Papirus, 2014.

LOIOLA, C.A.G. **Um Taxi para Euclides**: uma Geometria Não Euclidiana na Educação Básica. Dissertação (Mestrado em Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

LOPES, S. M. R. **Complexidade em geometria euclidiana plana**. Dissertação (Mestrado em Matemática). PUC-Rio. Departamento de Matemática, 2002.

MACHADO, I. A questão espaço-temporal em Bakhtin: cronotopia e exotopia. In: DE PAULA, L.; STAFUZZA, G. (Org.) **Círculo de Bakhtin**: teoria inclassificável. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2010. p.203-234.

MARIOTTI, M. A. Introduction to proof: the mediation of a dynamic software environment. **Educational Studies in Mathematics**, n. 44, p.25-53, 2000.

MARIOTTI, M. A. Justifying and proving in the cabri environment. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, n. 6, p. 257-281, 2001.

MURACA, F. S. **Educação Continuada do Professor de matemática**: um contexto de problematização desenvolvido por meio de atividades exploratório–investigativas envolvendo geometria espacial de posição. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN, São Paulo, 2011.

MURRAY, J. **Hamlet no Holodeck**: o futuro da narrativa no ciberespaço. São Paulo: UNESP, 2003.

NACARATO et. al. Professores e futuros professores compartilhando aprendizagens: dimensões colaborativas em processos de formação. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Org.) **A formação do professor que ensina matemática**: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 197-212.

NACARATO, A. M. A escola como *locus* de formação e de aprendizagem: possibilidades e riscos de colaboração. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (orgs.) **Cultura, formação e desenvolvimento profissional que ensinam matemática**. São Paulo: Musa, 2005. p. 175-195.

NACARATO, A. M.; GRANDO, R. C. Análise compartilhada de aulas: processo formativo na, da e sobre a docência. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2009, Brasília, DF. **Anais...** Brasília, DF: SBEM, 2009.

NACARATO, A. M.; GOMES, A. A. M.; GRANDO, R.C. Grupo colaborativo em Geometria: uma trajetória...uma produção coletiva. In: NACARATO, A. M.; GOMES, A.M; GRANDO, R. (Org.) **Experiências com Geometria na Escola Básica**: narrativas de professores em (trans) formação. São Carlos: Pedro & João Editores, 2008. p. 11-46.

NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. A formação do professor que ensina matemática: estudos e perspectivas a partir das investigações realizadas pelos pesquisadores do GT 7 da SBEM. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Org.) **A formação do professor que ensina matemática**: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p.7-26

NÓVOA, A. Formação de professores e profissão docente. In: NÓVOA, A. (Org.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992. p. 15-33.

NUNES, B. **Heidegger & Ser e tempo**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2002.

OLIVERO, F.; ROBUTTI, O. Measuring in dynamic geometry environments as a tool for conjecturing and proving. **International journal of Computers for Mathematical Learning**, n. 12, p.135-156, 2007.

PAIVA, M. A. V. **Professores, construção de saberes e a relação com esses saberes num grupo colaborativo**. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. **Anais...** Recife: UFPE, Comitê Interamericano de Educação Matemática, 2011. 1 CD-ROM.

PAVANELLO, R.M. **O abandono do ensino de geometria**: uma visão histórica. Dissertação (Mestrado em Educação - Metodologia do Ensino) Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PAZUCH, V. **Produção e Mobilização de Saberes a partir das Práticas de Professoras que Ensinam Matemática com Tecnologia Informática**. 2010. 127 f. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2010.

PENTEADO, M. G. Computer-based learning environments: risks and uncertainties for teachers. **Ways of Knowing**, Inglaterra, v. 1, n. 2, p. 23-35, 2001.

PENTEADO, M. G. Redes de trabalho: expansão das possibilidades da informática na Educação Matemática Básica. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Org.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p.283-295.

PEREIRA, M. R. O. **A geometria escolar**: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

PIETROPAOLO, R. Demonstrações e provas e educação matemática – uma análise de pesquisas existentes. In: MARANHÃO, C. (Org.) **Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio**. São Paulo: Musa, 2009, p.237-250.

