# UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO DIRETORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



O ENSINO DE GEOMETRIA DAS 5º, 6º, 7º e 8º SÉRIES DO ENSINO FUNDAMENTAL NAS ESCOLAS ESTADUAIS DA 27º COORDENADORIA REGIONAL DE EDUCAÇÃO

JOICE DA SILVA LOBO

## UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO DIRETORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



# O ENSINO DE GEOMETRIA DAS 5º, 6º, 7º e 8º SÉRIES DO ENSINO FUNDAMENTAL NAS ESCOLAS ESTADUAIS DA 27º COORDENADORIA REGIONAL DE EDUCAÇÃO

JOICE DA SILVA LOBO

Dissertação apresentada ao Programa de Pósgraduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Dr. Arno Bayer

Canoas, 2004.

# Ao Fernando e João Vítor

"... Perdoem a cara amarrada, perdoem a falta de tempo, perdoem a falta de abraço, os dias eram assim....

#### **AGRADECIMENTOS**

À Deus, pela força e coragem transmitidas em todos os momentos.

À minha família, em especial a meu pai e minha mãe que sempre me incentivaram e valorizaram a busca do conhecimento.

Ao Prof. Dr. Arno Bayer que soube compreender as minhas limitações e me transmitiu de forma segura e tranquila seus ensinamentos que permitiram construir este trabalho.

Aos professores do curso de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática.

À ULBRA pela oportunidade oferecida para realizar este curso de Mestrado na própria instituição.

Aos colegas professores do campus de Gravataí em especial aos professores Cláudia D'Árrigo e Everaldo Fonseca Rocha que partilharam os momentos de ansiedade e alegrias durante o curso e a professora Elza Pauletto que esteve sempre disposta a auxiliar.

Aos colegas do curso e em especial a Daniela que no decorrer da caminhada se transformou em amiga e muito contribuiu para a elaboração deste trabalho.

À 27ª Coordenadoria Regional de Educação, na pessoa da Profª Maria Evonir que gentilmente permitiu meu acesso nas escolas.

Às direções das escolas visitadas durante a aplicação dos questionários.

Aos professores e alunos que gentilmente preencheram os questionários que serviram de base para esta pesquisa.

A todos aqueles que de uma forma ou outra contribuíram para a realização deste trabalho, meus sinceros agradecimentos.

#### **RESUMO**

Acreditamos que a geometria é importante para melhorar a aprendizagem da matemática no Ensino Fundamental.

Movidos por esta crença e alicerçados no referencial teórico realizamos uma pesquisa no Ensino Fundamental nas Escolas Estaduais que compõem a 27ª Coordenadoria Regional de Educação para verificar como a geometria aparece nos currículos, como é abordada em aula, enfim, como se desenvolve a construção desse saber. Aplicamos um questionário para 650 alunos distribuídos entre 5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries e para 47 professores de matemática desses alunos, solicitamos o plano de ensino da disciplina de matemática de todas as escolas da amostra e fizemos uma análise dos mesmos para verificar os conteúdos de geometria que são abordados nestas séries.

As teorias que serviram para subsidiar este estudo e pesquisa são: as teorias construtivista e interacionistas de Piaget e Vygotsky, a teoria construcionista de Papert, a teoria de representação de Fischbein, a teoria de van Hiele, a teoria das inteligências múltiplas de Gardner e a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel.

Após a análise e discussão dos dados obtidos na pesquisa, embasados nas teorias que fundamentam este trabalho, fizemos algumas considerações sobre os aspectos que foram mais significativos em nossa investigação.

#### Palayras-chave:

Ensino de geometria; aprendizagem; alunos; professores; escola.

#### **ABSTRACT**

We believe that Geometry is important to improve Mathematics learning in the Basic Teaching.

Moved by this belief and based on theoretical references, we made a research in the basic teaching, in public schools that belong to the 27th Regional Co-ordination of Education, in order to verify how Geometry appears in the curriculum, how it is approached, at list, how the construction of this knowledge is developed.

We applied a questionnaire in 650 students, distributed among 5<sup>th</sup>, 6<sup>th</sup>, 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> grades and in 47 Mathematic teachers that teach these students, we request the teachers` planning of all the schools that formed the sample and we made an analysis of them, in order to verify what are the Geometry contents approached in these grades.

The theories that supported this study and the research are de Constructive and Interactive Theories of Piaget and Vygotsky, the Constructional Theory of the Multiple Intelligences of Gardner and the Meaning Learning Theory of Ausubel.

After the analysis and the discussion of the date obtained by the research and based on the theories that grounded this work, we made some considerations about the most significant aspects of our research.

#### **Key-Words:**

Geometry teaching; learning; students; teachers; school

# SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
1 POR QUE UM ESTUDO SOBRE GEOMETRIA?	14
2 SUBSÍDIOS TEÓRICOS  2.1 O processo de construção do conhecimento  2.2 A teoria cognitivista  2.2.1 As principais idéias de Jean Piaget  2.2.2 As principais idéias de Vygotsky  2.2.3 Contribuições da teoria construcionista de Papert  2.2.4 O modelo de Van Hiele  2.2.5 Contribuições da teoria de Fischbein  2.2.6 A teoria das inteligências múltiplas  2.2.7 A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel	28 28 31 32 39 41 43 47 49 50
3 A NATUREZA DA MATEMÁTICA	54 55
4 CURRÍCULO	64
4.1 O aluno e o ensino	68 69
5 A PESQUISA 5.1 O problema da pesquisa 5.2 Objetivos da pesquisa 5.3 Metodologia da pesquisa. 5.3.1 A população. 5.3.2 A amostra. 5.3.3 A coleta de dados. 5.3.4 O questionário. 5.3.5 Tratamentos de dados	74 74 74 75 75 76 77 78

5.4 ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA	79
5.4.1 Caracterização da amostra	79
5.4.2 Jornada de trabalho no magistério	83
5.4.3 Experiência profissional no magistério	84
5.4.4 Planejamento das atividades de aula	84
5.4.5 Conteúdos do plano de ensino	85
5.4.6 Desenvolvimento das aulas de geometria	90
5.4.7 Metodologia utilizada na sala de aula para o ensino de geometria	91
5.4.8 Opinião dos professores: interesse dos alunos pelas aulas de geometria	95
5.4.9 Atividades de geometria relacionadas com o cotidiano do aluno	96
5.4.10 Conteúdos de álgebra relacionados com geometria	97
5.4.11 O recurso às tecnologias	99
5.4.12 Laboratório de matemática	104
5.4.13 Opinião sobre a sua formação	105
5.4.14 Recurso para resolução de problemas	107
5.4.15 Opinião sobre geometria	108
5.4.16 Metodologia para trabalhar geometria	116
5.4.17 Opinião dos professores sobre o ensino de geometria	118
5.4.18 Participação em eventos	120
5.4.19 Por que ensinar geometria?	121
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	124
3	
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	130
APÊNDICE A	135
APÊNDICE B	140
APPNIJICE K	1 (1)

# LISTA DE GRÁFICOS, QUADROS E TABELAS

Gráfico 1 – Idades X Séries	83
Quadro 1 – Conteúdos desenvolvidos no último bimestre	86
Tabela 1 – Sexo, idade e formação profissional dos professores	80
Tabela 2 – Série, sexo e idade dos alunos	81
Tabela 3 – Cruzamento: Série X Idade dos alunos	82
Tabela 4 – Jornada de trabalho no magistério	83
Tabela 5 – Experiência profissional no magistério	84
Tabela 6 – Horas para planejamento das aulas	85
Tabela 7 – Você consegue desenvolver todos os conteúdos do plano de ensino	
durante o ano letivo?	85
Tabela 8 – Conteúdos excluídos dos planos de aula durante o ano letivo	86
Tabela 9 – Desenvolvimento das aulas de geometria	90
Tabela 10 – Metodologia utilizada na sala de aula para as aulas de geometria	92
Tabela 11 – Material disponível: Régua, compasso, transferidor e esquadro	92
Tabela 12 – Realiza atividades desenhando figuras	93
Tabela 13 – Uso de régua, compasso, esquadro e transferidos	93
Tabela 14 – Relação: atividades desenhando e uso de ferramentas	94
Tabela 15 – Opinião dos professores sobre o interesse dos alunos nas aulas	
de geometria	96
Tabela 16 – Professores que usam exemplos do cotidiano nas aulas de Geometria	96
Tabela 17 – Resultado dos alunos à pergunta: "Nas aulas de geometria, você	
realiza atividades relacionadas com o sue dia-a-dia?	97
Tabela 18 – Conteúdos de álgebra relacionados com geometria	98
	100
	101
	101
Tabela 22 – Momentos no laboratório de informática	102
Tabela 23 – Uso de calculadora em sala de aula	104
Tabela 24 – Laboratório de matemática	104
	105
Tabela 26 – Sua história de aprendizagem influencia suas aulas?	106
Tabela 27 – Recursos para resolver problemas matemáticos	108
Tabela 28 – Opinião sobre a geometria: simples ou complexa	109

Tabela 29 – Opinião sobre geometria: visual ou não visual	110
Tabela 30 – Uso de material concreto nas aulas de matemática	111
Tabela 31 – Uso de material manipulativo nas aulas de matemática	111
Tabela 32 – Visual ou não visual X Material manipulativo	112
Tabela 33 – Visual ou não visual X Trabalho com material concreto	113
Tabela 34 – Opinião de geometria: de fácil compreensão ou de difícil compreensão	113
Tabela 35 – Opinião sobre geometria: para algumas pessoas ou para todas as pessoas	115
Tabela 36 – Opinião sobre geometria: uma parte da matemática da qual gosto ou da qual não gosto	116
Tabela 37 – Metodologia para trabalhar geometria	117
Tabela 38 - Relação entre: Metodologia para trabalhar geometria e uso de	
ferramentas	118
Tabela 39 – O estudo da geometria deveria começar desde a pré-escola e	
continuar de forma apropriada através de todo o currículo escolar	119
Tabela 40 – As novas tecnologias podem influenciar na aprendizagem do aluno	119
Tabela 41 – As atividades de aprendizagem de geometria devem se contextualizadas	120
Tabela 42 – Participas de eventos relacionados com a Educação Matemática	121
Tabola 42 Tartiolpas de eventos relacionados com a Educação Matematica	121

# **INTRODUÇÃO**

O ensino de matemática tem ocupado um espaço singular na formação escolar. Aproximadamente, 20% do tempo que os alunos estão na escola são dedicados ao ensino dessa disciplina e essa define o seu sucesso ou insucesso escolar. A matemática ensinada na escola, é geralmente muito mecânica e exata: normalmente o professor trabalha com muitas regras que os alunos precisam decorar e aplicar em problemas hipotéticos que não condizem com a realidade. A matemática está sendo repetida aos alunos como ela aparece nos livros didáticos, ou seja, o que está acontecendo é um treinamento dos alunos para aplicação de regras, resoluções de expressões numéricas enormes e outros que talvez até levem para uma aprovação mas será que realmente houve alguma construção do conhecimento. (ROCHA, 2001).

"Sabe-se que os alunos constroem ativamente o seu conhecimento, logo o modelo de ensino não pode ser baseado em transmissão ou repetição do conhecimento pelo professor" (Serrazina, 2003.p.67). As atividades desenvolvidas em sala de aula pelos alunos são fundamentais para o seu desenvolvimento, são a partir destas atividades que o aluno irá construir novos conhecimentos.

Um dos temas bastante discutido, hoje, em Seminários e Congressos é o estudo da Geometria, o aparecimento nos currículos de matemática. Existe uma grande preocupação entre professores e matemáticos em relação ao ensino de geometria. A busca de novas formas e práticas pedagógicas para resgatá-la, com qualidade tem sido destaque em trabalhos de pesquisadores em todo o mundo.

É com essa preocupação que nos propomos realizar uma pesquisa nas Escolas Estaduais de Ensino Fundamental da 27ª Coordenadoria Regional de Educação a fim de verificar "o que" está sendo ensinado de geometria e "como" este ensino está sendo realizado.

Este trabalho está estruturado em seis capítulos.

O Capítulo 1 focaliza o Ensino de Geometria e suas considerações históricas. Descreve as principais fases que passou o ensino de matemática desde o século XVIII até o ano de 1998 com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental.

O Capítulo 2 nomeado "Por Que Um Estudo Sobre Geometria?" provêm de levantamentos bibliográficos e de reflexões de alguns autores sobre o ensino de geometria, as causas de seu abandono e atitudes a serem tomadas para o seu resgate. Faz uma relação entre a atitude dos professores e a sua formação. Trata da importância da geometria para a compreensão do mundo e para a formação do indivíduo como um ser capaz.

O Capítulo 3 focaliza o processo ensino aprendizagem da Geometria e o processo de construção do conhecimento. Na fundamentação teórica deste, estudamos as teorias construtivistas e interacionistas de Piaget e Vygotsky; a teoria construcionista de Papert; as teorias de representação de Fischbein mostrando a importância da visualização e representação no processo de construção do conhecimento; a Teoria de Van Hiele que com seus níveis descreve as características do processo de ensino aprendizagem; a Teoria das Inteligências Múltiplas, proposta por Gardner e a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

O Capítulo 4 faz uma abordagem teórica sobre Currículo com reflexões de alguns autores como Coll, Sacristán e Saviani. Neste capítulo buscamos a trajetória dos Currículos do Ensino de Geometria desde a década de 60, passando pelo Movimento da Matemática Moderna até 1998 com os Parâmetros Curriculares Nacionais.

O Capítulo 5 descreve a Metodologia adotada na pesquisa, apresenta uma análise descritiva e uma discussão sobre os dados obtidos na pesquisa realizada junto às escolas estaduais que compõem a 27ª Coordenadoria Regional de Educação, onde foram aplicados 650 questionários para os alunos dessas escolas, 47 questionários para os professores de matemática desses alunos e onde foram solicitadas cópias dos planos de ensino dessa disciplina.

No Capítulo 6 apontamos nossas considerações sobre os resultados obtidos na pesquisa que, consideramos, mais significantes para o processo de ensino e aprendizagem da Geometria.

Esperamos que nosso trabalho venha contribuir para as pesquisas e discussões em Educação Matemática em torno do Ensino de Geometria.

#### 1 Por Que Um Estudo Sobre Geometria?

Na superação das dificuldades de aprendizagem, dois contextos exigem atenção: o do indivíduo e o do meio. O primeiro refere-se as construções cognitivas individuais — o sujeito nas suas elaborações mentais. O segundo, as intermediações que sintonizam as construções individuais com o saber matemático a ser aprendido — sujeito interagindo com o meio.(GRAVINA, 2001, p.3)

Segundo Gravina (2001), muito pouco tem feito a escola quanto ao aprendizado da geometria, ao não propiciar atitudes cognitivas voltadas à construção deste saber. Em geral os livros didáticos tratam a geometria como um dicionário de definições, com muitas regras, fórmulas e esparsas propriedades geométricas são apresentadas como "fatos dados". Os professores, despreparados, sem atividades pedagógicas que ajudem seus alunos a superar as dificuldades, voltam-se a um trabalho superficial, não provocador quanto a argumentações dedutivas e, portanto, pouco significativo em termos de aprendizagem.

Ainda sobre este aspecto, Pais e Freitas, (1999), registram a atitude dos professores que quando falam em geometria referem-se apenas às fórmulas e aos cálculos ou à comprovação experimental de propriedades, desconsiderando a demonstração como forma de validação do conhecimento matemático. Os

professores consideram que esta forma de ensinar geometria não é satisfatória devido as suas próprias deficiências de formação.

Segundo Serrazina (2003), o ensino deve apontar para a construção do conhecimento das crianças, com a finalidade de encorajá-las para um futuro desenvolvimento e são os professores que devem ter a habilidade de passar essas capacidades para as crianças.

Segundo a própria autora, o professor ensina da maneira como aprendeu, aquilo que eles vivem na sala de aula, as suas próprias histórias, terão grande influência sobre a maneira como irão ensinar. Os cursos de formação de professores deveriam permitir vivência de experiências de aprendizagem que se quer que os alunos experimentem e que constituam um desafio intelectual. Desenvolver nos futuros professores uma atitude de investigação e de constante questionamento deveria fazer parte das aulas dos cursos de formação de professores.

Sabe-se que os alunos constroem ativamente o seu conhecimento, logo o modelo de ensino não pode ser baseado na transmissão do conhecimento por parte do professor, mas sim num modelo onde a investigação, a construção e a comunicação entre os alunos são palavraschave. A natureza das atividades desenvolvidas pelos alunos têm uma importância fundamental, uma vez que é sobre a sua própria experiência que vão desenvolvendo os novos conhecimentos, construídos sobre os que já possuem e através dos filtros das crenças e atitudes que têm sobre o assunto em estudo e a própria aprendizagem (SERRAZINA, 2003, p.67) .

Para a autora se queremos mudar o que se passa nas nossas escolas de ensino fundamental e médio não basta mudar os currículos e promover aos

professores cursos e materiais de apoio para as suas aulas. Todo o ensino é mediado pelo professor, ele deve ter suas próprias crenças sobre como organizar suas aulas de modo a promover a aprendizagem em matemática nos seus alunos.

Serrazina (2003), escreveu sobre um novo modelo de intervenção que os professores da pré-escola e 1º ciclo (1ª e 2ª séries) devem fazer diante de seus alunos que entendemos ser importante também para professores do ensino fundamental (5ª à 8ª séries). A autora coloca que o professor deve desenvolver o currículo de forma reflexiva, autônoma e crítica. Ser um facilitador da aprendizagem significativa, criar as melhores condições para que isso aconteça. Ser um investigador dos processos de ensino-aprendizagem gerando, assim, conhecimento profissional. Ser um constante construtor do currículo, criando experiências com seus alunos, refletindo sobre elas e reformulando-as. Ser um gerador de conhecimento didático significativo.

Esta autora coloca, ainda, que o professor não adquire essas competências de maneira pontual, mas através de um longo caminho que começa na formação inicial.

Para Lopes (1983), o ensino de geometria no Brasil começa na 7ª série, uma geometria axiomática na suposição de que os alunos alcançaram o estágio dedutivo abstrato com a idade de 12 ou 13 anos sem antes ter passado por um período de manipulação com objetos. Segundo a autora:

... os alunos da 7ª série não se encontram na fase das operações formais e, talvez, alguns não estejam nem na das operações concretas; não é possível o aluno aceitar dogmaticamente certos fatos sem ter passado pelos seus sentidos através de manipulações; a axiomática da geometria euclidiana que se lhe impõe não é mais conveniente pela sua artificialidade, seu dogmatismo e sua inadequação ao estágio atual do desenvolvimento da matemática.(LOPES, 1983, p.7).

Salienta, esta autora, que o professor que ignora o estágio do desenvolvimento cognitivo de seus alunos está fadado ao insucesso e que o processo de aquisição do conhecimento não é imediato; necessita de uma maturação a ser feita ao longo de vários anos. A mesma propõe que as idéias geométricas de caminhos e de forma são as primeiras noções a serem incorporadas pela criança na tentativa de conhecer o seu espaço. A autora faz relação entre o caminho para a aquisição do conhecimento da criança com o do homem primitivo quando de sua necessidade de conhecer o seu universo na busca da alimentação para a sua subsistência.

Se tais problemas são vivenciados pelo homem no seu desenvolvimento ontogênico como foram no filogênico, por que, então, deixar passar um tempo longo e precioso para depois autoritariamente introduzir, nas escolas, noções geométricas sem relacionamento com as experiências que as originaram?(LOPES, 1983, p. 10).

Outra pergunta que esta autora faz em seu artigo é "Por que começar sempre por conceitos ligados a medidas" (1983, p. 10).

Se os conceitos métricos decorressem da resolução de situaçõesproblema da vida do cotidiano do aluno, então seria significativo. O grande mal do ensino de geometria é artificialidade das situações inventadas pelos professores. Não há a preocupação com a vivência do aluno nem com o seu desenvolvimento de estruturas mentais. Em seu artigo, Hoffer (1981), vem reforçar essa idéia, enfatizando outras habilidades que os alunos podem adquirir com o ensino de geometria. Aborda os níveis de pensamento de van Hiele. Segundo Hoffer, há cinco áreas de habilidades básicas: visual, verbal, de desenho, lógica e aplicada.

### Habilidades básicas em geometria:

#### 1. Habilidade visual:

Nível de reconhecimento: reconhecer diferentes figuras num desenho e informações fornecidas numa figura.

Nível de análise: observar propriedades de uma figura e identificar uma figura como parte de outra figura maior.

Nível de síntese: reconhecer inter-relações entre diferentes tipos de figuras e reconhecer propriedades comuns de diferentes tipos de figuras.

Nível de dedução: usar informações sobre uma figura para deduzir mais informações.

Nível de rigor: reconhecer que afirmações são injustificáveis, quando se faz uso de figuras e conhecer figuras relacionadas em vários sistemas dedutivos.

#### 2. Habilidade verbal:

Nível de reconhecimento: associar o nome correto de uma figura dada e interpretar frases que descrevem figuras.

Nível de análise: descrever precisamente várias propriedades de uma figura.

Nível de sínteses: definir palavras corretamente e formular sentenças mostrando inter-relações entre figuras.

Nível de dedução: compreender as distinções entre definições, axiomas e teoremas e distinguir o que é dado num problema do que é pedido para encontrar ou fazer.

Nível de rigor: formular extensões de resultados conhecidos e descrever vários sistemas dedutivos.

#### 3. Habilidade gráfica:

Nível de reconhecimento: fazer esboços de figuras destacando, com precisão as partes dadas.

Nível de análise: transferir informações dadas verbalmente para um desenho e usar propriedades dadas para desenhar ou construir figuras.

Nível de síntese: ser capaz de construir figuras relacionadas com certas figuras dadas.

Nível de dedução: reconhecer quando e como usar elementos auxiliares numa figura e deduzir de informações dadas como desenhar ou construir uma figura específica.

Nível de rigor: compreender as limitações e possibilidades de várias representações gráficas e representar graficamente conceitos não usuais em vários sistemas dedutivos.

#### 4. Habilidade lógica:

Nível de reconhecimento: perceber que há diferenças e semelhanças entre figuras e compreender a conservação da forma de uma figura em várias posições.

Nível de análise: compreender que figuras podem ser classificadas em diferentes tipos e reconhecer que propriedades podem ser usadas para distinguir figuras.

Nível de sínteses: compreender qualidades de uma boa definição e usar propriedades das figuras para determinar se uma classe de figuras está contida em outra classe.

Nível de dedução: usar regras de lógica para desenvolver demonstrações e ser capaz de deduzir conseqüências de informações dadas.

Nível de rigor: compreender limitações e possibilidades de hipóteses ou axiomas e reconhecer quando um sistema de axiomas é independente, consistente e categórico.

#### 5. Habilidade de aplicação:

Nível de reconhecimento: identificar formas geométricas nos objetos do meio ambiente.

Nível de análise: reconhecer propriedades geométricas de objetos do meio ambiente e representar fenômenos físicos em papel ou num modelo.

Nível de síntese: entender um conceito de um modelo matemático que representa relações entre objetos.

Nível de dedução: ser capaz de deduzir propriedades de objetos a partir de informações dadas ou obtidas e ser capaz de resolver problemas que relacionam objetos.

Nível de rigor: usar modelos matemáticos para representar sistemas abstratos e desenvolver modelos matemáticos para descrever fenômenos físicos, sociais e naturais.

O autor, dentro de cada habilidade, cita metas da própria geometria, quais sejam:

- providenciar o desenvolvimento dos dois lados do cérebro por experiências adequadas, visto que as recentes pesquisas relacionam o lado esquerdo às funções lógica e analítica e o lado direito às funções espaciais e holísticas;
- pedir aos alunos que leiam (compreendam) muitos materiais e escrevam suas próprias provas; isso é importante pelo fato da geometria ser um curso que possui um conjunto muito amplo de vocabulário e o aluno ter dificuldades consideráveis em descrever um conceito verbalmente mesmo que as idéias expressadas não sejam precisas, diferindo das do professor ou do texto;
- utilizar figuras ou diagramas para auxílio na preparação do aluno para aprendizagem ou relações geométricas posteriores;
- ajudar o aluno a aprender a analisar a forma de um argumento e reconhecer a utilidade ou não desse argumento no contexto da figura geométrica e enfatizar problemas sobre a vida diária;

 prover os alunos com mais aplicações práticas de geometria que ocorram, por exemplo, na arquitetura, na astronomia, engenharia ou aplicações em outras áreas como economia, empresários e consumidores e advocacia.

Maryukov (1997), vê como principais metas do ensino de matemática e de geometria:

- o desenvolvimento lógico e imaginação espacial;
- o desenvolvimento conceitual em modelagem matemática e seus papéis na natureza e na ciência;
- o desenvolvimento conceitual em novos métodos de conservação,
   processamento e transmissão de informações;
- o desenvolvimento do pensamento e habilidades algorítmicas de uso do computador para resolver problemas matemáticos.

Para Maryukov, a geometria serviria como uma conexão entre a matemática e o ambiente escolar cujos princípios de seu ensino deveriam ser a visualização e como escreve o autor, "o estou no espaço".

Segundo o mesmo autor, muitos alunos não gostam de geometria, para ele o motivo está no sistema de ensino tradicional da disciplina baseada no Elementos de Euclides que definem uma abordagem axiomática e a abstração dos conceitos geométricos.

...o ensino de matemática contribuiria efetivamente na formação do indivíduo, como um ser capaz de interpretar, compreender e apreciar o mundo físico que o cerca, e, nesse sentido, faz-se necessário uma abordagem da matemática, a fim de que se resgatem os aspectos geométricos que permeiam a relação entre esse indivíduo e o espaço em que está inserido (MISKULIN, 1994, p.29).

Em se tratando da educação matemática, esta autora, enfatiza que a geometria é uma área de conexão entre diversos tópicos da matemática e enfatiza dizendo "...bem como um campo fértil para o exercício de "aprender a fazer" e "aprender a pensar geometricamente" (MISKULIN, 1994, p.36)

É importante assinalarmos o papel da geometria para o desenvolvimento de habilidades e competências tais como a percepção espacial e a resolução de problemas, uma vez que ela oferece aos alunos "as oportunidades de olhar, comparar medir, adivinhar, generalizar e abstrair" (Sherard III, 198I, apud Fonseca, 2002).

Em relação a essa mesma potencialidade da Geometria, Freundenthal escreve:

A geometria é uma das melhores oportunidades que existem para aprender como matematizar a realidade. É uma oportunidade de fazer descobertas como muitos exemplos mostrarão. Com certeza, os números são também um domínio aberto às investigações, e pode-se aprender a pensar através da realização de cálculos, mas as descobertas feitas pelos próprios olhos e mãos são mais compreendentes e convincentes. Até que possam de algum modo ser dispensadas, as formas no espaço são um guia insubstituível para a pesquisa e a descoberta (FREUNDENTHAL apud FONSECA, 2002, p.92).

Segundo a mesma autora, a Geometria tem um grande potencial para promover valores culturais e estéticos importantes para uma melhor compreensão e apreciação das obras do homem.

É importante salientar dois objetivos básicos para o estudo da Geometria:

- desenvolvimento da capacidade de medir;
- desenvolvimento da capacidade de pesquisar regularidades.

Para atingirmos tais objetivos é preciso conhecer e adotar metodologias que orientem a prática pedagógica no sentido de considerar e potencializar tais desenvolvimentos, que afinal têm entre si uma ligação íntima.

Para Pavanello (1993), o abandono do ensino de geometria no Brasil ocorreu no momento em que a "matemática moderna" foi introduzida com grande destaque, quando a formalização através da teoria dos conjuntos e estruturas algébricas tomou parte do dia-a-dia da sala de aula.

Para Búrigo (1995), o abandono ou a omissão do ensino de geometria no ensino fundamental e médio tem sido objeto de muita discussão entre educadores no Brasil. A geometria dedutiva que até os anos 60 era vista nas escolas na forma de demonstração de teoremas foi rejeitada pelo movimento da matemática moderna, dando lugar a uma ênfase acentuada no pensamento algébrico que tem sido reduzido no ensino fundamental, ao desenvolvimento de mecanismos de manipulação algébrica. Os problemas envolvendo figuras e o espaço físico tendem a ser abordados pelas vias numérica ou algébrica, com o abandono dos procedimentos mais próprios do pensamento geométrico. O ensino de geometria, quando ocorre, fica restrito ao cálculo de ângulos, comprimentos,

áreas e volumes através da aplicação de fórmulas que não são descobertas nem verificadas e à representação algébrica dos lugares geométricos no plano cartesiano.

O Ensino de Geometria, se comparado ao ensino das outras partes da matemática foi e é relegado ao segundo plano.

Segundo Lorenzato (1995), a geometria, no Brasil, está praticamente ausente na sala de aula. Existem várias causas, mas serão citadas apenas quatro delas que estão diretamente relacionadas com as práticas pedagógicas.

A primeira é que, durante muito tempo, o ensino de geometria não se renovou e com isso perdeu o vigor. Na maioria das escolas brasileiras é ensinada a geometria euclidiana cujos conceitos constituem o grande obstáculo epistemológico que deve ser superado por professores e alunos que se relaciona fundamentalmente com a organização do raciocínio e com a construção de argumentações lógicas. No entanto os alunos são induzidos a uma atuação passiva, limitando-se no máximo, a serem simples copiadores.

A segunda causa é que, na sua formação, a maioria dos professores não teve acesso aos conhecimentos de Geometria necessários para a realização de sua prática pedagógica. Como não detém esse conhecimento a Geometria é excluída de seu plano de trabalho.

A terceira causa é que tanto a formação falha do professor quanto a estafante jornada de trabalho a que ele é submetido provocam-no a dar uma

importância excessiva ao livro didático como determinador dos conteúdos que devem ser desenvolvidos em sala de aula.

A quarta causa é o currículo, que repercute diretamente na práxis do professor. Tanto no currículo da escola fundamental quanto no currículo das escolas de formação de professores, a Geometria, em geral, tem sido relegada a um plano secundário.

A Matemática é ensinada de maneira repetitiva, automática e desligada da realidade. Os alunos não são estimulados a desenvolver a visão espacial e a percepção. Estes têm grandes dificuldades para interpretar o que lêem por esse motivo apresentam grandes dificuldades na resolução de problemas.

Considerando que houve um declínio do papel da Geometria no currículo escolar, o International Comission on Mathematical Instrucion (ICMI, Itália, 1995) considera que existe uma necessidade urgente de um estudo internacional cujos objetivos principais são:

- 1) Discutir as metas do Ensino de Geometria nos diferentes níveis escolares de acordo com diferentes ambientes e tradições culturais.
- 2) Identificar os desafios importantes e as tendências emergentes para o futuro, e analisar seu potencial didático.
- Analisar a influência das novas tecnologias no Ensino de Geometria.
- 4) Explorar e implementar novos métodos de ensino.

5) Identificar as conexões entre a Geometria e as outras componentes da Matemática.

Para Fainguelernt (1999), a Geometria tem sido amplamente estimulada por novas idéias da própria matemática e de outras disciplinas, incluindo a Ciência da Computação.

Portanto é necessário desenvolver uma educação visual adequada a fim de que possam ser exploradas as possibilidades que emergem da computação gráfica, que influenciam muitos aspectos de nossa vida.

Esta cultura matemática imposta na sala de aula não leva em consideração a maneira pela qual um determinado conteúdo é percebido pelo aluno e impede muitas pessoas de aprenderem matemática, embora elas não tenham nenhuma dificuldade em utilizar o conhecimento matemático apreendido em outros contextos.(FAINGUELERNT, 1999, p. 14)

Existe um consenso entre educadores e matemáticos que o ensino de geometria deveria iniciar desde cedo e continuar, de forma apropriada, através de todo o currículo de matemática. Entretanto, tradicionalmente existe uma divergência de opinião entre os conteúdos e métodos de ensino da geometria nos diferentes níveis, desde a escola básica até a Universidade. Uma das razões desta divergência é que a Geometria possui muitos aspectos para serem estudados e talvez não exista um caminho linear para fazer o seu estudo desde os princípios mais elementares até suas demonstrações com axiomas e teoremas.

#### 2 Subsídios Teóricos

## 2.1 O processo de Construção do Conhecimento

Conhecer é construir significados ("produto"), através do estabelecimento de relações ("processo") no sujeito, entre as representações mentais ("matéria prima") que visam dar conta das diferentes relações constituintes do objeto de conhecimento com outro(s). Conhecer é assimilar, processar, interpretar, dar significados (VASCONCELLOS, 2000, p. 39).

Para aprender matemática são necessárias vivências similares as que produzem tal conhecimento e as situações de aprendizagem são de extrema importância para que conduzam o aluno a esse contexto. Nesse contexto acontece o "pensar matemático, caracterizado por experimentar, interpretar, visualizar, abstrair, conjeturar, errar e demonstrar'. Atitudes de simples exposição e discurso por parte dos professores tornam o aluno com pouca capacidade para construir saberes.

Para Gravina (2001), a construção do conhecimento resulta da interação de processos inter-individuais e intra-individuais, cabendo ao professor um papel fundamental na organização de situações que tornem produtivo o processo de ensino aprendizagem.

Enquanto espaço social de aprendizagem, a sala de aula deve ser organizada sob a forma de situações, nas quais os alunos enfrentam problemas a resolver. É o professor que coloca ou até mesmo prepara essa organização, na qual são postos em relação os conhecimentos e os alunos, dentro de um contesto de interação. Esse contexto permite aos alunos realizarem atividades coletivas, nas quais suas ações são coordenadas e instrumentos cognitivos são elaborados. Fundamentalmente a construção de conhecimentos pelos alunos resulta da interação de processos inter-individuais e intra-individuais, que se desenvolvem dentro de um contexto no qual o professor concebe situações que otimizam essas interações, dando-lhes a oportunidade de desenvolver-se para atingir o objetivo visado (SEMENOVA apud GRAVINA, 2001, p.45).

A organização das atividades de ensino reflete na aprendizagem do aluno e nas relações entre o aluno e o objeto de conhecimento.

As atividades de ensino precisam considerar a apoiar-se no processo operativo da inteligência presente na construção do conhecimento. (...) Para o julgamento e adequação dos métodos de ensino é necessário buscar os elementos presentes na raiz da interação cognitiva. (...) ativar a operatividade da inteligência na aprendizagem escolar constitui o compromisso fundamental para qualquer método de ensino que busque redefinir os papéis dos agentes do processo ensino aprendizagem.( ROSSO apud BRANDT e COLATUSSO, 1999, p.1)

Para Piaget, o conhecimento é visto como uma interação entre o sujeito e o objeto, onde esse último é considerado "como um limite existente, portanto independente de nós, mas jamais completamente atingido" (PIAGET, 1972). Essa unidade, sujeito e objeto, será transformada e a interação se modificará em conseqüência da própria atividade cognitiva do sujeito, isto é, de suas estruturas cognitivas.

Segundo Bigge (1977), existem 4 níveis de situações de ensinoaprendizagem que podem ser classificadas desde o modo de operar "sem pensar" até os que envolvem pensar: o nível de memória, nível de compreensão, nível de desenvolvimento da autonomia e nível de reflexão.

A aprendizagem ao nível de memorização é um tipo de aprendizagem que envolve o armazenamento de fatos na memória e nada mais. Na aprendizagem por memorização relações simples são formadas entre estímulos e respostas sem que isto envolva pensamento.

O autor, coloca, ainda, que a capacidade de memorizar e reter material provavelmente não tem relação positiva com a capacidade de se comportar inteligentemente.

A aprendizagem ao nível da compreensão significa ensinar procurando colocar o aluno em contato com as relações entre uma generalização e os particulares – entre princípios e fatos isolados – procurando desenvolver a utilização dos princípios em situações nas quais possam ser aplicados. O ensino ao nível de compreensão fornece aos alunos uma ferramenta para se comportarem mais inteligentemente. Fornece-lhes subsídios generalizados que podem ser utilizados em situações-problema tanto dentro como fora da escola. Se permanecer ao nível da compreensão, o ensino, pode ser muito autoritário e pouco crítico, pode contribuir para o desenvolvimento do comportamento inteligente por parte do aluno, mas não traz consigo a qualidade de experiência exigida para desenvolver ao máximo o potencial intelectual.

No nível do desenvolvimento autônomo a função do professor na educação é mais negativa que positiva, no sentido de não haver ou de haver pouca liderança ou imposição sobre o pensamento ou comportamento dos alunos. Nesse tipo de ensino não há necessidade de ensino formal, os alunos elaboram projetos e o objetivo é liberar talentos latentes.

O ensino a nível reflexivo também resulta em compreensão, mas, através da reflexão. Ao invés de receberem do professor um conjunto de fatos e generalizações, os alunos são confrontados com algo que é problemático. A aprendizagem do aluno através de reflexões pode se basear nas inadequações e desarmonias da estrutura mental que traz consigo para escola – suas próprias atitudes, valores e conhecimentos. Durante o processo de reflexão, examina os fatos e generalizações disponíveis e tenta encontrar outros novos. Neste nível o aluno tem uma participação mais ativa, é mais aberto a idéias novas e originais.

O preparo dos professores é o grande diferencial para o processo de aprendizagem, conhecendo as teorias que fundamentam esse processo e que explicam como funciona a relação entre o aluno e a aprendizagem.

## 2.2 A Teoria Cognitivista

Neste capítulo queremos abordar as teorias que serviram de subsídio para executar ou realizar o presente trabalho. Teorias Cognitivistas de Jean Piaget e Lev Vygotsky, Teorias de Representação baseadas nos trabalhos Fischbein, Teoria

Construcionista de Papert, Teoria de van Hiele, Teoria das Inteligências Múltiplas de Gardner e Teoria da Aprendizagem Significativa proposta por Ausubel.

#### 2.2.1 As principais idéias de Jean Piaget

A teoria de Piaget proporciona subsídios importantes para o entendimento dos funcionamentos cognitivos que levam à construção do conhecimento. A teoria piagetiana mapeia a evolução cognitiva do indivíduo em situações de interação espontânea com seu objeto de conhecimento, situações diferentes das apresentadas no âmbito da educação onde o professor aplica atividades que induzem o aluno aos resultados que ele deseja. Piaget dedicou-se fundamentalmente ao desenvolvimento intelectual da criança.

A teoria de Piaget apresenta o entendimento dos processos que levam à construção do conhecimento. Na construção do conhecimento o papel da ação mental tem que ser considerado na organização cognitiva do aluno.

Para Gravina (2001), a geometria euclidiana é a parte da matemática voltada aos objetos ou idealizações desses. Esses objetos do mundo real quando são o objetivo do ensino aprendizagem transformam-se em objetos geométricos através de seus conceitos e propriedades.

No processo de ensino e aprendizagem de geometria, as idealizações sofisticam-se e os registros perceptivos transformam-se em objetos geométricos pela conceituação e suas propriedades características. A modelagem matemática organiza as formas idealizadas, possibilitando relações geométricas sempre novas, em novo patamar de conhecimento, através de teoremas e demonstrações que explicitam e explicam relações, muitas vezes surpreendentes, entre os objetos idealizados (GRAVINA, 2001, p. 52).

É a luz da teoria de Piaget que se pode entender esse processo de construção ou evolução do pensamento.

Tomando o desenvolvimento cognitivo de Piaget como base teórica deste trabalho, esta teoria mostra que toda a aprendizagem depende das ações coordenadas do sujeito. O "fazer matemática": experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjeturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar, o aluno agindo como um ser ativo e não passivo e receptor de fatos transmitidos pelo professor. Nesse aspecto formal de aulas, o aluno não recebe nenhum desafio que "provoque" suas capacidades cognitivas onde no máximo o que se obtém dele é memorização e repetição, logo não constrói o conhecimento matemático.

A teoria de desenvolvimento cognitivo proposta por Piaget ajuda a compreender que o pensamento matemático requer habilidades como intuição, senso comum, representação, abstração e generalização, etc... Seu trabalho procura explicar o complexo processo através do qual se dá o desenvolvimento cognitivo da inteligência. Seu trabalho mostra a contínua evolução das estruturas mentais e cujo estágio mais avançado se caracteriza pelo pensamento formal abstrato.

Para Piaget, a construção das estruturas cognitivas começa desde o nascimento. Distingue quatro etapas de desenvolvimento: o nível da inteligência sensório-motora; o nível da representação pré-operatória, o nível das operações concretas e o nível das operações formais.

- o estágio sensório-motor: no início do desenvolvimento, as ações sobre os objetos materiais e exercícios de repetição espontâneo levam à coordenação e generalização das ações e, assim, constituem as primeiras ferramentas intelectuais

   os esquemas.
- o estágio pré-operatório: a criança representa suas ações de caráter sensório-motor e reestrutura no plano do pensamento o que já estava estruturado no plano das ações sensório-motoras – as operações.

"...chamaremos operações ações interiorizadas, quer dizer executadas não mais material, mas interior e simbolicamente e ações que podem ser combinadas de todas as maneiras: em particular, que podem ser invertidas, que são reversíveis(PIAGET apud GRAVINA, 2001, p.20).

Nesta fase as crianças dependem dos objetos concretos para que as ações se constituam em conceitos. Vale aqui dizer que para Piaget a formação de conceitos é condicionada ao aparecimento das estruturas mentais. O domínio dessas estruturas é condicionado ao meio físico e social. O domínio de muitos conceitos só aparecerá aos 8-9 anos.

o estágio operatório concreto: possibilidades de coordenação das operações,
 ações em pensamento. Nesta fase as crianças dependem dos objetos concretos
 para que as ações se constituam em conceitos.

• o estágio das operações sobre objetos abstratos ou estágio operatório formal: é a constituição do pensamento abstrato, é a capacidades de pensar com hipóteses daí tirando novas relações – os raciocínios hipotético-dedutivos; são as generalizações, significando a possibilidade de teorizar.

... só falaríamos de aprendizagem na medida que um resultado (conhecimento ou atuação) é adquirido em função da experiência podendo ser do tipo físico ou do tipo lógico-matemático ou os dois."(PIAGET apud GRAVINA e SANTAROSA, 1998, p. 4)

No primeiro estágio, a criança usa regras próximas à lógicaassociação, generalização e restrição. Percebe-se uma construção lógicomatemática.

"O papel inicial das ações e das experiências lógico matemáticas concretas é precisamente de preparação necessária para chegar-se ao desenvolvimento do espírito dedutivo, e isto por duas razões. A primeira é que as operações mentais ou intelectuais que intervém nestas deduções posteriores derivam justamente das ações: ações interiorizadas, e quando esta interiorização, junto com as coordenações que supõem, são suficientes, as experiências lógico matemáticas enquanto ações mentais resultam já inúteis e a dedução interior se bastará a si mesmo. A segunda razão é que a coordenação de ações e as experiências lógico matemáticas dão lugar, ao interiorizar-se, a um tipo particular de abstração que corresponde precisamente a abstração lógica e matemática."(PIAGET apud GRAVINA e SANTAROSA, 1998, p.4)

Segundo Piaget (1995), a representação mental permite a transição da ação sensório-motora para a ação abstrata. Os esquemas evoluem para conceitos e as ações para operações através da tomada de consciência.

Para explicar o desenvolvimento cognitivo, Piaget introduz os conceitos de assimilação, acomodação e adaptação. Estes conceitos mostram como os desequilíbrios entre experiências e estruturas mentais provocam o desenvolvimento de estruturas cada vez mais ricas, em que um novo objeto de conhecimento é assimilado pelo sujeito através das estruturas já constituídas, sendo o objeto entendido de uma certa maneira. Quando algo novo produz conflitos internos, esses são superados pela acomodação das estruturas cognitivas, e o objeto passa a ser entendido de outra forma. O equilíbrio entre assimilação e acomodação — a adaptação — leva ao desenvolvimento das estruturas cognitivas e à construção do conhecimento.

Assimilação é o processo pelo qual o sujeito adapta cada experiência nova às suas estruturas mentais preexistentes, estruturas essas que não são inatas, já tendo sido adquiridas. Pelo funcionamento dessas estruturas, o sujeito interpreta as novas experiências a partir das anteriores.

Acomodação é o processo que assegura a modificação das estruturas mentais de modo a permitir a inclusão de experiências que ainda não se ajustam às estruturas existentes. Tal processo faz com que as estruturas mentais mudem sob a influência do meio.

Para explicar o desenvolvimento das estruturas decorrentes das interações do sujeito com o meio, que não se restringe aos objetos mas envolve conceitos, Piaget fala em *equilibração*.

Piaget procura explicar o funcionamento cognitivo que garante a evolução das estruturas lógicas através dos conceitos de abstração empírica e abstração reflexionante.

A abstração empírica se apóia sobre os objetos físicos ou sobre os aspectos materiais da própria ação. O sujeito isola propriedades observáveis nos objetos. Por exemplo, peso e cor, são noções abstraídas através da percepção, portanto, empíricas.

A abstração reflexionante apóia-se nas formas de como o sujeito capta o conteúdo em todas as suas atividades cognitivas, para delas retirar certos caracteres e usá-los para outras finalidades que poderão ser novas adaptações ou novos problemas.

O avanço nos estágios de desenvolvimento e os funcionamentos cognitivos são caracterizados pelas abstrações empíricas e reflexionantes.

Cada etapa depende da anterior. A passagem de um nível para outro se caracteriza pela abstração reflexionante. A abstração reflexionante apóia-se sobre todas as atividades cognitivas do sujeito. Esse tipo de abstração leva para um diferente tipo de generalização, que é construtivo e resulta em novas sínteses, entre as quais, as leis particulares adquirem novos significados.

Mediante a abstração reflexionante, o sujeito coordena suas ações e depois suas operações, para delas abstrair características generalizadoras, transformando em objeto de pensamento o que, em patamar inferior, era utilizado de forma implícita.

"todos os atos de criação intelectual são processos de abstração reflexionantes (...) Existe uma transposição, de um nível inferior de construção intelectual para um nível de construção intelectual". (PIAGET apud GRAVINA, 2001, p. 25)

Piaget (1995), registra, na análise de experiência sobre as relações entre área e perímetro de um retângulo que, desde os estágios iniciais de desenvolvimento, há na dialética empírico/reflexionante gradativo enquadramento do primeiro momento pelo segundo, mediante ações que refinam o "olhar empírico" em relação ao observável. A abstração empírica direciona-se a constatações, e a abstração reflexionante direciona-se especialmente as razões que explicam as constatações.

Para Gravina (2001), estes conceitos – abstração reflexionante e abstração refletida – esclarecem o comportamento dos alunos quando em situação de reconstrução de saber matemático. Assim funciona a transposição dos patamares do conhecimento, na direção de explicações mais generalizadoras e, portanto, mais satisfatórias, como no caso da transposição da geometria empírica para a geometria dedutiva.