PINTO, N. B.; VALENTE, W. R. Quando a geometria tornou-se moderna: tempo do MMM. In: SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. (Org.) **A geometria nos primeiros anos escolares**: história e perspectivas atuais. Campinas, SP: Papirus, 2014.

POWELL, A. Construção Colaborativa do Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo de Professores de Matemática. **Boletim Gepem**. n.63, 2014, p.1-15.

POWELL, A.; GRISI-DICKER, L. Toward Collaborative, Discourse-Focused Learning with Dynamic Geometry Environment. In: **Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education**. Seoul, Korea: ICME, 2012, v.1, p.1-10.

PRADO, E. C. do; ROSA, A. C. S. da. A interatividade na educação a distância: avanços e desafios. **Eccos**, São Paulo, v. 1 0, n. 1, p. 169-187, jan./jun. 2008. Disponível em: http://www.uninove.br/PDFs/Publicacoes/eccos/eccos_v10n1/eccosv10n1_3e09.pdf Acesso em: 23 mai. 2013.

PRIBERAM. **Dicionário da Língua Portuguesa**. Disponível em: <http://www.priberam.pt/dlpo> Acesso em 09 jun. 2011.

PRIBERAM. **Dicionário da Língua Portuguesa**. Disponível em: <http://www.priberam.pt/dlpo> Acesso em 24 mai. 2014.

PROVA BRASIL. **Questões da Prova Brasil**. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&id=16640&Itemid=1109> Acesso em 03 set. 2011.

QUINTAS-MENDES, A.; MORGADO L.; AMANTE, L. – Comunicação Mediatizada por Computador e E-Learning: da Distância à proximidade. In: SILVA, M.; PESCE, L.; ZUIN, A. (Ed.). **Educação online**: cenário, formação e questões didático-metodológicas. Rio de Janeiro: Editora WAK: 2010. p.247-278.

RICHIT, A. **Apropriação do Conhecimento Pedagógico-tecnológico em Matemática e a Formação Continuada de Professores**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

RODRIGUES, C. **Foucault***:* educação e poder. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Católica de Goiás, 2008.

ROSA, M. **A Construção de Identidades *Online* por meio do Role Playing Game**: relações com o ensino e aprendizagem de matemática em um curso à distância. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

ROSA, M. Cyberformação: a formação de professores de Matemática na Cibercultura. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador, BA. **Anais...** Salvador, BA: SBEM, 2010.

ROSA, M. Atividades semipresenciais e as tecnologias da informação: Moodle - uma plataforma de suporte de ensino. In: MATTOS, A. P. de. et. al. (Org.) **Práticas Educativas e Vivências Pedagógicas no Ensino Superior**. Canoas: ULBRA, 2011a. p. 135-147.

ROSA, M. Cultura Digital, Práticas Educativas e Experiências Estéticas: interconexões com a Cyberformação de Professores de Matemática. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 34., 2011b, Natal, RN. **Anais...** Natal, RN: ANPED, 2011b.

ROSA, M. Cyberformação de professores que ensinam matemática: contribuições da construção de jogos eletrônicos – uma pesquisa. In: BAYER, A.; FARIAS, M. E.; GELLER, M. (Org.) **A pesquisa em ensino de ciências e matemática**. Canoas: ULBRA, 2011c. p-139-163

ROSA, M.; VANINI, L.; SEIDEL, D. Produção do Conhecimento Matemático *Online*: a resolução de um problema com o Ciberespaço. **Boletim GEPEM**, v. 58, p. 89-114, 2011.

ROSA, M. Cyberformação com professores de matemática: interconexões com experiências estéticas na cultura digital. In: ROSA, M.; BAIRRAL, M. A.; AMARAL, R. B. (Org.). **Educação Matemática, Tecnologias Digitais e Educação a Distância**: pesquisas contemporâneas. São Paulo: Livraria da Física, 2015, p.57-96.

SANTOS, J. A. **Formação continuada de professores em geometria por meio de uma plataforma de educação a distância**: uma experiência com professores de Ensino Médio. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica – PUC/SP, São Paulo, 2007.