Há exemplos reveladores da presença destes funcionamentos no avanço do conhecimento científico. A história do desenvolvimento da geometria também revela um processo de sucessivas abstrações reflexionantes. A geometria, na antigüidade era uma ciência prática para a solução de problemas de medidas e

culminou com um caráter abstrato em os "Elementos de Euclides", que toma como ponto de partida axiomas os quais são concebidos sem provas e a partir dos quais novas verdades são estabelecidas mediante raciocínios dedutivos.

A teoria de Piaget serviu como base teórica para outras teorias como a teoria construcionista de Papert, a teoria de Van Hiele etc.

## 2.2.2 As principais idéias de Vygotsky

O tema principal da teoria de Vigotsky é que a interação social tem um papel fundamental no desenvolvimento da cognição.

O tema central da teoria de Vygotsky é a relação entre o pensamento e a linguagem. A ação cognitiva não é inata, mas são produtos das atividades praticadas nas instituições sociais da cultura em que o indivíduo cresce. A história da sociedade em que uma criança vive e a história pessoal dessa criança são determinantes cruciais da maneira em que esse indivíduo pensará. A língua é uma ferramenta para determinar como a criança aprenderá a pensar, o pensamento é transmitido à criança através de palavras. A inter-relação entre o desenvolvimento e a língua é necessária para a compreensão do desenvolvimento intelectual.

Em sua teoria, a linguagem possibilita intercâmbio social. A linguagem tem relação com o desenvolvimento psicológico.

O segundo aspecto da teoria de Vygotsky é a existência do conceito do que ele chamou de "zona do desenvolvimento proximal". A zona do desenvolvimento proximal é a diferença entre a capacidade da criança resolver problemas ela própria e sua capacidade de resolvê-los com auxílio. Ou seja, o nível de desenvolvimento real consulta a todas as funções e atividades que uma criança pode executar por seus próprios meios; independente, sem ajuda externa. Por outro lado, a zona de desenvolvimento proximal inclui todas a atividades que uma criança ou um aluno podem executar somente com o auxílio de uma outra pessoa, ou ajuda externa. A pessoa nesse processo, poderia ser um adulto, pai, professor etc. ou um outro colega que dominasse essa função.

A zona de desenvolvimento proximal tem muitas implicações para aqueles ligados à educação. Uma delas é a idéia de que a aprendizagem humana pressupõe uma natureza social específica e é parte de um processo por que as crianças crescem na vida intelectual com influência daqueles que as cercam. De acordo, com Vygotsky, uma característica essencial da aprendizagem é que desperta uma variedade dos processos de desenvolvimento internos que podem se operar somente quando a criança está na ação da interação com as pessoas em seu ambiente e na cooperação com seus colegas.

Para Vygotsky, a criança além de ser um elemento ativo, ela é também interativa, porque forma conhecimentos e se constitui a partir das relações intra e interpessoais. É na troca com outros sujeitos e consigo próprio que ocorre a verdadeira aprendizagem.

## 2.2.3 Contribuições da Teoria Construcionista de Papert

Na filosofia de educação proposta por Papert, desenvolvida concomitantemente ao Logo, para a utilização da informática no ensino e aprendizagem de matemática, particularmente da geometria, é criado um ambiente diferente para a aprendizagem.

Influenciado por Piaget com quem Papert trabalhou durante muitos anos, Papert observa que a criança deve ser vista como construtora do seu próprio conhecimento, daí o nome Teoria Construcionista.

Para Papert, a educação tradicional codifica o que ela pensa que os cidadãos precisam saber, e na sua teoria a criança descobre por si mesma o conhecimento específico de que precisa.

Segundo Fainguelernt (2001), o trabalho de Papert está pautado em uma psicologia genética, incluindo a preocupação com o afetivo, e aplicado ao ambiente de aprendizagem Logo (que este chama de "micromundo"), ampliando a ênfase cognitiva dos estudos desenvolvidos por Piaget.

Interpretando o construtivismo piagetiano, gera uma teoria de educação que ele denominou construcionismo:

O Construcionismo é uma filosofia de filósofos educacionais que não coloca em dúvida a instrução como tal. Isso seria tolo: mesmo a afirmativa (endossada, quando não originada, por Piaget) de que cada ato de ensino priva a criança de uma oportunidade para a descoberta...(PAPERT, 1994, p.124)

Segundo o autor a meta do construcionismo é ensinar de forma a produzir a maior aprendizagem possível a partir do mínimo de ensino.

Considerando a matemática como uma das disciplinas onde a criança tem mais dificuldades de aprende. Papert acredita que um caminho para melhorar a instrução é oferecer às crianças micromundos interessantes nos quais elas possam usar a matemática, ou pensar sobre ela, ou brincar com ela.

Para Piaget, a criança constrói mentalmente o seu conhecimento através de ações; Papert, completa que é importante que ela construa algo palpável externamente, reflita sobre o que foi construído na mente, isto é, passa do concreto para o abstrato e do abstrato para o concreto, chegando ao desenvolvimento dos estágios de pensamento mais elevados considerados por Piaget. O Construcionismo, complementa o Construtivismo. (Fainguelernt, 1999. p. 35)

Ainda, segundo Papert, o ato de passar do abstrato para o concreto é o que ele denomina de bricolage ou pensamento concreto em que no ato de pensar, o sujeito cria modelos, faz simulações e analogias, experimenta e erra, adentrando por caminhos e formas de pensamento que não correspondem aos padrões formais e analíticos registrados pela epistemologia.

A epistemologia tradicional baseia-se na proposição, tão intimamente ligada ao meio do texto-escrito e especialmente expresso. Bricolage e pensamento concreto sempre existiram, mas foram marginalizados em contextos eruditos pela privilegiada posição do texto. À medida que passamos para a era da informática e que meios novos e mais dinâmicos surgirem, isso mudará...( PAPERT apud GRAVINA, 2001, p. 3

#### 2.2.4 O Modelo de Van Hiele

Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof, investigaram o desenvolvimento do pensamento geométrico e seus resultados começaram a ser publicados em 1959.

O modelo de van Hiele do pensamento geométrico se coloca como guia para a aprendizagem e para a avaliação das habilidades dos alunos em geometria. O mesmo consiste de cinco níveis de compreensão, chamados visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor que descrevem as características do processo de pensamento.

Pierre van Hiele percebeu que os problemas e tarefas apresentadas às crianças freqüentemente requerem vocabulário, conceitos ou conhecimentos de propriedades além do nível de pensamento da criança. Numa sala de aula, as crianças pensam em diferentes níveis, diferem umas das outras e também do professor. Usam freqüentemente palavras e objetos de formas diferentes das empregadas pelos seus professores e pelo livro texto.

Segundo van Hiele, percebe-se também que o crescimento cronológico das idades, não produz, automaticamente um crescimento nos níveis de pensamento e que decididamente poucos estudantes atingem o último nível.

#### Os níveis de van Hiele:

- Nível 0 visualização ou reconhecimento. Neste estágio inicial, os alunos raciocinam basicamente por meio de considerações visuais. As figuras geométricas são reconhecidas pela aparência global, mas os alunos não explicitam as propriedades da figura; o aluno reconhece o que é um quadrado ou um retângulo mas não sabe explicar o por quê.
- Nível 1 análise. Neste nível os alunos raciocinam sobre conceitos geométricos, por meio de uma análise informal de suas partes e atributos através de observação e experimentação. Os alunos começam a perceber que cada ente geométrico tem uma característica, o que determina propriedades para cada um, mas ainda não os relaciona. Neste nível os alunos reconhecem a figura por suas partes.
- Nível 2 dedução informal ou ordem. Neste nível os alunos formam definições abstratas, podendo estabelecer inter-relações das propriedades nas figuras. São capazes de acompanhar demonstrações formais mas não conseguem manipular a lógica sozinhos assim como construir provas. Podem também distinguir entre a necessidade e a suficiência de um conjunto de propriedades no estabelecimento de um conceito geométrico. Assim, classes de figuras são reconhecidas, inclusão e intersecção de classes são entendidas; entretanto, o aluno neste nível não compreende o significado de uma dedução como um todo, ou o papel dos axiomas. Provas formais podem ser acompanhadas, mas os alunos não percebem como construir uma prova, partido-se de premissas diferentes.
- Nível 3 dedução formal. Neste nível os alunos desenvolvem seqüências de afirmações deduzindo uma afirmação a partir de uma outra ou de

outras. A relevância de tais deduções é entendida como um caminho para o estabelecimento de uma teoria geométrica. Os alunos são capazes de compreender a geometria como um sistema axiomático, entendem a relação entre definições, axiomas, postulados, teoremas e suas recíprocas demonstrações, podendo até realizar demonstrações sozinhos através dessas relações que agora compreendem.

 Nível 4 – rigor. Neste nível o aluno trabalha com vários sistemas axiomáticos podendo relacioná-los. Podem compreender a geometria não-euclidiana e as abstrações geométricas.

O modelo de van Hiele possui propriedades importantes que devem ser reconhecidas pelos professores para que percebam o nível em que se encontram os alunos e assim possam desenvolver a metodologia adequada para o bom aproveitamento do grupo.

(a) Hierarquia: os níveis obedecem a uma seqüência , isto é para atingir certo nível o indivíduo deve passar anteriores; (b) lingüística: cada nível tem sua própria linguagem, conjunto de símbolos e sistemas de relações; (c) intrínseco e extrínseco: o que está implícito num nível passa a ser explícito no próximo nível; (d) avanço: o progresso entre os níveis depende mais de instrução do que da idade e maturidade do aluno; (e) desnível: não há entendimento entre duas pessoas que estão raciocinando em níveis diferentes ou se a instrução é dada num nível mais avançado que o atingido pelo aluno. (NASSER, 1989, p. 31-35)

Fases do aprendizado: os van Hiele afirmam que o progresso ao longo dos níveis dependem mais da instrução recebida do que da idade ou da maturidade. Portanto o método e o material usados, são importantes áreas de preocupação pedagógicas. Propuseram cinco fases seqüenciais de aprendizado:

- interrogação: nesta fase o professor e o aluno conversam e desenvolvem atividades envolvendo os objetos de estudo do respectivo nível.
- orientação dirigida: os alunos exploram o tópico de estudo através do material que o professor ordenou em seqüência. Essas atividades deverão revelar gradualmente aos alunos as estruturas características desse nível. Assim grande parte do material serão tarefas com o objetivo de suscitar respostas específicas.
- explicação: baseando-se em suas experiências anteriores, os alunos expressam e trocam suas visões sobre as estruturas que foram observadas. Além de orientar os alunos no uso de uma linguagem precisa e adequada, o papel do professor é mínimo.
- orientação livre: o aluno vê-se diante de tarefas mais complexas –
   tarefas com muitos passos, tarefas que podem ser concluídas de diversas maneiras e tarefas de final aberto.
- interrogação: os alunos revêem o que aprenderam com o objetivo de formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações. O professor pode auxiliar nesta síntese.

Para Crowley, M. L.(1996), o modelo do pensamento geométrico e as fases de aprendizagem desenvolvidos pelos van Hiele propõem um meio de identificar o nível de maturidade geométrica dos alunos e indicam caminhos para ajudá-los a avançar de um nível para outro. Ressalta-se o ensino mais do que a maturidade, como o fator que contribui mais significativamente para esse desenvolvimento. Segundo a autora:

Agora são necessários professores e pesquisadores para se aprimorarem as fases da aprendizagem , desenvolver materiais baseados no modelo de van Hiele e implementar o uso desses materiais e essa filosofia no contexto da sala de aula. O raciocínio geométrico pode ser acessível a todas as pessoas (CROWLEY, 1996, p. 19)

# 2.2.5 Contribuições da Teoria de Fischbein

A teoria de Fischbein trata das cognições referindo-se a aspectos cognitivos tanto representativos como criativos que ele afirma serem essencialmente componentes estruturais de todo comportamento adaptativo.

O objeto geométrico é tratado como tendo duas componentes, uma conceitual e outra figural. A componente conceitual através da linguagem falada ou escrita, expressa propriedades que caracterizam uma certa classe de objetos. Definições e regras formalmente estabelecidas determinam o significado dos objetos tratados pela matemática. A componente figural corresponde a imagem mental que associamos ao conceito. A harmonia entre esses dois conceitos é que determina a noção correta sobre objeto geométrico. O componente figural é de natureza visual (forma, posição, tamanho) e se expressa através do desenho.

Na formação da imagem mental, o desenho associado ao objeto geométrico desempenha papel fundamental. O desenho é um suporte concreto de expressão e entendimento do objeto geométrico. Para os alunos, não é claro que o desenho é apenas a representação do objeto geométrico, deixam em segundo plano as propriedades abstratas que dão existência ao objeto.

Para Fischbein, os alunos têm dificuldades para manipular objetos geométricos, tendem a negligenciar o aspecto conceitual pela pressão de restrições do desenho e segundo ele é um dos maiores obstáculos para o aprendizado de geometria.

O mundo real lida com a credibilidade intrínseca oferecida pelos objetos reais, com operações realizadas na prática e com objetos concretos enquanto que o mundo da matemática lida com um tipo de certeza estabelecidas por leis formais, trabalha com o abstrato cuja existência está nos postulados, usa deduções através de provas formais. Os dois mundos, real e matemático, são fundamentalmente diferentes mas o mundo das construções matemáticas tem a possibilidade de refletir as características das relações do mundo real.

Mariotti (1994, apud Gravina, 2001) relata a experiência de uma situação didática projetada para o estabelecimento de um processo dialético de construção de conceitos figurais de modo a obter-se a harmonização dos componentes conceitual e figural. Essa situação didática desenvolve-se por via de discussão coletiva, em primeiro momento, de forma espontânea pelos alunos expressando seus conceitos geométricos. Em um segundo momento o professor intervem provocando uma discussão sobre as generalidades e particularidades dos objetos de estudo; essa discussão gera uma reconstrução de conceitos.

... as noções e as afirmações podem ser conceitualmente evidentes e intrinsecamente verdadeiras somente porque elas são realmente, em certas circunstâncias, comportamentalmente significativas.(FISCHBEIN apud FAINGUELERNT, 1999, p.40)

### 2.2.6 A Teoria das Inteligências Múltiplas

Gardner desenvolveu sua pesquisa com base em estudos realizados em neurobiologia. Através de uma visão pluralista da mente, reconhece "que as pessoas têm forças cognitivas diferenciadas e estilos contrastantes". (1995, p.13).

Gardner identifica sete inteligências em cada pessoa e afirma que o apuramento dessas inteligências em cada um depende de um regime educacional que o ajude a atingir o seu potencial máximo através de uma variedade de disciplinas e atividades.

As sete inteligências tratadas seriam: a lingüística, a musical, a lógicomatemática, a inteligência espacial, a corporal-cinestésica e as pessoais que são inteligência interpessoal e intrapessoal.

Acreditamos que nosso trabalho está mais relacionado a inteligência espacial e a inteligência lógico-matemática.

As competências espaciais estão intimamente ligadas e se iniciam a partir de observações que as pessoas fazem do mundo visual. Este autor reconhece que a inteligência espacial acarreta algumas capacidades como:

... a capacidade de reconhecer exemplos do mesmo elemento; a capacidade de transformar ou reconhecer uma transformação de um elemento em outro; a capacidade de evocar formas mentais e então transformar estas formas; a capacidade de produzir uma representação gráfica de informações espaciais; e similares. De modo concebível, estas operações são independentes entre si e poderiam se desenvolver ou falhar separadamente. (GARDNER, 1995, p.137)

Ele exemplifica onde essas capacidades espaciais poderiam ser usadas: na orientação, no reconhecimento de objetos e cenas, em trabalhos com representação gráfica, na distinção de similaridades entre dois domínios de experiência aparentemente remotas.

Gardner quis ressaltar, com a identificação das sete inteligências, a pluralidade do intelecto e para ele a escola deveria desenvolver essas inteligências e ajudar as pessoas a atingirem seus talentos.

O propósito da escola deveria ser o de desenvolver as inteligências e ajudar as pessoas a atingirem objetivos de ocupação e passatempo adequados ao seu espectro particular de inteligência. As pessoas que são ajudadas a fazer isso, acredito, se sentem mais engajadas e competentes e, portanto, mais inclinadas a servirem a sociedade de uma maneira construtiva.(GARDNER apud FAINGUELERNT, 1999, p. 46).

Segundo o autor a inteligência espacial é "... uma ferramenta útil, um auxílio ao pensamento, uma maneira de captar informações, uma maneira de formular problemas ou como o próprio meio para resolver problemas" (1995, p.149)

# 2.2.7 A Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel

David Ausubel é um representante do cognitivismo e, como tal, propõe uma explicação teórica do processo de aprendizagem, segundo o ponto de vista cognitivista. Para ele, aprendizagem significa organização e integração do material na estrutura cognitiva. Para ele, o fator isolado que mais influencia a aprendizagem é aquilo que os alunos já sabem.

Para Ausubel (1977), a repercussão das experiências educacionais formais sobre o crescimento pessoal do aluno está também condicionada pelos conhecimentos prévios pertinentes com os quais inicia sua participação nas mesmas. Esses experimentos podem ser resultado de experiências escolares anteriores ou de aprendizagens espontâneas.

A experiência cognitiva não apenas está ligada aos conceitos prévios mas também a modificações da estrutura cognitiva pela influência do material aprendido. Há um processo de interação dos conceitos prévios com o novo material.

O conceito central da teoria de Ausubel é o de Aprendizagem Significativa. É um processo pelo qual uma nova informação relaciona-se com algum aspecto relevante da estrutura de conhecimento que o aluno já detém. A esse conhecimento Ausubel chama de subsunçor.

... os subsunçores existentes na estrutura cognitiva podem ser abrangentes e bem-desenvolvidos, ou limitados e pouco desenvolvidos, dependendo da freqüência com que ocorre aprendizagem significativa com um dado subsunçor. (Moreira, 1999. p.153)

As crianças pequenas quando atingem a idade escolar já possuem um conjunto de conceitos que permitem a ocorrência da aprendizagem significativa. A

partir daí, os novos conceitos são adquiridos através de assimilação, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa de conceitos.

Para Ausubel é necessário que o material a ser aprendido seja relacionado à estrutura cognitiva do aprendiz de maneira que o mesmo tenha em sua estrutura os subsunçores adequados.

Para tornar mais claro o processo de aquisição e organização da estrutura cognitiva, Ausubel, propõe a teoria da assimilação que é um processo que ocorre quando um conceito inclusivo é modificado através da aquisição de uma nova informação potencialmente significativa.

### Princípios da Teoria:

- As idéias gerais de um assunto devem ser apresentadas primeiramente e progressivamente diferenciando-se nos detalhes e nas especificidades.
- 2) Os materiais instrutivos devem integrar o material novo com informações previamente apresentadas com as comparações entre idéias novas e as já existentes.

Tarefas do professor para facilitar a aprendizagem significativa:

- Identificar a estrutura conceitual e proposicional da matéria de ensino,
   identificar conceitos unificadores e organizá-los de forma hierárquica;
- Identificar quais os subsunçores relevantes para a aprendizagem do conteúdo;

- Diagnosticar aquilo que o aluno já sabe, identificar entre os subsunçores aqueles que estão disponíveis na estrutura cognitiva do aluno;
- Ensinar utilizando recursos e princípios que facilitem a aquisição da estrutura conceitual da matéria de ensino de uma maneira significativa. Ensinar com base no que foi identificado na estrutura cognitiva preexistente do aluno.

O ensino deve orientar de forma progressiva a construção de significados.

O aluno é o responsável final por essa construção na medida em que ele próprio constrói o seu conhecimento, atribuindo significados ao seu aprendizado, mas é o professor quem determina com o seu ensino, através de atividades, a maneira como o aluno vai se guiar para a construção do seu conhecimento. Partindo dessa reflexão, analisamos os dados encontrados na pesquisa fundamentando a análise nas teorias citadas.

### 3 A natureza da matemática

Se buscarmos a natureza da matemática a partir da história da sociedade, teremos, sem dúvida, a visão de uma matemática que transforma a realidade.

Os primeiros indícios de construção do conhecimento matemático são heranças dos povos egípcios (2500 até 320 a.C) e babilônios (1800 a 600 a.C). Esses povos usavam a matemática para resolução de problemas práticos geralmente ligados ao comércio, cálculo de impostos, construção de habitações, medidas de terras. Devemos aos babilônios a atual divisão da circunferência em 360 partes iguais.

A civilização grega dedicou-se fundamentalmente à organização formal.

Tales de Miletus (624-548 a.C) é colocado pela tradição como o primeiro matemático grego, ele viveu na época em que o comércio era intenso com o Egito.

A idéia de demonstrar a verdade de uma proposição que tenha sido descoberta intuitivamente aparece primeiramente com Tales. Assim a matemática ganhou uma linguagem simbólica. O mais importante registro dessa época está no livro Os Elementos de Euclides (séc. III a.C).

Passou-se, então, para uma matemática formal. A obra de Euclides, era dedicada aos fundamentos a ao desenvolvimento lógico e sistemático da geometria. É a obra máxima da Matemática grega.

Essa concepção de que o conhecimento matemático pode existir de forma abstrata influenciou decisivamente a matemática que ensinamos hoje na escola.

## 3.1.0 Ensino de Geometria – Considerações históricas

No final do século XVIII havia no Brasil dois tipos de ensino, o ensino clássico-literário, ministrado nas escolas religiosas e havia as escolas militares onde o conhecimento era específico e as aulas de geometria, álgebra, aritmética, trigonometria e outras estruturavam os cursos para a formação de artilheiros, engenheiros, mão-de-obra especializada.

Segundo Valente, (1999), um dos primeiros professores preocupados com o ensino de geometria foi Francisco Vilela Barbosa que em 1815 escreveu seus Elementos de Geometria. Nosso segundo professor foi Cristiano Benedito Ottoni.

Em 1845, Cristiano Benedito Ottoni publicou seu trabalho denominado Juízo Crítico sobre o Compêndio de Geometria que foi adotado pela Academia da Marinha do Rio de Janeiro. Neste trabalho Ottoni faz critica aos compêndios usados na Academia.

Na verdade, trata-se de uma discussão, por esse tempo, entre saberes escolares. Não se trata de uma disputa no âmbito da ciência matemática. Uma querela que foge a discussão matemática dessa época, do saber matemático. As ferramentas utilizadas por Ottoni são escolares, didático-pedagógicas, e as críticas tomam como objeto textos construídos especialmente para o ensino (VALENTE, 1999, p.55).

Até finais dos anos de 1920, a matemática escolar brasileira era dependente dos livros de matemática franceses, a estruturação do ensino de matemática no Brasil era dada por traduções, compilações e adaptações de manuais franceses.

Para o curso da Academia da Marinha, desde sua criação em Lisboa, Bézout é o autor adotado. Em 1763 Etienne Bézout é encarregado de escrever um *curso matemático* para os oficiais ... A tradução de Bézout para a língua portuguesa está ligada diretamente à criação da Faculdade de Matemática na Universidade de Coimbra, por Pombal (VALENTE, 1999, p. 47).

Em novembro de 1927 foi assinada uma nova proposta para o ensino de matemática.

...Tratava-se de "adotar os métodos de ensino da Matemática Elementar, introduzidos pela grande reforma que o professor Klein iniciou na Alemanha". Um dos pontos capitais da proposta era o de "acabar com a divisão da ciência Matemática em partes distintas e separadas Aritmética, Álgebra e Geometria". (VALENTE, 2002, p. 42)

O professor que estava à frente dessa modernização para o ensino era Euclides Roxo (Colégio Pedro II). Em 1930, Francisco Campos assumiu o Ministério da Educação e em 1931 a proposta de modernização do ensino ganhou caráter nacional com a chamada "Reforma Francisco Campos".

Um dos trechos das instruções pedagógicas da Reforma sintetizava o sentido da modernização:

A Matemática será sempre considerada como um conjunto harmônico cujas partes estão em intrínseca e íntima correlação. A acentuação dará dos três pontos de vistas — Aritmético, Algébrico e Geométrico — não deve, por isso, estabelecer barreiras intransponíveis, que impeçam o estudante de perceber a conexão entre aquelas disciplinas (BICUDO, apud VALENTE, 2002, p.43).

O professor Euclides Roxo lança em 1929 o livro Curso de Mathemática Elementar. Neste livro, álgebra e geometria têm conexão "será através da geometria, com aplicação de noções intuitivas que, passo a passo, serão introduzidos os conteúdos da Álgebra e da Aritmética." (VALENTE, 2002, p.45).

O livro de Euclides Roxo tinha como objetivo a modernização do ensino no Brasil. Sua principal intenção era a reestruturação da seqüência de conteúdos a ensinar, visando a fusão da álgebra, aritmética e geometria.

Esta fusão de conteúdos foi por muitos professores chamada de "confusão de assuntos" (THIRÉ e SOUZA, apud VALENTE, 2002, p. 46).

O fracasso da proposta de Euclides Roxo para um novo ensino de Matemática não demorou muito e uma nova reforma do ensino conhecida sob o nome de Reforma Gustavo Capanema foi promulgada em 1942. Nela a aritmética, a álgebra e a geometria são apresentadas separadamente.

Até a década de 50, a Geometria era ensinada na sua forma dedutiva para os alunos mais jovens até os cursos de Engenharia, Arquitetura, Ciências Exatas e cursos de desenvolvimento tecnológico. Porém, por esse sistema de idéias ser muito complexo e abstrato, muitos alunos recorriam à memorização.

No final da década de 50, surge o Movimento da Matemática Moderna que influenciaria o ensino de matemática não só no Brasil, mas em outros países.

A matemática moderna nasceu com um movimento educacional inscrito numa política de modernização econômica e foi posta na linha de frente por se considerar que juntamente com a área de Ciências Naturais, ela se constituía em via de acesso privilegiado para o pensamento científico e tecnológico.

A constatação de que o ensino da matemática estava à deriva em relação ao progresso técnico-científico, e, que o currículo estava desconectado da realidade industrial fez com que vários grupos de pesquisa se lançassem a esse novo desafio – inovar os currículos escolares, atender e acompanhar o acelerado avanço tecnológico (FÉLIX, 2001, p.110).

Para Scipione o movimento da Matemática Moderna foi um dos movimentos mais importantes nas últimas décadas que teve larga repercussão no mundo.

... o movimento que se convencionou chamar de "Matemática Moderna", com larga repercussão no mundo a partir da década de 60. Penso que nem todos sabem que esse movimento, cujo núcleo de propulsão estava nos Estados Unidos, teve origem num susto que os americanos e também outras culturas ocidentais tiveram quando a União Soviética lançou no espaço a primeira nave tripulada, a Vostok em 1961 [....] Alarmados com o desenvolvimento científico dos russos que eles avaliavam como inimigos, os responsáveis nos EEUU pelos caminhos da educação viram que não possuíam massa crítica para enfrentar os desafios das novas tecnologias e muito menos currículos e cursos adequados nas áreas das ciências para atender a esse desenvolvimento. O desafio era: mudava-se a escola ou ficava-se relegado a um segundo plano. (SCIPIONE, 2001, p. 6)

O ensino da Geometria Euclidiana é modificado e passa-se para a Teoria dos Conjuntos e para a Álgebra Vetorial.

A geometria não faz parte do currículo da matemática, "... nas escola e faculdades surgem as matérias "só de geometria", como por exemplo o Desenho Geométrico, ocorrendo, então, uma separação da Geometria e da Matemática"(KUBCZEWSKI, 2002, p.44).

O ensino passou a ter preocupações excessivas com abstrações internas à própria matemática, mais voltada à teoria do que a prática.

No Brasil a matemática moderna foi veiculada principalmente pelos livros didáticos e teve grande influência.

O movimento da Matemática Moderna teve seu refluxo a partir da constatação da inadequação de alguns de seus princípios e das distorções ocorridas na sua implantação.

Muitos conteúdos tradicionais se apresentavam de maneira equivocada sepultados pela matemática moderna, entre eles a geometria clássica. Estão agora emergindo com grande força, através do estudo das figuras e suas relações e propriedades (SÁNCHEZ apud FÉLIX, 2001, p.114).

A partir da década de 70, essa matemática moderna começa a ser repensada pelos estudiosos.

Em 1980, o National Concil of Teacher of Mathematics – NCTM - dos Estados Unidos apresentou recomendações para o ensino da matemática no documento "Agenda para Ação", onde o destaque era a resolução de problemas. Essas idéias influenciaram as reformas que ocorreram mundialmente a partir de então. Entre os pontos, podemos destacar:

- direcionamento do ensino fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores;
- importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento;
- ênfase na resolução de problemas, na exploração da matemática a partir do cotidiano do aluno;
- necessidade de levar os alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia e a acompanharem sua permanente renovação.

Essas idéias vêm sendo discutidas no Brasil e algumas aparecem incorporadas pelas propostas curriculares das Secretarias de Estado e Secretarias Municipais de Educação. Mas é importante salientar que ainda hoje os conteúdos que constituíam os currículos de matemática estão nas salas de aula e nos planos dos professores com grande ênfase.

Dentre os trabalhos que se destacam é o Programa de Etnomatemática com suas propostas alternativas para a ação pedagógica.

O Programa de Etnomatemática procura delinear possíveis caminhos que valorizem os desejos, a cultura e o meio social dos alunos.[...] De acordo com esta perspectiva, a matemática é considerada uma ferramenta para que o aluno possa articular seus conhecimentos na resolução de problemas, confirmando o pressuposto de que todas as disciplinas são importantes e inter-relacionadas e favorecendo, assim, a contextualização e a transdisciplinaridade com ênfase na cultura para se obter a transcendência (DOMINGUES, 2003, p. 35).

A etnomatemática do ponto de vista educacional, procura entender os processos de pensamento, os modos de explicar, de entender e de atuar na realidade, dentro do contexto cultural do indivíduo.

O artigo "Um Estudo Etnomatemático" de Sanchez, (2002), exemplificanos muito bem esse objetivo da etnomatemática. Em uma cidadezinha do interior do
estado do Mato Grosso, em conversa com os moradores da cidade ele descobriu
que a unidade de medida de área que era usada recebia o nome de "litro" e que para
os moradores litro é a unidade de medida correspondente a uma área que pode ser

plantada com a quantidade de um litro de sementes. Ainda nos relatos obtidos uma nova maneira de calcular volumes através da contagem de espigas de milho: 130 espigas de milhos, sendo a metade de tamanho médio e a outra metade de tamanho grande corresponde a um volume de 100 litros. Com este trabalho Sanchez quis mostrar que a geometria está presente no dia a dia da população rural e que por necessidade essa população criou maneiras próprias para resolver problemas do seu cotidiano, maneiras estas que não são ensinadas na escola.

Em 1998, foram criados pelo MEC, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 5ª à 8ª série para ajudar o professor a preparar os seus alunos para um mundo competitivo. Os PCN de Matemática de 5ª à 8ª séries do ensino fundamental retomam o ensino de geometria através de construções geométricas com régua e compasso, não só no estudo da geometria mas associadas a outros conteúdos nas aulas de Matemática. Esse resgate da Geometria acontece devido à pesquisas realizadas a respeito do ensino de geometria, dos questionamentos em relação ao abandono desse ramo da matemática.

São inúmeros os trabalhos desenvolvidos por grupos de pesquisas ligados a universidades, mas também são bastante desconhecidos de parte considerável dos professores.

A preocupação em se resgatar a Geometria como uma das áreas fundamentais da Matemática tem levado muitos professores e pesquisadores apoiados em teorias cognitivistas a se dedicarem à reflexão e à elaboração, implementação e avaliação de alternativas, que busquem superar as dificuldades não

raro encontradas na abordagem desse tema, no ensino fundamental ou em níveis superiores de ensino.

#### 4 Currículo

Têm sido várias as razões para se justificar a matemática na escola. Podemos destacar a utilidade prática no cotidiano, ou uma disciplina que serve de "escada" para o curso superior, uma disciplina importante dependendo da escolha da profissão, desenvolvimento cognitivo entre outros. Um ou outro aspecto é mais importante dependendo da época em que vivemos ou das necessidades da sociedade. Hoje exige-se capacidade para formular e resolver problemas, de raciocinar criticamente, de modelar situações, de analisar criticamente processos e resultados. Todos os cidadãos devem ter acesso a uma formação que, muito para além dos aspectos utilitários da matemática, valorize a compreensão da natureza da matemática, das suas características como modo de pensar e como atividade humana.

A preocupação em se organizar o ensino de Matemática no Ensino Fundamental tem levado muitos professores a se dedicarem à elaboração de alternativas para superar as dificuldades envolvendo esta disciplina, colocando a Geometria como um dos focos.

É com a perspectiva de pensar sobre o que devemos ensinar, o que não ensinamos, o que devemos enfatizar, quando ensinar e como ensinar e até onde aprofundar os conhecimentos científicos que propomos uma reflexão sobre o currículo do ensino de Geometria no Ensino Fundamental.

A função do professor é retraduzir o conhecimento científico historicamente construído, em conhecimento escolar, compreensível e assimilável pelos alunos. Considerando a complexidade do saber científico, faz-se necessário selecionar questões, privilegiar aspectos, distribuir ações no tempo, organizar conteúdos e níveis de aprofundamento, tendo em vista as possibilidades de compreensão dos alunos.(Secretaria de Educação, 1997. p. 16)

O processo de ensino e aprendizagem deve ser entendido como um processo interativo entre o aluno e o conteúdo ensinado a partir de reflexões em situações problematizadoras. É função do professor organizar situações didático-pedagógicas que estimulem o aluno à aprendizagem, para isso é de extrema importância a organização do currículo escolar de maneira coerente, uma vez que a aprendizagem ocorre de maneira progressiva e gradual.

Currículo é toda ação pedagógica refletida, que se realiza na escola, e a partir dela, para que se concretize a aprendizagem. São as atividades dentro e fora da sala de aula e que contribuem para o desenvolvimento dos alunos. Portanto é muito mais do que simples grade de matérias ou um elenco de conteúdos. O currículo escolar contempla um conjunto de conhecimentos relacionados e interdependentes, com diversos níveis de complexidade e ampliação de conceitos. Através do currículo realiza-se a difusão do conhecimento científico acumulado pela humanidade. (Secretaria da Educação, 1997. p.22)

O currículo deve levar em conta as condições reais nas quais o projeto vai ser realizado, não devendo, entretanto suplantar a iniciativa dos professores.

... o currículo é um guia para os encarregados de seu desenvolvimento, um instrumento útil para orientar a prática pedagógica, uma ajuda para o professor. (COLL, 2001. p.44)

Para cumprir com êxito as suas funções, Coll (2001), distingue os componentes do currículo: o que ensinar, quando ensinar, como ensinar e que, como e quando avaliar.

O currículo deve proporcionar informações sobre o que ensinar, deve conter conteúdos que é o que chamamos de "a experiência social culturalmente aceita": conceitos, sistemas explicativos, habilidades, normas, valores etc., e objetivos (entende-se por objetivo o crescimento pessoal que se deseja provocar, favorecer ou facilitar mediante o ensino). Deve conter informações sobre quando ensinar, os conteúdos e os objetivos devem estar em uma seqüência de ação. Seqüência por série dos objetivos e conteúdos de cada área. Deve relacionar, de forma gradual, todas as experiências que possam ser desencadeadas e promovidas no ambiente escolar. Deve conter informações de como ensinar, ou seja, a maneira de estruturar as atividades em que os alunos participarão a fim de atingir os objetivos propostos. Estabelece a metodologia de trabalho e os recursos necessários para desencadear a ação educativa. E, por último, a avaliação, que é o momento onde o professor culmina sua ação pedagógica verificando se a mesma responde adequadamente ou se são necessárias correções no seu projeto.

Para Coll(2001), o currículo é um projeto de atividades educativas que define suas intenções e proporciona um guia de ações adequadas à prática em sala de aula.

... estão relacionados entre si e condicionam-se mutuamente, pois tratam de diferentes aspectos de um mesmo projeto: enquanto o primeiro (que ensinar?) explicita as intenções, os três restantes (quando ensinar?, como ensinar?, que, como e quando avaliar?) referem-se mais ao plano de ação a ser seguido de acordo com elas. Um dos problemas intrínsecos na elaboração do currículo reside em decidir como concretizar esses diferentes elementos [...] e em assegurar a coerência de todos eles. (COLL, 2001. p. 45)

Para Sacristán (2000), o currículo é um projeto ou plano educativo, pretenso ou real, composto de diferentes aspectos, experiências, conteúdos, etc e que este supõe a concretização dos fins sociais e culturais, de socialização, que se atribui à educação escolarizada. Quando se define um currículo estamos concretizando a função da escola e estamos enfocando-a em um momento histórico e social.

O currículo, como projeto baseado num plano construído e ordenado, relaciona a conexão entre determinados princípios e uma realização dos mesmos, algo que se há de comprovar e que nessa expressão prática concretiza seu valor. É uma prática na qual se estabelece um diálogo, por assim dizer, entre agentes sociais, elementos técnicos, alunos que reagem frente a ele, professores que o modelam, etc. (SACRISTÁN, 2000. p. 16)

O currículo acaba numa prática pedagógica, sendo a expressão da função social da escola por esse motivo apresenta todo tipo de prática escolar.

Para a elaboração e implementação do currículo deve-se observar alguns aspectos, "é que a elaboração do currículo obedece ao estabelecimento de prioridades de acordo com as finalidades da educação escolar e o público a que se destina." (Saviani, 1998. p. 25). Muitos fatores determinam e definem o currículo (

geográfico, político, econômico, social, cultural). O currículo é, então, uma organização da cultura, feita pela escola.

... constitui-se uma conversão da cultura da sociedade global, uma espécie de "reinvenção da cultura", que resulta num tipo peculiar de saber, o *saber escolar*. Isto, desmistifica a idéia de que a escola transpõe, didaticamente, para a sala de aula, os saberes tais como foram produzidos em outros locais. E dá a dimensão do problema vivido pelas disciplinas escolares na sua busca (inglória) de caminhar lado a lado com os saberes de referência. (SAVIANI, 1998. p. 35)

### 4.1 O Aluno e o Ensino

O ensino deve contemplar a experiência do aluno utilizando seu saber prévio e seu interesse como base de seu conhecimento. A construção do currículo deve resgatar a cultura do aluno " só assim é possível romper com a postura acrítica pela qual o trabalho em sala de aula tende tanto a seguir o discurso tecnicista quanto a desenvolver e reproduzir determinadas relações sociais de poder" (Saviani, 1998. p. 40).

Partindo do senso comum, trabalhando com um questionamento crítico é o caminho pelo qual o currículo crítico busca romper com o currículo de mera transferência de informações. O professor terá a função de buscar a compreensão crítica dos alunos para a sua realidade.

O conhecimento, portanto, que é processo, tem de ser alcançado na relação dialógica. O caminho do conhecimento é perguntar dentro da cotidianeidade e encontrar a resposta na cotidianeidade do aluno e na sua cultura: mais que ensinar e aprender um conhecimento, é preciso concretiza-lo no cotidiano, questionando, respondendo, avaliando, num trabalho desenvolvido por grupos e indivíduos que constroem "seu" mundo, e o fazem por "si" mesmos. (SAVIANI, 1998. p. 41)

#### 4.2 O Currículo de Geometria

A partir de 1960, o ensino de geometria euclidiana sofreu cortes de diversos tópicos no Brasil.

O Primeiro Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática no curso Secundário, aconteceu em 1955, na cidade de Salvador, Bahia. A partir daí, influenciados pelas mudanças no ensino secundário nos Estados Unidos e Europa, com uma preocupação de se colocar a matemática a serviço das necessidades sociais, começam as discussões que, mais tarde, iniciaria o Movimento da Matemática Moderna no Brasil.

O ensino de geometria é reduzido ou excluído das instituições escolares dedicadas ao ensino básico em diversos países, inclusive no Brasil (Búrigo, 1990). Havia uma necessidade de modificar a matemática ensinada no secundário aproximando-a da matemática ensinada nas universidades e utilizadas nas pesquisas, era uma preocupação incorporada no discurso norte-americano. O matemático francês Jean Dieudonné foi um dos defensores para se abandonar a geometria euclidiana.

Para seguir o Movimento da Matemática Moderna, acontecem mudanças nos livros didáticos brasileiros. A geometria sofre cortes nos livros didáticos.

... a falta da geometria repercute seriamente em todo o estudo das ciências exatas, da arte e da tecnologia...(COSTA, 1981, p.89)

No início da década de 70, a dualidade do ensino escolar brasileiro se reafirmava. Uma escola para a classe trabalhadora e outra para a elite.

... para as classes populares a sonegação de grande parte dos conhecimentos geométricos e, principalmente, os processos dedutivos a eles subjacentes, dando-se ênfase aos aspectos pragmáticos proporcionados pela aritmética e pela álgebra(ZUIN, 2001. p. 7)

Segundo Zuin (2001) nas escolas profissionalizantes era trabalhado o desenho técnico com construções geométricas, mas eram apresentadas desligadas da teoria da geometria euclidiana.

Em relação à Geometria,

... a grande massa não tem acesso a ela a não ser no que ela tem de prático, de útil, no que se refere diretamente às profissões – e até mesmo isso é negado, à medida que se "ampliam" as oportunidades educacionais das classes inferiores da sociedade, e se reduz o caráter diretamente profissional da educação. (PAVANELLO, apud ZUIN, 2001.p.7)

Os currículos escolares do ensino fundamental no Brasil sofreram grandes mudanças em 1971 com a promulgação da Lei n. 5692 — Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Havia um núcleo de disciplinas obrigatórias e outros núcleos de disciplinas optativas, as quais poderiam integrar a parte diversificada do currículo. Até essa data as construções geométricas eram ensinadas na disciplina de desenho geométrico, a qual foi abolida pela maioria das escolas. "O Desenho tornase uma disciplina optativa da parte diversificada do currículo"(Zuin, 2002, p. 1).

Em 1995, foi realizada na Sicília-Itália a conferência "Perspectivas para o Ensino de Geometria no Século XXI", organizada pela Comissão para a Instrução Matemática, que é um órgão importante da Educação Matemática. O evento contou com o apoio da UNESCO e a participação de 75 pesquisadores entre educadores matemáticos e matemáticos profissionais.

O evento teve por finalidade estudar tendências, apontar necessidades e fazer recomendações que são consideradas na elaboração de currículos nacionais e incorporadas em experiências e materiais didáticos.

O documento elaborado na ocasião "Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21 st century" tinha os seguintes objetivos:

- Discutir os objetivos do ensino de geometria nos diferentes níveis escolares e de diferentes ambientes e tradições culturais;
- Identificar desafios importantes e tendências emergentes para o futuro e analisar seu potencial como impacto didático;
  - Explorar e implantar novos métodos de ensino.

Desta conferência, os grupos de trabalho nos deixaram algumas recomendações e reflexões:

- O currículo de matemática do ensino primário deve incluir geometria bi e tridimensional para que os alunos sejam capazes de: descrever, desenhar e classificar figuras; investigar e predizer o resultado de combinar, subdividir e transformar figuras; desenvolver a percepção espacial; relacionar idéias geométricas com idéias numéricas e de medição; reconhecer e apreciar a geometria dentro de seu mundo.

- Deve-se evitar substituir o programa de geometria com os tópicos sobre medidas. A ênfase deve ser dada à atividade estritamente geométrica (No currículo canadense o tema medidas não faz parte do programa de geometria como forma de garantir que os professores trabalhem atividades realmente geométricas), ou seja, que desenvolvam o pensamento geométrico.
- Merecem menos atenção atividades centradas na memorização do vocabulário, fatos e relações.
- Nos seis primeiros anos de escolaridade o programa deve ser essencialmente centrado em atividades e não em teoria sobre tópicos geométricos.
- Os alunos devem ter contato com atividades geométricas durante todo o ano e não somente num intervalo de tempo determinado no ano.
- É recomendável atividades que façam conexões com áreas afins como Artes, Geografia ou Física.
- Havendo condições e se os professores estiverem preparados, devese organizar atividades com tópicos não convencionais e que fogem da tradição euclidiana tais como: topologia e taxiogeometria, geometria não euclidiana, geometria de nós, etc.
- O currículo de Geometria, principalmente, a partir da 7ª série deve ter fortes conexões com aplicações e situações realmente reais.
- Rudimentos de geometria analítica podem ser antecipados sem enfatizar demasiadamente a notação.

- É possível uma abordagem de natureza histórico-epistemológica, em que a geometria é rica de significados.

Desta conferência chegou-se a conclusão de que as atividades tradicionais tornaram-se obsoletas, enquanto que novas profissões e desafios estão surgindo a cada dia. Os indivíduos necessitam de uma Educação visual e a Geometria tem como cumprir este papel.

No final do século passado temos a proposta dos PCN(s) que tem como finalidade orientar os professores às práticas escolares do ensino básico brasileiro:

Têm como função subsidiar a elaboração ou a revisão curricular dos Estados e Municípios, dialogando com as propostas e experiências já existentes, incentivando a discussão pedagógica interna das escolas e a elaboração de projetos educativos, assim como servir de material de reflexão para a prática de professores. (PCN, 1998. v.1, p.36)

Apenas em 1998, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os 3º e 4º ciclos do ensino fundamental (5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries), demonstra-se uma real preocupação com o ensino de geometria neste nível de ensino.

Apoiados na literatura e, principalmente, na preocupação demonstrada nos PCN(s) nos lançamos a esta investigação sobre o Ensino de Geometria, junto as escolas Estaduais da 27ª Coordenadoria Regional de Educação, com o objetivo de clarear este aspecto e melhorar o ensino da matemática.

# 5 A Pesquisa

## 5.1 O Problema da Pesquisa

Como é ensinada a geometria nas 5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental nas escolas da 27ª Coordenadoria Regional de Educação - RS.

# 5.2 Objetivos da Pesquisa

- Pesquisar que conteúdos de geometria são ministrados aos alunos em cada série do ensino fundamental.
- Pesquisar junto às Escolas da 27<sup>ª</sup> Coordenadoria Regional de Educação como são desenvolvidos os conteúdos de geometria no Ensino Fundamental.
- 3. Pesquisar os métodos e técnicas que são utilizadas pelos professores no ensino de geometria a fim de favorecer a construção do pensamento lógico do aluno, preparando-o para os estudos mais avançados em outros níveis de escolaridade.
- 4. Pesquisar junto aos alunos a aceitação dos conteúdos de geometria.

#### 5.3 Metodologia da Pesquisa

Para pesquisar o Ensino de Geometria no Ensino Fundamental da 27ª Coordenadoria Regional de Educação em uma primeira etapa fizemos contato com esta coordenadoria com o objetivo de expor o projeto desta dissertação e buscar a permissão e a apresentação da pesquisadora nas Escolas.