SANTOS, R. T. Elaborando aulas de matemática com vídeos do YouTube. In: BAIRRAL, Marcelo Almeida. (Org.) **Tecnologias informáticas, salas de aula e aprendizagens matemáticas**. Rio de Janeiro: Edur, 2010. p. 113-125.

SARAIVA, M.; PONTE, J. P. O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. **Quadrante***, 12*(2), 1-32. 2003. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/> Acesso em: 30 mar. 2009.

SCHEFFER, N. F. et. al. **Matemática e Tecnologias**: atividades de matemática para ensino fundamental e médio com a utilização de softwares gratuitos. Erechim/RS: FAPES, 2011.

SCHER, D. Square or not? Assessing constructions in an interactive geometry software environment. In: MASALKI, W.J.; ELLIOT, P. C. (Org.) **Technology-supported mathematics learning environments**. 67 ed. New York: NCTM, 2005. p-113-125.

SEIDEL, D.J. **O professor de matemática online se percebendo em Cyberformação**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2013.

SERRAZINA, M. de L. M. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.266-283, mai. 2012. Disponível em < http://www.reveduc.ufscar.br>. Acesso em: 01 de fev. 2013.

SILVA, A. M. Papel, lápis e o *software* Régua e Compasso em aulas de matemática. In: BAIRRAL, M.A. **Tecnologias Informáticas, salas de aula e aprendizagens matemáticas**. Rio de Janeiro: UFRRJ, 2010. p.57-67

SILVA, G.H.G.; PENTEADO, M.G. Geometria dinâmica na sala de aula: o desenvolvimento do futuro professor de matemática diante da imprevisibilidade. **Ciência & Educação**, v.19, n.2, p. 279-292, 2013.

SINCLAIR, N.; YURITA, V. To be or to become: how dynamic geometry changes discourse. **Research in Mathematics Education**, v.10, n.2, Sep., 2008, p.1-30.

SOUZA, F. V. **Análise da atividade no processo de ensino assíncrono via lista de discussão**: estudo de caso em curso de formação continuada de professores de matemática em regime semipresencial. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, Recife, 2004.

STYLIANIDES, G. J.; STYLIANIDES, A. J. Validation of solutions of construction problems in dynamic geometry environments. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, n.10, p. 31-47, 2005.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

TORI, R. Cursos híbridos ou blended learning. In: LITTO, F. M.; FORMIGA, M. (Org.). **Educação a Distância**: o estado da arte. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2009. p. 121-128

TORRES, A. C. El dinamismo de GeoGebra. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. Marzo de 2012, n. 29, p. 9-22, 2012.

TORRES, J. J.; PERERA, V. H.: Blended Learning como modalidad de formación de profesores no universitarios en el uso de las TIC en el aula. In: CONGRESO INTERNACIONAL "EL PROFESORADO ANTE EL RETO DE LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS EN LA SOCIEDAD DEL CONOCIMIENTO", 2005, Granada. **Actas...** Granada, Espanha, 2005. Disponível em: http://prometeo.us.es/idea/publicaciones/hugo/9.pdf Acesso em: 25 de jan. 2013.

TURKLE, S. **O Segundo Eu**: os computadores e o espírito humano. Tradução: Manuela Madureira. Lisboa: Editorial Presença, 1989. Tradução de: The Second Self: computers and the Human Spirit. New York: Simon & Schuster, 1984.

WIKIPEDIA. **Moodle**. Disponível em: < http://pt.wikipedia.org/wiki/Moodle > Acesso em: 03 mai. 2013.

WIKIPEDIA. **Google Maps**: Disponível em: < http://pt.wikipedia.org/wiki/Google_Maps > Acesso em: 25 jun. 2014.

WIKIPEDIA. **TelEduc**. Disponível em: < http://pt.wikipedia.org/wiki/TelEduc > Acesso em: 03 ago. 2014.