Na segunda etapa visitamos as escolas da amostra e distribuímos os questionários para todos os professores de matemática que lecionavam de 5ª à 8ª séries e também distribuímos questionários para os alunos desses professores. Na mesma ocasião uma cópia dos planos de estudos de cada série da disciplina de matemática foi solicitada à direção da escola.

Através dos planos de estudos investigamos os programas desenvolvidos nas Escolas, analisando os conteúdos de Geometria abordados.

Posteriormente, analisamos os questionários dos professores e alunos focalizando os conteúdos de Geometria e como são abordados em sala de aula.

#### 5.3.1 A população

A população da presente pesquisa é formada por 80 Escolas Estaduais de Ensino Fundamental que compõem a 27ª Coordenadoria Regional de Educação. Tais escolas estão localizadas nas cidades de Canoas, Esteio, Sapucaia, Nova Santa Rita e Triunfo, no Estado do Rio Grande do Sul. O número de alunos

matriculados no Ensino Fundamental (5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries) nessas escolas no ano de 2003 foi: Canoas- 14858 matrículas, Esteio – 2367 matrículas, Sapucaia – 3229 matrículas, Triunfo – 722 matrículas e Nova Santa Rita – 512 matrículas. Professores: 154 aproximadamente.(Dados fornecidos pela 27ª CRE em 09/03/2004).

#### 5.3.2 A amostra

Para determinação da amostra utilizou-se a seguinte estrutura:

a) nº de alunos – pelo critério da amostragem probabilística por sorteio foram selecionados 650 alunos matriculados regularmente no Ensino Fundamental das Escolas da Rede Estadual de Ensino que compõem a 27ª Coordenadoria Regional de Educação. O tamanho da amostra foi determinado através da Fórmula para o dimensionamento da amostra (NETO, 1977, p.78), considerando um nível de 95%, a saber:

$$n = \frac{z^{2} \cdot p \cdot (1-p) \cdot N}{(N-1) \cdot e^{2} + z^{2} \cdot p \cdot (1-p)}$$

onde:

z = valor tabelado

p = proporção amostral

e = erro máximo de estimação

N = tamanho da população

b) nº de escolas – pelo critério da amostragem probabilística simples foram selecionadas 21 escolas de um total de 80 que compõem a 27º

Coordenadoria Regional de Educação, com o objetivo de compor a amostra dos alunos.

c) nº de professores – foram pesquisados todos os professores que lecionavam a disciplina de Matemática no Ensino Fundamental (5ª à 8ª séries) das Escolas da amostra.

Foram escolhidas aleatoriamente 21 escolas, nessas escolas foram distribuídos questionários para todos os professores que lecionavam a disciplina de matemática de 5ª a 8ª series e também para cinco alunos de cada turma dos professores da amostra.

#### 5.3.3 A coleta de dados

A coleta de dados foi efetuada:

- Através de pesquisa documental, que corresponde aos planos de ensino da disciplina de matemática, nas escolas da amostra.
- Através de visitas às escolas selecionadas com a aplicação de instrumento de pesquisa aos professores de matemática que atuam no Ensino Fundamental (5ª, 6ª, 7ª ou 8ª série).

 Através de visita às escolas selecionadas com a aplicação de instrumento de pesquisa à amostra de alunos dos referidos professores acima citados.

#### 5.3.4 O questionário

Os questionários foram estruturados de forma a obter informações sobre o Ensino de Geometria nas Escolas Estaduais de Ensino Fundamental (5ª à 8ª séries) que integram a 27ª Coordenadoria Regional de Educação. Os questionários da pesquisa constam no anexo I e II.

As questões foram divididas em grupos onde se desenvolveu uma série de perguntas que serviram para viabilizar o conhecimento desejado que é descrever e analisar o Ensino de Geometria nas Escolas Estaduais. O questionário destinado aos professores continha perguntas fechadas e perguntas abertas. Para o questionário a ser preenchido pelos alunos tivemos a preocupação de torná-lo de fácil entendimento por isso fizemos com 18 perguntas fechadas e apenas 2 perguntas abertas.

#### 5.3.5 Tratamento dos dados

Os dados dos questionários foram codificados no software estatístico SPSS – Statistical Package for the Sciences e tratados neste software utilizando análises adequadas. As técnicas estatísticas utilizadas foram: estatística descritiva e o teste exato de Fisher, este último, para verificar a associação entre as variáveis em

estudo. O teste exato de Fisher é a alternativa quando não se pode usar o teste Quiquadrado (porque algum valor esperado é menor do que 5 ou o número total de indivíduos estudado é menor do que 25). Por se tratar de tabelas L x C, utilizou-se a simulação de Monte Carlo para 10.000 amostras. O teste calcula a probabilidade exata de se obter, ao acaso, os resultados observados nas caselas. O teste foi realizado com um nível de significância de 5%.

## 5.4 Análise dos Dados da Pesquisa

#### 5.4.1 Caracterização da amostra

Nesta seção focalizamos as características gerais da amostra como sexo, idade e formação, para os professores e sexo, idade e série para os alunos. Não nos detemos a nenhum tipo de características específicas para cada grupo.

#### 5.4.1.1 Caracterização da amostra dos professores

Conforme mostra a tabela 1, 72,3 % dos professores são do sexo feminino, mais de 50 % tem idade superior a 35 anos e um dado que nos chamou muita atenção é que apenas 25,5 % dos professores que responderam ao questionário têm Licenciatura em Matemática concluída e que 19,1% dos respondentes tem outro curso superior. Vale aqui, explicar: os respondentes que além de licenciatura em Matemática tinham outro curso superior, para a formação do banco de dados foi computado apenas a indicação de licenciatura em matemática.

Tabela 1- Sexo, idade e formação profissional dos professores.

Caracterização da amostra	Freqüência	%
Sexo		
NR	1	2,2
Masculino	12	25,5
Feminino	34	72,3
Total dos respondentes	47	100
Idade		
NR	2	4,3
Ate 25 anos	8	17
De 26 a 35 anos	11	23,4
De 36 a 45 anos	15	31,9
Mais de 45 anos	11	23.4
Total dos respondentes	47	100
Formação profissional		
NR	3	6,4
Licenciatura em matemática - concluído	12	25,5
Licenciatura em matemática - não		
concluído	11	23,4
Licenciatura em ciências - concluído	10	21,3
Licenciatura em ciências - não	_	
concluído	2	4,3
Outro curso superior	9	19,1
Total dos respondentes	47	100

Podemos ressaltar que em relação a pergunta: "outro curso superior, qual?" o resultado foi o seguinte: Arquitetura e Urbanismo, Biologia, Engenharia Civil, Licenciatura em Química, Tecnólogo em Processamento de Dados, Ciências Contábeis e Farmácia e Bioquímica.

# 5.4.1.2 Caracterização da amostra dos alunos

Conforme a tabela 2, 85,7% dos alunos da amostra estão na faixa etária de 10-15 anos e 13,4% dos alunos têm de 16-37 anos. Consideramos elevado o percentual de alunos com idade superior a 15 anos no ensino fundamental visto que nossa pesquisa não se estendeu à Educação de Jovens e Adultos.

Tabela 2 – Série, sexo e idade dos alunos.

Caracterização da amostra	Número	%
Série		
Quinta	143	22,0
Sexta	158	24,3
Sétima	188	28,9
Oitava	161	24,8
Total	650	100
Sexo		_
Feminino	384	59,1
Masculino	266	40,9
Total	650	100
Idade		_
NR	6	0,9
10 a 12 anos	201	30,9
13 anos	150	23,1
14 anos	133	20,5
15 anos	73	11,2
16 a 37 anos	87	13,4
Total	650	100
		Fonto: Doggijos

Fonte: Pesquisa

Fizemos o cruzamento entre as séries e as idades dos alunos e constatamos que os alunos com idade entre 16 e 37 anos estão distribuídos entre as quatro séries do ensino fundamental com maior concentração nas 7ª e 8ª séries.

Observando a tabela do cruzamento entre idade e série observamos alguns dados que nos chamou atenção: temos na 5ª série 40 alunos com idade superior a 12 anos que corresponde a 6% da amostra. (Considerando que a idade ideal que um aluno deve freqüentar a 1ª série seja 7 anos, na 5ª série ele deveria estar com 11 anos). Outro dado importante: temos 87 alunos com idade entre 16 e 37 anos e estes estão distribuídos nas quatro séries.

Tabela 3 – Cruzamento: Série X Idade dos alunos

					ldade				
	Série	NR	10 a 12 anos	13 anos	14 anos	15 anos	16 a 37 anos	Total	р
Quinta	Número	1	102	22	10	4	4	143	
	% do Total	0,15	15,69	3,38	1,54	0,62	0,62	22,00	
Sexta	Número	1	81	38	19	13	6	158	
	% do Total	0,15	12,46	5,85	2,92	2,00	0,92	24,31	
Sétima	Número	3	17	79	42	18	29	188	< 0,01 *
	% do Total	0,46	2,62	12,15	6,46	2,77	4,46	28,92	. 0,01
Oitava	Número	1	1	11	62	38	48	161	
	% do Total	0,15	0,15	1,69	9,54	5,85	7,38	24,77	
Total	Número	6	201	150	133	73	87	650	
	% do Total	0,92	30,92	23,08	20,46	11,23	13,38	100	

Fonte:Pesquisa

O gráfico abaixo mostra com maior clareza as idades e o número de alunos distribuídos em cada série.

Séiries e idades Quinta 120 102 ■ Sexta 100 ☐ Sétima 80 □ Oitava 62 60 40 20 3 1 0 NR 10 a 12 13 anos 14 anos 15 anos 16 a 37 anos anos

Gráfico 1 - Idades X Séries

Fonte: Pesquisa

## 5.4.2 Jornada de trabalho no magistério

Observa-se que 87,2 % dos professores pesquisados têm mais de 20 horas semanais de trabalho no magistério. 19,1% dos professores com mais de 40 horas de jornada de trabalho.

Tabela 4 – Jornada de trabalho no magistério

Jornada de trabalho no magistério em		
horas semanais	Freqüência	%
NR	1	2,1
Até 20 horas	5	10,7
De 21 a 40 horas	32	68,1
Mais de 40 horas	9	19,1
Total	47	100,0
	Fonte:	Pesquisa

#### 5.4.3 Experiência profissional no magistério

Observa-se que 31,9% dos professores pesquisados têm de 4 a 10 anos de experiência profissional no magistério. Entre esses podemos citar, que consideramos de relevante atenção, os professores cuja formação é: Farmácia e Bioquímica, Ciências Contábeis e Engenharia Civil. Entre os 51,1% dos professores que têm mais de 10 anos de experiência profissional estão aqueles cuja formação de ensino superior é Arquitetura e Urbanismo, Ciências Contábeis, Licenciatura em Química (em andamento) e Tecnólogo em Processamento de Dados.

Tabela 5 – Experiência Profissional no Magistério

Experiência profissional	Freqüência	%
NR	1	2.1
	ı	2,1
Até 3 anos	7	14,9
De 4 a 10 anos	15	31,9
Acima de 10 anos	24	51,1
Total	47	100,0

Fonte: Pesquisa

#### 5.4.4 Planejamento das atividades de aula

Foi feita a seguinte pergunta aos professores: "Você tem horas para planejamento de suas atividades de aula?", 51,0% dos professores responderam que possuem horas para planejar suas aulas enquanto que 44,7% responderam que não possuem horas para planejar as aulas.

Tabela 6 – Horas para planejamento das aulas

Hora atividade	Freqüência	%
NR	2	4,3
Sim	24	51,0
Não	21	44,7
Total	47	100,0
	Fonte:	Pesquisa

5.4.5 Conteúdos do plano de ensino

A pergunta que foi feita aos professores: "Você consegue desenvolver todos os conteúdos do plano de ensino durante o ano letivo?" Como nos mostra a tabela 7, 25,5% dos professores responderam que conseguem concluir o conteúdo que está no plano de ensino enquanto que 72,3% dos professores responderam que não conseguem concluir os conteúdos do plano de ensino.

Tabela 7 – Você consegue desenvolver todos os conteúdos do plano de ensino no ano letivo

Conteúdo concluído	Freqüência	%
NR	1	2,2
Sim	12	25,5
Não	34	72,3
Total	47	100,0
	Fonte:	Pesquisa

A tabela 8, refere-se a seguinte pergunta: "Se você respondeu não: que conteúdo fica excluído de seus planos de aula durante o ano letivo?" Conforme a tabela, 55,4% dos professores responderam que o conteúdo que é excluído é aquele que está no final do último bimestre ou último trimestre do ano.

Tabela 8 – Conteúdos excluídos dos planos de aula durante o ano letivo

Conteúdo excluído	Freqüência	%
NR	12	25,5
O que está no final do último bimestre ou do		
último trimestre	26	55,4
Outro	9	19,1
Total	47	100,0
	Fontoul	Dagguiga

O quadro seguinte refere-se aos conteúdos do último bimestre ou último trimestre que constam no plano de ensino das escolas da amostra:

Quadro 1 – Conteúdos do último bimestre ou trimestre do ano letivo

Escolas	5ª série	6ª série	7ª série	8 ª série
1	Nº decimais,	Sistemas de	Ângulos,	Grandezas
	Ponto, Reta e	equações,	triângulos e	proporcionais,
	Plano, unidades	porcentagem,	quadriláteros	estudos dos
	de compr.,área e	juros e regra de		polígonos
	volume	três simples e		inscritos
		composta		
2	Números	Porcentagem,	Equações	Teorema de
	decimais,	juros simples,	fracionárias	Tales, fig.
	operações e	sistemas de	Problemas	Semelhantes,
	sistemas de	equações do 1º	envolvendo eq. do	razões
	medidas	grau	1º grau a duas	trigonométricas no
	* Não apresenta	* Não apresenta	incógnitas e duas	triâng. Retângulo
	conteúdos de	conteúdos de	equações	e polígono semel.
	geometria nesta	geometria nesta	* Não apresenta	<ul> <li>Conteúdo de</li> </ul>
	série	série	conteúdos de	todo o ens.
			geometria nesta	fundamental
			série	
3	Geometria	Geometria	Triâng.,	Triâng. Retângulo:
	Não especifica o	Não especifica o	Quadrados e	rel. métricas e
	conteúdo	conteúdo	Circunferência	razões
				trigonométricas
4	Geometria	Razões	Ângulos e	Rel. métricas no
	intuitiva	Proporções e	semelhança de	triângulo retâng. e
		porcentagem	triângulos	área de fig.
		*Não tem		Planas.
		conteúdos de		
		geometria		
5	Números	Regra de três	Tigonometria no	Seg.
	decimais e	simples e	triâng. Retângulo	proporcionais, rel.
	sistemas de	composta,	e área de fig.	métricas no triâng.
	medidas.	porcentagem e	Planas.	Retângulo e área
	* Não tem	juros.		de fig. Planas.
	geometria nesta	* Não tem		
	série	geometria nesta		
		série		

6	Perímetro e área	Juros,	Ponto, reta e	Geometria.Não
	das fig. Planas	porcentagem e	plano. Ângulos,	especifica o
		regra de três	perímetros e	conteúdo.
		simples	áreas.	
7	Espaço e forma	Espaço e forma	Triângulos,	Os conteúdos de
	Não especifica o	Não especifica o	quadriláteros,	geometria estão
	contudo	conteúdo	circunferência e	no 3º bimestre.
			círculo	
9	Área e perímetro	Grandezas	Entes geom.	Semelhança de
	das fig. Planas	proporcionais,	Primitivos,	triângulos, razões
	· ·	razão e	axiomas,	trigonométricas no
		proporção, regra	segmentos,	triâng. Retângulo,
		de três simples e	ângulos,	polígonos
		composta, juros e	polígonos,	regulares,
		porcentagem.	triângulos,	circunferência e
		porcontagonii	quadriláteros,	áreas de fig.
			circunferência e	Planas.
			círculo.	i idilas.
10	Ponto, reta, plano,	Sist. De eq. do 1º	Geometria plana	Razões
	polígono côncavo	grau, razão e	* Não especifica o	trigonométricas do
	e convexo.	proporção, regra	conteúdo.	triângulo ret.Áreas
	Classif. Dos	de três,	conteado.	de fig. planas
	polígonos e	porcentagem e		de fig. planas
	perímetro	juros.		
11	Sistemas de	,	Trigonomotrio	Cogmontos
11		Regra de três	Trigonometria no	Segmentos
	medidas e nº	simples e	triângulo ret. Área	proporcionais.
	decimais	composta,	de fig. Planas.	Rel. métricas no
	* Não tem	porcentagem e		triâng. Ret. Áreas
	geometria	juros *Não tomo		de fig. Planas.
		*Não tem		
10	Fig. Coom étulose	geometria	Dete Appules	Con
12	Fig. Geométricas.	Angulos,	Reta, ângulos,	Seg.
	Áreas e volumes	Triângulo e	polígonos,	proporc,.semel.
		quadriláteros. Áreas e volumes	triângulos,	de triângulos.
		Areas e volumes	quadriláteros, circunferência e	Relações métricas
				no triâng. Ret.
			círculo	Trigonomtria no
				triâng. Ret., área
				de fig. Planas.
10	Donto Doto -	Â	TwiAmanulaa	Circunf. e círculo.
13	Ponto. Reta e	Ângulos	Triângulos,	Rel. métricas no
	plano. Polígonos	Triângulos e	quadriláteros,	triâng. Ret.
		quadriláteros.	polígonos de n	Relações trig. no
			lados.	triâng. Ret.
				Segmentos
				proporcionais.
				Teorema de
				Tales.
				Semelhança e
16	Ciotomo mátrica	Granda-sa	Triânaula	Áreas.
16	Sistema métrico	Grandezas	Triângulo,	Seg. proporc.,
	decimal. Medindo	proporc., regra de	quadrilátero,	Teorema de
	superfície de fig.	três, porcentagem	círculo e	Tales, Triâng.
	Planas,	e juros simples, <mark>ângulos,</mark>	circunferência	Semelhantes. Rel
i l	A A DOMESTIC AND A STATE OF THE A	SUMMING	İ	métricas no triâng.
	comprimentos e			,
	comprimentos e volumes.	triângulos e		Ret. Área de fig.
	volumes.	triângulos e quadriláteros		Ret. Área de fig. Planas.
19	volumes. Sistemas de	triângulos e quadriláteros Regra de três	Ângulos,	Ret. Área de fig. Planas. Triângulo ret.: Rel.
19	volumes.	triângulos e quadriláteros	Ângulos, triângulos e quadriláteros	Ret. Área de fig. Planas.

		porcentagem		Circunferência e círculo.
20	Frações: Operações, simplificação e equivalência. *Conteúdos de geometria no 1º trimestre; ponto, reta e plano	Nº Racionais.  *conteúdos de geometria no 1º trimestre: Polígonos :áreas e perímetros, Ângulos e triângulos.	Equações algébricas e sistemas. *Conteúdos de geom. no 1º trimestre: Ãng. Formado por 2 // e uma transv. e Circunferência	Conteúdos de geom. no 1º trimestre: Triângulo retângulo: rel. métricas e trigonométricas.

Podemos observar que na maioria das escolas da amostra os conteúdos que estão no último bimestre ou trimestre do ano letivo são conteúdos de Geometria.

Como 72,3% dos professores da amostra afirmam que não conseguem concluir os conteúdos que estão no plano de ensino e que 55,3% dos professores excluem os conteúdos que estão no último bimestre ou trimestre, podemos então concluir, através de uma análise dos planos dessas escolas que, os conteúdos excluídos são, na maioria, conteúdos de geometria.

Outro ponto que podemos destacar é que as Escolas não estão seguindo as propostas dos PCN(s) que têm como uma das finalidades orientar as práticas escolares do ensino básico, estabelecendo os seguintes objetivos, em relação ao ensino de geometria, para o terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental:

#### Para o terceiro ciclo (5ª e 6ª séries):

... resolver situações-problemas de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulos, de paralelismo e de perpendicularismo, elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas; estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista;[...] transformação, ampliação e redução de figuras geométricas planas. (PCN, 1998, p. 64)

## Para o quarto ciclo (7ª e 8ª séries):

... interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano; produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas...; ampliar e aprofundar noções geométricas [...] para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais. (PCN, 1998, p.82)

Podemos observar que é dado muita ênfase ao estudo das figuras planas e que o estudo dos sólidos não aparecem nos planos de ensino, contrariando as propostas pedagógicas que valorizam a experiência e a manipulação como ponto de partida para um processo de aprendizagem significativa.

Outro aspecto que nos chamou atenção é a inclusão de "ponto, reta e plano" no ensino de geometria para a 5ª série. Consideramos esses conteúdos bastante formais, para alunos nesta faixa etária. A grande maioria dos alunos da 5ª série estão na faixa etária de 10-12 anos.

A repercussão das experiências educativas formais sobre o conhecimento pessoal do aluno está fortemente condicionada[...] ao seu nível de desenvolvimento. A psicologia genética tem estudado este desenvolvimento[...] e ressaltou a existência de etapas[...]: Estágio sensório — motor: 0-2 anos aproximadamente; intuitivo ou pré-sensório operatório: 2-6/7 anos aproximadamente; operatório-concreto: 7-10/11 anos aproximadamente; operatório formal: 11-14/15 anos aproximadamente.(COLL, 2001, p.51)

#### 5.4.6 Desenvolvimento das aulas de geometria

A pergunta a que se refere a tabela 9 é a seguinte: "Como você faz para desenvolver em suas aulas o conteúdo de geometria durante o ano letivo?". Como mostra a tabela, 48,9% dos professores pesquisados escolhem o último bimestre ou último trimestre para desenvolver os conteúdos de geometria, 17% dos respondentes desenvolvem os conteúdos de geometria durante todas as aulas, 21,3% escolhe um dos bimestres para desenvolver esses conteúdos e 2,1% desenvolve o conteúdo de geometria em um ou dois períodos na semana.

Tabela 9 – Desenvolvimento das aulas de geometria

Desenvolvimento das aulas de geometria	Freqüência	%
NR	5	10,7
Durante todas as aulas	8	17,0
Um ou dois períodos na semana	1	2,1
Escolho um dos bimestres/trimestres	10	21,3
O 4º Bimestre ou último trimestre	23	48,9
Total	47	100,0
	Га <b>.</b>	D

Fonte: Pesquisa

Segundo os PCN(s), a organização dos conteúdos pelos professores deve ser tal que suas aulas sejam planejadas articulando múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos visando uma compreensão ampla dos conhecimentos matemáticos. A seqüência dos conteúdos não deve ser tão rígida como era tradicionalmente. O aprofundamento de um conteúdo pode se dar em vários momentos.

Para Coll (2001), a pergunta "quando ensinar?" deve ser colocada após a pergunta "que ensinar?". Segundo o mesmo autor, Ausubel propõe organizar a seqüência de aprendizagem de acordo com os princípios que regem a formação e o desenvolvimento da estrutura cognoscitiva. Organizar os conteúdos de forma hierárquica e identificar aqueles conteúdos que são mais gerais e fundamentais e que possam integrar o maior número de elementos possíveis. O mesmo autor cita Novak que considera que os conteúdos de aprendizagem devem ser ordenados de tal maneira que os conceitos mais gerais e inclusivos – os mais importantes - sejam apresentados no princípio. Isto facilita a aprendizagem de outros conteúdos. Depois da apresentação dos conceitos mais gerais do conteúdo, os conteúdos posteriores devem mostrar a relação que mantêm com o primeiro e entre si. Em relação aos conceitos gerais Novak afirma que deve se apoiar em exemplos concretos que os ilustre empiricamente.