WIKIPEDIA. **Microsoft Photo Story**. Disponível em: <http://en.wikipedia.org/wiki/Photo_Story> Acesso em: 03 ago. 2014

ZULATTO, R.B.A. **Professores de matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica**: suas características e perspectivas. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

ZULATTO, R.B.A. Aprendizagem matemática colaborativa em um curso online de formação continuada de professores. In: JAHN, A.P.; ALLEVATO, N.S.G. (Org.)

**Tecnologias e Educação Matemática**: ensino, aprendizagem e formação de professores. Recife: SBEM, 2010. p.125-144.

# APÊNDICES

# APÊNDICE A - ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA ÀS PROFESSORAS

## Quanto ao processo de formação inicial

1. Por que você escolheu cursar matemática? E, ser professora de matemática?
2. Fale sobre sua formação inicial quanto às disciplinas, às relações estabelecidas com aos professores, com os colegas (aborde suas aprendizagens durante sua formação inicial, os momentos marcantes, as decepções/as frustrações/as conquistas)
3. Cursou disciplinas referentes às tecnologias da informação e comunicação (TIC)? Se a resposta for afirmativa, quais foram: O que foi abordado? De que forma?
4. Nas disciplinas cursadas, houve uso das TIC para tratar/elaborar conceitos matemáticos? Se a resposta for positiva, como? De que forma? Quais aspectos positivos e quais os negativos?

## Quanto ao processo de constituição da prática docente/ensino de geometria

5. Para quais séries do Ensino Fundamental você lecionou e leciona? Há quanto tempo?
6. Você trabalha quantas horas semanais? É na mesma escola? Em quantas escolas?
7. Como você se caracteriza como professora de matemática? Por quê? (aula tradicional, cursos de aperfeiçoamento/especialização, trabalho coletivo).
8. O que você considera que o(a) professor(a) de matemática precisa saber (matemática, discussão pedagógica, escola, atores da escola, experiência, formação) para ser professor(a) de matemática?
9. Caracterize como você realiza o planejamento de aulas de geometria (recursos, livro didático, TIC) de suas aulas?
10. Como são suas aulas de geometria? Quando você geralmente aborda conceitos de geometria na série que você leciona?
11. Ao planejar e refletir com seus estudantes sobre aspectos da geometria você segue orientações dos parâmetros ou referenciais curriculares do Rio Grande do Sul (Lições do Rio Grande)?

12. Como você percebe as avaliações (PROVA BRASIL, PROVINHA BRASIL) em relação aos conceitos de geometria?

**Quanto à relação com o uso de TIC em aulas de matemática**

13. Você já utilizou TIC em aulas de matemática? Por quê? Como? O que você pensa em relação às TIC nas aulas de matemática, em específico de geometria?
14. Conhece *softwares*, sites, vídeos, calculadoras que possibilitam elaborar conceitos matemáticos? Quais? Já utilizou recurso tecnológico? Se já utilizou, relate como foi a prática com este recurso.
15. Como você percebe o uso de TIC para ensinar matemática (potencialidades e limites)? Por quê?
16. Você fez cursos sobre o uso de TIC em matemática? Participou de algum grupo, projeto sobre esta temática? Cite quais? No que contribuíram?
17. Considerando que a escola tivesse recursos tecnológicos (laboratório, *softwares*) e você enquanto professor tivesse condições técnicas e teóricas para a utilização desses recursos em suas aulas. Em sua opinião, isso provocaria transformações nas aulas de matemática? Por quê? (a ideia do suporte, do auxílio, técnico, pessoas)

**Quanto ao processo de constituição de professora de matemática (aspectos pessoais e profissionais)**

18. Relate uma situação difícil de sua vida.
19. Fale sobre uma situação perturbadora no contexto da escola/sala de aula.
20. Quais as relações de seus aspectos afetivos e/ou familiares com os aspectos profissionais?
21. O que você considera importante haver na vida/prática do professor para que ele possa dar uma “boa” aula de matemática? E o que você entende por boa aula de matemática?

# APÊNDICE B - PLANEJAMENTO DE AULAS

POR QUE E PARA QUÊ ESTUDAR GEOMETRIA?

**MOMENTO 1- Vídeos do YouTube**

Identificar e relatar as ideias matemáticas presentes nos vídeos, destacando as dúvidas.