Nos planos de ensino das Escolas da amostra não observamos essa seqüência hierárquica a que se refere Coll (2001), conforme o quadro 1, os conteúdos mais gerais, de geometria nem são citados nos planos.

## 5.4.7 Metodologia utilizada na sala de aula para o ensino de geometria

Conforme tabela 10, os professores pesquisados responderam que utilizam uma metodologia bastante variada para o ensino de geometria através de desenhos, construção de figuras usando ferramentas, aulas expositivas e manipulação de objetos.

Tabela 10 – Metodologia utilizada na sala de aula para o ensino de geometria

Metodologia	Freqüência	%
NR	5	10,7
Desenho	6	12,8
Aulas expositivas	5	10,6
Construção usando ferramentas	5	10,6
Desenho/aulas expositivas	5	10,6
Desenho/ferramentas	10	21,4
Software/aulas expositivas	1	2,1
Aulas expositivas/manipulação objetos	1	2,1
Manipulação de objetos/ferramentas	1	2,1
Desenho/aulas expositivas/manipulação de objetos	1	2,1
Desenho/manipulação objetos/ferramentas	3	6,4
Desenho/aulas expositivas/manipulação de objetos/ferramentas	4	8,5
Total	47	100,0

Se somarmos os percentuais dos professores que usam como metodologia o desenho e a construção usando ferramentas teremos 74,4% dos professores que indicaram o uso dessas metodologias nas aulas de geometria.

Conforme a Tabela 11, 57,4% dos professores responderam que a Escola possui material disponível como régua, compasso, transferidor e esquadro para o uso em sala de aula e 38,3% dos professores responderam que a Escola não possui esse material.

Tabela 11 – Material disponível: Régua, compasso, transferidor e esquadro.

Material disponível	Freqüência	%
NR	2	4,3
Sim	27	57,4
Não	18	38,3
Total	47	100,0

Fonte: Pesquisa

Fizemos a seguinte pergunta aos alunos: "Nas aulas de matemática, realizas atividades desenhando figuras como quadrados, retângulos, triângulos, círculos...?" A resposta que tivemos está na tabela 12 onde 66,8% dos alunos responderam que realizam esse tipo de atividade em sala de aula e 32% dos alunos responderam que não realizam essa atividade.

Tabela 12 – Realiza atividades desenhando figuras

Aula de matemática e atividades desenhando	Número	%
NR	8	1,2
Sim	434	66,8
Não	208	32
Total	650	100

Fonte: Pesquisa

Contrariando esses dados temos a tabela 13 que aparece as respostas dos alunos à seguinte pergunta que fizemos: "Você usa ferramentas como régua, compasso, transferidor... na sala de aula?" 50,5% dos alunos afirmam que não usam essas ferramentas em sala de aula e 49,2% dos alunos responderam que usam essas ferramentas em aula.

Tabela 13 – Uso de régua, compasso, esquadro e transferidor.

Você usa régua, compasso, transferidor	Número	%
NR	2	0,3
Sim	320	49,2
Não	328	50,5
Total	650	100

Fonte: Pesquisa

A Tabela 14 mostra a relação entre as seguintes perguntas feitas aos alunos: "Você usa ferramentas como: régua, compasso, transferidor etc, nas aulas

de matemática?" e "Nas suas aulas de matemática, realiza atividades desenhando figuras com quadrados, retângulos, triângulos, círculos...?"

A tabela14 nos mostra que 434 alunos da amostra (correspondem 66,77% do total da amostra) responderam que desenham nas aulas de matemática, desses, 272 alunos (41,85% do total da amostra) afirmam que usam ferramentas e 161 alunos (24,77% do total da amostra) não usam ferramentas para desenhar.

Tabela 14 – Relação entre as aulas com atividades desenhando e o uso de ferramentas

	uso de lerramentas					
Você usa régua, compasso ou transferidor						
	a de matemática lades desenhando	NR	Sim	Não	Total	р
NR	Nº de alunos	1	3	4	8	
	%	0,15	0,46	0,62	1,23	_
Sim	Nº de alunos	1	272	161	434	
	%	0,15	41,85	24,77	66,77	- < 0,01 *
Não	Nº de alunos		45	163	208	\ 0,0 i
	%		6,92	25,08	32,00	_
Total	Nº de alunos	2	320	328	650	
	%	0,31	49,23	50,46	100	-

Fonte: Pesquisa

Analisando os planos de ensino das Escolas da amostra observamos que nenhuma das Escolas traz como recurso didático para as aulas de matemática o uso de materiais como régua, compasso, transferidor, esquadro e outros.

Consideramos de fundamental importância para o ensino de geometria as construções geométricas e nos apoiamos nos PCN(s) para fortalecer nossa opinião:

O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações. (PCN, 1998. p.51)

Para o 3º ciclo ( 5ª e 6ª séries) outro aspecto que merece atenção destacado pelos PCN(s) é:

... o ensino de procedimentos de construção com régua e compasso e o uso de outros instrumentos, como esquadro, transferidor, estabelecendo-se a relação entre tais procedimentos e as propriedades geométricas que neles estão presentes. (PCN, 1998. p.68)

O ensino de Geometria relacionados a outros conteúdos de matemática é ressaltado nos PCN(s) quando destaca:

O importante é que o aluno identifique o número irracional como um número de infinitas "casas" decimais não-periódicas, identifique esse número como um ponto na reta, situado entre dois racionais apropriados, reconheça que esse número não pode ser expresso por uma razão de inteiros; conheça números irracionais obtidos por raízes quadradas e localize alguns na reta numérica, fazendo uso, inclusive, de construções geométricas com régua e compasso.(PCN, 1998. p.83)

# 5.4.8 Opinião dos professores em relação ao interesse dos alunos pelas aulas de geometria

Conforme a Tabela 15, 76,6% dos professores responderam que seus alunos demonstram interesse nas aulas de geometria a 14,9% responderam que seus alunos não demonstram interesse nas aulas de geometria.

Tabela 15 – Opinião dos professores sobre o interesse dos alunos nas aulas de geometria

Interesse Freqüência		%
NR	4	8,5
Sim	36	76,6
Não	7	14,9
Total	47	100,0

Embora os professores sejam da opinião de que seus alunos têm interesse nas aulas de geometria, esse conteúdo é deixado para o último bimestre ou trimestre (conforme quadro 1) do ano letivo.

## 5.4.9 Atividades de geometria relacionadas com o cotidiano do aluno

A pergunta feita aos professores: "Quando desenvolves suas aulas de geometria, usas como exemplos ou até como introdução do conteúdo questões do cotidiano do aluno?".

Pela Tabela 16 é possível observar que 42,6% dos professores sempre utilizam exemplos do cotidiano nas suas aulas de geometria e que 45,8% às vezes utilizam exemplos do cotidiano nas suas aulas de geometria.

Tabela 16 – Professores que usam exemplos do cotidiano nas aulas de geometria

Usa exemplos do cotidiano	Freqüência	%
NR	5	10,6
Sempre	20	42,6
As vezes	22	46,8
Total	47	100,0

Fonte: Pesquisa

Fizemos a seguinte pergunta aos alunos: "Nas aulas de geometria você realiza atividades relacionadas com o seu dia-a-dia?" 8,9% dos alunos responderam que sempre realizam atividades relacionadas com o dia-a-dia, 55,3% dos alunos responderam que às vezes realizam atividades relacionadas com o dia-a-dia e 29,5% dos alunos pesquisados responderam que nunca realizam atividades relacionadas com o seu dia-a-dia.

Tabela 17 – Resultado dos alunos à pergunta: "Nas aulas de geometria você realiza atividades relacionadas com o seu dia-a-dia?".

Atividades de geometria relacionadas com o dia-dia	Número	%
NR	41	6,3
Sempre	58	8,9
As vezes	359	55,3
Nunca	192	29,5
Total	650	100

Fonte: Pesquisa

Em relação às atividades relacionadas com o cotidiano do aluno, os PCN(s) ressaltam:

Situações quotidianas e o exercício de diversas profissões, como a engenharia, a bioquímica [...] demandam do indivíduo a capacidade de pensar geometricamente. (PCN, 1998. p. 122)

### 5.4.10 Conteúdos de álgebra relacionados com geometria

Segundo os PCN(s)(1998, p.116), a ênfase que os professores dão ao ensino da álgebra não garante o sucesso dos alunos, '... nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país'. Os PCN(s) indicam aos professores propor

situações em que os alunos possam investigar padrões tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar sua estrutura, construindo a linguagem algébrica. Esse trabalho favorece a expressão de regularidades na geometria com o uso da álgebra. Estimular os alunos a construir procedimentos que levam à obtenção das fórmulas usadas em geometria.

Na Tabela 18, encontramos os resultados para a seguinte pergunta feita aos professores: "Em suas aulas você consegue desenvolver conteúdos de álgebra relacionados com a geometria?"

19,1% dos professores responderam que sempre desenvolvem os conteúdos de álgebra relacionados com os conteúdos de geometria, 66% dos professores responderam que às vezes relacionam os conteúdos de álgebra com geometria e 6,4% dos professores responderam que nunca relacionam os conteúdos de álgebra com geometria.

Tabela 18 – Conteúdos de Álgebra relacionados com Geometria

Conteúdos de álgebra e geometria	Freqüência	%
NR	4	8,5
Sempre	9	19,1
As vezes	31	66,0
Nunca	3	6,4
Total	47	100,0
	Fonte:	Pesquisa

Convém salientar que os professores que responderam que "nunca"

conseguem relacionar os conteúdos de álgebra com geometria são professores com

Licenciatura em Matemática - concluído e Licenciatura em Matemática - em

andamento. Devemos, então, repensar sobre os nossos cursos de formação para professores, pensar no modelo de professor que queremos formar.

Esta questão refere-se aos conteúdos de formação básica que muitos cursos de licenciatura não abordam. Segundo Carneiro, V.C. os conteúdos de licenciatura devem ser tratados de forma espiral durante todo o curso:

Primeiro, num reforço de reconstrução da Matemática do ensino fundamental e médio, com enfoque diferente do usual, procurando relacionar conteúdos a atribuir significados, tanto no mundo das aplicações ao cotidiano, aplicações às outras ciências, quanto no interior da própria matemática[...] Tais conteúdos podem ser retomados nas disciplinas de Educação Matemática, desenvolvendo o conhecimento pedagógico dos conteúdos específicos a serem ensinados, abordando os pontos nevrálgicos da aprendizagem, a epistemologia, a história, as propostas mais atuais para o ensino. (CARNEIRO, 2002, p.67)

## 5.4.11 A tecnologia como recurso

Segundo os PCN(s):

A utilização de recursos como o computador e a calculadora pode contribuir para que o processo de ensino e aprendizagem de Matemática se torne uma atividade experimental mais rica, sem riscos de impedir o desenvolvimento do pensamento, desde que os alunos sejam encorajados a desenvolver seus processos metacognitivos e sua capacidade crítica e o professor veja reconhecido e valorizado o papel fundamental que só ele pode desempenhar na criação, condução e aperfeiçoamento das situações de aprendizagem.(1998, p.45)

Para D'Ambrósio o computador é um apoio para se ensinar matemática:

O uso de computadores força, não apenas a reconhecer na área de experimentos uma fonte de idéias matemáticas e um campo para a ilustração de resultados, mas também um lugar onde permanentemente ocorrerá confrontação entre teoria e prática. Isso coloca um problema, que ocorrerá no treinamento de professores tanto quanto de estudantes, de estimular a atitude experimental [..] ao lado e no mesmo nível de atitudes matemáticas.(D'AMBRÓSIO, 1986, p.110)

### 5.4.11.1 Uso do computador pelos professores

Os computadores ainda não estão disponíveis na maioria das escolas. Fizemos a seguinte pergunta aos professores: "A Escola possui computadores para uso dos professores?" Conforme a tabela 19, 40,5% dos respondentes afirmaram que a escola possui computadores para o uso dos professores e 48,9% dos respondentes afirmaram que a escola não possui computadores para o uso dos professores.

Tabela 19 – Computadores para o uso dos professores

Computador para os professores	Freqüência	%
NR	5	10,6
Sim	19	40,5
Não	23	48,9
Total	47	100,0
	Fonte:	Pesquisa

## 5.4.11.2 Uso de computadores pelos alunos

A Tabela 20 refere-se a seguinte pergunta feita aos professores: "A escola possui computadores para uso dos alunos?" 17% dos professores responderam que a escola possui computadores para uso dos alunos enquanto que

74,5% dos professores responderam que a escola não possui computadores para uso dos alunos.

Tabela 20 – Computadores para uso dos alunos

Computador para alunos	Freqüência	%
NR	4	8,5
Sim	8	17,0
Não	35	74,5
Total	47	100,0

Fonte: Pesquisa

Fizemos a seguinte pergunta para os alunos: "Na sua escola tem laboratório de informática?" 23,8% dos alunos responderam que a escola possui laboratório de informática e 75,2% dos alunos responderam que a escola não possui laboratório de informática.

Tabela 21 – Laboratório de informática

Número	%
6	1
155	23,8
489	75,2
650	100
	6 155 489

Fonte: Pesquisa

Após a pergunta sobre a existência de laboratório de informática nas escolas, perguntamos aos alunos em que momentos eles usavam o laboratório. O resultado foi o seguinte: 20,8% dos alunos responderam que "nunca" trabalharam no laboratório de informática, 1,4% dos alunos responderam que "as vezes" trabalharam no laboratório de informática e 77,8% dos alunos não responderam a essa pergunta.

Tabela 22 – Momentos no laboratório de informática

Em que momentos trabalhou no laboratório de informática	Número	%
Nunca	135	20,8
As vezes	9	1,4
NR	506	77,8
Total	650	100

Com esses dados podemos concluir que dos 23,8% dos alunos que responderam que sua escola tem laboratório de informática, isto é, 155 alunos, apenas 9 alunos usaram o laboratório em algum momento.

#### 5.4.11.3 Uso de calculadoras

Os PCN(s) de matemática para o 3º e 4º ciclos do ensino fundamental salientam o valor do uso da calculadora em sala de aula:

... constata-se que ela é um recurso útil para verificação de resultados, correção de erros, podendo ser um valioso instrumento de auto avaliação. A calculadora favorece a busca e a percepção de regularidades matemáticas e o desenvolvimento de estratégias de resolução de situações problema pois ela estimula a descoberta de estratégias e a investigação de hipóteses, uma vez que os alunos ganham tempo na execução dos cálculos. (PCN, 1998, p. 45)

Segundo Medeiros(2003), não faz mais sentido evitar as calculadoras na sala de aula porque os alunos já têm acesso a essas máquinas desde cedo. O uso da calculadora já era defendido por Malba Tahan, na década de 1960.

Entretanto, até hoje discutimos, na escola pública, se devemos ou não usá-la, enquanto nas escolas particulares já são usados computadores há algum tempo.

Um dos argumentos contra o uso das calculadoras é de que esta inibe o raciocínio dos alunos. Entretanto, ao fazer contas com os algoritmos habituais também não há raciocínio, há uma repetição de procedimentos que, na maioria das vezes, o aluno decora sem entender o significado. (MEDEIROS, 2003, p.20)

É importante, que, durante as atividades que envolvam calculadoras, o professor explicite para seus alunos que é importante dominar a tabuada e os algoritmos para que o uso da mesma seja enriquecido. Para isso, o professor é mediador das atividades e tem o papel decisivo.

... cabe ao professor explorar por si as calculadoras e as atividades associadas, propondo ao aluno situações didáticas que os preparem verdadeiramente para enfrentar problemas reais. Preparar o aluno para enfrentar desafios cada vez mais complexos é obrigação do educador. [...] não há mais lugar para adestrar alunos a resolverem problemas ou executarem técnicas obsoletas. (BIGODE apud MEDEIROS, 2003, p.20)

A tabela 23 refere-se a seguinte pergunta feita aos professores: "Você permite que seu aluno use a calculadora na sala de aula?" 6,4% dos professores responderam que "sempre" permitem aos seus alunos o uso da calculadora, 48,9% responderam que "às vezes" permitem o uso da calculadora na sala de aula e 42,6% dos professores responderam que "nunca" permitem o uso da calculadora na sala de aula.

Tabela 23 – Uso de calculadora em sala de aula

Uso da calculadora em aula	Freqüência	%
NR	1	2,1
Sempre	3	6,4
As vezes	23	48,9
Nunca	20	42,6
Total	47	100,0

#### 5.4.12 Laboratório de matemática

Perguntamos aos professores se a escola possuía Laboratório de Matemática. O resultado a essa pergunta está na Tabela 24: 6,4% dos professores não responderam a essa pergunta e 93,6% dos professores responderam que a Escola não possui laboratório de Matemática.

Tabela 24 – Laboratório de Matemática

Laboratório de matemática	Freqüência	%	
NR	3	6,4	
Não	44	93,6	
Total	47	100,0	
	Conta Descrip		

Fonte: Pesquisa

Para Groenwald e Silva, o laboratório de matemática é uma alternativa para substituir a sala de aula tradicional. É um ambiente onde se promove situações que propiciam o ato de pensar. O trabalho do professor, neste contexto, deve ser o de observar a participação ativa dos alunos na descoberta e assimilação das idéias matemáticas. Para as autoras, o ensino da matemática deve priorizar a realidade e a ação do aluno e é no laboratório de matemática onde encontramos um ambiente

favorável para se colocar o aluno em situações-problema cuja abordagem o leve a construir o seu conhecimento.

## 5.4.13 Opinião sobre a sua formação

Refletir sobre a formação de professores de matemática implica discutir as características que definem o docente como profissional interessado e capacitado à criação e adaptação de métodos pedagógicos ao seu ambiente de trabalho, induzindo os conhecimentos matemáticos para a compreensão do mundo que o cerca e despertando no aluno o hábito do estudo independente e a criatividade.(GROENWALD e SILVA, 2002, p. 64)

Na tabela 25 encontra-se o resultado para a seguinte pergunta feita aos professores: "Na sua opinião, você recebeu a formação adequada para trabalhar com geometria na sala de aula?" 48,9% dos professores responderam que receberam a formação adequada para trabalhar com geometria enquanto que 46,8% dos professores responderam que não receberam a formação adequada para trabalhar com geometria.

Tabela 25 – Opinião dos professores sobre sua formação profissional

Formação adequada	Freqüência	%
NR	2	4,3
Sim	23	48,9
Não	22	46,8
Total	47	100,0

Fonte: Pesquisa

Quanto aos conteúdos da Educação Básica nos cursos de Licenciatura em Matemática Carneiro, V.C. nos traz a seguinte contribuição:

Os conteúdos da formação básica podem ser tratados de forma espiral, durante o curso. Primeiro num esforço de reconstrução da Matemática do ensino fundamental e médio, com enfoque diferente do usual, procurando relacionar conteúdos e atribuir significados,tanto no mundo das aplicações ao cotidiano, aplicações às outras ciências, quanto no interior da própria matemática...(CARNEIRO, 2002, p.67)

Fizemos a seguinte pergunta aos professores: "Como o ensino deve apontar para a construção do conhecimento da criança, com vistas a encorajá-la a um futuro desenvolvimento, a formação de professores deve desenvolver essas capacidades no futuro professor. (Bauerfeld, 1993). Sua história de aprendizagem tem influência nas suas aulas?" O resultado foi o seguinte: 36,2% dos professores responderam que sim, sua história de aprendizagem tem influência nas suas aulas, 8,5% responderam que não e 55,3% não responderam a essa questão.

Tabela 26 – Sua história de aprendizagem influencia suas aulas?

Freqüência	%
26	55,3
17	36,2
4	8,5
47	100,0
	26 17 4

Fonte: Pesquisa

Algumas respostas dos professores foram:

"Sim, procuro não cometer erros para com meus alunos que foram cometidos comigo."

"Sim, pois procuro não repetir os erros dos meus ex-professores e aproveitar o que de melhor eles transmitiram, com isso, durante os anos fui moldando uma forma própria para lecionar e procurando aperfeiçoá-la constantemente."

"Não, pois a maior parte que aprendi na faculdade não é aplicável no ensino fundamental"

"Com certeza, acho que tive ótimos professores de matemática, com diferentes metodologias, onde de certo modo me incentivaram, com suas aulas, seus métodos e suas explicações a cursar matemática e ser hoje a profissional que sou."

"Acredito que sim, pois procuro sanar minhas deficiências deixadas pela minha formação, com a busca constante de novas sugestões de colegas e pesquisas bibliográficas no desenvolvimento de minhas aulas."

"... Era um curso com uma carga matemática muito grande[..] Saí do curso mais matemático do que professor ou educador, se preferir. Meu primeiro contato com educação matemática foi quando li o PCN, em 1999, quando já havia concluído o curso e estava no meu primeiro ano como professor. Sempre tive a preocupação de não fazer o mesmo que meus professores[..] o ensino de matemática pode e deve estar a serviço do desenvolvimento da cidadania crítica; na busca destes objetivos a Educação Matemática tem me ajudado mais que a Matemática."

Analisando as respostas dos professores observamos que os curso de licenciatura têm privilegiado as disciplinas de matemática deixando de lado as disciplinas de Educação Matemática e a formação didática.

Segundo Carneiro (2002), os cursos de Licenciatura em Matemática estão em processo de movimentação e mudanças, em algumas das maiores Universidades do país inclusive na Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Os cursos estão com propostas atualizadas, relacionadas com o uso de tecnologias e com as mais recentes tendências em Educação Matemática.

#### 5.4.14 Recurso para resolução de problemas

Fizemos a seguinte pergunta aos professores: "Em geral, ao se defrontar com um problema matemático, que recurso você prefere?"

Os resultados estão na tabela 27: 12,8% dos professores não responderam, 48,9% dos professores responderam que preferiam um recurso algébrico e 36,2% responderam que preferiam um recurso geométrico.

Verifica-se neste questionamento que a maioria dos professores que responderam preferir o recurso algébrico são professores com idade inferior a 45 anos, ou seja, professores que tiveram na sua formação básica e até no curso superior grande influência da Matemática Moderna.

Tabela 27 – Recurso para resolver problema matemático

Recurso para resolver		
problema matemático	Freqüência	%
NR	6	12,8
Algébrico	23	48,9
Geométrico	17	36,2
Outro	1	2,1
Total	47	100,0

Fonte: Pesquisa

### 5.4.15 Opinião sobre a Geometria

Perguntamos aos professores sobre a sua opinião sobre a geometria: se a geometria é simples ou complexa, visual ou não visual, de fácil compreensão ou de difícil compreensão, para algumas pessoas ou para todas as pessoas e uma parte da matemática da qual não gostam ou uma parte da matemática da qual gostam. Os resultados estão nas tabelas a seguir.

### 5.4.15.1 Geometria simples ou complexa

Quando questionamos sobre a geometria ser simples ou complexa os resultados foram os seguintes: 42,6% dos professores responderam que a geometria é simples, 34% dos professores responderam que a geometria é complexa e 23,4% não responderam a esta questão. Os resultados encontram-se na tabela 28.

Tabela 28 - Opinião sobre a geometria: simples ou complexa

Simples ou complexa	Freqüência	%
NR	11	23,4
Simples	20	42,6
Complexa	16	34,0
Total	47	100,0

Fonte: Pesquisa

### 5.4.15.2 Geometria visual ou não visual

Segundo Fischbein o desenho é a representação da imagem mental que o aluno faz do objeto geométrico e é um suporte concreto de expressão e entendimento do mesmo. Esse componente figural que corresponde a imagem mental é de natureza visual.