Vídeos:

Vídeo 1: http://www.youtube.com/watch?v=**XuJpwCFL1xA**?&feature=related

Vídeo 2: http://www.youtube.com/watch?v=_7yXoZnSTBM

**MOMENTO 2. Pesquisa na internet sobre geometria:**

A partir destes vídeos, escolha uma situação da Internet que apresente a origem e importância da geometria no cotidiano e no decorrer dos tempos. Posteriormente, elabore um relatório abordando os aspectos encontrados no material pesquisado.

**MOMENTO 3. Investigação no *software* Poly**

Vimos no Vídeo 2 que existem sólidos platônicos.

Quais são eles? Eles apresentam formas semelhantes?

O *software* Poly apresenta estes sólidos geométricos e outros também.

Vamos observar as formas a partir da visualização e movimentação.

Em que outros lugares podemos observar a presença destes sólidos? Eles existem no cotidiano de vocês?

Estudo dirigido de questões sobre o POLY. (Relacionando com as atividades da PROVA BRASIL).

Questões para análise:

1. Observando o sólido tetraedro do *software* poly, podemos dizer que:

1.1. As faces são formadas por qual figura geométrica?

1.2. Quantas faces possui?

1.3. Quantas arestas possui o tetraedro? E vértices?

1.4. As arestas possuem a mesma medida?

1.5. Girando o sólido, quantas faces no máximo você consegue visualizar?

1.6. E quantas você não consegue ver?

1.7. De um vértice partem quantas arestas?

2. Agora, vamos observar o cubo:

2.1. Quantas faces possui?

2.2.Cada face tem a forma de que figura?

2.3. Quantos vértices possui o cubo? E quantas arestas?

2.4. De um vértice partem quantas arestas?

2.5. Girando o cubo, você consegue visualizar quantas faces?

2.6. E quantas faces estão escondidas?

3. Vamos para o próximo sólido, o octaedro:

3.1. Quantas faces possui o octaedro?

3.2. Essas faces tem que forma geométrica?

3.3. Cada face possui quantas arestas?

3.3. Quantas arestas, no total, possui o octaedro ? E vértices?

3.4. De cada vértice partem quantas arestas?

4. Passamos, agora para o próximo sólido, chamado de dodecaedro:

4.1. Quantas faces possui?

4.2. Cada face tem quantos lados?

4.2. Cada face tem que forma geométrica?

4.3. Tem quantas arestas? E vértices?

4.4. E de cada vértice partem quantas arestas?

4.5. Podemos dizer, então, que cada vértice de um dodecaedro se comunica com quantas faces?

4.6. Girando o dodecaedro podemos ver, no máximo,quantas faces?

5. Passamos para o último poliedro, o icosaedro.

5.1. Esse poliedro possui quantos lados?

5.2. Cada lado é formado por qual figura geométrica?

5.3. Girando o icosaedro podemos visualizar quantas faces?

5.4. Quantas arestas parte de cada vértice?

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| sólidos | cubo | tetraedro | octaedro | dodecaedro | icosaedro |
| Nº de faces | | | | | |
| Nº de arestas | | | | | |
| Nº de vértices | | | | | |

**MOMENTO 4:** Construção e discussão das figuras geométricas planas com o uso do *software* GeoGebra.

4.1. Triângulos - Classificação quanto aos lados (equilátero, isósceles, escaleno). Explorar os recursos do *software* ampliando e reduzindo os triângulos, observar quais medidas ou segmentos se alteram. Perceber se as movimentações mudam as propriedades de cada triângulo.

**PARTE 1: TRIÂNGULOS**

a) O que é necessário para formar um triângulo qualquer?

b) Os lados são formados por retas ou segmentos?

Investigação da condição de existência de triângulos:

PASSOS A SEGUIR:

4.1.1 Construa um segmento AB, usando a função SEGMENTO COM

COMPRIMENTO FIXO, e digite 6 para o comprimento (será a medida de um dos lados de triângulo);

4.1.2. Com a função CÍRCULO DADOS CENTRO E RAIO, clique em A e digite 3, para o raio da circunferência e clique em OK;

4.1.3. Faça o mesmo procedimento no ponto B atribuindo 2 para o raio desta circunferência;

- O quê você está visualizando?