Montenegro cita em seu artigo '... a visão é a principal fonte de informação sobre o mundo exterior.'(LAMBERT apud MONTENEGRO, 2001, p.2)

A natureza das atividades matemáticas envolvidas na geometria faz delas o veículo ideal para a aquisição de experiências de percepção visual.

> Ao que parece, a habilidade de percepção visual e os conceitos de geometria podem ser aprendidos simultaneamente, uma vez que a geometria exige que o aluno reconheça figuras, suas relações e suas propriedades. (HOFFER apud GRANDE, 1996, p.156)

Quanto ao questionamento sobre a geometria ser visual ou não visual, verificamos que 78,7% dos professores consideram a geometria visual enquanto que 4,3% dos professores consideram a geometria não visual e 17% não responderam.

Tabela 29 – Opinião sobre geometria: visual ou não visual

sual ou não visual	Freqüência	%	
NR	8	17,0	
Visual	37	78,7	
Não visual	2	4,3	
Total	47	100,0	
	Fonto: Doogui		

Fonte: Pesquisa

Para complementar a pergunta que foi feita aos professores, fizemos as seguintes perguntas para os alunos: 1. "Nas aulas de matemática você trabalha com material concreto?" e 2. "Você já trabalhou com material manipulativo , nas aulas de matemática?"

Conforme a tabela 30 o resultado para a pergunta número 1 foi o seguinte: 7,7% dos alunos já trabalharam com material concreto na sala de aula e 92,1% dos alunos não trabalharam com material concreto nas aulas de matemática.

Tabela 30 – Uso de material concreto nas aulas de matemática.

Trabalha com material concreto	Número	%
NR	1	0,2
Sim	50	7,7
Não	599	92,1
Total	650	100

Para a pergunta de número 2, os resultados foram os seguintes: 15,7% dos alunos responderam que já trabalharam com material manipulativo nas aulas de matemática enquanto que 84,3% dos alunos não trabalharam com material manipulativo nas aulas de matemática.

Tabela 31 – Uso de material manipulativo nas aulas de matemática.

Já trabalhou com material manipulativo em aula	Número	%
Sim	102	15,7
Não	548	84,3
Total	650	100

Fonte: Pesquisa

Analisando os resultados das tabelas 29, 30 e 31, podemos concluir que mesmo a maioria dos professores considerando a geometria uma disciplina visual não oferecem aos seus alunos atividades onde possam interagir com o espaço físico e com objetos formando suas próprias conclusões.

Fizemos o cruzamento entre as respostas dos professores sobre a geometria ser visual ou não visual e a resposta dos alunos quanto ao uso de

material manipulativo nas aulas de matemática. O resultado está na tabela 32: 82,15% dos alunos da amostra, são alunos dos professores que responderam ser a geometria visual, esse percentual corresponde a 534 alunos, desses 457 responderam que não trabalharam com material manipulativo nas aulas de matemática e apenas 77 responderam que já haviam trabalhado com esse material.

Tabela 32: Visual ou não visual X Material manipulativo em aula

Já trabalhou com material manipulativo em aula						
Opinião s	obre geometria	Sim	Não	Total	р	
NR	Número	24	67	91		
	% do Total	3,69	10,31	14		
Visual	Número	77	457	534		
	% do Total	11,85	70,31	82,15	0,004*	
Não visua	al Número	1	24	25	0,001	
	% do Total	0,15	3,69	3,85		
Total	Número	102	548	650		
-	% do Total	15,69	84,31	100		

Fonte: Pesquisa

A tabela 33 refere-se ao cruzamento entre as respostas dos professores e as respostas dos alunos sobre: a geometria ser visual ou não visual e trabalham com material concreto nas aulas de matemática.

Resultado: 534, é o número de alunos dos professores que responderam ser a geometria visual, desses, 457 alunos responderam que não trabalham com material concreto nas aulas de matemática.

Tabela 33 - Visual ou não visual X Trabalho com material concreto

	lha com r	naterial	concreto		
obre geometria	NR	Sim	Não	Total	р
Número		7	84	91	
% do Total		1,08	12,92	14	
Número	1	43	490	534	0,56
% do Total	0,15	6,62	75,38	82,15	
ıl Número			25	25	0,00
% do Total			3,85	3,85	
Número	1	50	599	650	
% do Total	0,15	7,69	92,15	100	
	Número % do Total Número % do Total Número do Total Número do Total Número Modo Total Número	Nobre geometria  Número % do Total Número % do Total % do Total Número % do Total Número % do Total Número 1	bobre geometria         NR         Sim           Número         7           % do Total         1,08           Número         1         43           % do Total         0,15         6,62           Il Número         % do Total         50           Número         1         50	obre geometria         NR         Sim         Não           Número         7         84           % do Total         1,08         12,92           Número         1         43         490           % do Total         0,15         6,62         75,38           Il Número         25           % do Total         3,85           Número         1         50         599	Obre geometria         NR         Sim         Não         Total           Número         7         84         91           % do Total         1,08         12,92         14           Número         1         43         490         534           % do Total         0,15         6,62         75,38         82,15           Il Número         25         25           % do Total         3,85         3,85           Número         1         50         599         650

# 5.4.15.3 Geometria de fácil compreensão ou de difícil compreensão

Pode-se verificar que 55,3% dos professores consideram a geometria de fácil compreensão enquanto 19,2% dos professores consideram a geometria de difícil compreensão e 25,5% dos professores não responderam a pergunta.

Tabela 34 – Opinião sobre geometria: de fácil compreensão ou de difícil compreensão

Opinião sobre geometria	Freqüência	%
NR	12	25,5
Fácil	26	55,3
Difícil	9	19,2
Total	47	100,0

Fonte: Pesquisa

### 5.4.15.4 Geometria para algumas pessoas ou para todas as pessoas.

Em relação a esse contexto podemos nos referir a evolução do conhecimento na história. A produção e organização do conhecimento estavam nas mãos da classe dominante.

Problemas ligados ao início das estações do ano podem ter criado a necessidade dos primeiros cálculos [...] Os sacerdotes egípcios executavam laboriosas medições a fim de adquirirem um razoável conhecimento acerca das enchentes e vazantes do Rio Nilo. [...] O povo não participava desse trabalho. (TENÓRIO apud SILVEIRA, 2002, p.24)

As informações que eram ocultas, ou seja, a comunidade não tinha acesso, confirmam o discurso que diz que "a matemática é para poucos".

A disciplina de matemática que é obrigatória na escola atual tem como principais objetivos desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de abstrair, generalizar, etc. "Por tantas capacidades a desenvolver que lhe é atribuído tanto valor, inclusive como elemento "selecionador" para escolas e concursos públicos". (SILVEIRA, 2002, p. 25)

Como citamos em nosso referencial, a matemática foi introduzida no Brasil, nas escolas militares, onde apenas os homens tinham acesso e somente era dado ao homem o privilégio de estudar matemática excluindo a mulher de ter acesso a esse saber. Mais uma vez o discurso "a matemática é para poucos" aparece na

história das civilizações e este pensamento, embora para nós seja ultrapassado, confirmamos que ainda está presente.

Conforme a tabela 35, o resultado para esta pergunta foi: 59,6% dos professores consideram que a geometria è um saber para algumas pessoas, 10,6% responderam que a geometria é um saber para todas as pessoas e 29,8% dos professores não responderam.

Tabela 35 – Opinião sobre geometria: para algumas pessoas ou para todas as pessoas.

Opinião sobre geometria	Freqüência	%
Opiniao sobre geometria	i requericia	/0
NR	14	29,8
Para algumas pessoas	28	59,6
Para todas as pessoas	5	10,6
Total	47	100,0

Fonte: Pesquisa

# 5.4.15.5 Geometria: uma parte da matemática da qual gosto ou da qual não gosto.

Conforme a tabela 36, 8,5% dos professores responderam que a geometria é uma parte da matemática da qual não gostam e 63,8% responderam que a geometria é uma parte da matemática da qual gostam.

Tabela 36 – Opinião sobre geometria: uma parte da matemática da qual gosto ou da qual não gosto

Opinião sobre geometria	Freqüência	%
NR	13	27,7
Não gosta	4	8,5
Gosta	30	63,8
Total	47	100,0

Os professores que responderam que a geometria é uma parte da matemática da qual não gostam, são professores cuja formação profissional é: Tecnólogo em processamento de dados, Licenciatura em Biologia, Licenciatura em ciências - curso concluído e Licenciatura em ciências - curso em andamento.

### 5.4.16 Metodologia para trabalhar geometria

Fizemos aos professores a seguinte pergunta: "Você trabalha ou trabalharia a geometria no ensino fundamental através de: fórmulas ou de construção, manipulação e planificação ou ambas?".

Conforme a tabela 37, 12,8% dos professores responderam que trabalham ou trabalhariam a geometria através de fórmulas, 25,5% responderam através de construção, manipulação e planificação e 55,3% dos professores responderam que utilizam ou utilizariam ambas as metodologias para o ensino de geometria.

Tabela 37 – Metodologia para trabalhar geometria

Trabalhar geometria	Freqüência	%
NR	3	6,4
Fórmulas	6	12,8
Construção manipulação e planificação	12	25,5
Ambas	26	55,3
Total	47	100,0

Fizemos o cruzamento entre a questão acima e as respostas dos alunos quanto ao uso de ferramentas como transferidor, compasso, régua, etc, o resultado encontra-se na tabela 38.

Um dado que nos chamou atenção é que os 185 alunos dos professores que responderam trabalhar geometria com manipulação, construção e planificação, 111 responderam que não usam régua, compasso ou transferidor nas aulas de matemática Como construir ou planificar sem usar essas ferramentas?

Outro dado interessante é que, o número total de alunos dos professores que responderam que trabalham com as duas metodologias nas aulas de geometria é 377, desses, 181 alunos responderam que não usam régua, compasso ou transferidor nas aulas de matemática.

Tabela 38 – Relação entre: Metodologia para trabalhar geometria e Uso de ferramentas.

	Você usa régua, compasso ou transferidor					
Trabalhar geometria		NR	Sim	Não	Total	р
C	Nº de alunos		14	9	23	
	%		2,15	1,38	3,54	
Fórmulas	Nº de alunos		38	27	65	
	%		5,85	4,15	10	
Construção manipulação e planificação	Nº de alunos	2	72	111	185	0.005
	%	0,31	11,08	17,08	28,46	0,000
Ambas	Nº de alunos		196	181	377	
	%		30,15	27,85	58	
Total	Nº de alunos	2	320	328	650	
	%	0,31	49,23	50,46	100	Pocquico

### 5.4.17 Opinião dos professores sobre o ensino de Geometria

Fizemos a seguinte afirmativa aos professores para que eles se posicionassem: "O estudo da geometria deveria começar desde a pré-escola e continuar de forma apropriada através de todo o currículo escolar". Conforme a tabela 39, 80,8% dos professores concordam plenamente com essa afirmativa, 12,8% dos professores concordam em parte e apenas 2,1% (1 professor) não concorda com a afirmativa.

A formação do professor que discordou da afirmação é Engenharia.

Tabela 39 – O estudo da geometria deveria começar desde a pré-escola e continuar de forma apropriada através de todo o currículo escolar.

Geometria desde a pré-escola	Freqüência	%
NR	2	4,3
Concordo plenamente	38	80,8
Concordo em parte	6	12,8
Discordo	1	2,1
Total	47	100,0

Fizemos a seguinte afirmativa as professores: "As novas tecnologias podem influenciar na aprendizagem dos alunos". Conforme a tabela 40, 59,6% dos professores concordam plenamente com essa afirmativa, 31,9% concordam em parte, 2,1% discordam (1 professor: o mesmo que discordou da afirmativa anterior) e 2,1% não tem opinião.

Tabela 40 – As novas tecnologias podem influenciar na aprendizagem do aluno

As novas tecnologia		
influenciam na aprendizagem	Freqüência	%
NR	2	4,3
Concordo plenamente	28	59,6
Concordo em parte	15	31,9
Discordo	1	2,1
Sem opinião	1	2,1
Total	47	100,0

Fonte: Pesquisa

Segundo os PCN(s) as situações do cotidiano são fundamentais para conferir significados a muitos conteúdos a serem estudados e que é importante considerar que esses significados podem ser explorados em outros contextos como as questões internas da própria Matemática. Para os PCN(s), muitos conteúdos importantes serão descartados se levarmos em conta apenas a realidade do aluno.

Os outros contextos a que se referem os PCN(s) deveriam ser explorados como, por exemplo, a história da Matemática.

Fizemos a seguinte afirmativa aos professores: "As atividades de aprendizagem de geometria devem se contextualizadas para que os alunos adquiram conhecimentos significativos."

Conforme a tabela 41, 59,6% dos professores responderam que concordam plenamente com a afirmativa e 27,7% responderam que concordam em parte enquanto 10,6% não responderam a esta questão e 1 professor não tem opinião formada sobre o assunto.

Tabela 41 – As atividades de aprendizagem de geometria devem ser contextualizadas.

Atividades contextualizadas	Freqüência	%
NR	5	10,6
Concordo plenamente	28	59,6
Concordo em parte	13	27,7
Sem opinião	1	2,1
Total	47	100,0
	□ t	D !

Fonte: Pesquisa

### 5.4.18 Participação em eventos

A tabela 42 nos mostra o resultado para a seguinte pergunta feita aos professores: "Participas de eventos relacionados à Educação Matemática?", 63,8% dos professores responderam que participam de poucos eventos relacionados com a Educação Matemática, 19,1% respondeu que participa de muitos eventos e 12,8% dos professores responderam que não participam desses eventos.

Podemos observar que, a grande maioria dos professores procuram se atualizar, se aperfeiçoar nas questões relacionadas com a Educação Matemática. O evento mais citado pelos professores foi o II Encontro Internacional de Educação Matemática – Ulbra e o segundo mais citado foi o Encontro Regional de Educação Matemática – EREM – Unisinos.

Podemos destacar que a formação profissional dos professores que não participam de eventos é: Química (2 professores), Tecnólogo em Processamento de Dados (1 professor), Arquitetura e Urbanismo (1 professor), Lic. em Ciências (1 professor) e Lic. em Matemática (1 professor).

Tabela 42 – Participas de eventos relacionados à Educação Matemática

Eventos educação matemática	Freqüência	a %
NR	2	4,3
Poucos	30	63,8
Muitos	9	19,1
Não	6	12,8
Total	47	100,0
	Fon	ite: Pesquisa

# 5.4.19 Por que ensinar Geometria?

Fizemos a seguinte pergunta aos professores: "Por que ensinar geometria?". As respostas foram as seguintes:

Prof. 1: "Porque a geometria faz parte do nosso dia-a-dia."

- Prof. 2: "Porque ela faz parte da nossa vida tanto quanto dinheiro, comida e outras coisas necessárias".
- Prof. 13: "Para a vivência do aluno, a geometria faz parte de sua vida, o aluno terá uma melhor noção do espaço (em todas as áreas)."
- Prof. 4.: "Porque a geometria é a parte da matemática mais abrangente e de maior compreensão para o aluno, podemos nos valer de recursos práticos e usar nas outras áreas da matemática".
- Prof. 10: "No ensino de geometria se consegue visualizar ou aplicar melhor na prática o que foi dado em aula."
- Prof. 17: "A geometria contextualiza o aprender matemático. Todo conteúdo que pode ser associado à geometria é mais significativo. Quando se trabalha geometria o aluno pega gosto pelo conteúdo".
- **Prof.** 25: "Para melhor aprendizagem, conhecimento e desenvolvimento do raciocínio".

Ao analisar as respostas dadas pelos professores observamos que o ensino de geometria é sustentado basicamente por dois argumentos: primeiro, a geometria faz parte do cotidiano do aluno e em segundo lugar a geometria desenvolve o raciocínio lógico podendo se desenvolver através de recursos práticos.

Verificamos nessas respostas a dicotomia da geometria que desde a Antigüidade se apresenta: a geometria egípcia usada para cálculo de áreas, demarcações de terrenos, construção de pirâmides e etc, uma geometria prática e utilitária, e a geometria grega, uma geometria formal, abstrata que influencia até hoje o que ensinamos na escola.

Nas respostas dos professores 19 e 33, observamos uma preocupação em fazer da geometria um recurso para facilitar a compreensão da álgebra:

Prof. 19: "Para facilitar a compreensão da álgebra".

Prof. 33: "Porque a geometria está presente em praticamente tudo o que está em nossa volta. Faz parte do nosso dia-a-dia e através dela é possível compreender outros conteúdos, como por exemplo, a álgebra".

Nas respostas dos professores 21, 31 e 42 notamos a existência de um abismo entre os objetivos do ensino de geometria definidos para o ensino fundamental. Está implícito nestas respostas o despreparo desses professores para ensinar geometria.

Prof. 21: "Não sei. Acredito ser para entender as necessidades do dia-a-dia".

Prof. 31: "Faz parte dos conteúdos".

Prof. 42: "Porque está no currículo".

Para o professor 41, o ensino de geometria tem os mesmos objetivos citados nos PCN(s):

Falar em formação básica para a cidadania significa refletir, sobre as condições humanas de sobrevivência, sobre a inserção das pessoas no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura e sobre o desenvolvimento da crítica e do posicionamento diante de questões sociais.(PNC, 1998, p.26)

Prof. 41: "O ensino de geometria, na minha opinião, deve estar a serviço dos objetivos maiores da educação, a saber, desenvolvimento da cidadania, formação científica e tecnológica, competência crítico-reflexiva da realidade. Boas aulas de geometria são capazes de melhorar a percepção de espaço, de discutir reformas agrárias, de aprimorar habilidades artísticas e arquitetônicas, de debater espaço urbano, posicionamento de ruas e avenidas, etc".

# 6 Considerações Finais

Durante a realização desta dissertação, aprendemos muito. Não pensávamos que seria simples concluir uma pesquisa, mas o mais significante é poder chegar neste capítulo e verificar que conseguimos alguns fechamentos e, conseqüentemente novas lacunas se abriram. Serão essas lacunas que nos farão continuar pesquisando e investigando e esperamos que atinjam outros pesquisadores que como nós identificados com a Educação Matemática, não procuramos respostas definitivas, mas uma construção para um novo pensar sobre a realidade do Ensino de Geometria nas Escolas Estaduais.

O que pretendemos nesta pesquisa é subsidiar as discussões em torno do Ensino de Geometria. No decorrer desses dois anos buscamos respostas às nossas indagações, chegamos a alguns resultados e citaremos os que mais relevantes se tornaram em nossa pesquisa.

Nossa pergunta diretriz: Como é ensinada a Geometria nas 5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental nas Escolas Estaduais da 27ª Coordenadoria Regional de Educação?

### A formação de professores

Os resultados de nossa pesquisa em relação à formação dos professores vieram nos mostrar que 19,1% dos professores que lecionam no ensino fundamental não tem a formação profissional adequada para essa função. Também, verificamos um grande número de profissionais com formação adequada para lecionar de 5ª a 8ª série e que buscam alternativas, através de Encontros e Congressos relacionados com a Educação Matemática, para melhorar sua prática em sala de aula.

Quando perguntamos aos professores se sua história de aprendizagem contribuía para a sua prática docente, muitos responderam que as aulas do tempo da faculdade haviam servido para lhes indicar o que não deveriam fazer na prática com seus alunos, ou seja, manifestavam-se frustrados com o seu aprendizado.

Sabemos que várias universidades já reformularam os seus cursos de Licenciatura em Matemática inspiradas nas pesquisas de Educação Matemática, vários encontros já foram promovidos por entidades para se debater sobre os currículos dos cursos de formação de professores, sobre as competências necessárias para o professor de matemática.

Repensar os cursos de formação de professores significa uma mudança nos currículos da Licenciatura com a inclusão de disciplinas de Educação Matemática e também uma mudança nas disciplinas cujos conteúdos são

específicos de matemática dando ênfase no ensino, trabalhando a resolução de problemas práticos fazendo uma ligação entre os conteúdos da disciplina e os conteúdos que esses alunos, futuros professores, terão que desenvolver no ensino fundamental e médio. Os cursos de formação de professores devem ajudar no sentido de ensinar matemática e como ensinar matemática no ensino básico, devem promover aos alunos uma postura de educador.

Exatamente como a matemática na Educação Básica se aprende fazendo, também as competências profissionais do futuro professor de matemática são adquiridos através da realização de um grande número de atividades. Estas devem ocorrer a três níveis, designadamente, ao nível da matemática na educação básica, ao nível das atividades de ensino envolvendo a matemática na educação básica e ao nível da atividade teórica no domínio da Educação Matemática. Em cada um desses níveis a atividade só conduzirá ao desenvolvimento de competências se existir tempo para reflexão. Ao longo do curso deve ser seguida uma linha de desenvolvimento que vai de atividades, observação de atividades práticas de outros e análise das suas reflexões, bem como da teoria que está por detrás das suas atividades e das dos outros.(SERRAZINA, 2003, p.68)

Os futuros professores devem participar de aulas onde o professor seja um facilitador da aprendizagem, um incentivador do pensar, um professor que cria situações onde desperte no aluno uma atitude de investigação e de constante questionamento. Nos cursos de licenciatura as aulas devem servir de ensinamento da prática docente. Os professores dos cursos de formação devem ter na sua prática os mesmos princípios que deseja promover nos seus alunos.

### O Currículo de geometria

Para a formação de um projeto curricular, Coll (2001), já citado em nosso referencial teórico, apresenta alguns princípios entre os quais citaremos: A repercussão das experiências educativas formais sobre o crescimento pessoal do aluno está condicionada pelos seus conhecimentos prévios. Fazendo uma análise simples dos Planos de Estudos das escolas da amostra observamos que muitas escolas não levam em conta esse princípio. Por exemplo, a Escola nº2 não apresenta conteúdos de geometria nas 5ª, 6ª e 7ª séries e na 8ª série o conteúdo que inicia o estudo de geometria é o Teorema de Tales. Que conhecimentos prévios têm esses alunos? O mesmo ocorre com as escolas de nº25 e nº11 onde o caso é mais grave, pois o estudo da geometria inicia na 7ª série com a Trigonometria do Triângulo Retângulo.

Segundo Coll (2001), quando um aluno inicia uma nova aprendizagem escolar o faz a partir de conceitos, concepções, representações e conhecimentos que construiu ao longo de sua caminhada escolar. O fato mais importante que influi sobre a aprendizagem é a quantidade, clareza e organização dos conhecimentos que o aluno possui. Devemos considerar esse princípio de forma especial ao se elaborar o projeto curricular.

Observamos em nossa pesquisa que as escolas não selecionam, igualmente, a metodologia e os conteúdos a serem desenvolvidos.

Os PCN(s) apresentam uma proposta de mudança nas práticas das disciplinas escolares. É nítido nos PCN(s) de matemática o interesse em promover a aquisição de determinados procedimentos cognitivos dos alunos, mas as formas de se atingir esses objetivos não são explicitadas, não apresentam uma metodologia para se promover esse conhecimento.

Tendo em vista o quadro de formação dos docentes, sabemos que as escolas e professores têm dificuldades para promover modificações em sua prática de ensino se não tiverem um livro didático que os ajudem e os guiem para as mudanças. Em relação ao ensino de geometria sabemos que muitos livros já apresentam muitas atividades dedicadas ao ensino de geometria de acordo com as propostas dos PCN(s). Por outro lado, as recomendações dos PCN(s), não são suficientes para mudar os conteúdos abordados em sala de aula. É o professor quem determina os tópicos, as atividades e a metodologia a serem seguidas.