4.1.4.Com a função INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS faça a interseção entre as duas circunferências;

- É possível? O que você observou?

- Com a função MOVER arraste os segmentos. É possível formar um triângulo cujos lados medem 6cm, 3cm e 2cm? Por que?

- Que medidas você atribuiria aos lados para formar um triângulo?

4.1.5 Partindo da construção anterior, vamos construir um triângulo isósceles.

a) Mas o que é um triângulo isósceles? Vamos pesquisar!

- Você descobriu a existência do outros triângulos? Como eles podem ser classificados quanto a seus lados?

4.1.6. Utilizando os mesmos passos da atividade anterior, mas no momento de optar pelas medidas dos raios das circunferências, digite 5, para estes terem, portanto, 5 cm;

- A partir dessa construção, o que você observou?
- Existe ponto(s) de interseção entre as circunferências?

4.1.7. Clique a função INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS e marque a interseção dessas circunferências;

4.1.8. Com a função SEGMENTO DEFINIDO POR DOIS PONTOS, ligue as extremidades do segmento à interseção superior das circunferências, para formar o triângulo;

4.1.9. Com a função DISTÂNCIA, COMPRIMENTO OU PERÍMETRO, clique em cada um dos lados do triângulo, para mostrar as suas medidas;

- O que você observou?
- Quais relações existentes entre os lados deste triângulo?
- Então, justifique como podemos formar um triângulo? Qual a condição para a existência de um triângulo qualquer?

**PARTE 2: QUADRADOS**

- A partir de uma circunferência e de seu raio construir um quadrado, percebendo as medidas e ângulos formados e como eles se alteram nas movimentações.

Uma possível construção do quadrado:

- Quais as características de um quadrado?

- Ele possui quantos lados?

- O que você pode dizer em relação as medidas de seus lados?

- Vamos construir um quadrado do *software* GeoGebra.

- Agora, vamos seguir alguns passos para a construção de um quadrado observando as condições de existência:

a)Traçar um segmento AB qualquer.
b)Usando a "perpendicular" (função do *software*), traçar uma reta perpendicular ao segmento AB, passando pelo ponto B. Nomeie esta reta pela letra t.
-O que é reta perpendicular, qual o ângulo formado pelo segmento e a reta perpendicular?
c)Usando a função “compasso”, traçar uma circunferência com centro B e raio BA.
- Há pontos de intersecção entre a circunferência e a reta t?
d)Usando a função “intersecção”, marcar os pontos comuns entre a circunferência e a reta t. Nomeie um destes pontos por D.
e)Usando a função “paralela”, traçar uma reta paralela à reta t que passa pelo ponto A. Nomeie esta reta pela letra r.
- O que é reta paralela?
f)Usando a função “intersecção”, marcar o ponto comum entre o segmento AB e a reta r.
g)Usando a função “paralela”, traçar uma reta paralela ao segmento AB, passando pelo ponto D. Nomeie esta reta pela letra s.

h)Marcar a intersecção entre as retas r e s. Nomeie este ponto por C.

i)Usando a função “segmento”, traçar os segmentos AC, CD e DB.

j)Usando a função “polígono”, clicar nos vértices do quadrado. Altere a cor de acordo com sua preferência.

k)Esconder as retas t, r e s, com a ferramenta “Exibir rótulo”.

l)Mostrar as medidas dos segmentos que compõem o quadrado ABCD.

m)Usando a função “Mover ponto”, movimentar o quadrado.

- O que observou? Em relação às propriedades?

n) O que podemos dizer em relação às medidas dos ângulos na movimentação?

o) Defina na figura os ângulos internos.

p) O que podemos dizer em relação aos lados e ângulos a partir da movimentação.

**MOMENTO 5 - Estudo pelo Google Maps:**

5.1.. Pesquisar no Google Maps imagens de seu bairro ou da cidade de Canoas.

5.1.1. Considerando, que estamos trabalhando em um plano cartesino, verifique a existência das retas paralelas, perpendiculares, transversais e intersecções nas imagens que você selecionou. Cite-as.

5.2. No endereço: Canoas/La salle/Canoas/ RGSul identificar:

a) Duas ruas paralelas a Av. Getulio Vargas.

b) Duas ruas perpendiculares a Av. Guilherme Schell.

c) O cruzamento das ruas quinze de janeiro e Muck, matematicamente, como pode ser chamado?

5.3. Verifique dois trajetos diferentes, que você poderia fazer, entre a escola e o Shopping Canoas.

5.3.1.Qual dentre os dois teria a menor distância?

5.3.2. Qual seria o menor tempo de deslocamento?

5.3.3.Qual trajeto você escolheria? Explique seus motivos?

5.4. No endereço Canoas/Shopping/Canoas: Identifique trajetos entre sua casa e o MC Donalds ( do Conjunto Comercial ou Shopping Canoas).

a) Verifique a distância e o tempo gasto para percorrer cada um deles.

b) Qual trajeto você escolheria? Justifique sua resposta.

5.5. Passeio de Sábado à tarde ao MC Donald.

Via internet pesquise:

a) O preço dos lanches, guloseimas, sorvetes, de sua preferência.

b) O preço do transporte para o deslocamento de sua casa até lá.

c) Faça uma previsão de quanto poderá gastar nesta tarde maravilhosa.

**MOMENTO 6 –** Construção de um vídeo.

# APÊNDICE C – EXEMPLO DE FÓRUM DE DISCUSSÃO

**Fórum 2 - Os recursos da Internet ampliando o cenário da aula convencional**

por Pesquisador - sexta, 23 setembro 2011, 13:02

Este fórum objetiva discutir a ampliação dos recursos usados em sala de aula convencional em aulas de geometria para outros recursos (softwares, internet).

Para iniciar...

1) O que mais chamou a atenção de vocês no artigo?

2) O que poderíamos "usar" do artigo para nossas aulas no Ensino Fundamental?

Editar | Apagar | Responder

**Re: Fórum 2 - Os recursos da Internet ampliando o cenário da aula convencional**

por Professora 1 - terça, 27 setembro 2011, 00:42

O artigo nos mostra que realmente o uso e a pesquisa de recursos na internet nos possibilitaria uma variedade de informações e modelos que na forma manipulativa(manuseio com as mãos) não seria possível desenvolver com os alunos. O uso dos recursos tecnológicos potencializaria as descobertas de conceitos geométricos: como movimentação de pontos, a visão de figuras planas, a representação em perspectiva das figuras - uma olhar que para mim é muito difícil.

O artigo apresenta alguns softwares: o Sítio de Poliedros estrelados, o Poly, a Régua e Compasso e o i-Complex.

Achei interessante o Poly e a Régua e Compasso. No Poly entendi que trabalha com sólidos, planificações, movimentações... A Régua e Compasso entendi que é possivel construir sólidos com movimentações no programa. Penso que poderíamos utilizar ou dar uma olhada nestes dois para possível utilização nas aulas.

Mostrar principal | Editar | Apagar | Responder

**Re: Fórum 2 - Os recursos da Internet ampliando o cenário da aula convencional**

por Pesquisador - terça, 4 outubro 2011, 18:27

Oi colegas de grupo...

Links para instalação dos softwares:

Software Poly:

http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/softwares/soft_geometria.php#poly

Software Régua e Compasso:

http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/programs/8.x.html

Software GeoGebra:

http://www.geogebra.org/cms/

Convido a participarem das discussões...

Vamos comentar o que a Professora 1 escreveu e vamos pensando juntos...

Mostrar principal | Editar | Apagar | Responder

**Re: Fórum 2 - Os recursos da Internet ampliando o cenário da aula convencional**

por Professora 2 - terça, 4 outubro 2011, 23:29

Não consegui abrir o GeoGebra

Mostrar principal | Editar | Apagar | Responder

**Re: Fórum 2 - Os recursos da Internet ampliando o cenário da aula convencional**

Por Pesquisador - quarta, 5 outubro 2011, 01:35

Oi Professora 2, tudo bem...