A reelaboração de propostas curriculares para o ensino fundamental encontra professores despreparados para atuarem profissionalmente. Em relação à geometria e o estudo das construções geométricas (com o uso de ferramentas como: transferidor, compasso e régua e etc.) o caso é grave pois poucos são aqueles que ainda estão em atividade e que tiveram na sua formação acadêmica uma disciplina de desenho geométrico. Constatamos em nossa pesquisa que 42% dos alunos utilizam em sala de aula essas ferramentas para desenhar. Deste modo, como é o professor que comanda as atividades nas suas aulas, não é garantido que ele trabalhe esses objetivos dos PCN(s).

A Geometria, tal como é ensinada tradicionalmente, através de fórmulas e regras, como podemos constatar em nossa pesquisa, precisa mudar. Chegou o momento de refletir sobre sua evolução nos últimos tempos e perceber que ela deve incorporar a tecnologia do presente. Os alunos precisam aprender como os conceitos e idéias se aplicam em uma vasta gama de feitos humanos.

Uma maneira de lhes propiciar essa experiência é através da introdução da computação no currículo escolar. O que tem ocorrido é que poucas são as escolas que dispõem de computador para o uso do aluno e, em nossa pesquisa constatamos que os mesmos não têm acesso, pois como alguns responderam "o professor disse que não tem programas para usar". De que adianta equipar as escolas com máquinas que não serão usadas ou que serão usadas de forma insatisfatória, que não vão ao encontro dos objetivos dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Através da pesquisa ficou evidente a necessidade da elaboração de um novo currículo para o Ensino de Matemática onde se inclua o Ensino de Geometria também em primeiro plano como a álgebra e a aritmética.

Cabe à Escola esta tarefa, promovendo atividades para que o professor tenha momentos de reflexão sobre esta questão.

Esperamos que as idéias aqui lançadas sirvam como motivação para o desenvolvimento de todas as iniciativas que têm como fim melhorar o Ensino da Matemática.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIGGE, Morris. **Teorias da Aprendizagem para Professores.** Tradução: José Augusto da Silva Pontes. São Paulo, EPU, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1977.

BRANDT, Célia Finck e COLATUSSO, Márcia Dallagrana. **A construção de objetos geométricos em ambientes dinâmicos.** Anais do I Congresso Internacional Cabri World, São Paulo, 1999.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: Mec/SEF, 1998.

BÚRIGO, Elisabete Zardo. Para que ensinar geometria no ensino fundamental? Um exercício de reflexão sobre o currículo, em http/mathematikos.psico.ufrgs.Br/paraquegeo.html.

\_\_\_\_\_. Matemática moderna: progresso e democracia na visão de educadores brasileiros nos anos 60. **Teoria da Educação**, 2, p. 256-265, 1990.

CALLEGARI, Sidia M. **Bioestatística. Princípios e Aplicações**. Artmed. 2003, p.178.

CARNEIRO, Vera Clotilde. Educação matemática e a pesquisa educativa nas licenciaturas em matemática. **Educação matemática em revista**. Ano IV. Nº4.2002.

CARNEIRO, Vera Clotilde. **Contribuições para as questões propostas**. Fórum Estadual de Licenciaturas em Matemática- Rio Grande. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 3 mai 2002. Educação Matemática em Revista – RS.

COLL, Cèsar. Psicologia e currículo. 5. ed. São Paulo. Ed. Ática. 2001.

CROWLEY, Mary L. et al. O modelo de van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico.In: LINDQUIST, M. M.e SCHULTE, A. **Aprendendo e ensinando geometria**. 4 ed. São Paulo, Atual Editora, 1996.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da Realidade à ação: Reflexões sobre educação e matemática**. São Paulo, Summus Editorial, 1986

DOMINGUES, Kátia Cristina de Menezes. O currículo com abordagem etnomatemática. Educação Matemática em Revista. Ano 10, nº 14. 2003.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. Educação Matenática: Representação e construção em geometria. Porto Alegre:RS. Artmed, 1999.

FANTINEL, Patricia. Representações gráficas espaciais para o ensino de cálculo e álgebra linear. Rio Claro: UNESP, 1998. Dissertação ( Mestrado em Educação Matemática)

FÉLIX, Vanderlei Silva. **Educação Matemática: Teoria e prática da avaliação**. Passo Fundo- RS. Clio, 2001.

FONSECA, Maria da Conceição F. R. et al. O Ensino de Geometria na Escola Fundamental: Três Questões para a Formação do Professor dos Ciclos Iniciais. 2.ed. Belo Horizonte: Ed. Autêntica. 2002.

GARDNER, Howard. **Estruturas da mente: a teoria das inteligências múltiplas.** Trad. Sandra Rosa, Porto Alegre. Artmed, 1994.

\_\_\_\_\_ Inteligências múltiplas: a teoria na prática. Trad. Maria Adriana Veríssimo Veronese, Porto Alegre. Artmed, 1995.

GOVERNO DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Educação. Departamento Pedagógico. **Padrão Referencial de Currículo.** Porto Alegre: 1997.

GRANDE, John J. Del. Percepção espacial e geometria primária. LINDQUIST, M. M. et al. **Aprendendo e ensinando geometria**. 4 ed. São Paulo, Atual Editora, 1996.

GRAVINA, Maria Alice. Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo. Porto Alegre: UFRGS, 2001 . Tese (Doutorado em Informática na Educação).

GRAVINA, Maria Alice e SANTAROSA, L.M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. In: IV Congresso RIBIE, 1998, Brasília.

GROENWALD, Cláudia Lisete Oliveira e SILVA, Carmen Kaiber. Educação matemática na formação de professores. **Educação Matemática em Revista**, ano IV, nº 4.2002.

HOFFER, Alan. Geometry is more than proof. **The Mathematics Teacher. NCTM**, v.74, n.1p. 11-17, jan 1981.

KUBICZEWESKI, Jóice. Oficinas de dobraduras para o ensino de geometria. **Educação Matemática em Revista**, ano IV, nº4. p. 43-50 2002.

LOPES, Antônio José. **Perspectivas para o ensino de geometria no século XXI**. Disp.

Em: <a href="http://www.matemáticahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos">http://www.matemáticahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos</a> publicados.asp?a</a> <a href="http://www.matemáticahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos">http://www.matemáticahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos</a> publicados.asp?a</a> <a href="http://www.matemáticahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos">http://www.matemáticahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos</a> publicados.asp?a</a> <a href="http://www.matemáticahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos">http://www.matemáticahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos</a> publicados.asp?a</a>

LOPES, Maria Laura M. Leite. Sobre o ensino da geometria. **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, n. 15. p. 5-16, 1983.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar geometria? **A Educação Matemática em Revista- Geometria**, SC: SBEM. Ano III, p.3-13.1º sem. 1995.

MARYUKOV, M.N. The role of computer technologies in school geometry education. In: ICME, 8, 1996, Sevilha. PROCEEDINGS. Rio Claro: UNESP, 1997. Working Group 16, p. 127-134.

MEDEIROS, Kátia Maria de. A influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos. **Educação Matemática em Revista.** Ano 10, nº 14. ago 2003.

MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra. Concepções teórico-metodológicas baseadas em logo e em resolução de problemas para o processo ensino/aprendizagem da geometria. Campinas: UNICAMP, 1994. Dissertação (Mestrado em educação)- Faculdade de Educação, UNICAMP, 1994.

MONTENEGRO, Gildo A. Expressão gráfica e conhecimento: pensamento visual e inteligência. Disponível em: <a href="http://www.scielo.br">http://www.scielo.br</a> Acesso em 25 mar 2004.

MOREIRA, Marco Antônio. Teorias de Aprendizagem. São Paulo. EPU. 1999.

NASSER, LILIAN. Níveis de van Hiele: uma explicação definitiva para as dificuldades em geometria? **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, n. 29, p.31-35, 1989.

NETO, Pedro Luiz. Estatística. São Paulo: Edgard Blucher, 2000.264p.

NETO, Scipione di Pierro. Entrevista. **Educação Matemática em Revista**.n. 9/10, 2001, p.5-9.

PAIS, Luiz Carlos e FREITAS, José Luiz. Um estudo de processos de provas no ensino e na aprendizagem da geometria no ensino fundamental, **Bolema**, nº 13, Rio Claro, Editora UNESP, 1999.

PAVANELLO, Regina M. O abandono do ensino de geometria no Brasil, causas e conseqüências. **Revista Zetetiké**, ano 1, vol. 1, Campinas: Editora UNICAMP, 1993.

PIAGET, Jean. Abstração Reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

ROCHA, lara Cristina Bazan. Ensino de matemática: formação para a exclusão ou para a cidadania? **Educação Matemática em Revista**. Ano 8. nº 9/10. p.22-31, abr 2001.

SACRISTÁN, J.C. **O currículo. Uma reflexão sobre a prática.** 3.ed. São Paulo. Ed. Artes Médicas Sul Ltda. 2000.

SANCHES, Gláucio Antônio Munhos e Leivas, José Carlos Pinto. Um estudo etnomatemático. Educação Matemática em Revista. Ano IV. nº 4. p.17-22, 2002.

SAVIANI, Nereide. Saber escolar, currículo e didática: Problemas da unidade/ método no processo pedagógico. 2 ed. São Paulo. Ed. Autores Associados. 1998.

SCHÜTZ, Ricardo. Vygotsky e Aquisição da Língua. **English made in Brazil.** Disp. em <a href="http://www.sk.com.br/sk-vygot.html">http://www.sk.com.br/sk-vygot.html</a>. Acesso em 03 mar. 2002.

SERRAZINA, Lurdes. A formação para o ensino da matemática: perspectivas futuras. **Educação matemática em revista.** Ano 10. nº14.agosto de 2003.

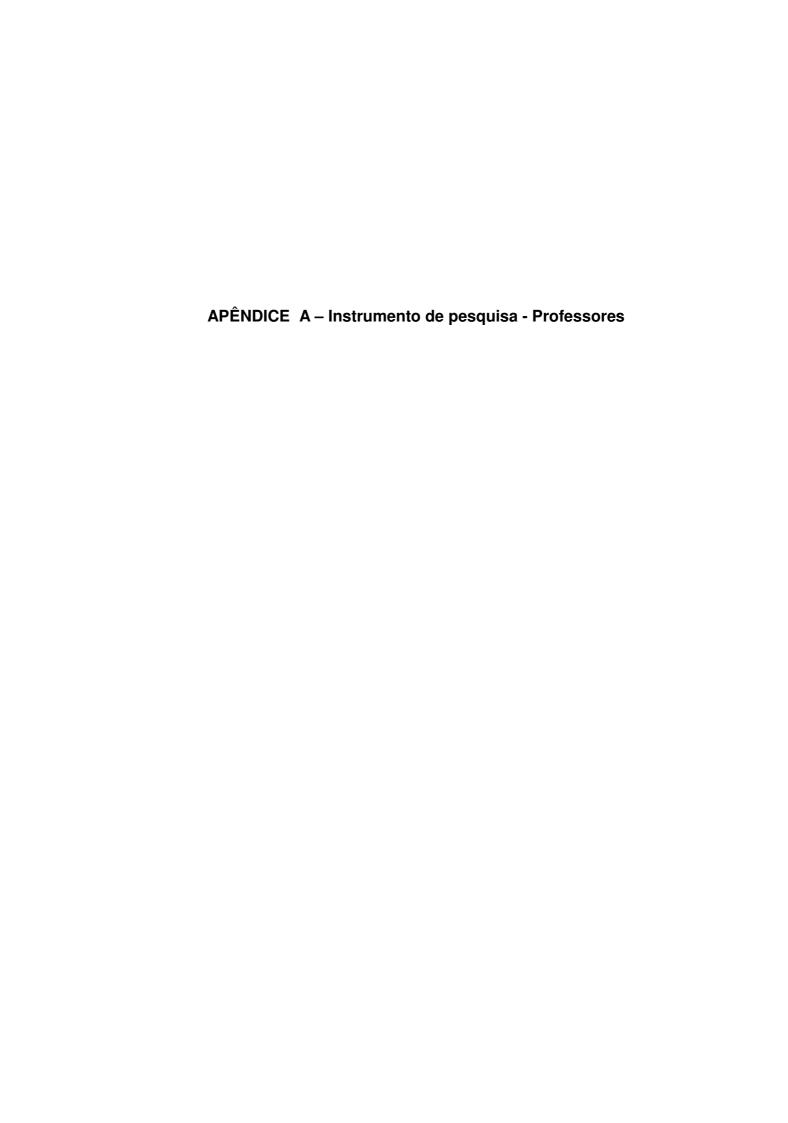
SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. A interpretação da matemática na escola, no dizer doas alunos: ressonâncias do sentido de "dificuldade". **Educação Matemática em Revista.** Ano IV. N<sup>ao</sup> 4, 2002.

VASCONCELLOS, Celso. Construção do conhecimento em sala de aula. São Paulo. Libertad, 2000.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Há 150 anos uma querela sobre a geometria elementar no Brasil: algumas cenas dos bastidores da produção do saber escolar. **Bolema**, nº 13, Rio Claro, Editora UNESP, p. 45-61,1999.

A elaboração de uma nova vulgata para a modernização do ensino de Matemática: aprendendo com a história da Educação Matemática no Brasil. **Bolema**, nº 17, Rio Claro, Editora UNESP, 2002, pp. 40 a 51.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental e o ensino das construções geométricas, entre outras considerações. Disponível em: <a href="http://www.Anped.org.br/25/excedentes25/elenicezuina9.rtf">http://www.Anped.org.br/25/excedentes25/elenicezuina9.rtf</a> Acesso em: 22 de 2003.





# UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL PRÓ-REITORIA ACADADÊMICA DIRETORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E

**MATEMÁTICA** 

Prezado(a) professor(a)

O presente instrumento de pesquisa faz parte do projeto de dissertação do curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, que tem por tema: **O Ensino de Geometria nas Escolas Estaduais da 27ª Coordenadoria Regional de Educação.** Para tanto, solicito sua colaboração no sentido de responder as questões a seguir de forma clara e completa.

Desde já, agradeço sua colaboração.

Atenciosamente,

Joice da Silva Lobo

1.	Escola:
2.	Sexo: ( ) masculino ( ) feminino
3.	Idade:
	( ) até 25 anos ( ) de 26 a 35 anos ( ) de 36 a 45 anos ( ) mais de 45 anos
4.	Formação profissional:
	( ) Licenciatura em Matemática (curso concluído)
	( ) Licenciatura em Matemática (curso em andamento)
	( ) Licenciatura em Ciências (curso concluído)
	( ) Licenciatura em Ciências (curso em andamento)
	( ) Outro curso superior?Qual?
5.	Jornada de trabalho no magistério:
	( ) até 20 h/semana
	( ) de 21 a 40 h/semana
	( ) mais de 40 h/semana
6.	Experiência profissional no magistério:
	( )até 3 anos ( ) de 4 a 10 anos ( ) mais de 10 anos
7.	Você tem horas para planejamento de suas atividades de aula?
	( )sim ( )não
8.	Você consegue desenvolver todos os conteúdos do plano de ensino durante o ano
	letivo? ( )sim ( )não
9.	Se você respondeu não: que conteúdo fica excluído de seus planos de aula durante o
	ano letivo? ( )o conteúdo que está no final do último bimestre ou trimestre.
	( ) outro Oual?

10. Como você faz para desenvolver em suas aulas os conteúdos de geometria durante o
ano letivo?
( )durante todas as aulas
( )1 ou 2 períodos na semana
( )escolho um dos bimestres (1°, 2° ou 3°) ou um dos trimestres (1° ou 2°)
( )no 4° bimestre ou último trimestre
11. Que metodologia você utiliza para desenvolver os conteúdos de geometria?
( )desenho
( )software
( )aulas expositivas
( )manipulação de objetos
( )construção usando ferramentas (régua, compasso, esquadro, transferidor)
12. Na sua opinião, os alunos demonstram interesse nas aulas de geometria?
() sim ()não
13. Utiliza livro didático na sala de aula?
( )sim ( )não
Responda as questões 14, 15 e 16, em caso afirmativo na questão 13:
14. O livro utilizado trás questões que envolvem a geometria do dia-a-dia?
()sim ()não
15. O livro didático trás questões onde o aluno desenvolve geometria junto com álgebra?
()sim ()não
16. A quantidade de alunos que possuem o livro:
( ) todos ( )poucos possuem ( )poucos não possuem
17. Em suas aulas aplicas atividades onde o aluno demonstra o seu desempenho em
resolução de problemas?
( )sempre ( )as vezes ( )nunca
18. Quando desenvolves suas aulas de geometria usa como exemplos ou até como
introdução do conteúdo questões do cotidiano do aluno?
( )sempre ( )as vezes ( )nunca
19. Em suas aulas você consegue desenvolver conteúdos de álgebra relacionando com a
geometria?
( )sempre ( )as vezes ( )nunca
20. A escola possui materiais como: compasso, régua, esquadro, transferidor para o uso do
professor? (aqueles de tamanho grande para o professor usar no quadro).
( )sim ( )não
21. Se você quisesse desenvolver uma atividade com os alunos em que fosse necessário o
apoio financeiro da escola, você conseguiria realizar essa atividade?
( )sim ( )não
22. A escola possui computador para o uso dos professores? ()sim ()não
23. A escola possui computador para o uso dos alunos? ( )sim ( )não
24. A Escola possui laboratório de matemática? ( )sim ( )não
Em que momento utilizas o laboratório de matemática?
25. Você permite que seu aluno use a calculadora na sala de aula?
() sempre () as vezes () nunca
26. Você já desenvolveu algum conteúdo usando um software matemático?
() sim () não
27.Na sua opinião, você recebeu a formação adequada para trabalhar com geometria na
sala de aula?
( )sim ( )não

28. Em geral, ao se defrontar com um problema matemático, você prefere um recurso:
( ) algébrico
( ) geométrico (visual)
( )outro. Qual?
29. Assinale abaixo uma de cada duas alternativas que mais se aproximam de sua opinião
a respeito da geometria.
( ) simples ou ( ) complexa
( ) visual ou ( ) não visual
( ) de fácil compreensão ou ( ) de difícil compreensão
( ) para algumas pessoas ou ( ) para todas as pessoas
( )uma parte da matemática da qual não gosto ou ( )uma parte da matemática da qual gosto
30. Você trabalha ou trabalharia a geometria no ensino fundamental através de:
( ) fórmulas
( ) construção, manipulação e planificação
( ) ambas
( ) outras. Quais?
31. Em relação a pergunta anterior:
O que o(a) leva a escolher esse recurso?
( )segurança
( )conveniência
( )desconhecimento de outros recursos
( )ser mais geral
( ) ser mais simples
( )outro. Qual?
currículo escolar.
( ) concordo plenamente
( ) concordo em parte
( ) discordo
( ) sem opinião
33. A geometria deveria ser estudada desde a pré-escola como uma forma de exploração
do espaço em que vivemos.
( ) concordo plenamente
( ) concordo em parte
( ) discordo
( ) sem opinião
34. As novas tecnologias podem influenciar na aprendizagem do aluno.
( ) concordo plenamente
( ) discords
( ) discordo
<ul><li>( ) sem opinião</li><li>35. As atividades de aprendizagem de geometria devem ser contextualizadas para que os</li></ul>
alunos adquiram conhecimentos significativos.
( ) concordo plenamente ( ) discordo
( ) concordo em parte ( ) sem opinião
36. Participas de eventos relacionados à Educação Matemática?
( )sim, poucos ( )sim, muitos ( )não
Data da última participação: Qual?
37. Participa de algum projeto relacionado com geometria? ( )sim ( )não
Oual?

# QUESTÕES ABERTAS.

istas a esenvolv	Como o ensino deve apontar para a construção do conhecimento da criança, co encoraja-la a um futuro desenvolvimento, a formação de professores de ere essas capacidades no futuro professor. (Bauerfeld, 1993). Sua história en construção de professor de estado de conhecimento da criança, co encoraja-la a um futuro professor. (Bauerfeld, 1993). Sua história en construção do conhecimento da criança, co encoraja-la a um futuro desenvolvimento, a formação de professores de encoraja-la a um futuro desenvolvimento, a formação de professores de encoraja-la a um futuro desenvolvimento, a formação de professores de encoraja-la a um futuro desenvolvimento, a formação de professores de encoraja-la a um futuro desenvolvimento, a formação de professores de encoraja-la a um futuro desenvolvimento, a formação de professores de encoraja-la a um futuro desenvolvimento, a formação de professores de encoraja-la a um futuro desenvolvimento, a formação de professores de encoraja-la a um futuro desenvolvimento, a formação de professores de encoraja-la a um futuro desenvolvimento, a formação de professor de encoraja-la a um futuro desenvolvimento de encoraja-la a um futuro desenvolvimento de encoraja-la a um futuro
prendiza	gem tem influência nas suas aulas?
39. F	Or que ensinar geometria?
40. Q	ue alterações você faria no currículo para melhorar o ensino de geometria?

# APÊNDICE B – Instrumento de pesquisa - Alunos

O presente instrumento de pesquisa faz parte do projeto de dissertação do curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, que tem por tema: O Ensino de Geometria nas Escolas Estaduais da 27ª Coordenadoria Regional de Educação. Para tanto, solicito sua colaboração no sentido de responder as questões a seguir de forma clara e completa.

Joice da Silva Lobo

Desde já, agradeço sua colaboração.

Atenciosamente,

2. Série:  3. Sexo: ( )feminino ( )masculino Idade:  4. Qual a disciplina que você mais gosta?  5. Você gosta das aulas de matemática? ( )sim ( )não
<ul><li>4. Qual a disciplina que você mais gosta?</li><li>5. Você gosta das aulas de matemática? ( )sim ( )não</li></ul>
gosta?
5. Você gosta das aulas de matemática? ( )sim ( )não
6. Você gosta das aulas de geometria? ()sim ()não
7. Você desenha figuras como: quadrados, retângulos, círculos, triângulos nas aulas de
matemática? () sim () não
8. Você usa ferramentas como: régua, compasso, transferidor nas aulas de matemática?
( )sim ( )não
9. Nas aulas de matemática, você trabalha com material concreto(ex:palitos, tampinhas etc).?
()sim ()não
10. Você faz trabalhos práticos na aula de matemática? () sim () não
11. Você sabe o que é uma fita métrica? () sim () não
12. Já usou uma fita métrica em suas aulas de matemática? ( )sim ( )não 13. Você conhece folha milimetrada? ( )sim ( )não
14. Já usou em suas aulas de matemática folha milimetrada? ( )sim ( )não
15. Você já trabalhou com material manipulativo, nas aulas de matemática? (Ex. material
dourado, geoplano, dobraduras, etc) () sim () não
16. Nas aulas de matemática, quando o conteúdo é de geometria, você realiza atividades
relacionadas com o seu dia-a-dia? ( )sempre ( )ás vezes ( )nunca
17. Na sua escola tem laboratório de matemática? ( )sim ( )não
18. Em que momento sua professora de matemática levou a turma para trabalhar no
laboratório de matemática?
19. Na sua escola tem laboratório de informática? ( )sim ( )não
20. Em que momento sua professora de matemática levou a turma para trabalhar no
laboratório de informática?