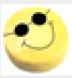
Quinta-feira conversamos sobre isso...

O GeoGebra tem uma versão online, que não precisa instalar...

Envio o link:

http://www.geogebra.org/webstart/geogebra.html

Mostrar principal | Editar | Apagar | Responder



**Re: Fórum 2 - Os recursos da Internet ampliando o cenário da aula convencional**

por Professora 3 - quinta, 6 outubro 2011, 09:07

Achei muito interessante os dois softwares e que os alunos irão gostar bastante porque vai fugir da rotina de sala de aula. Mas para propor uma aula desta, ( dinãmica) teremos que estar muito firmes no que vamos propor para quando o aluno estiver com uma dúvida nós sabermos esclarecer.

Teremos que praticar mais.

Mostrar principal | Editar | Apagar | Responder

# ANEXOS

# ANEXO A

## TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO: para os professores (sujeitos da pesquisa)

**Prezado(a) Senhor(a)**

Meu nome é **Vinícius Pazuch**, sou estudante do Programa de Pós-Graduação Ensino de Ciências e Matemática, na Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, tendo como orientador o Professor Doutor Maurício Rosa.

O projeto de pesquisa intitulado - **Produção de Saberes Docentes por Professores de Matemática do Ensino Fundamental em Cyberformação Semipresencial** – com o objetivo de investigar como se evidenciam, representam, expressam, discutem aspectos relações/ações/situações que identificam os saberes docentes mobilizados ou produzidos na Cyberformação Semipresencial.

Nesse sentido, inicialmente, você participará, como professor da Educação Básica (sujeito colaborador da pesquisa), previamente convidado, de uma entrevista semiestruturada a fim de traçar o perfil destes quanto ao processo de formação em matemática e suas relações com as tecnologias digitais. Por conseguinte, propomos a composição de um grupo de discussão-planejamento-reflexão com os demais professores convidados da Educação Básica e o Pesquisador. Este grupo fará, coletivamente, o planejamento das aulas dos professores, dando sustentação para a prática docente dos colaboradores da pesquisa.

As suas ações em sala de aula serão filmadas, no momento em que os professores estiverem proferindo aulas com tecnologias digitais, posteriormente, analisadas pelo pesquisador.

As entrevistas semiestruturadas serão gravadas em áudio e, posteriormente, transcritas e analisadas. Os encontros no grupo de discussão serão gravados e filmados e, posteriormente, transcritos e analisados. As imagens e as cópias ficarão sob minha responsabilidade e serão utilizadas apenas por mim e pelo meu orientador.

Este estudo resultará na Tese de Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da ULBRA, e os resultados serão divulgados em eventos e publicações científicas.

As informações fornecidas serão mantidas em sigilo e sua identidade não será revelada em nenhuma circunstância. Você tem a liberdade de retirar o seu consentimento de participar do estudo em qualquer momento que achar oportuno, sem prejuízo, mesmo depois de ter assinado este documento. No caso de haver desistência de sua parte poderá entrar em contato.

Destacamos que sua participação não acarretará nenhum prejuízo ou dano pelo fato de colaborar, assim como não terá nenhum ganho ou benefício direto. Sendo que, as informações serão utilizadas para fins acadêmicos, mantendo o sigilo e a identidade dos colaboradores voluntários dessa pesquisa.

Diante do exposto, eu ________________________________, declaro que fui esclarecido(a) o suficiente sobre o estudo a ser realizado por **Vinícius Pazuch** e concordo em participar.

Esse documento possui duas vias, ficando uma com o professor-colaborador e a outra com o pesquisador.

Canoas (RS), 03 de agosto de 2011.

________________________ ________________________

Assinatura do(a) professor(a) participante da pesquisa

Assinatura do Pesquisador

________________________________

Assinatura do Professor Orientador

Contato:
Pesquisador: **Vinícius Pazuch**
E-mail: viniuch@hotmail.com
Fone: (51) 82628698